

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 86 (1988)

**Heft:** 10

**Artikel:** Du bon usage des satellites GPS

**Autor:** Merminod, B.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-233789>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Du bon usage des satellites GPS

B. Merminod

Pour des réseaux d'extension régionale mesurés à l'aide de GPS, une résolution fiable des ambiguïtés de cycles est la clé de résultats précis. Cela requiert un changement significatif de la disposition des satellites au cours de la session d'observation. L'avantage de sessions plus longues limite l'usage économique du système. Les indicateurs de précision actuellement disponibles n'offrent qu'un reflet très partiel des processus impliqués par les mesures de phases, telles qu'utilisées en géodésie. De nouveaux indicateurs ont été développés, dont l'usage lors de la planification d'une campagne de mesures facilite le déploiement optimal des récepteurs. Le mérite de ces indicateurs est renforcé par d'autres investigations: non seulement la précision des résultats est optimisée, mais leur sensibilité à d'éventuelles erreurs systématiques est réduite.

*Bei der Messung geodätischer Netze regionaler Ausbreitung mittels GPS wird die zuverlässige Bestimmung der Zyklensmehrdeutigkeit zum Schlüssel für genaue Ergebnisse. Diese Bestimmung ist jedoch nur möglich, wenn sich die Satellitenkonfiguration während der Beobachtungssession ändert. Der Forderung nach längeren Sessions steht der Wunsch einer wirtschaftlichen Verwendung des Systems entgegen. Bekannte Genauigkeitsanzeiger kommen mit den Phasemessungen, wie sie in der Geodäsie benützt werden, nicht zurecht. Die Anwendung der neuentwickelten Anzeiger bei der Planung einer Messkampagne führt zu einer rationalen Nutzung der Empfänger. Der Gebrauch dieser Anzeiger im Zusammenhang mit anderen Forschungsarbeiten zeigte, dass nicht nur die Genauigkeit der Koordinaten optimiert wird: die Empfindlichkeit der Koordinaten auf mögliche systematische Fehler wird ebenfalls reduziert.*

### Introduction

La sélection optimale des satellites GPS (Global Positioning System) a déjà fait l'objet de plusieurs publications. Cependant, le traitement des ambiguïtés de cycles (a.d.c.) a toujours été négligé pour plusieurs raisons:

- la navigation est la principale application de GPS. Les mesures de phase et donc les a.d.c. sont sans intérêt pour cette gamme d'utilisateurs.
- les géodésiens s'intéressent à la précision des coordonnées et la résolution des a.d.c. n'est qu'une étape du processus, jamais considérée comme importante en elle-même.

En conséquence, l'approche classique du problème consiste à considérer que, d'une manière ou d'une autre, les a.d.c. ont déjà été résolues. L'attention est alors portée sur les effets de la réfraction atmosphérique et des erreurs d'orbites.

Cependant, il arrive trop souvent que des sessions, apparemment bonnes quant à la durée et au nombre de satellites observés, conduisent à des résultats médiocres car les a.d.c. n'ont pu être résolues. La réaction typique est d'allonger les sessions, ce qui à terme est une solution coûteuse.

Pour les autorités de surveillance, la situation est pire. Aussitôt qu'elles suggèrent certaines durées d'observations, des cas surgissent où l'application stricte des recommandations ne mène pas au résultat

escompté. Les spécifications sont alors rendues encore plus prudentes.

Pour obtenir une certaine précision tout en minimisant la durée d'observation, la résolution des a.d.c. est le principal facteur limitant. Il vaut donc la peine de chercher à comprendre les lois régissant la résolution des a.d.c.

### Ce qui existe

Les indicateurs de précision actuellement disponibles, couramment inclus dans les logiciels commerciaux ont été développés pour la navigation. Ils s'appliquent au positionnement instantané grâce à la mesure simultanée du temps de parcours d'un message codé en provenance de plusieurs satellites. Les observations sont des distances, biaisées par les décalages des horloges des satellites et du récepteur, ainsi que la réfraction atmosphérique. Généralement, seule une éventuelle erreur de l'horloge du récepteur est prise en compte. La position est déterminée par recoupement de distances comprenant la même inconnue d'addition. Ce mode de mesure est adéquat pour un positionnement grossier (100 m). Il est facile de simuler une telle détermination à partir des positions approximatives des satellites et du récepteur. La précision du point est décrite par un ellipsoïde d'erreur moyenne. Pour simplifier, on peut également considérer une sphère dont le rayon est la racine de la

somme des carrés (RSS) des demi-axes de l'ellipsoïde, lequel est donc entièrement contenu dans la sphère. Le facteur de dilution de précision PDOP (Position Dilution Of Precision) est défini par le rapport entre le rayon de la sphère d'erreur RSS et l'écart-type des mesures de distance. Ce facteur ne dépend que de la position relative des éléments du réseau. Une géométrie favorable est caractérisée par un faible facteur PDOP. Une valeur inférieure à 5 est généralement considérée comme bonne.

### Ce qu'il faut

Tout l'emploi de GPS pour la géodésie repose sur la mesure de phase de l'onde porteuse. Cette dernière est beaucoup plus précise que la mesure du temps de parcours de l'onde, mais le nombre initial de cycles complets ne peut être mesuré directement. Entre deux époques, on mesure en fait la variation de la distance au satellite. La distance elle-même demeure ambiguë.

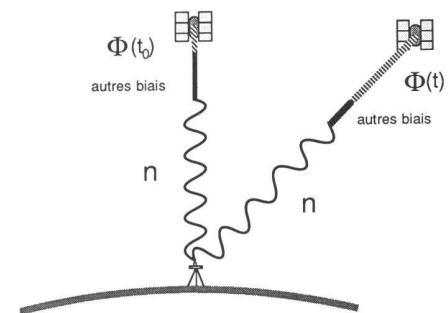


Fig. 1 : Mesure de variation de distance.

En plus des biais affectant les mesures de distance, il faut ajouter une inconnue par combinaison satellite-récepteur, constante au cours d'une session. Pour mettre la nature entière de cette inconnue à profit, il faut d'abord déterminer ou éliminer les autres biais avec une précision nettement inférieure à la longueur de l'onde porteuse (19 cm). Le moyen éprouvé d'y parvenir consiste à disposer un deuxième récepteur sur un point connu à proximité et d'opérer avec les différences des mesures effectuées, largement indépendantes des influences externes. On parle alors de positionnement relatif. Cette méthode peut être justifiée sans chercher à résoudre les a.d.c., mais sa nécessité devient impérieuse dans le cas considéré ici.

Compte tenu des mesures disponibles et des paramètres à déterminer, de nouveaux facteurs de dilution de précision, nommés BDOP (Bias Dilution Of Precision) peuvent être développés pour chaque étape du traitement:

- BDOP1 pour la précision des coordonnées avant la résolution des a.d.c.

# Partie rédactionnelle

- BDOP2 pour la précision de la détermination des a.d.c.
- BDOP3 pour la précision des coordonnées après la résolution de toutes les a.d.c.

## Ce qui change

Les indicateurs de précision classiques ne sont pas appropriés aux mesures de phase, avec ou sans résolution des a.d.c., car ils se réfèrent :

- à des mesures de distances alors que seules des variations de distance sont mesurées
- à une solution instantanée, alors que la résolution des a.d.c. requiert une certaine durée d'observation.

Sur la base de mesures réelles, Norton (1987) a démontré l'inefficacité des indicateurs classiques. Les nouveaux facteurs BDOP sont obtenus par *simulation* d'un calcul de compensation des mesures de phases. Les observations sont des *variations de distance* qu'il faut *accumuler* au cours d'une certaine période.

## La méthode

Différentes approches ont été tentées. L'équivalence de certains résultats a permis de dégager les concepts essentiels. La procédure la plus simple – aussi bien du point de vue théorique que pratique – repose sur l'utilisation de doubles différences. Les mesures simultanées de phase sont différenciées successivement entre récepteurs et satellites. La première différenciation élimine l'effet d'une éventuelle erreur de l'horloge du satellite. La seconde agit de même pour celle du récepteur. De plus, pour des portées n'excédant pas quelques dizaines de km, les effets de la réfraction sont fortement réduits. Le procédé est analogue à celui qui consiste à considérer des mesures d'angles plutôt que des mesures de directions : l'inconnue d'orientation disparaît mais le nombre d'observations diminue également de 1. De plus, les angles obtenus par différenciation des mesures de directions sont statistiquement corrélés. Dans le cas de mesures GPS, la procédure se justifie pleinement car elle permet d'éliminer un nombre important de paramètres inintéressants : pour un segment (2 récepteurs) et 5 satellites, le nombre d'observations est réduit de 10 (2×5) à 4 (1×4) et le nombre de paramètres diminue également de 6. Ceci se répète à chaque époque et une telle réduction du nombre d'inconnues mérite largement la prise en compte d'une matrice des poids des observations non diagonale.

Les observations sont donc des doubles différences de variations de distance. Les inconnues sont les coordonnées d'un point et les doubles différences des a.d.c.

Tous les autres biais ont été éliminés. Le système conduit en principe à des solutions très voisines de nombres entiers pour les doubles différences des a.d.c. et chacune est arrondie à l'entier le plus proche. Il suffit alors de fixer arbitrairement la valeur d'une a.d.c. pour obtenir toutes les autres, comme il suffit de fixer une altitude dans un réseau de nivellement. Le système est alors recalculé avec les mêmes observations, les doubles différences des a.d.c. connues *a priori* et les coordonnées pour seules inconnues. L'approche choisie permet, sans complications notoires, de tenir pleinement compte des satellites qui apparaissent ou disparaissent au cours d'une session.

## Calcul des indicateurs

Les principales étapes de la procédure recommandée sont :

- à chaque époque d'observation, la matrice normale est calculée et cumulée
- le cumul est réalisé pour une durée fixe, déplacée au cours du temps. Les sessions peuvent donc se chevaucher
- à la fin d'une session, la matrice normale cumulée est inversée.

Pour chaque session, la matrice des cofacteurs ainsi obtenue est identique à celle qui résulterait d'un traitement simultané de toutes les observations. 2 sous-matrices revêtent une importance particulière : celles qui se rapportent aux coordonnées et aux a.d.c.

BDOP1 est *défini* comme la racine carrée de la trace de la sous-matrice des coordonnées (3×3) et indique la précision des coordonnées avant la résolution des a.d.c. BDOP2 est *défini* comme la racine carrée de la trace de la sous-matrice des a.d.c. (#sat-1×#sat-1) et indique la précision de la détermination des a.d.c.

La sous-matrice des coordonnées de la matrice normale cumulée (3×3) est isolée et inversée séparément. Cela revient à exclure les a.d.c. du groupe des inconnues. BDOP3 est *défini* comme la racine carrée de la trace de la sous-matrice des cofacteurs et indique la précision des coordonnées après résolution de toutes les a.d.c. Le choix de ces définitions est aisément justifié : la trace étant égale à la somme des carrés des demi-axes de l'ellipsoïde d'erreur moyenne, sa racine carrée équivaut au rayon de la sphère d'erreur moyenne.

## Référence mathématique

La matrice normale cumulée contient toutes les mesures effectuées au cours d'une session. Sa dimension est 3 plus le nombre de satellites moins 1. Les indices distinguent les coordonnées des biais.

$$N_{xx} = \begin{bmatrix} N_{cc} & N_{cb} \\ N_{bc} & N_{bb} \end{bmatrix}$$

La matrice des cofacteurs  $Q_{xx}$  est obtenue par inversion de  $N_{xx}$

$$Q_{xx} = \begin{bmatrix} Q_{cc} & Q_{cb} \\ Q_{bc} & Q_{bb} \end{bmatrix}$$

Les différents facteurs de dilution de précision sont définis :

$$BDOP1 = \sqrt{\text{trace} [Q_{cc}]}$$

$$BDOP2 = \sqrt{\text{trace} [Q_{bb}]}$$

$$BDOP3 = \sqrt{\text{trace} [N_{cc}^{-1}]}$$

La précision des résultats est le produit du facteur BDOP et de la précision des mesures. La valeur absolue des indicateurs n'est donc vraiment utile que lorsque les performances de l'équipement sont connues. Toutefois, la valeur relative des indicateurs permet de comparer des sessions indépendamment de l'équipement utilisé.

## Implémentation

Le logiciel de simulation/prédiction nommé «PREDICT», principalement développé par C. Rizos, permet de produire des diagrammes de visibilité des satellites et des indicateurs de précision classiques. Les orbites sont générées à partir soit d'un enregistrement des éphémérides émises par les satellites GPS, soit d'éléments képlériens arbitraires (p.ex. orbites futures). Les algorithmes présentés ci-dessus ont été développés et intégrés par l'auteur dans «PREDICT».

## Caractéristiques des indicateurs

L'analyse de plusieurs situations montre que les comportements de BDOP1 et BDOP2 sont très semblables. Cela peut s'exprimer de façon décevante, quoique logique : «les ambiguïtés de cycles ne peuvent être aisément résolues que lorsque les coordonnées sont si bonnes avant leur résolution qu'on pourrait presque se passer de les résoudre». Il faut noter que l'intérêt de BDOP2 se trouve limité par le fait qu'il dépend de la stratégie adoptée pour la fixation des a.d.c. En revanche, BDOP1

et 3 sont indépendants d'une telle stratégie. Ils peuvent être définis de façon univoque et se prêtent à un usage généralisé.

## Usage des indicateurs

L'évaluation d'une session se base sur les indicateurs BDOP1 et 3. Ce dernier correspond à une accumulation de PDOP au cours de la session et représente la précision de la solution finale. Toutefois, une valeur optimale de BDOP3 est sans objet si BDOP1 est si défavorable qu'une résolution des a.d.c. s'annonce improbable. Les deux indicateurs atteignent rarement un minimum simultanément, en raison des conditions différentes imposées à la géométrie des satellites. Il faut noter que BDOP1 ne nécessite pas une stricte optimisation, mais doit respecter un maximum. BDOP1 joue le rôle de la jauge d'essence d'une automobile: plus d'essence n'aide pas à aller plus vite, mais il faut en avoir assez pour atteindre le but.

## Exemple

Afin de préciser l'emploi de GPS pour le contrôle des mouvements de l'écorce terrestre en Nouvelle Zélande, fréquemment soumise à des séismes, la contamination des coordonnées par diverses erreurs systématiques est examinée par D. Grant. On considère un réseau de 5 stations réceptrices, séparées par des distances de 7,2 à 131,6 km. Les coordonnées géographiques du centre du réseau sont: latitude  $-41,30^\circ$ , longitude  $174,75^\circ$ . L'étude est basée sur l'utilisation de la constellation future de 18 satellites. Seuls les satellites dont l'angle d'élévation excède  $15^\circ$  sont observés. Le nombre de satellites visibles à chaque instant varie entre 4 et 6. La latitude considérée étant – en valeur absolue – comparable à celle de la Suisse, les résultats demeurent représentatifs.

La géométrie des satellites varie selon un cycle de 11 h 58 min. Seules 12 h sont donc considérées ici. Les facteurs BDOP1 et 3 ont été calculés pour des durées d'observation de 30, 60 et 120 min. La figure 2 présente PDOP et BDOP3 pour les diverses durées. En abscisse, le temps indique le milieu de la session considérée. La valeur de BDOP3 est constamment faible. Les maxima de l'indicateur instantané PDOP sont rapidement amortis lorsque plusieurs époques de mesure sont accumulées. L'amélioration de BDOP3 avec une extension de la session est modeste. Autrement dit: si les a.d.c. sont résolues, la qualité de la solution ne dépend que faiblement de l'heure et de la durée des observations. Encore faut-il les résoudre et l'inspection de la géométrie avant la résolution des a.d.c. présente un tout autre aspect. La figure 3 montre tout d'abord l'importance des variations de BDOP1 au

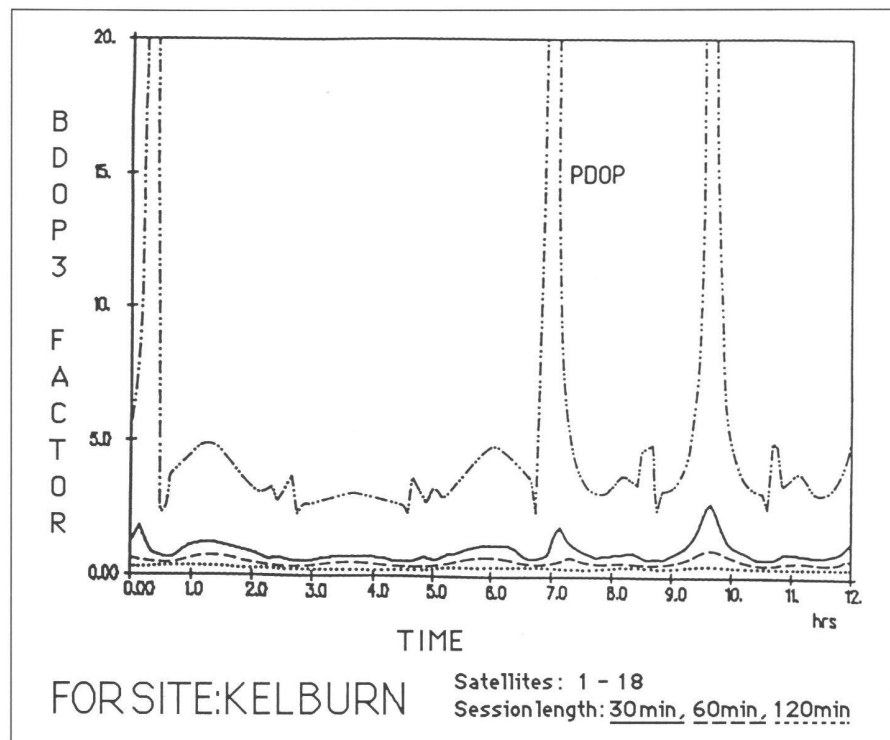


Fig. 2: PDOP (instanté) et BDOP3, sessions de 30, 60 et 120 min.

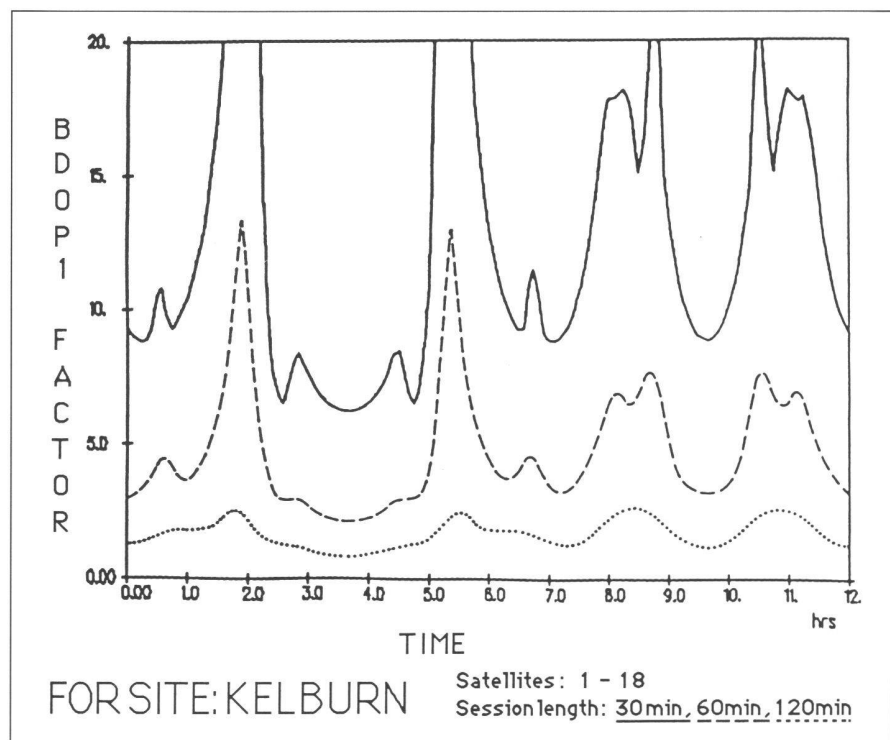


Fig. 3: BDOP1, sessions de 30, 60 et 120 min.

cours du temps. Celles-ci peuvent surprendre, surtout pour une constellation de 18 satellites et des sessions de 2 h. En comparant avec la figure 2, il apparaît clairement que le principe communément admis qu'un faible facteur PDOP indique une géométrie favorable également pour les mesures de phases s'avère plus souvent faux que vrai. Les maximums de BDOP1

sont souvent atteints lorsque les valeurs de PDOP sont favorables. D'autre part, BDOP1 diminue fortement lorsque la session est prolongée. Il faut noter aussi que certaines sessions de 30 min sont plus favorables que d'autres de 60 min. La différence entre une bonne et une mauvaise session est donc essentiellement liée à la valeur de BDOP1.

# Partie rédactionnelle

## Confirmation

2 sessions de 2 h ont été sélectionnées sur la base de BDOP1:

session A: 7h30 à 9h30

BDOP1 = 2,61, PDOP généralement <5

session B: 8h30 à 10h30

BDOP1 = 1,37, PDOP généralement >5

Les 2 sessions se chevauchent d'une heure. Jusqu'ici, seule la propagation de l'erreur moyenne des mesures fut analysée. Si la modélisation des observations est défectueuse, les coordonnées sont faussées, sans pour autant que leur précision (interne) ne soit affectée. Afin d'évaluer l'effet d'erreurs systématiques, le modèle stochastique est défini par:

- Précision:** les mesures de phases sont effectuées toutes les 2 min et leur erreur moyenne est de 1 cm.
- Orbites:** on admet une incertitude de 20 m pour les éphémérides initiales, respectivement 6, 6 et 18 m dans les sens radial, transversal et tangentiel.
- Troposphère:** l'écart-type du résidu non modélisé de la réfraction s'élève à 2% de la réfraction troposphérique totale (soit 2% de 2,1 m = 4,2 cm au zénith) et la distance de corrélation est de 20 km (la corrélation moyenne du résidu troposphérique pour 2 stations distantes de 20 km est de  $1/e \approx 0,37$ ).

En utilisant les techniques de l'analyse de variance, un budget des erreurs de position est établi (racine de la somme des carrés des erreurs moyennes pour chacune des trois composantes, erreur RSS en m):

Diverses constatations s'imposent:

- l'incertitude sur les coordonnées liée à la disposition géométrique des satellites est indépendante de la longueur et de l'orientation des segments, pour autant bien sûr que les satellites puissent être observés simultanément depuis les 2 stations.

Session	Distance	BDOP1	Précision	Orbites	Tropo	Total
A	7,2 km	2,61	0,036	0,020	0,145	0,151
B	7,2 km	1,37	0,018	0,013	0,082	0,085
A	131,6 km	2,61	0,036	0,282	0,402	0,492
B	131,6 km	1,37	0,018	0,215	0,229	0,314

– l'effet des erreurs systématiques est largement prédominant dans le budget, même si les valeurs obtenues pour la troposphère semblent élevées, par rapport aux résultats couramment obtenus en pratique. En particulier, la distance de corrélation de 20 km pourrait être trop pessimiste.

– à l'amélioration de la précision s'ajoute une plus grande résistance aux erreurs systématiques.

Ces résultats constituent un contrôle indépendant, confirmant l'intérêt de BDOP1 comme indicateur de précision.

## Conclusion

La variété des configurations de satellites utilisées en pratique est énorme. L'analyse de quelques géométries caractéristiques peut conduire à la formulation de certaines règles. Cependant, de nombreux paramètres peuvent changer tels que la position géographique du réseau, le nombre de canaux de réception disponibles, le nombre, la santé et même les orbites des satellites (au bon vouloir du Département de la Défense des Etats-Unis). La meilleure approche consiste à calculer les facteurs BDOP lors de la planification des mesures. Les expériences conduites à la School of Surveying, University of New South Wales, montrent qu'il suffit pour cela d'inclure les algorithmes appropriés dans le logiciel de préparation. Tout logiciel capable de produire les indicateurs de précision classiques – c'est le cas de tous les principaux logiciels commerciaux – peut aisément être adapté. L'usage des indicateurs de précision développés spécifiquement pour les mesures de phases conduit

au choix optimal de l'heure et de la durée des sessions d'observation, favorisant ainsi un usage économique du système GPS.

## Remerciements

L'assistance et les conseils de C. Rizos et D. Grant ont été précieux tout au long de ces investigations. Ma reconnaissance va également au Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique pour le financement de ces études.

## Références:

- Grant D.B. (1988): Combination of terrestrial and GPS data in earth deformation studies in New Zealand. PhD thesis in prep. University of New South Wales.
- Merminod B. (1988): The Resolution of the Cycle Ambiguities, Report to the Swiss Science Foundation.
- Norton T. (1987): Monitoring the Precision of Relative GPS Positioning. Proceedings of the Centenary GPS Conference, Department of Land Information, Royal Melbourne Institute of Technology.
- Rizos C. (1986): Fortran Program «PRE-DICT», University of New South Wales.
- Wells D. (1985): Wiget A.A. (trad.): GPS-Terminologie. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik 8/87, pp. 307–314.

Adresse de l'auteur:

Bertrand Merminod  
School of Surveying  
University of New South Wales  
P.O. Box 1  
Kensington, NSW 2033, Australia