Zeitschrift: Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

Band: 86 (1988)

Heft: 7: Prof. Rudolf Conzett in memoriam

Artikel: Betrachtungen zu einem computer-freundlichen Ausgleichungsmodell

Autor: Schmid, H.H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-233777

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

rungsverfahren mit operativen Satelliten Anwendung finden. Der Anteil der klassischen Verfahren kann derzeit mit etwa 80 v. H. angegeben werden; er wird jedoch etwa um die Hälfte abnehmen, wenn die Positionierungsverfahren mit Satelliten ihre volle Bewährung erbracht haben. Bis dahin ist eine gewisse Zurückhaltung gegen Verfahren angebracht, bei welchen zur Bestimmung benachbarter Parameter (z.B. Strekken) komplizierte Messungen nach vielfach weiter entfernten Satelliten sowie komplizierte Computerprogramme die einfache terrestrische Messung ersetzen.

g) Für die extraterrestrische Vermessung kommen ausschliesslich Verfahren mit Satelliten in Frage. Die klassischen Verfahren der Astronomie führen zu wesentlich ungenaueren und unvollständigeren Ergebnissen und können als überholt angesehen werden.

3. Die Ausführungen des vorigen Abschnittes zeigen, dass die klassischen Verfahren auch im Zeitalter der Satelliten und Inertialsysteme gebraucht werden und ihre Berechtigung haben. Theodolite, Tachymeter und Analoggeräte der Photogrammetrie werden noch lange Zeit ihren Platz in den technischen Büros haben und nicht ein museales Dasein in Abstellkammern führen.
Die vorliegenden und absehbaren Aufgaben der Geodäsie können nur durch eine kombinierte Anwendung klassischer und neuzeitlicher Verfahren gelöst werden. Die klassischen Verfahren müssen daher auch in Zukunft an den Fach- und Hochschulen gelehrt werden. Ämter und Büros sowie wissenschaftliche Institute werden die Verfahren und die darin entwickelte Methodik und Ethik noch lange Zeit brauchen. In Konfliktsituationen kann diesen die Aufgabe zufallen, eine beschränkte geodätische Information bereitzustellen.

4. Durch die neuzeitlichen Verfahren wird die Leistungsfähigkeit der Geodäsie wesentlich erhöht. Sie kann daher für Nachbardisziplinen wesentlich umfangreichere und vollständigere Aussagen zur Verfügung stellen als in der klassischen Zeit. Sie muss jedoch bemüht sein, ihre bisherige Berufsethik zu erhalten und trotz der Vielzahl der Messdaten sowie komplizierter Modelle und Computersystemen mit enormer Leistungsfähigkeit nur mehrfach kontrollierte Daten zu liefern, die nach menschlichem Ermessen richtig sind. Denn die Geodäsie würde das ihr in jahrhundertelanger Tätigkeit erworbene Vertrauen als Notar der Erde und damit ihre wichtigste Existenzgrundlage verlieren, wenn sie von diesem Prinzip abweichen würde.

Literatur:

Rinner, K.: Festrede aus Anlass der Emeritierung von o. Prof. DDipl.-Ing. Dr. techn. Fritz Löschner. Veröfftl. d. geod. Inst. d. Rhein.-Westfäl. TH Aachen, Nr. 23/1978, S. 1–15.

Rinner, K.: Entwicklungstendenzen in der geodätischen Forschung, Praxis und Ausbildung. Wissen. Arbeiten d. Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, 1981, S. 9–17.

Adresse des Verfassers:
Prof. DDr. Karl Rinner
Hart 85
A-8101 Gratkorn

Betrachtungen zu einem computer-freundlichen Ausgleichungsmodell

H. H. Schmid

Ehe es elektronische Rechengeräte gab, wurde die ausgleichstechnische Datenbehandlung mit Hilfe einer Anzahl nebeneinander existierender Algorithmen ausgeführt. Vor allem im Hinblick auf rechenökonomische Überlegungen unterschied man dabei zwischen bedingter und vermittelnder Ausgleichung und dem Helmertschen Anfelderungsverfahren.
Erst die Kapazität des elektronischen Rechners ermöglichte es, einen universellen Ausgleichsalgorithmus aufzustellen, der es gestattet, nicht nur grosse Datenmengen in einem Guss auszugleichen, sondern der es auch erlaubt, verschiedenartige Messgrössen (sogenannte Pseudomessungen eingeschlossen) statistisch korrekt in einer Gesamtausgleichung zu vereinen.
Einige der wesentlichsten Gesichtspunkte dafür werden erwähnt. Zur Aufstellung entsprechender Software wurden in den Artrikeln [1] und vor allem [3] mathematische Ausdrücke angegeben.
Für den praktischen Einsatz eines computerfreundlichen Ausgleichsmodells verlangt man heute überdies die Möglichkeit, eine interaktive Bearbeitung im timesharing Konzept durchzuführen.
Der unlängst verstorbene Kollege Rudolf Conzett hat sich, wie mehrere Abhandlungen aus seiner Feder belegen, mit dieser Problematik eingehend beschäftigt. In diesem Artikel wurde seine in [2] angeführte Arbeit besonders genutzt.

Avant l'existence des machines à calculer électroniques, les calculs de compensation étaient traités selon un grand nombre d'algorithmes différents. Pour diminuer avant tout le volume des calculs, on distinguait alors entre compensation conditionnelle ou médiate et l'ajustement d'un réseau selon Helmert.

Bei der Einteilung der Ausgleichsmethoden, wie sie in den Inhaltsgliederungen früherer Lehrbücher oft zum Ausdruck kommt, werden grundsätzlich drei Ausgleichungsverfahren genannt. Man unterscheidet dabei zwischen der bedingten Ausgleichung, der vermittelnden Ausgleichung und der Methode der Anfelderung.
Während der Periode der mehr oder minder klassischen Rechenmittel wurde die Wahl des Ausgleichungsmodells vor allem von rechen-ökonomischen Überlegungen beeinflusst. Aus dieser Tatsache heraus erklärt sich – zumindest bei der Berechnung geodätischer Netze – die damalige Bevorzugung der bedingten – gegenüber der vermittelnden Ausgleichung. Ähnlich muss man im Bereiche der Anfelderungsverfahren der Helmert-Lösung besonders ins Auge fallende Rechenökonomie zugestehen.
Die aus praktischer Sicht verständliche Auswahl des Ausgleichsmodells in bezug auf den Kostenaufwand der Berechnungen erschwert jedoch mitunter die Interpretation sowohl der quantitativen als auch der qualitativen Ergebnisse, abgesehen von der Tatsache, dass dabei gewisse komplexere Ausgleichsaufgaben nur mühsam lösbar sind.
Ein grundsätzlicher Mangel bei der Anwendung der unterschiedlichen Ausgleichungsalgorithmen ist meiner Meinung nach in dem «Nebeneinander» ihrer Exi-

Partie rédactionnelle

Depuis lors, la capacité des ordinateurs a permis de concevoir un algorithme de compensation universel permettant, non seulement de traiter en un seul calcul de grandes quantités de données, mais aussi de réunir dans une compensation globale statistiquement correcte, différents types de mesures (y compris des pseudo-mesures).
Quelques-uns des aspects principaux de ces développements sont présentés. Les expressions mathématiques pour l'élaboration des logiciels sont données dans les articles [1] et surtout [3].
La mise en œuvre pratique d'un modèle de compensation convivial exige encore la possibilité de travailler de façon interactive et en temps partagé.
Notre collègue, Rudolf Conzett, récemment décédé, s'est beaucoup préoccupé de cette problématique comme en témoignent ses nombreuses contributions sur le sujet. Son travail [2] a été plus particulièrement utilisé pour cet article.

stenz zu sehen. Zur Beurteilung dieser Ansicht muss man sich die Tatsache vergegenwärtigen, dass beim Vorhandensein von normal verteiltem Rauschen – Gauss-'sche Verteilung der zu berechnenden Verbesserungen – von der Theorie her nur *ein* statistisches Prinzip besteht, nämlich die als Nebenbedingung zu erfüllende wohlbekannte Forderung, die Summe der gewichteten Quadrate aller Verbesserungen zu einem Minimum zu machen. Zum anderen handelt es sich bei jedem zur Anwendung kommenden Ausgleichsmodell immer um die Behandlung von spezifischen Daten im Zusammenhang mit den ihnen zugeordneten Varianz-Kovarianz-Matrizen.
Folglich muss die Verträglichkeit der Ergebnisse, wie sie aus den verschiedenen Ausgleichsmethoden hervorgehen, gewährleistet sein. In anderen Worten: Die quantitativen wie auch qualitativen Resultate, wie sie sich bei der Anwendung der anfangs erwähnten Ausgleichungsverfahren ergeben, müssen sich als Teilergebnisse eines gemeinsamen Lösungsprozesses darstellen lassen. Damit ist gesagt, dass zwischen den individuellen Lösungen der verschiedenen Ausgleichsarten mathematisch ausdrückbare Beziehungen bestehen müssen. Somit kann man den Schluss ziehen, dass es möglich sein muss, die Ergebnisse der spezifischen Ausgleichslösungen aus einem verallgemeinerten, algebraisch formulierbaren Ausgleichsverfahren zu erhalten.
Zunächst sollen nun einige Bemerkungen über die Rolle des Computers bei der Ausgleichsrechnung gemacht werden. Ausgehend von der trivialen Feststellung, dass die anfängliche Entwicklung des Computers vor allem die Automation aufwendiger Rechenabläufe als Ziel hatte, erscheint die Verwendung des Computers bei der Lösung von Ausgleichsproblemen von vornherein sinnvoll. Die während der Computer-Entwicklung auftretende Paarung von Automation der Rechenvorgänge mit Rechenkostenersparnis unterstützt die positive Beurteilung des Computers für derartige Einsätze. Die Wirksamkeit des Computers bezüglich der Entwicklung auf dem Hardware-Sektor blieb so lange primär auf die Ökonomie der Berechnungen beschränkt, als software-seitig nur mehr oder minder konventionelle Rechenabläufe programmiert wurden. Man kann dabei wohl grössere Datenmengen ökonomisch verarbeiten, die Philosophie des Auswerteverfahrens bleibt aber im wesentlichen unverändert.
Parallel mit der Computer-Entwicklung wurde die sogenannte high-technology gefördert. Auf dem Gebiete der «Messverfahren» entstanden vor allem mit der elektro-optischen Kapazität nicht nur Messgeräte mit gesteigerter Genauigkeitsleistung, sondern es ergab sich die Möglichkeit, aufgrund zusätzlicher physikalischer Messmethoden weitere Messdaten zu gewinnen, die zusammen mit den herkömmlichen Messungen der Bestimmung spezifischer Unbekannten und deren Genauigkeitsmasse dienen sollen.
Die Technik der Ausgleichungsrechnung musste folglich dem Trend zur Interdisziplinarität auf dem Gebiete der Messdaten gerecht werden.
In einer Verallgemeinerung des klassischen Auswerteproblems war schon zuvor der statistisch korrekte Einbezug von überschüssiger Stützinformation unter Berücksichtigung der dazu gehörigen Varianz-Kovarianz-Matrizen behandelt worden. [1] Der Einbezug solcher bisweilen als «Pseudomessungen» benannter Information gehört ebenfalls zum Problem der Öffnung der Ausgleichungsmethodik zur interdisziplinaren Messdatenverarbeitung.
In bezug auf das anzuwendende Rechenverfahren hält man heute die interaktive Durchführung solcher Berechnungen als besonders zweckvoll. Dabei ergibt sich aber in der Praxis der Ausgleichsrechnung eine nicht unwesentliche Schwierigkeit. Ausgelöst wird das Problem durch die nur begrenzt mögliche Simulierungsstrenge in den zur Anwendung kommenden algebraischen Ausdrücken, vor allem in bezug auf die physikalischen Gegebenheiten. Einmal entspricht das Rauschen (Messfehler) aufgrund von systematischen Fehlern der Messdaten nur annäherungsweise der statistischen Idealvorstellung in bezug auf Normalverteilung. Zum anderen sind die mathematischen Modelle, die den Zusammenhang zwischen Messdaten und zu bestimmenden Parametern herstellen, oft nicht genügend genau verträglich mit den geometrischen-physikalischen Eigenschaften der Messanordnungen.
Da typisch diese Störeinflüsse nicht im üblichen Sinne prgrammierbar sind, bedarf die Wirksamkeit der Computer-Automation einer Stützung.
In [2] wird von R. Conzett als eine zweckmässige Massnahme die interaktive Bearbeitung im Time-sharing Betrieb genannt. Kennzeichnend für die entsprechende Zielsetzung schreibt er im Abschnitt 2.3 seines Betrages: «...der Bearbeiter bleibt dauernd in Verbindung mit dem System und mit der zu lösenden Aufgabe. Er kann laufend Daten einführen und, je nach Datensituation, Entscheide treffen, d.h. den Ablauf (der Berechnungen) steuern.»
Damit wird gesagt, dass – zumindest im Prinzip – gewisse Massnahmen seitens des Bearbeiters es ermöglichen, die Endlösung durch einen spezifischen Berechnungsablauf an eine bestimmte Datensituation anzupassen. Die zugegebenerweise logischen Grundlagen für solche Entscheidungen sind jedoch zuweilen sehr sophistiziert, so dass eine Programmierung im Sinne derzeitiger Computer-Technik unbefriedigend ist. Folglich sollten diese Entscheidungen zur Zeit den Kenntnissen und der Erfahrung des Bearbeiters überlassen bleiben. Natürlich bietet sich dabei weiterhin der Einsatz des Computers für alle jene Berechnungsschritte an, die sich für einen automatisierten Rechenablauf eignen und in denen meistens erhebliche Datenmengen zu verarbeiten sind.
Eine für die Ausgleichungstechnik geeignete computergestützte Datenverarbeitung kann demnach von Zwischenresultaten profitieren, die es dem Bearbeiter ermöglichen, Entscheidungen während des Rechenablaufes zu treffen.
Hier soll nun in Anbetracht der eingangs erwähnten verschiedenen Ausgleichsarten die Möglichkeit aufgezeigt werden, einen Lösungsweg zu formulieren, der auf algebraischer Basis eine Verbindung zwischen den spezifischen Datenverarbeitungsmodellen aufzeigt und es gestattet, Zwischenresultate zu berechnen, aufgrund derer man erwarten kann, dass vom Bearbeiter eine Steuerung des Rechenablaufes vorgenommen werden kann.

Wenn Messdaten vorliegen, die sich aus den geometrisch fundierten Begriffen «Richtungen und Entfernungen» bzw. den Differenzen solcher Werte herleiten lassen, aber auch solche, die physikalisch verankert sind wie «Schwerewerte», gilt allgemein, dass die mathematischen Modelle der entsprechenden Messanordnungen, d.h. die algebraische Darstellung der Funktionen zwischen derartigen Messgrössen und den zu bestimmenden Parametern, relativ einfach aufgestellt werden

können, jedenfalls verglichen zu der Bildung von Gleichungen, auf denen eine entsprechende bedingte Ausgleichung beruht. In manchen Fällen – wie z.B. im mathematischen Modell der Kollinearität der photogrammetrischen Triangulation – ist eine Formulierung von Bedingungsgleichungen zwischen gewissen Gruppen der Messgrössen (Bildkoordinaten) kaum möglich.

Simuliert man also die Messanordnung durch algebraische Ausdrücke, die als sogenannte Beobachtungsgleichungen im Grunde genommen die Vorstufe einer vermittelnden Ausgleichung sind, so kann man gemäss der entsprechenden Rechenvorschriften ein Gleichungssystem aufstellen, in dem als zu bestimmende Parameter u.a. die Verbesserungen der Messgrössen sowie die Unbekannten und sog. Korrelaten auftreten. Charakteristisch ist, dass vor allem die üblichen Messgrössen vom Informationsinhalt her in bezug auf einen Bezugsrahmen invariant sind. Somit fehlt dem aufgestellten Gleichungssystem ein quantitativ bestimmbares Bezugssystem. Das erhaltene Gleichungssystem ist folglich meist singular, was dadurch zum Ausdruck kommt, dass es einen Defekt von bestimmtem Rang aufweist.

Die Singularität kann man mit eindeutiger Defektelimination beseitigen. Man führt die dazu nötige Stützinformation durch zusätzliche Bereitstellung einer entsprechenden Anzahl von Unbekannten im Sinne von Pseudomessungen ein, denen man eine unendlich kleine Varianz-Kovarianz-Matriz zuordnet. Damit wird das System invertierbar. Die Benutzung von grundsätzlich willkürlich auswählbaren Stützwerten ist gleichbedeutend mit der Festlegung eines willkürlichen Bezugsrahmens.

Aufgrund der fehlerfrei angenommenen Stützwerte ist auch das entsprechende Bezugssystem als fehlerfrei aber – um zu wiederholen – willkürlich zu betrachten.

Die aus der Invertierung erhaltene Lösung bezieht sich auf diesen nunmehr eingeführten Bezugsrahmen. Aufgrund der angenommenen Fehlerfreiheit der Stützwerte müssen die Verbesserungen dieser Werte alle gleich Null sein. Es wird also kein zusätzliches Rauschen durch den Prozess der eindeutigen Defektbeseitigung eingeführt. Die sich ergebenden Verbesserungen für die ursprünglichen Messgrössen resultieren ausschliesslich aus dem im Gleichungssystem des freien Netzes enthaltenen Rauschen. Diese Verbesserungen entsprechen somit Werten, wie sie sich auch aus einer bedingten Ausgleichung ergeben würden.

Erwähnt soll werden, dass die Funktion(en) der Messanordnung(en) oft von Haus aus *nicht* linear sind. Für die Linearisierung dieser Ausdrücke wird, wie üblich, die Bereitstellung von genügend genauen Annäherungswerten für die zu berechnenden Unbekannten nötig. Die zuweilen nicht einfache Beschaffung von Annäherungswerten ist aber nicht nur für die Berechnung der hier diskutierten Zwischenlösung von Bedeutung, sondern muss unter solchen Umständen als eine unumgehbare Forderung einer jeden Gesamtausgleichung angesehen werden.

Die Angabe des Ranges des Defekts des singularen Systems ist einfach, wenn die im Gleichungssystem des freien Netzes enthaltene Information für die Bestimmung bzw. – wie eigentlich typisch bei Messaufgaben – Überbestimmung der inneren Struktur (inneren Geometrie) der Messanordnung ausreicht. Ist die Anzahl der Messungen für diese Aufgabe unzureichend, verlangt die Rangfestlegung und die entsprechende Stützwertverteilung von dem Bearbeiter problem-spezifische Entscheidungen.

Abgesehen von dem Ausnahmefall, dass die Zwischenlösung bereits als Endlösung angesehen werden kann, muss das Resultat der Zwischenlösung nun mit der entsprechenden Stützinformation in Verbindung gebracht werden. Im Grunde genommen handelt es sich dabei um eine Lagerung der Zwischenlösung in bezug auf den Bezugsrahmen der Stützwerte.

Rein mathematisch betrachtet wird eine derartige Lagerung durch eine eventuell mit Massstabsfaktor versehene Koordinatentransformation der Resultate der Zwischenlösung erhalten. Es müssen also entsprechende Transformationsparameter bestimmt werden.

Entweder aus prinzipiellen Gründen, jedenfalls aber immer aus statistischen Erwägungen heraus, können die Resultate der Zwischenlösung – abgesehen von eindeutig zugeordneten Informationspaketen – nie streng durch eine orthogonale Koordinatentransformation (auch mit Massstabsfaktor) in die entsprechenden Stützwerte überführt werden. Um einen spezifischen Satz von Transformationsparametern festzulegen, ist es also nötig, eine Nebenbedingung einzuführen.

Die Aussage dieser Nebenbedingung charakterisiert die spezifische Endlösung.

Bei einer vermittelnden Ausgleichung sind die Transformationsparameter in Übereinstimmung mit einer Nebenbedingung zu berechnen, die verlangt, dass die Summe der Quadrate der gewichteten Verbesserungen an den Ergebnissen der Zwischenlösung zusammen mit den Quadraten der gewichteten Verbesserungen an den Stützwerten zu einem Minimum gemacht wird. Bei der Anfelderungslösung sind die Transformationsparameter im Einklang mit einer grundsätzlich willkürlichen Nebenbedingung zu bestimmen, die sich auf die Restklaffungen zwischen den Werten der Endlösung und den Stützwerten bezieht. (Bei der Helmertanfelderung gilt, dass die Endlösung verändert um die Restklaffungen gleich sein muss den Einpasswerten und die Quadratsumme der Restklaffungen so klein als möglich sein soll.) Da die für die Anfelderungslösung gewählte Nebenbedingung sich auf die a priori angenommene Verschiedenheit der inneren Strukturen der Zwischenlösung und der Stützwertanordnung bezieht, hat die Endlösung einer Anfelderung weder im quantitativen noch qualitativen Sinne Anspruch auf eine konventionelle Interpretation der Ergebnisse. Alle Resultate hängen von der gewählten Nebenbedingung ab. Man könnte unter anderen z.B. als Nebenbedingung die Forderung einführen, dass der grösste gewichtete Klaffungsvektor so klein als möglich sein soll. Die resultierenden Transformationsparameter und damit die Endlösung wären quantitativ und qualitativ verschieden von der zuvor erwähnten Lösung, und die den Resultaten zugeordnete Inverse sollte – wie auch bei der Helmertanfelderung – nicht im Sinne einer konventionellen statistischen Aussage aufgefasst werden.

Die hier geschilderte Mehrschritt-Datenverarbeitung ist eine Möglichkeit, die zu Anfang erwähnten Ausgleichsmodelle in einer kombinierten Lösung zusammenzufügen. Das Problem wurde in [3] formelmässig behandelt. Es ist ein Lösungsweg, der sich beim Einsatz eines interaktiven Bearbeiters für eine entsprechende Computer-anwendung eignen mag.

Mein ehem. Kollege Prof. R. Conzett hat sich vor allem während der Zeit seiner Betreuung des Lehrstuhles für Ausgleichungsrechnung und EDV-Problematik am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie an der ETHZ unter anderem auf diesem Fachgebiet betätigt. Mehrere Veröffentlichungen über die Anwendung von computergestützten Ausgleichsverfahren aus der Feder von Kollege Conzett weisen darauf hin.

Literatur:

[1] Schmid, H.: Ein allgemeiner Ausgleichsalgorithmus zur Auswertung von hybriden Messanordnungen. Bildmessung und Luftbildwesen, 33. Jahrgang, Heft 3 und 4 1965.

[2] Conzett, R.: Ist die bedingte Ausgleichung von Triangulationsnetzen überholt? Sonderheft «Vermessung Photogrammetrie Kulturtechnik», 9/85, Seite 299.

[3] Schmid, H.: Strenge Ausgleichung versus Anfelderung. Mitteilungen aus dem Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich, Nr. 42 1987.

Adresse des Verfassers:
Prof. em. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h.
Hellmut H. Schmid
Baermattweg 10
CH-3324 Hindelbank