Zeitschrift: Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

Band: 86 (1988)

Heft: 7: Prof. Rudolf Conzett in memoriam

Artikel: Abbildung der äusseren physischen Einflüsse auf die geometrische Lage- und Formänderung von natürlichen Objekten und Kunstbauten aller Art

Autor: Matthias, H.J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-233772

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Abbildung der äusseren physischen Einflüsse auf die geometrische Lage- und Formänderung von natürlichen Objekten und Kunstbauten aller Art

H. J. Matthias

Änderungen der Raumlage und Formänderung von Kunstbauten aller Art sind die Folge von Belastungen durch die Nutzung und durch die Umwelt; m.a.W. ist die Lage und Formänderung ein Abbild der Last- und Umweltfaktoren. In diesem Beitrag wird die Bedeutung dieser Abbildung diskutiert und ein Weg für deren funktionale und quantitative Bestimmung aufgezeigt.

Les déplacements et déformations de constructions de tous genres sont les conséquences des contraintes dues à leur propre affectation et à l'environnement. Ces déplacements et déformations sont donc l'image des éléments de charge et de ceux de l'environnement. Cet article a pour but d'argumenter sur la signification de cette relation et de proposer un cheminement permettant sa résolution fonctionelle et quantitative.

1. Einleitung

Im Rahmen der thematischen Gliederung der Aufgaben der Ingenieurvermessung haben Gelände-, Bauwerküberwachungs- und Beweissicherungsvermessungen einen hohen Stellenwert. Dazu gehören auch «klassische» geometrische Deformationsmessungen. Sie stehen im Kontext von Sicherheitsvorkehren für Leben und Gut, von technischen Grundlagenerhebungen für Projektierung und Schadenssanierung, von Ursachen- und Verursacheridentifikation sowie der nicht-streitigen oder streitigen finanziellen Regelung.
Zu oft, oder vielleicht gar immer, begnügt sich der Vermessungsfachmann damit, geometrische Raumlage- und Formänderungsvektoren zwischen zwei Messperioden zu berechnen. Dabei werden das Modell getestet, grobe Fehler gesucht, die Parameter optimiert und Vertrauensintervalle geschätzt.
Dann überlässt er die umfangreichen Tabellen und die auf grossen Plänen dargestellten kleinen Verschiebungsvektörchen seinen Auftraggebern. Diese entlassen ihn zwar mit Dank, in der Regel aber wenig Verständnis für all den Aufwand. Die Interpretation besorgen diese zumeist selber, und wenn die Resultate nicht spektakulär sind, fällt sie ja auch recht summarisch und kurz aus.
Hier wird mit dieser Arbeit eingehakt. Der Vermessungsfachmann wird aufgefordert, sich an der Interpretation der Resultate zu beteiligen und dafür neue Wege aufzuzeigen.

2. Die Aufgabenstellung

2.1 Bisher

In Abbildung 1 ist ein geometrisches Bauwerküberwachungsnetz schematisch dargestellt. Mit den geodätisch-geometrischen Netzbeobachtungen werden die Bezugspunkte BP des Bezugsraumes und die Objektpunkte OP des Objektes je untereinander und gegenseitig optimal, möglichst starr und redundant miteinander verbunden. Daraus werden die Komponenten des Veränderungsvektors **x** zwischen zwei Messperioden i und j optimal bestimmt und dafür Vertrauensintervalle geschätzt. Wenn es zweckmässig ist, kann der Lösungsvektor in Lageveränderungen innerhalb des Bezugsraumes und eigentliche Formänderungen des Objektes aufgespalten werden.[1)]

2.2 Die neue(n) zusätzliche(n) Aufgabe(n)

In Abbildung 2 ist die Aufgabenstellung in einen grösseren Zusammenhang gestellt.

2.2.1 Bestimmen der (Linear-)Transformation von Umwelt- und Lastfaktoren auf die Lage- und Formänderung

Umwelteinflüsse, natürliche und künstliche Belastungen und die Alterung bestimmen die reversiblen (elastischen) und irreversiblen (plastischen) Komponenten der Lage- und Formänderung von natürlichen und künstlichen Objekten. M.a.W. werden die Einflussfaktoren b auf die Komponenten des Lage- und Formveränderungsvektors abgebildet.

$$\underset{(u,1)}{\check{\mathbf{x}}} = \underset{(u,\beta)}{\Phi} \cdot \underset{(\beta,1)}{\mathbf{b}} \qquad (1)$$

Diese Abbildung ist zu bestimmen. Φ wird als geometrische Formmatrix bezeichnet. Für die Bestimmung der $u \times \beta$ Elemente φ von Φ sind genügend (skalare) Werte von Einflussfaktoren b sowie zugehörige geodätisch-geometrische Netzbeobachtungen erforderlich.

2.2.2 Bestimmen von geeigneten Einflussfaktoren

Dabei geht es ferner darum, sowohl eine zweckmässige Anzahl als auch geeignete, wirklichkeitsnahe Einflussfaktoren festzulegen, mit denen die Vorgänge bestmöglichst modelliert werden können. In den Abb. 3, 4, 5, 6 sind exemplarisch solche möglichen Einflussfaktoren dargestellt, wie sie für eine Erddamm-Stauanlage etwa in Frage kommen könnten. In der Regel können deren numerische Werte für einen bestimmten Zeitpunkt mit einer allen Anforderungen genügenden Genauigkeit ermittelt werden.
Natürlich kann sich hier, je nach Objekt, ein weitläufiges Gebiet von Abklärungen (Forschungen) ergeben. In Abbildung 3 wird z.B. mit b_S die Stauhöhenwirkung als Zeitintegral zwischen zwei Messperioden vorgeschlagen. Damit werden die Einflüsse sowohl der aktuellen Stauhöhe als auch deren zurückliegender Verlauf mit allfälligen Langzeitwirkungen erfasst. Anstelle davon wird in graphischen Darstellungen oft nur die aktuelle Stauhöhe beigezogen [1].

2.3 Die Abbildung $\{\mathbf{b}\} \rightarrow \{\mathbf{x}\}$ ist grundlegend

2.3.1

Die Abbildung $\{\mathbf{b}\} \rightarrow \{\mathbf{x}\}$ kann die Transformation $\{\mathbf{l}\} \rightarrow \{\mathbf{x}\}$ nicht ersetzen. Im Gegenteil; die beiden Abbildungen sind für die Praxis eng miteinander verknüpft.
Die Bestimmung des Vektors **l** ist für die Herleitung der Formmatrix Φ, siehe (1), notwendig. Natürlich muss auch der Vektor **b** der Einflussfaktoren ermittelt werden.

---

1) Verzeichnis der Bezeichnungen siehe Ziffer 3.

Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH-Hönggerberg, CH-8093 Zürich, Separata Nr. 131.

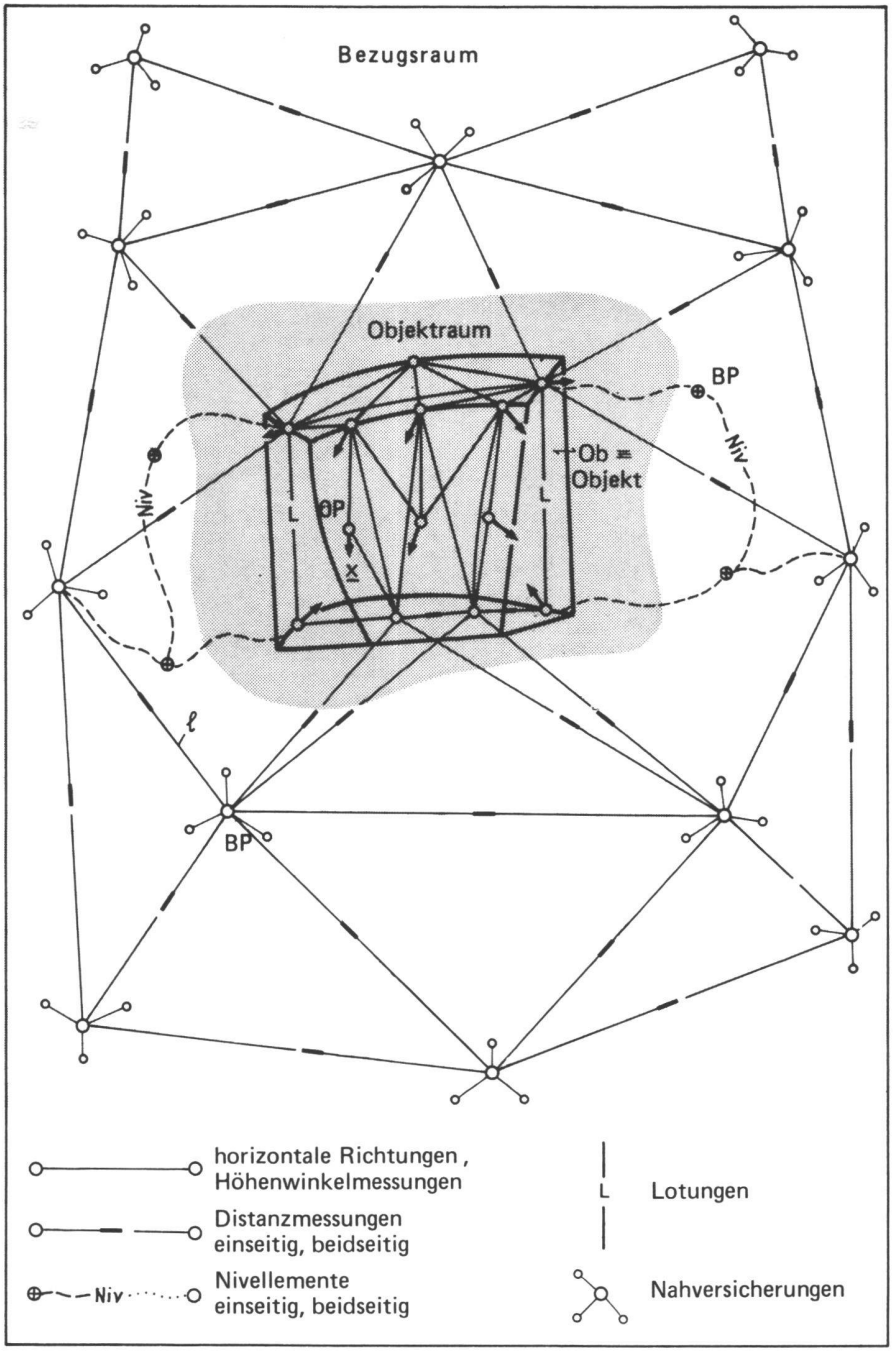

Abb. 1: Raumlage- und Formänderungsvermessung. Schematische Darstellung eines Netzaufbaus.

2.3.2
Die Abbildung $\{\mathbf{b}\} \rightarrow \{\mathbf{x}\}$ ist aber grundlegender. Einerseits beschreibt (modelliert) sie denjenigen Teil der Wirklichkeit, nach dem tatsächlich gefragt ist, nämlich die Ursachen der geometrisch direkt interessierenden Lage- und Formänderungen. Anderseits ist sie diejenige Abbildung, die die Beurteilung ermöglicht, ob sich das Lage- und Formverhalten des betrachteten Objektes im Rahmen der theoretischen Erwartungen und der daraus festgelegten Sicherheitslimiten bewegt.

Solche Teilüberprüfungen, allerdings graphischer Art, hat es natürlich schon immer gegeben [1].

2.3.3
Wenn sich im Verlauf der Zeit (ein Mal oder wiederholt) keine ausserordentlichen Entwicklungen abzeichnen, so können die Werte $\mathbf{b}^i$, $\mathbf{l}^i$ jedesmal wieder zur Verbesserung von Φ verwendet werden; siehe Abbildung 7.

3. Bezeichnungen

A	Designmatrix des geometrischen Messsystems
B	Last- und Umweltmatrix für m Messperioden
b	Last- und Umweltvektor
BP	Bezugspunkte
BR	Bezugsraum
b_N	Niederschlagsbilanz-Einflussfaktor
b_S	Stauhöhenpotential-Einflussfaktor
b_T	Wärmebilanz-Einflussfaktor
b_t	Alterungs-Einflussfaktor
β	Anzahl Einflussfaktoren
$(\beta,1)$	Dimension des Vektors **b**
C	Kovarianzmatrix
Def	Verformungsmatrix; Deformationsmatrix
E	Erwartungswert
i, j	Indizes; z.B. t^i, t^j, MP^i, MP^j obere Indizes für Kennzeichnung der Messperiode
l	Geodätisch-geometrische Netzbeobachtungen
MP	Messperiode
m	Anzahl Messperioden
N	Niederschlagsmenge
N_B	Bezugs-Niederschlagsmenge
NV	Nahversicherungen
(n,1)	Dimension des Vektors **l**
Ob	Objekt
OP	Objektpunkte
P	Gewichtsmatrix
π	Anzahl Messperioden, Lastfälle
Q	Kofaktorenmatrix
Rot	Rotationsmatrix zum Bezugszentrum Dimension (3,3)
ρ	Korrelationskoeffizient
S	Stauhöhe
S_B	Bezugs-Stauhöhe
σ	Standardabweichung
σ_O^2	Varianzfaktor, theoretischer Wert
$\hat{\sigma}_O^2$	Varianzfaktor, geschätzter Wert a posteriori
T	Temperatur
T_B	mittlere Temperatur, Bezugstemperatur
Trl	Translationsvektor
t	Zeit
(u,1)	Dimension des Vektors **x**
v	Verbesserungen
X	Raumlage- und Formänderungsvektor für m Messperioden
x	Lage- und Formänderungsvektor

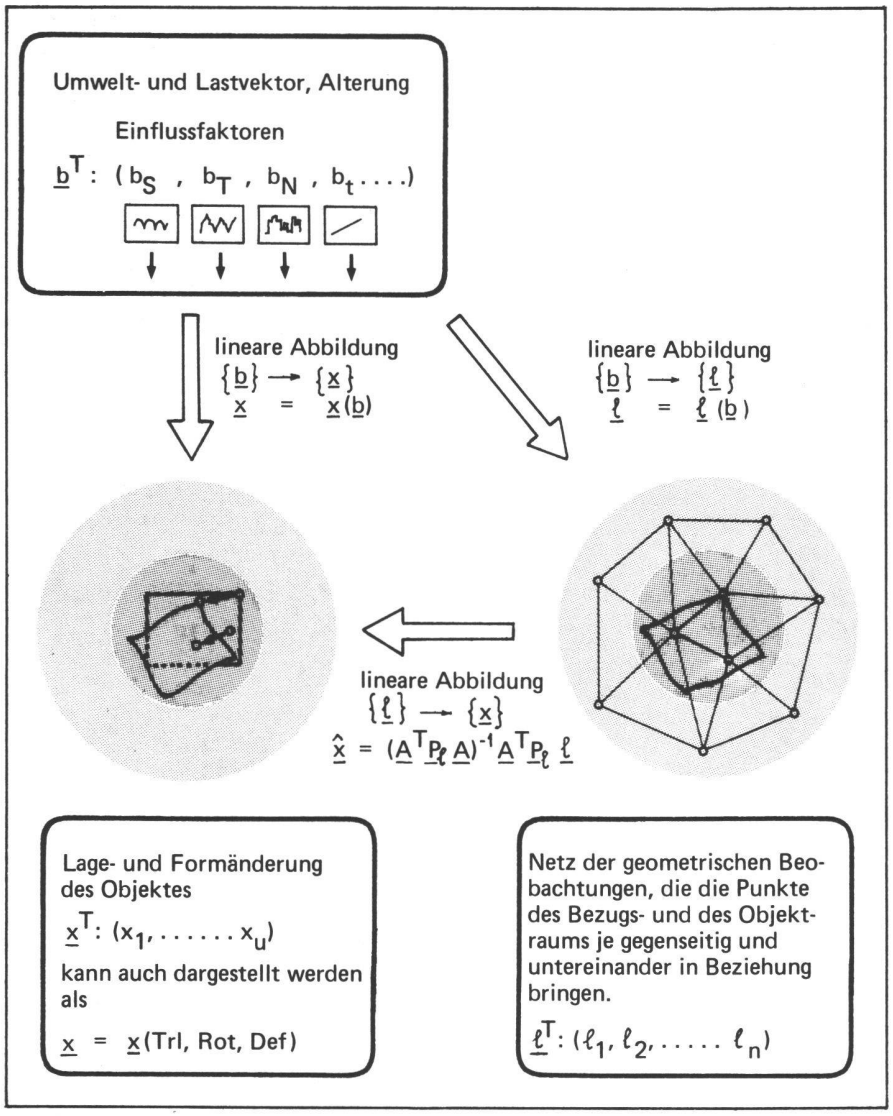

Abb. 2: Synoptisches Schema der Abbildungen bei der Bestimmung von Lage- und Formänderungen in der Ingenieurvermessung.

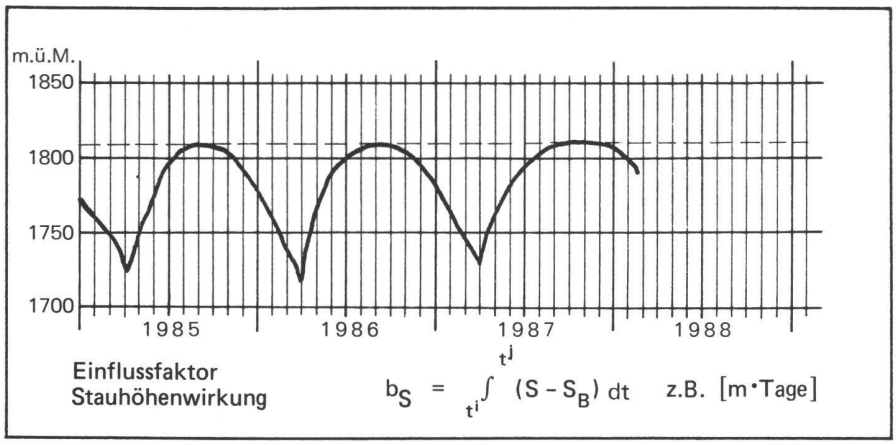

Abb. 3: Einflussfaktor Stauhöhenverlauf.

---

[2] Lage- (und Formänderungsvektor) mit Bezug auf die Gesamtheit aller BP des Bezugsraumes; siehe Fussnote [3]

[3] $\hat{\mathbf{x}}^i$: Resultat einer freien Netzausgleichung bei i-ter MP mit Ähnlichkeitstransformation auf das bereinigte Feld der BP evtl. mit «gewogener» Lagerung; z.B. in [2].

[4] Es wird auf Tensorenschreibweise verzichtet.

$\hat{\mathbf{x}}$	Schätzung aus geometrischen Messgrössen
$\check{\mathbf{x}}$	Berechnung aus Formmatrix und Einflussfaktoren
$\mathbf{\Phi}$	Geometrische Formmatrix des Objektes, Dimension (u,β)
φ	Elemente von $\mathbf{\Phi}$
$\mathbf{\Psi}$	Differentialoperator
{ }	Zusammenfassung von Elementen in eine Menge

4. Die Schätzung der geometrischen Formmatrix $\mathbf{\Phi}$

4.1 Gegeben

$$\hat{\mathbf{x}}^i = \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{l}^i) \qquad (2)$$

(u,1)

$\mathbf{l}$: (n,1)

$\mathbf{l}^i$: jeweils gemessen

i = 1 bis m

$\hat{\mathbf{x}}$: liegen für m Messperioden berechnet vor

Jeweilige Modelle für alle MP:

$\mathbf{l} + \mathbf{v}_l = \mathbf{A}\,\mathbf{x}$

$E(\mathbf{v}_l) = O$; $[\hat{\mathbf{x}}_{BP}] = 0$[3]

σ_O^2 ; $\mathbf{P}_l$; evtl. $\mathbf{Q}_{BP}$

4.2 Gesucht

$$\mathbf{\Phi}\ ;\ \mathbf{C}_{\Phi\Phi} \qquad (3)$$

(u,β)

$$\check{\mathbf{x}} = \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{b}$$

(u,1) (u,β) (β,1)

Abbildung mit der geometrischen Formmatrix $\mathbf{\Phi}$ mit linearem Gültigkeitsbereich in der Umgebung der Bezugswerte S_B, T_B, N_B etc. der Einflussfaktoren.

4.3 Funktionales Lösungsmodell[4]

$$\left.\begin{array}{l} \hat{\mathbf{X}} + \mathbf{v}_{\check{x}} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{\Phi} \\ (m{\cdot}u,1) \quad (m{\cdot}u,\, u{\cdot}\beta)\ (u{\cdot}\beta,1) \\ \mathbf{v}_{\check{x}} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{\Phi} - \hat{\mathbf{X}} \end{array}\right\} \qquad (4)$$

$$\hat{\mathbf{X}}^T : \{ (\hat{\mathbf{x}}^1)^T, (\hat{\mathbf{x}}^2)^T\, (\hat{\mathbf{x}}^i)^T \cdots (\hat{\mathbf{x}}^m)^T \} \qquad (5)$$

$(\hat{\mathbf{x}}^i)^T$: $(\hat{x}_1^i, \hat{x}_2^i \cdots\cdots \hat{x}_u^i)$

An und für sich sind auch diese letzten Komponenten nicht Skalare, sondern ihrerseits 3-D-Vektoren im geometrischen Bezugssystem.

$$\varphi^T : (\varphi_{11}, \varphi_{12} \ldots \varphi_{1\beta}; \varphi_{21}, \varphi_{22} \ldots \varphi_{2\beta}; \ldots; \ldots; \varphi_{u1}, \varphi_{u2}, \ldots \varphi_{u\beta}) \qquad (7)$$

(1, u·β)

Elemente der Formmatrix $\mathbf{\Phi}$

Anzahl lineare Gleichungen: m · u

Anzahl unbekannte Parameter: u · β

$$
\underset{(m\cdot u,\ u\cdot\beta)}{\underline{B}} :
\begin{array}{c|ccccc|}
\hline
\underset{(1,\beta)}{(\underline{b}^1)^T} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & (\underline{b}^1)^T & & & 0 \\
0 & & \cdot & & 0 \\
0 & & & \cdot & 0 \\
0 & 0 & & & (\underline{b}^1)^T \\
\hline
(\underline{b}^2)^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & (\underline{b}^2)^T & & & 0 \\
0 & & \cdot & & 0 \\
0 & & & \cdot & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & (\underline{b}^2)^T \\
\hline
 & & \cdot & & \\
 & & \cdot & & \\
 & & \cdot & & \\
 & & \cdot & & \\
 & & \cdot & & \\
\hline
(\underline{b}^m)^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & (\underline{b}^m)^T & & & 0 \\
0 & & \cdot & & 0 \\
0 & & & \cdot & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & (\underline{b}^m)^T \\
\hline
\end{array}
\quad (u,u\cdot\beta) \qquad (6)
$$

Für m = β ist das Gleichsystem (ohne zusätzliche Stützinformation) gerade lösbar. Es sind also gerade mindestens soviele Messperioden MP erforderlich wie Einflussfaktoren b gewählt wurden.

4.4 Stochastisches Lösungsmodell

$\hat{\mathbf{x}}$ in (5) sind Zufallsgrössen mit $Q_{\hat{x}\hat{x}}$, σ_O^2

B ist gegebene, als fehlerfrei angenommene Last- und Umweltmatrix

φ, Φ sind gesuchter Parametervektor – bzw. Matrix mit $C_{\varphi\varphi}$ (Kovarianzmatrix bzw. Kovarianztensor)

$$E(\mathbf{v}_{\check{x}}) = E(\mathbf{B}\cdot\varphi - \hat{\mathbf{X}}) = 0$$

4.5 Lösung

Schätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate

$$\underset{(u\cdot\beta,1)}{\hat{\varphi}} = (\mathbf{B}^T\mathbf{Q}_{\hat{X}\hat{X}}^{-1}\,\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{Q}_{\hat{X}\hat{X}}^{-1}\cdot\hat{\mathbf{X}} \qquad (8)$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}} = (\mathbf{B}^T\mathbf{Q}_{\hat{X}\hat{X}}^{-1}\,\mathbf{B})^{-1} \qquad (9)$$

$$\check{\sigma}_O^2 = \frac{\mathbf{v}_{\check{x}}^T\,\mathbf{Q}_{\hat{X}\hat{X}}^{-1}\,\mathbf{v}_{\check{x}}}{u(m-\beta)} \qquad (10)$$

4.6 Varianz – Kovarianz für $\check{x}$

Gesucht

$C_{\check{x}\check{x}}$ «empirisch» für eine beliebige (die letzte oder eine zurückliegende) Messperiode i.

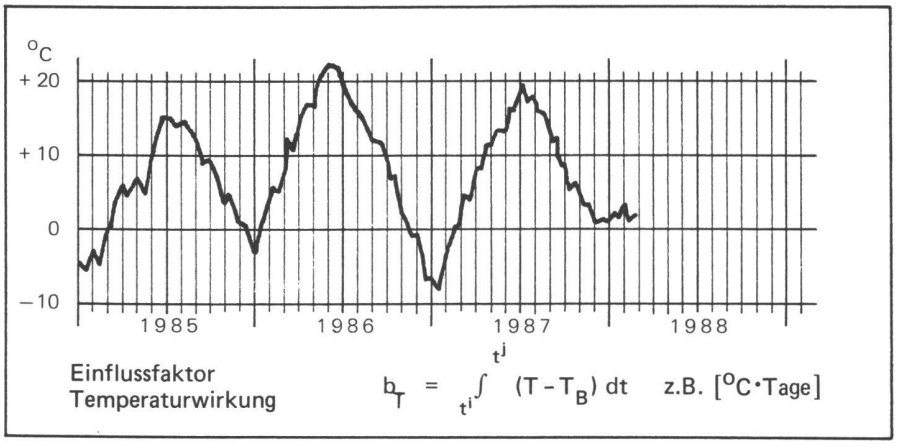

Abb. 4: Einflussfaktor Temperaturverlauf.

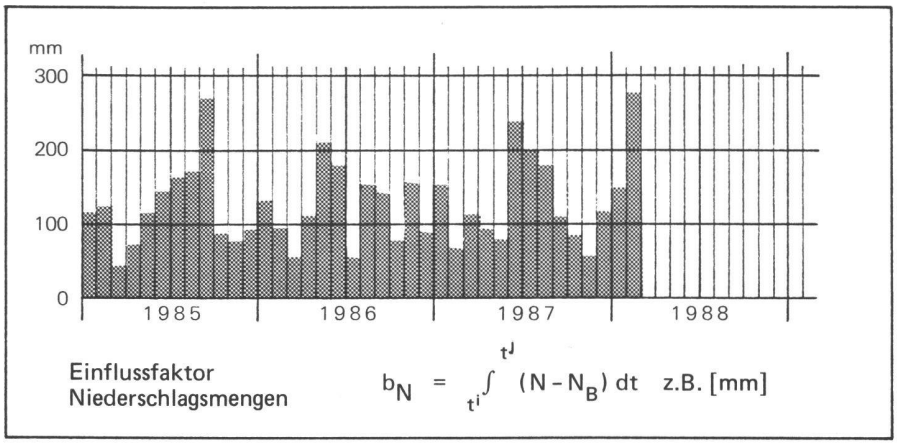

Abb. 5: Einflussfaktor Niederschlagsmengen.

Einflussfaktor
Alterung (Plastizität, Elastizität)

$$b_t = \int_{t^i}^{t^j} dt = (t^j - t^i) \quad \text{z.B. [Jahre]}$$

Abb. 6: Einflussfaktor Alterung.

Gegeben

$$\underset{(u,1)}{\check{\mathbf{x}}^i} = \underset{(u,u\cdot\beta)}{\mathbf{B}^i} \cdot \underset{(u\cdot\beta,1)}{\varphi} \qquad (9)\ \text{vgl.}\ (4)$$

$$\mathbf{B}^i,\ \mathbf{C}_{\varphi\varphi} = \check{\sigma}_O^2 \cdot \mathbf{Q}_{\varphi\varphi}$$

Differentialoperator

$$\underset{(u,u\cdot\beta)}{\Psi^i} : \frac{\delta\check{\mathbf{x}}^i}{\delta\varphi_{ij}} \quad \text{(allgemein)}$$

$$= \begin{vmatrix}
(\underline{b}^i)^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & (\underline{b}^i)^T & & & 0 \\
0 & & \cdot & & 0 \\
0 & & & \cdot & 0 \\
0 & 0 & & & (\underline{b}^i)^T
\end{vmatrix} \qquad (11)\ \text{vgl.}\ (6)$$

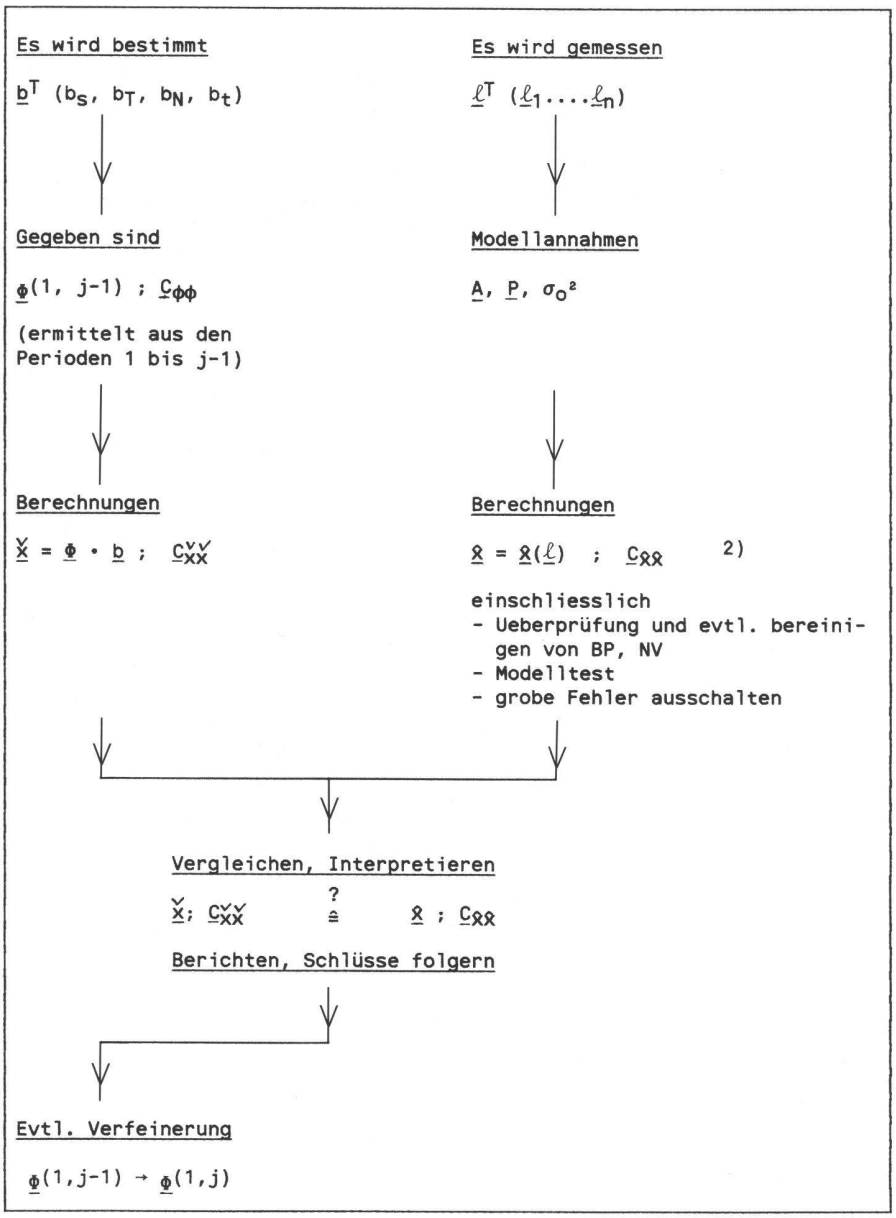

Abb. 7: Ablaufschema Kontrollperiode j.

Lösung

$$\underset{(u,u)}{\mathbf{C}_{\check{x}\check{x}}^{i}} = \mathbf{\Psi}^{i}\,\mathbf{C}_{\varphi\varphi}\,(\mathbf{\Psi}^{i})^{T} = \mathbf{B}^{i}\,\mathbf{C}_{\varphi\varphi}\,(\mathbf{B}^{i})^{T} \qquad (12)$$

5. Über Korrelationen

Physikalisch begründete Kreuz-Korrelationen in $Q_{\hat{x}\hat{x}}$, siehe Ziffer 4.4, spielen für die Güte der Lösung eine grosse Rolle.

$$\underset{(m\cdot u,\, m\cdot u)}{\underline{Q}_{\hat{x}\hat{x}}} : \begin{vmatrix} \left|\underset{(u,u)}{\underline{Q}^{1}_{\hat{x}\hat{x}}}\right| & \text{Korrl} & \text{Korrl} & \text{Korrl} \\ \text{Korrl} & \left|\underset{(u,u)}{\underline{Q}^{2}_{\hat{x}\hat{x}}}\right| & \text{Korrl} & \text{Korrl} \\ \text{Korrl} & & \cdot & \text{Korrl} \\ \text{Korrl} & \text{Korrl} & & \cdot \;\; \text{Korrl} \\ \text{Korrl} & \text{Korrl} & \text{Korrl} & \left|\underset{(u,u)}{\underline{Q}^{m}_{\hat{x}\hat{x}}}\right| \end{vmatrix} \qquad (13)$$

Pro Messperiode evtl. zeilen- und spaltenweise abschätzen: $\rho\sqrt{q_s}\,\sqrt{q_t}$

Für verschiedene Messperioden untereinander «global» abschätzen: $\rho\sqrt{\bar{\mathbf{Q}}^{i}}\,\sqrt{\bar{\mathbf{Q}}^{j}}$

i,j : MP-Nummern

s,t : Zeilen- und Spaltennummern

ρ : $-1<\rho<+1$

Die Lage- und Formänderungsvektoren $\hat{\mathbf{x}}^{i}$ der einzelnen Messperioden sind untereinander z.T. stark korreliert; z.B. Resultate untereinander von Messperioden in verschiedenen Jahren zu denselben Jahreszeiten sind stark positiv bzw. in verschiedenen Jahren zu verschiedenen Jahreszeiten sind stark negativ korreliert.
Bei periodischen Vorgängen ist die geometrische Formmatrix $\mathbf{\Phi}$ umso besser bzw. umso wirklichkeitsnaher bestimmt, bzw. das Normalgleichungssystem von Formel (8) umso besser konditioniert, je besser die m Messperioden über die ganze Spannweite (Maxima, Minima, Wendepunkte) der periodischen Erscheinungen der Einflussfaktoren verteilt sind und je besser die Korrelationen zeilenweise oder global pro Messperiode theoretisch abgeschätzt werden [3].

6. Numerische Beispiele, Ausblick und Schluss

Leider konnte der Autor bisher noch keine numerischen Beispiele berechnen (lassen). An vielen Orten liegt dafür reichhaltiges Datenmaterial vor.
Die Weiterbearbeitung der bisherigen Aufgabenstellungen im Sinne von Ziff. 2.2 wird vielen interessanten (und nützlichen Forschungs-)Stoff zur Folge haben.
Bald werden immer mehr automatische geodätische Überwachungssysteme im Einsatz sein, und die on-line Auswertung (und Alarmierung) wird dabei an Bedeutung gewinnen. Auch dafür kann diese Arbeit nützlich sein. Für geeignete Konfigurationen wird dann das Augenmerk auf die hier nicht behandelte Abbildung $\{\mathbf{b}\} \rightarrow \{\mathbf{l}\}$ gelenkt.

Literatur:

[1] Biedermann, R. und 12 Mitautoren: Comportement de Barrages Suisses à long terme. In: Barrages Suisses, Surveillance et entretien. Comité National Suisse des grands barrages, Zürich, Baden 1985.

[2] Matthias, H.J.: Allgemeine vermittelnde Netzausgleichung. Mitteilungen Nr. 30 des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie der Eidg. Techn. Hochschule Zürich.

[3] Matthias, H.J.: Bedeutung und Konstruktion von Kovarianzen in der Messtechnik. Mitteilungen Nr. 41 des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich.

Adresse des Verfassers:
Prof. Dr. H. J. Matthias
Institut für Geodäsie und Photogrammetrie
ETH-Hönggerberg
CH-8093 Zürich