Zeitschrift: Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

Band: 85 (1987)

Heft: 5

Artikel: Das IV. stadtzürcherische Präzisionsnivellement

Autor: Mohr, B.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-233445

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Das IV. stadtzürcherische Präzisionsnivellement

B. Mohr

Auf dem Gebiet der Stadt Zürich besteht seit 1894 ein kommunales Nivellementsnetz.
Es wird über die Messungen, Berechnungen und Ergebnisse der Netzerneuerung in den Jahren 1979 – 1983 berichtet.
Der Bericht enthält nur wesentliche Angaben, Details werden oft bloss gestreift oder ganz weggelassen.

Depuis 1894, existe sur le territoire de la ville de Zurich, un réseau communal de nivellement.
Une description est faite, des mesures, des calculs et des résultats du renouvellement de ce réseau de 1979 à 1983.
Cet exposé ne contient que des informations majeures, les détails, n'étant que peu ou pas du tout abordés.

1. Einleitung

1.1 Allgemeines

Räumliche Lageänderungen geodätischer Punkte führen zu Differenzen zwischen den früher mal bestimmten Koordinaten und ihrer aktuellen Raumlage. Man ist nun dafür besorgt, im Rahmen vermessungstechnischer Nachführungsarbeiten solche Differenzen mittels Neubestimmung der veränderten Punkte zu beseitigen. Die aus verschiedenen Gründen jeweils innerhalb kleiner Gebiete oder nur punktuell durchgeführten Arbeiten vermögen örtlich die Unterschiede zwar zu «beseitigen», die Netze werden aber immer schlechter. Übersteigen gesamthaft gesehen die Differenzen zwischen Soll- und Istlage vertretbare Grenzen, so müssen ganze Netze oder Teile davon neu gemessen und berechnet werden.
Im Rahmen solcher Erneuerungsarbeiten folgte nach der Neutriangulation des Stadtgebietes durch das Vermessungsamt der Stadt Zürich (VPK 2/77) auch die Revision des Nivellementsnetzes (s. ABB. 1). Die entsprechenden Präzisionsnivellements-Messungen ermöglichten erstmals die einheitliche Höhenbestimmung sämtlicher Nivellementpunkte im gegenwärtigen Gebiet der Stadt Zürich.

1.2 Geschichtliches

Die Entwicklung des stadtzürcherischen Nivellementsnetzes ist durch folgende Etappen gekennzeichnet (s. Abb. 2):

- I. stadtzürcherisches Präzisionsnivellement 1893/1894:
  Das Nivellementsnetz umfasste 206 städtische Punkte sowie 110 Punkte des Landesnivellements bzw. des Eidgenössischen hydronometrischen Büros und der kantonalen Pegelversicherungen. Die in zwei Teilen ausgeführte bedingte Ausgleichung ergab Standardabweichungen a posteriori von 1.63 mm bzw. 2.58 mm für 1 km Doppelnivellement, Länge der Nivellementwege 129 km.
- II. stadtzürcherisches Präzisionsnivellement 1897/1898:
  Das gegenüber 1894 erweiterte Netz umfasste 572 städtische Punkte sowie 139 Punkte des Landesnivellementes resp. des Eidgenössischen hydronometrischen Büros und der kantonalen Pegelversicherungen.
  Die Ausgleichung erfolgte stufenweise. Für 1 km Doppelnivellement wurde die Standardabweichung a posteriori von 1.63 mm berechnet, die Länge der Nivellementwege ergab 212 km.
- III. stadtzürcherisches Präzisionsnivellement 1915/1917:
  Das Netz beinhaltet 923 städtische Punkte sowie 85 Punkte des Landesnivellements und der Landeshydrographie.
  Das Hauptnetz mit 24 Schleifen wurde getrennt in zwei Teilnetze bedingt ausgeglichen. Für die Standardabweichungen a posteriori wurden 0.38 mm bzw. 0.50 mm pro 1 km Doppelnivellement berechnet, der Nivellementweg betrug 325 km.
- Erweiterungsnivellements und Nachführungen:
  Nach der Eingemeindung von acht Gemeinden im Jahre 1934 wurde das Netz um sechs dieser Gemeinden vergrössert. Die verbliebenen ehemaligen Ortschaften Höngg und Witikon wurden erst in den Jahren 1966 bzw. 1972 an das Nivellementsnetz angeschlossen.
  Bemerkung: Die ermittelten Standardabweichungen sind wegen unterschiedlicher Ausgleichungsansätze nicht ohne weiteres miteinander vergleichbar.

1.3 Vermessungstechnisches

Aus [12] entnehmen wir: «Unter dem geometrischen Nivellement versteht man ein Verfahren der Höhenmessung, bei dem der Höhenunterschied benachbarter Punkte durch horizontales Zielen nach lotrecht gestellten, geteilten Latten (Nivellierlatten) oder Massstäben bestimmt wird.» Die Genauigkeit, mit welcher diese – auf den ersten Blick äusserst einfachen Bedingungen – eingehalten werden können, entscheidet über die Güte des durchgeführten Nivellements. Stabile Instrumenten- und Lattenaufstellungen, geeignete Messanordnungen zur Elimination gleichbleibender Fehlereinflüsse, die Kenntnis eines Ausgangszustandes der Strichabstände der Lattenteilungen und der Gesetzmässigkeiten ihrer Veränderungen sowie die Erfassung der die Veränderungen verursachenden Faktoren führt im wesentlichen zum Präzisionsnivellement.

2. Netzanlage

Der Netzperimeter ist identisch mit der Stadtgrenze Zürich und umfasst ca. 92 km^2 (s. Abb. 2). In angrenzenden Gemeinden wurden vereinzelt ebenfalls Nivellementpunkte bestimmt und in das Netz integriert. Der Aufbau erfolgte aus bereits bestehenden noch brauchbaren Punkten, ergänzt durch neue Punkte bis zu einem durchschnittlichen Punkteabstand von 200 m – 250 m in überbautem Gebiet. Soweit es Topographie, äussere Bedingungen und fehlertheoretische Überlegungen zuliessen, folgte man den Linien früherer Netze. Organisatorisch, mess- und ausgleichungstechnisch wurde das Netz in ein Hauptnetz und die entsprechenden Verdichtungsnetze gegliedert mit einer weiteren Unterteilung in Schleifen, Linien und Strecken. Nummern bestehender Punkte wurden übernommen, neue Punkte fortlaufend nummeriert. Mit wenigen Ausnahmen wurden Einzelpunktvermarkungen vorgenommen.

2.1 Hauptnetz

Das Hauptnetz – ausschliesslich in Schleifen angelegt – bildet den Rahmen und das Skelett des Netzes (s. Abb. 3). In geologisch geeigneten Gebieten wurden Punktgruppen zur Fixierung des Bezugshorizontes errichtet und in kleinen Schleifen zusammengefasst.

2.2 Verdichtungsnetze

Die Verdichtungsnetze (s. Abb. 4) ergänzen das Hauptnetz innerhalb dessen Schleifen zur gewünschten Punktedichte. Zugelassen war ebenfalls nur eine schleifenförmige Vermaschung (mit Beizug von Teilen des Hauptnetzes); linienförmige Verbindungen ohne Schleifenbildung waren untersagt.

Abb. 1: Gesamtnetz, Messungen 1979 – 1983

3. Instrumentarium

3.1 Auswahl

Zum Einsatz kamen automatische Nivellierinstrumente NA2 mit 40-fach Okular und Planplatte GPM3 sowie Nivellierlatten GPLE3 (1 cm–Teilung) der Firma Wild Heerbrugg AG. Die Latten wurden mit Thermometern in Metalletuis ergänzt. Nur für Anschlüsse ohne den nötigen Freiraum über den Punkten wurden entweder eine Industrielatte GWL92 der gleichen Firma oder eine 2 m–Invarmire der Firma Kern & Co. AG verwendet. Wenn immer möglich wurden Stative mit starren Beinen (Wild GST 40) eingesetzt. Den Messequipen standen ausserdem noch eigens dafür konstruierte «Messwagen» zur Verfügung, ausgerüstet mit Schirm, Tischrechner mit Schlechtwetterschutz, Zubehör für Anschluss an Punkte des Landesnivellements, Handwerksgeräte, Taschenlampen und diversem Kleinmaterial.

3.2 Prüfung und Justierung

3.2.1 Nivellierinstrumente

- Stehachse
  Periodische Kontrolle und Justierung der Dosenlibelle vor Nivellierprobe.
- Zielachse
  Kontrolle und Justierung periodisch und nach besonderen Vorkommnissen. Asymmetrische Anordnung der Instrumenten- und Lattenstandorte in Distanzen von 5 m/20 m/5 m/20 m.
  Erreicht wurden maximale Abweichun-

gen der Ziellinie nach Justierung von etwa 0.3 mgon.

3.2.2 Nivellierlatten

- Invarbänder
  Die im vermessungstechnischen Projekt vorgesehene Bestimmung der Temperaturausdehnungskoeffizienten α der Invarbänder wurde mangels entsprechender Prüfvorrichtungen in der Schweiz und aus organisatorischen Gründen erst 1980 der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig (Bundesrepublik Deutschland) in Auftrag gegeben (Bemerkung: heute in Klimakabine des IGP der ETHZ Hönggerberg möglich), welche folgende Werte mit nichtsignifikanten Differenzen zwischen den Koeffizienten der Latten eines Paares bescheinigte:

Latte	α [10^{-6}/°C]
Wild 3856 A	0.3
3856 B	0.4
Wild 4530 A	8.7! (siehe 3.3)
4530 B	8.7! (siehe 3.3)
Wild 4786 A	1.1
4786 B	0.9
Wild 4800 A	1.0
4800 B	1.0

- Invarbandteilungen
  Die erste Bestimmung der Teilungsstrichabstände erfolgte im September 1978 am Geodätischen Institut der TH Karlsruhe (Bundesrepublik Deutschland) mittels dem von Schlemmer [20] entwickelten Interferenzkomparator. Spätere Bestimmungen und zwar jeweils vor, in der Mitte und nach den jährlichen Messkampagnen wurden von Angehörigen des Vermessungsamtes am Interferenzkomparator des IGP der ETHZ Hönggerberg durchgeführt. Alle Prüfungen erfolgten bei horizontaler Lage der Nivellierlatten.
- Nullpunkt der Invarbandteilungen
  Die Überprüfung der Identität der Nullpunkte der Invarbandteilungen mit den Aufsatzflächen der Lattenfüsse erfolgte als periodische Bestimmung der Differenzen dieser Werte innerhalb aller Latten einer Messequipe (Nullpunktfehler in Mitte der Aufsatzfläche) sowie der Bestimmung von Abweichungen von sechs Randpunkten der Aufsatzfläche gegenüber diesem Punkt.
- Dosenlibellen
  Die Überprüfung und Justierung erfolgte ebenfalls periodisch. Die ursprüngliche, schraubenartige Verbindung der Libellenträger mit den Lattengehäusen erwies sich als ungenügend und wurde durch Ankleben mittels Zweikomponenten-Klebstoff stabilisiert.

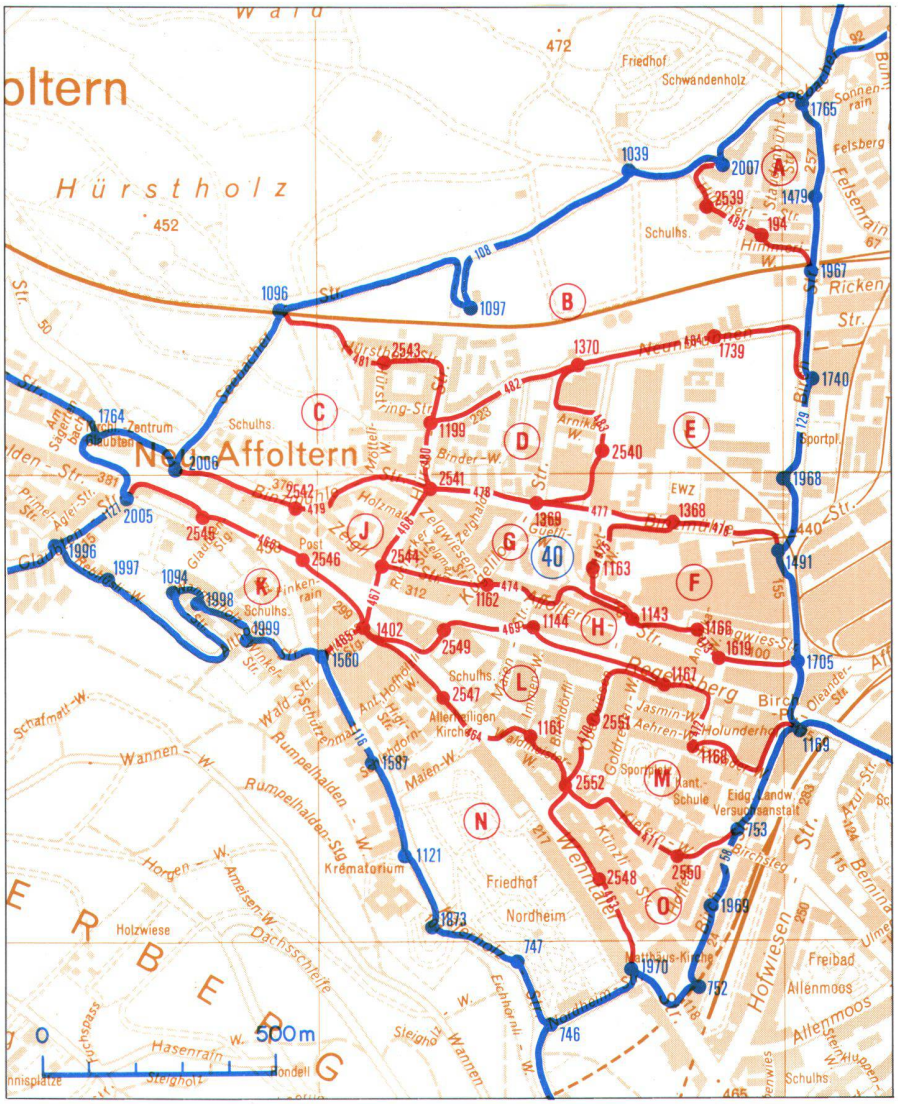


Abb. 2: Perimeter des stadtzürcherischen Nivellementsnetzes

3.3 Invar muss nicht Invar sein

Der auf ca. 1/10 gegenüber Stahl verminderte Temperaturausdehnungskoeffizient ist das charakteristische Merkmal dieser Stahl/Nickel-Legierung und der Grund seiner Verwendung bei präzisen Längenmessungen.

Die Ursachen der bereits bei Testmessungen mit dem Lattenpaar 4530 A/B aufgetretenen Unstimmigkeiten wurden deshalb überall, mit Ausnahme des Bandmaterials selber vermutet. Auch Vergleiche mit einer «Normallatte» in der Herstellerfirma brachten keine Erklärung, der Glaube an das Material und seine Eigenschaften war Bestandteil des dem Bandlieferanten entgegengebrachten Vertrauens.

Als Gegenmassnahmen verfügte man strengste (noch verantwortbare) Vorschriften für Handhabung des Instrumentariums und gesteigerte Anforderungen an Messmethodik und Datenerfassung, darunter auch folgende Vorkehrungen:

- zwei Thermometer pro Latte
- Temperaturerfassung vor und nach jeder Umstellung
- Messungen wenn immer möglich ohne direkte Sonnenbestrahlung der Bänder.

Verstärkten Verdacht auf ein ungewöhnliches temperaturbedingtes Verhalten des Lattenpaares brachten die ersten Schleifenschlüsse «kalter» und «warmer» Linien, die Sicherheit schliesslich eine bei tiefen Temperaturen zwischen sämtlichen Latten an den unteren und oberen Lattenenden durchgeführte «Nullpunktbestimmung».

Den oben geschilderten Massnahmen ist es zu verdanken, dass alle mit diesen Bändern durchgeführten Messungen (ein Equipen-Jahr 1979) nicht nur nicht wiederholt werden mussten, sondern nach Anbringen der in 5. beschriebenen Reduktionen anhand der ausgeführten Tests (s. 6.1.1) als gleichwertig mit den anderen Messungen angenommen werden durften.

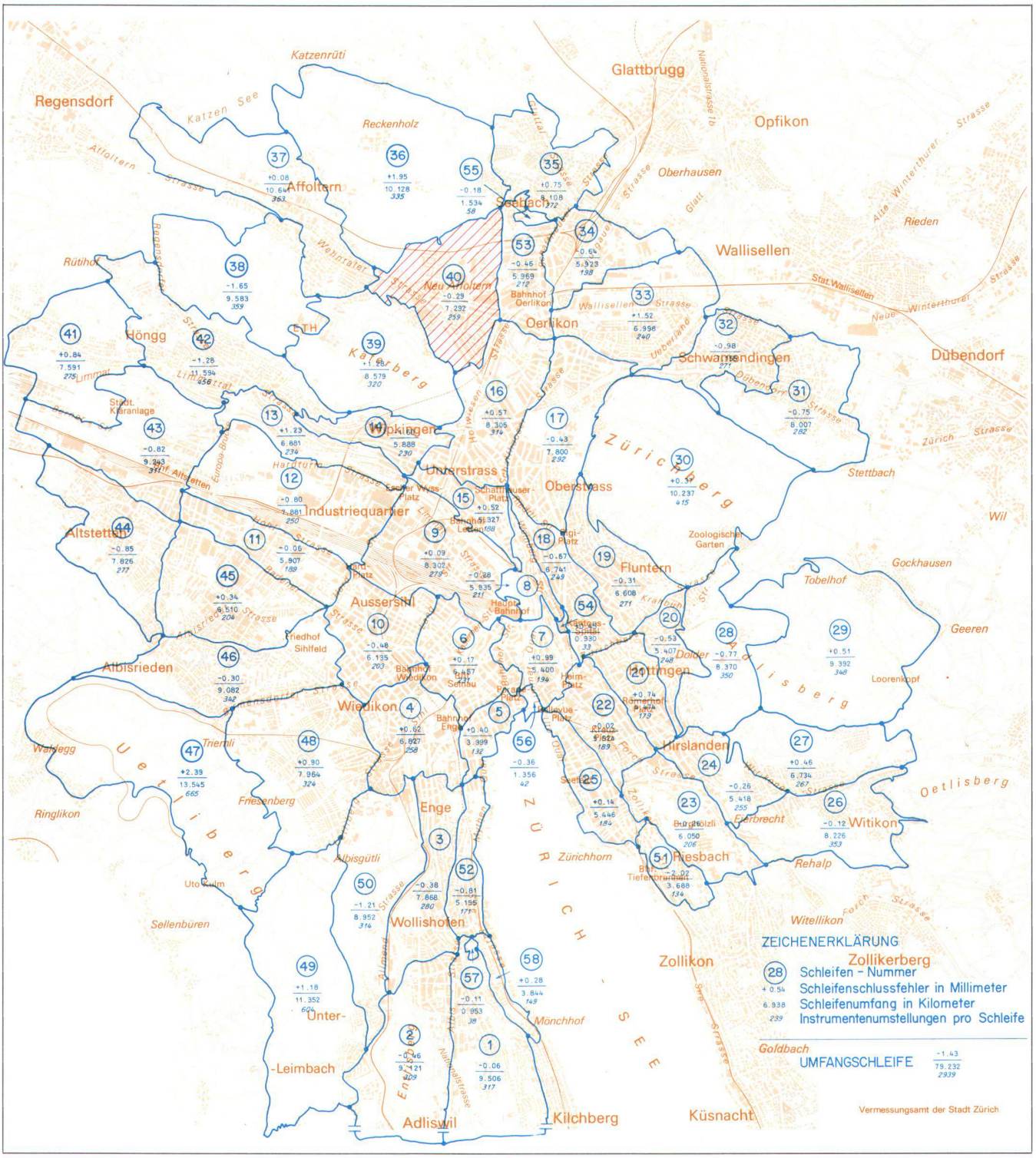


Abb. 3: Hauptnetz mit Schleifenschlussfehlern, Messungen 1979 – 1981

4. Messungen

4.1 Messmethodik

Beobachtet wurde aus der Mitte, die Bestimmung der Instrumenten- und Lattenstandorte erfolgte mittels Messband vor den Messungen. Maximale Zielweiten 20 m, beide Visuren mindestens 0.50 m über Boden. Wegen «Horizontschräge» gelangte das Verfahren «rote Hose» zur Ausführung. Die Ablesungen wurden dabei alternierend in der Reihenfolge RVVR/VRRV (R→Rückblick, V→Vorblick) mit jeweils drei Einstellungen des Keilstriches und Ablesungen des Mikrometers durch Schätzung auf 1/100 mm durchgeführt. Bevorzugte Standorte der Stations- und Umstellpunkte bildeten Rand- und Pflastersteine in städtischen Verhältnissen, kiesige und sandige Unterlagen (auch bei feuchter Witterung) in den Randgebieten mit Wald- und Wanderwegen. Standorte auf Strassenbelägen wurden womöglich gemieden. Die zur Verhinderung eines Nullpunktfehlers empfohlene Streckenunterteilung in eine gerade Anzahl Umstellungen ist wegen nichtidentischer Aufsatzpunkte der meistens etwas schrägen Aufsatzflächen zumindest fragwürdig und wurde fallengelassen.

4.2 Daten

4.2.1 Datenerfassung

Vollautomatische Messdaten-Erfassungen sind auch derzeit erst im Versuchsstadium. Gewählt wurde die Protokollierung mittels Tischrechner HP-97. Das eigens im Rahmen dieses Projektes ent-

wickelte Programm erlaubt (verlangt) die Erfassung folgender Daten:

a) Am Streckenanfangs-bzw. Streckenendpunkt
- Datum und Uhrzeit
- Nummern der benützten Latten
- Temperaturangabe
- Nummer des Nivellementpunktes und der daraufstehenden Latte
- nach den Endpunktdaten Eingabe des Nullpunktfehlers.

b) Bei Umstellungen
- Länge der Umstellung [m]
- Ablesung jeweilige Lattenteilung [m] und Mikrometer (dreimal) [1/100 mm] gemäss 4.1
- als Option weitere Temperaturangaben vor resp. nach der Umstellung.

4.2.2 Datenkontrolle

Pro Umstellung werden berechnet:
- Abweichung von Lattenkonstante beider Latten [1/100 mm]
- Höhendifferenzen der Umstellung aus grossen und kleinen Zahlen [m].

Bei unbefriedigenden Ergebnissen können Umstellungsdaten mittels Eingabe einer Null-Distanz anstatt der folgenden Umstellungslänge gelöscht und die Umstellung wiederholt werden.

4.2.3 Datenausgabe

Alle Eingaben sowie Kontrollwerte werden ausgedruckt. Nach Eingabe der Endpunktangaben erfolgt bezüglich des Streckenanfangs- und Streckenendpunktes folgende Ausgabe:
- Länge [m]
- Anzahl Umstellungen
- Höhendifferenzen aus grossen und kleinen Zahlen [m]
- Korrektur der gemessenen Höhendifferenz infolge Massstab der Lattenpaar-Teilungen bei Bezugstemperatur [mm] (s. 5.1)
- Korrektur der gemessenen Höhendifferenz infolge temperaturbedingter Änderungen dieses Massstabes [mm] (s. 5.1.)
- Korrektur infolge Nullpunktfehler der Anfangs- und Endlatte (s. 5.2)
- Gemittelte Höhendifferenz mit allen Korrekturen.

Abschliessend erfolgt die Ausgabe der Endpunktangaben.

4.3 Prüfung des Vorgehens

Zur Gesamtprüfung des Vorgehens und Beurteilung der Messgenauigkeit sowie zum Training der Equipen wurde eine Teststrecke gemäss DIN-Norm 18723 angelegt und von den beteiligten Equipen durchgemessen. Die Messungen ergaben Standardabweichungen für 1 km Doppelnivellement nach DIN 18723 von 0.18 mm, 0.22 mm und 0.26 mm.

5. Korrekturen der Messwerte

Ziel der Messungen war die Bestimmung von sogenannten Gebrauchshöhen. Man berechnet sie durch Aufsummieren der gemessenen Höhendifferenzen ohne Reduktionen infolge geometrischer oder physikalischer Parameter des Erdkörpers (orthometrische Reduktion). Unter Annahme einer normalgeschichteten «Norm-Atmosphäre» wurden – wie bereits in 4.2.3 angedeutet – an den gemessenen Höhendifferenzen nur Korrekturen infolge Ungenauigkeiten der Invarbandteilungen sowie ihrer Nullpunktdifferenzen berücksichtigt. Auswirkungen des magnetischen Erdfeldes auf die Funktionsweise der Nivellierinstrumente wurden – gestützt auf vorliegende Testergebnisse [19] nicht untersucht.

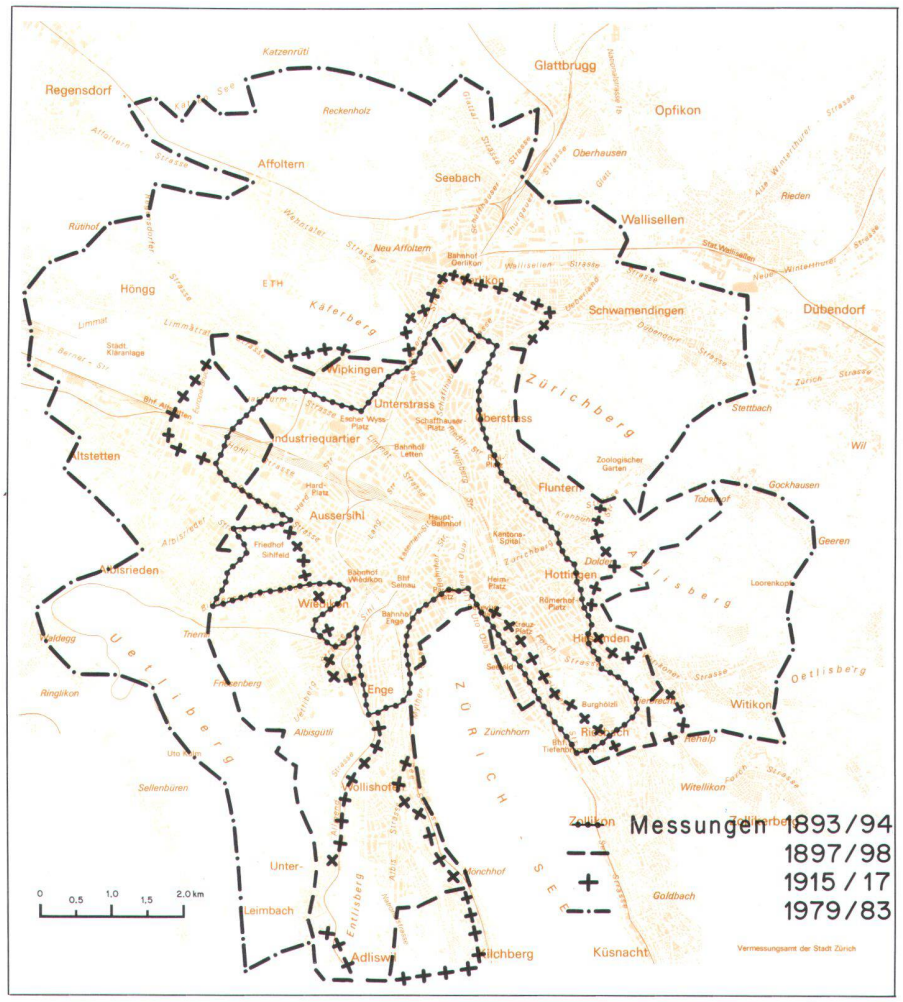


Abb. 4: Verdichtungsnetz Nr. 40

5.1 Ungenauigkeiten der Invarbandteilungen

Streng müssten die mittels Sekundärmassstab im metrischen System bestimmten Längen einzelner – an der Höhendifferenz beteiligter – Strichabstände der Invarbandteilungen mit ihren temperaturbedingten Korrekturen streckenweise aufsummiert werden.

Wegen der grossen Anzahl nachträglich einzuführender Daten wählte man die Berechnung mittels ausgleichender Funktion.

Die aus Beobachtungen aller Teilstriche mittels linearer Regression berechneten Massstabskoeffizienten (Vergleich Lattenteilung/Interferometer) wurden mit Hilfe der entsprechenden Temperaturausdehnungskoeffizienten (s. 3.2.1) auf die Bezugstemperatur 20°C umgerechnet und pro Lattenpaar gemittelt. (s. Abb. 5) Unter Annahme linearer Veränderungen ergaben Interpolationen zwischen den Prüfwerten die «Tagesmassstäbe», aus welchen mit Hilfe des Ausdehnungskoeffizienten des Lattenpaares und der Feldtemperaturen die jeweils durchschnittlichen Umstellungs- oder Streckenmassstäbe der Lattenpaarteilungen berechnet werden konnten.

5.2 Differenzen der Teilungsanfänge

Die infolge Nullpunktdifferenzen der Anfangs- und Endlatte eingeführten Korrekturen sind äusserst fragwürdig. Periodische Kontrollen der Aufsatzflächen ergaben nämlich in deren Randzonen Abweichungen gegenüber ihrem Mittelpunkt in der Grössenordnung der Nullpunktkorrekturen selber.

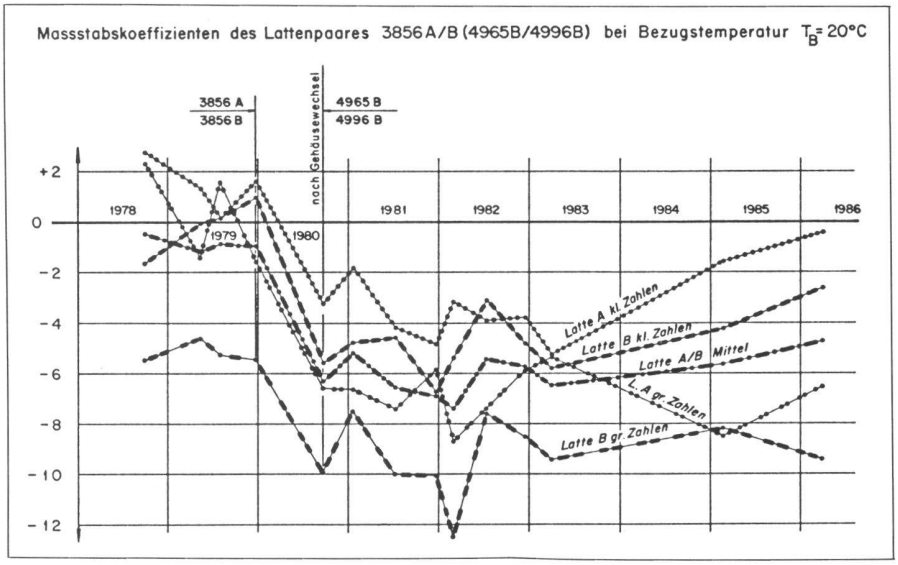


Abb. 5: Entwicklung der Massstabskoeffizienten des Lattenpaares 3856 A/B (4965 B/4996 B) bei Bezugstemperatur 20°C [ppm]

6. Ausgleichungen

6.1 Hauptnetz

6.1.1 Statistische Untersuchungen vor der Ausgleichung

Grundlage bilden Werte der 58 Schleifenschlussfehler (s. Abb. 3) und Standardabweichungen a posteriori m_A (Formel s. 6.1.5) freier Ausgleichungen unabhängiger Netzteile.

Die von zwei Beobachtern durchgeführten Messungen des Hauptnetzes wurden mit statistischer Sicherheit 95 % wie folgt geprüft:

a) Fehlerfortpflanzung mittels Varianzanalyse nach steigender Schleifenlänge bzw. steigender Anzahl Umstellungen und Genauigkeitsvergleich zur Bestimmung der Gewichtsverhältnisse mit Hilfe der Fisher-Verteilung und des Bartlett-Tests.

Die in vier Gruppen zu je 2 x 15 und 2 x 14 Schleifen nach steigender Schleifenlänge und steigender Anzahl Umstellungen gruppierten Schleifen ergaben folgende Gruppenfehler s_3 (Formeln s. 6.1.2) und Testergebnisse (n_F = Anzahl Schleifen):

Nach Schleifenlänge

Gruppe	s_3	n_F
I	0.37 mm	15
II	0.30 mm	15
III	0.24 mm	14
IV	0.36 mm	14

Bartlett-Test (3;95%)
Chi-Quadrat = 3.075
Fraktile = 7.815
Varianzquotienten-Test:
$F = I^2/III^2$ = 2.38
Fraktile = 2.43

Nach Anzahl Umstellungen

Gruppe	s_3	n_F
I	0.38 mm	15
II	0.31 mm	15
III	0.25 mm	14
IV	0.34 mm	14

Bartlett-Test (3;95%)
Chi-Quadrat = 2.4977
Fraktile = 7.815
Varianzquotienten-Test:
$F = IV^2/I^2$ = 2.31
Fraktile = 2.43

Genauigkeitsvergleich

Die freien Ausgleichungen der nach Latten und Beobachter gruppierten Teilnetze ergaben folgende Standardabweichungen m_A (Formel s. 6.1.5) und Testergebnisse (r = Überbestimmung, Gewichtseinheit = 1 km Doppelnivellement):

Beobachter	Jahr	m_A	r
BM	1979	0.28	15
BM	1980 – 81	0.25	9
BM	1979 – 81	0.35	31
RS	1979	0.31	11
RS	1980 – 81	0.32	7
RS	1979 – 81	0.34	19

Varianzquotienten-Test
BM 79/BM 80 – 81
F = 1.25
Fraktile = 3.01
RS 79/RS 80 – 81
F = 1.07

Fraktile = 3.01
BM 79 – 81/RS 79 – 81
F = 1.06
Fraktile = 2.06

Bartlett-Test (3;95 %)
BM 79/BM 80 – 81/RS 79/RS 80 – 81
Chi-Quadrat = 0.616
Fraktile = 7.815

Zusammenfassung

- Die geprüften Fehlerfortpflanzungen weisen aufgrund des angewandten Prüfverfahrens nur geringe Unterschiede auf und sind praktisch gleichwertig (siehe auch Bemerkung b) in 6.1.5)
- Die Genauigkeitsvergleiche ergaben anhand der angewandten Prüfverfahren keine signifikanten Unterschiede zwischen den untersuchten Teilnetzen

b) Prüfung auf Normalverteilung mittels allgemein gültiger Eigenschaften der Normalverteilung, Kriterium von Abbe und Pearsonschem Anpassungstest mit Hilfe der Chi-Quadrat-Verteilung.

Nach [1] gelten für ein Nivellement folgende Zufallskriterien:

- Kleine Schleifenschlussfehler sind häufiger als grosse.
  Erfüllt: siehe Abb. 6

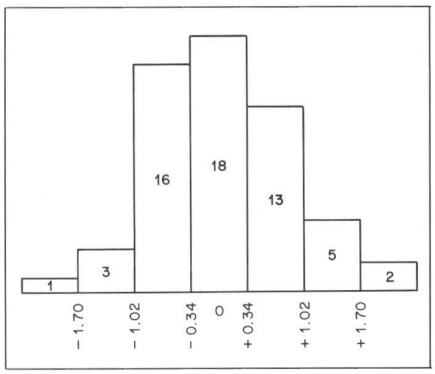


Abb. 6: Hauptnetz, Histogramm der Schleifenschlussfehler

- Summe der positiven und negativen Vorzeichen der Schleifenschlussfehler muss gegen Null konvergieren.
  Teilweise erfüllt: Von 58 Schleifen weisen 33 Schleifen negative und 25 Schleifen positive Vorzeichen auf
- Die algebraische Summe der Schleifenschlussfehler soll ungefähr in der Grösse der Fehler selbst bleiben.
  Erfüllt: Summe = –1.43 mm
- Das algebraische Mittel der Schleifenschlussfehler soll mit zunehmender Anzahl gegen Null konvergieren.
  Erfüllt: –1.43/58 = –0.02

Kriterium von Abbe:

- Der Koeffizient B/A (siehe [1] oder [11]) soll den Wert 2 besitzen.
  Erfüllt: B/A = 2.1

Chi-Quadrat-Anpassungstest von Pearson (s. Abb. 7):

- Aus den Schleifenschlussfehlern gemäss [7] ergeben sich folgende Werte:
  k = 13, k' = 7 (Zusammenfassung je vier Randklassen)
  Chi-Quadrat = 3.23 (48%)
  Fraktile (4;95 %) = 9.49
  k = 13, k' = 12 (Zusammenfassung von zwei Randklassen)
  Chi-Quadrat = 6.49 (31%)
  Fraktile (9;95 %) = 16.92

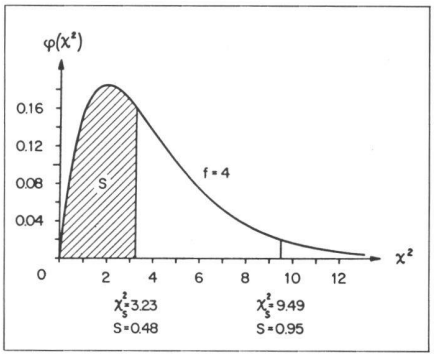


Abb. 7: Hauptnetz, Anpassungstest mittels Schleifenwidersprüchen

Zusammenfassung
Mit keinem der angewandten Kriterien ist eine Abweichung der Stichprobe von der Normalverteilung nachweisbar.

6.1.2 Genauigkeitsmasse a priori
Den Ergebnissen der statistischen Untersuchungen in 6.1.1 entsprechend konnten alle Messungen als gleichgenau betrachtet und die Bestimmung von Genauigkeitsmassen a priori der Gewichtseinheiten einzelner Beobachtungsgruppen unterlassen werden. Für das gesamte Netz bilden jedoch solche – nach verschiedenen Formeln berechnete – Fehlermasse mit den a posteriori Werten der Ausgleichungen die Basis von Genauigkeitsbetrachtungen der durchgeführten Messungen und sind deshalb Bestandteil der Auswertungen. Im folgenden sind die Formeln und die Werte für die Standardabweichung der Gewichtseinheit (1 km Doppelnivellement) zusammengestellt:

$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{n_R}\left[\frac{dd}{4R}\right]} = 0.20\,\text{mm},\ n_R = 1106$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{1}{4n_L}\left[\frac{S^2}{L}\right]} = 0.26\,\text{mm},\ n_L = 179$$

$$s_3 = \sqrt{\frac{1}{n_F}\left[\frac{ff}{F}\right]} = 0.32\,\text{mm},\ n_F = 58$$

Nach den internationalen Formeln zur Ermittlung der zufälligen und systematischen Fehler von 1912:

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{1}{4}\left[\frac{\Sigma d^2}{\Sigma L} - \frac{\Sigma R^2}{(\Sigma L)^2}\,\Sigma\,\frac{S^2}{L}\right]} = 0.17\,\text{mm}$$

(mittlerer zufälliger Fehler für Gruppen von Linien)

$$\mu_3 = \sqrt{\frac{1}{\Sigma L^2}\left[\frac{1}{2}\,\Sigma f^2 - \mu_1{}^2\,\Sigma L\right]} = 0.15\,\text{mm}$$

(mittlerer systematischer Fehler bei Netzen, die aus mindestens 10 Schleifen gebildet werden)

Es bedeuten:
d = Differenz der Höhenunterschiede aus Hin- und Rückmessung einer Strecke
R = Nivellementweg einer Strecke
n_R = Anzahl Strecken
S = Differenz der Höhenunterschiede aus Hin- und Rückmessung einer Linie
L = Nivellementweg einer Linie
n_L = Anzahl Linien
f = Schleifenschlussfehler
F = Schleifenlänge
n_F = Anzahl Schleifen
Andere Berechnungen, z.B. nach Rune oder Vignal, wurden nicht durchgeführt.

6.1.3 Fehlerfortpflanzung und Korrelationen
Aus der Varianzanalyse konnten für keine der beiden geprüften Ansätze 1/D bzw. 1/U (D = Länge Nivellementweg in Kilometer, U = Anzahl Umstellungen pro Nivellement) entscheidende Vorteile abgeleitet werden.
Die definitive Ausgleichung berechnete man deshalb mit der üblichen Annahme distanzabhängiger Fehlerfortpflanzung
$p = 1/D$
für alle beobachteten Höhenunterschiede unter Vernachlässigung eventuell vorliegender Korrelationen.

6.1.4 Zuverlässigkeit der Messungen
Beurteilt man die innere Zuverlässigkeit mittels der Koeffizienten
$r = Qvv/Qll$ (Redundanzanteil [6])
und legt die Grenze zwischen genügend bzw. ungenügend kontrollierten Beobachtungen mit 0.3 fest, liegen 47 der 151 Beobachtungen unterhalb dieses Wertes. Betroffen sind ausschliesslich die im Verhältnis zu Nachbarlinien kurzen hochgewichtigen Verbindungen, welche durch die längeren und zufolge geringer Überbestimmung nur ungenügend kontrolliert werden.

6.1.5 Ausgleichung
Die Ausgleichung erfolgte als vermittelnde freie Netzausgleichung mit Lagerung mittels der Bedingungsgleichung
$[dz] = 0$
für die Höhenunbekannten ausgewählter Punkte des Landesnivellements der durch Zürich führenden – 1960/61 neugemessenen – Linie Pfäffikon–Kaiserstuhl.
Die wesentlichen Angaben der Netzcharakteristik und des mathematischen Modells sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

Länge Nivellementweg	242.467 km
Anzahl Umstellungen	9036
Anzahl Schleifen	58
Anzahl Punkte gesamt	895
davon	
Knotenpunkte	94
Linienpunkte	801
Passpunkte	18
Höhe höchstgelegener NP	870.221 m ü.M.
Höhe tiefstgelegener NP	394.456 m ü.M.
Summe Höhendifferenzen absolut (aus Strecken)	6932.737 m
Länge Umfangschleife	79.232 km
Anzahl Umstellungen Umfangschleife	2939
Schleifenwiderspruch Umfangschleife	–1.43 mm
Anzahl Beobachtungen n	952
Anzahl Unbekannte u	895
Bedingungen d	1
Überbestimmung $r = n - u + d$	58
Gewichte	1/D [km]
Standardabweichung der Gewichtseinheit a posteriori $m_A = \sqrt{\frac{[pvv]}{r}}$	0.34 mm

Ausgleichungsprogramm
HELMERT 81 (Autor W. Keller, Ing.-Büro W. Schneider AG, Chur)

Bemerkungen
a) Angaben über Nivellementweg und Anzahl Umstellungen gelten für den einfachen Weg, für die effektiv ausgeführten Nivellements sind diese Angaben zu verdoppeln.
b) Eine Ausgleichung mit Gewichten $p = 1/U$ ergab gegenüber dem Ansatz $p = 1/D$ maximale Differenzen der ausgeglichenen Höhen von 2/10 mm in siebzehn meist höchstliegenden Netzpunkten und eine Standardabweichung a posteriori der Gewichtseinheit (Höhendifferenz einer Umstellung) von 0.052 mm.

6.1.6 Statistische Untersuchungen nach der Ausgleichung
In a) folgt der auf Vergleich von Varianzenschätzungen basierende globale Modelltest, in b) und c) werden Eigenschaften nomierter Verbesserungen genutzt. Bei normalverteilten Beobachtungsfehlern folgen sie der standardisierten Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und der Standardabweichung 1. Unter bestimmten Voraussetzungen eignen sie sich deshalb vorzüglich zur Überprüfung der Annahme normalverteilter Beobachtungen (Anpassungstest) und der Fehlersuche (eindimensionaler Test). Zur Normierung wurden im Gegensatz zur Theorie die a posteriori Werte verwendet.
a) Globaler Modelltest
$f = 58$
$\alpha = 5\,\%$
$m_A = 0.34,\ s_3 = 0.32$
Testgrösse $= (m_A/s_3)^2 = 1.13$
Fraktile $= x^2/f = 1.32$
Testgrösse kleiner als Fraktile, es besteht kein Grund zur Ablehnung der Modellannahmen.
b) Anpassungstest
Der Anpassungstest besteht im Vergleich von Ist-Häufigkeiten geeigneter Werte mit den entsprechenden Soll-Häufigkeiten der Normalverteilung. Beigezogen werden die mittels der a posteriori Werte normierten Verbesserungen. Bei einer Klassenbreite von 0.42 ergeben sich aus sechs Klassen nach Zusammenfassung von vier schwachbesetzten Randklassen folgende Werte:

Chi-Quadrat	=	1.601
Fraktile (3;95%)	=	7.815
Chi-Quadrat/Fraktile	=	0.19

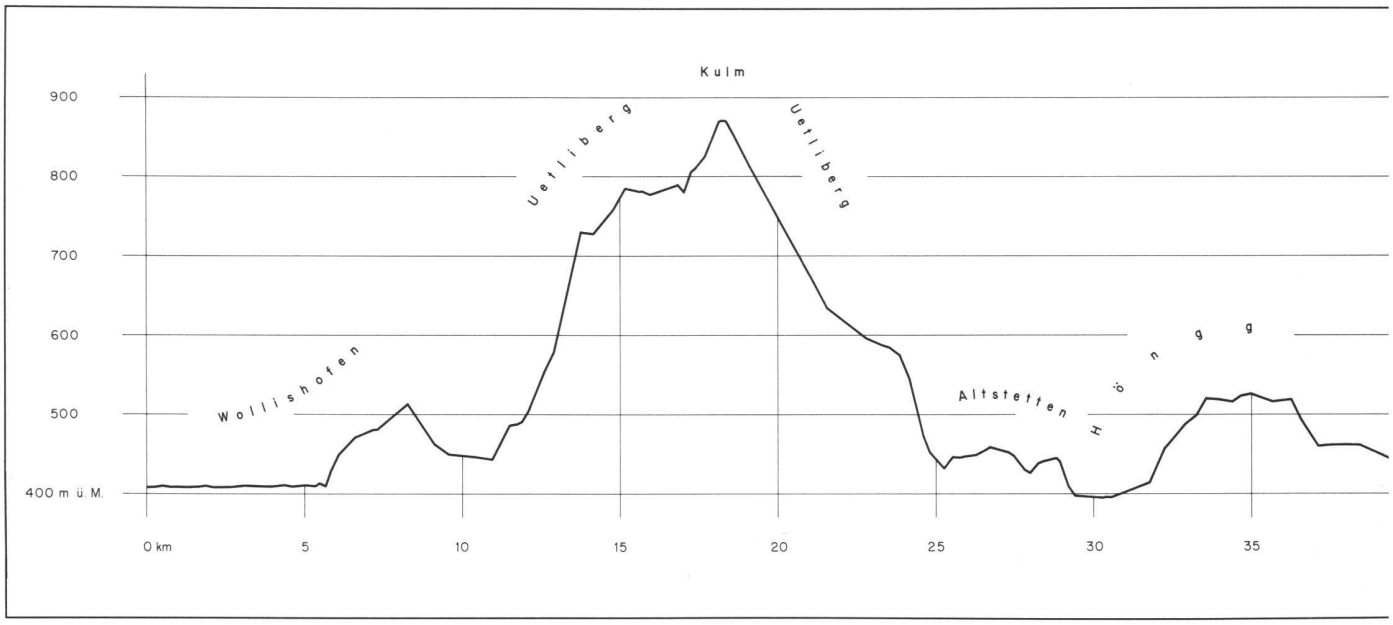


Abb. 8: Profil der Umfangsschleife

Berechnet man den Testwert und die Fraktile aus allen neun Klassen, ergeben sich folgende Werte:

Chi-Quadrat	= 10.566
Fraktile (6;95%)	= 12.592
Chi-Quadrat/Fraktile	= 0.84

Beide Stichprobenfunktionen sind kleiner als die Fraktilen, es liegt somit kein Grund zur Verwerfung der Nullhypothese (Normalverteilung) vor. Grund für die Verschlechterung des zweiten Testergebnisses ist eine normierte Verbesserung in der neunten Klasse mit der theoretischen Häufigkeit 0.1 und einem Testwert-Anteil von 8.100.

c) Fehlersuche
Die mittels a posteriori Werten berechneten normierten Verbesserungen einer freien Ausgleichung des auf unbekannte Knotenpunkte und deren Höhendifferenzen reduzierten Hauptnetzes (151 Beobachtungen, 94 Unbekannte, 1 Bedingung) ergaben drei Werte zwischen 2.0 und 2.5, für Linie 80 mit Redundanzanteil r=0.20 den Betrag 2.6 und die Linie 79 mit Redundanzanteil r=0.60(!) den Wert 3.34(!). Die Antwort auf die Frage, ob es sich bei Linie 79 um einen groben Fehler im Datenmaterial handelt, kann z.B. nach [14] wie folgt beantwortet werden:

$E(\lvert\bar{v}_a\rvert)$ zuv	= 4.00	Nichtzentralitätsparameter
α	= 1%	Wahrscheinlichkeit für Fehler 1. Art
β	= 93%	Wahrscheinlichkeit für Fehler 2. Art
v	= −1.23	Verbesserung
r	= 0.60	Redundanzanteil
$\lvert v\rvert/r$	= 2.05	Theoretischer Beobachtungsfehler
ml	= 0.47	Standardabweichung der Beobachtung
	= (0.45)	(Berechnung mit a priori Werten)
IZ	= 2.43	Testgrenze, innere Zuverlässigkeit
	= (2.32)	(Berechnung mit a priori Werten)

Der theoretische Beobachtungsfehler ist kleiner als die Testgrenzen, die Beobachtung wurde deshalb beibehalten.

6.2 Verdichtungsnetze

Aufgrund der berechneten Fehlermasse a priori und des weiteren Vorgehens verzichtete man auf umfassende statistische Untersuchungen.
Berechnet wurden Standardabweichungen s_1, s_2 und s_3. Die Bezeichnungen entsprechen den Formeln in 6.1.2 und berücksichtigen Strecken- bzw. Liniendifferenzen sowie Schleifenschlussfehler sämtlicher Verdichtungsnetze. Die Schleifen beinhalten allerdings auch entsprechende Teile des Hauptnetzes (s. 2.2. und Abb. 4).

s_1 = 0.18 mm (1650)
s_2 = 0.16 mm (660)
s_3 = 0.35 mm (458)

Die Ausgleichungen berechnete man wiederum mit dem Gewichtsansatz

$p = 1/D$ [km]

mit Annahme unkorrelierter Beobachtungen.

6.2.1 Ausgleichungen

Die vermittelnden Ausgleichungen erfolgten pro Verdichtungsnetz jeweils in zwei Schritten:

- als freie Ausgleichung des alle Schleifen umfassenden Netzes (in Abb. 4 blaue und rote Messungen) mit Lagerung gemäss 6.1.5 auf Punkte des Hauptnetzes mit ihren ausgeglichenen Höhen
- als gezwängte Ausgleichung des um die entsprechenden Teile des Hauptnetzes verkleinerten gleichen Netzes (jetzt nur rote Messungen) mit festen Höhen der als unverändert befundenen Passpunkte der freien Ausgleichung.

Die wesentlichen Angaben zur Netzcharakteristik und den Ergebnissen sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

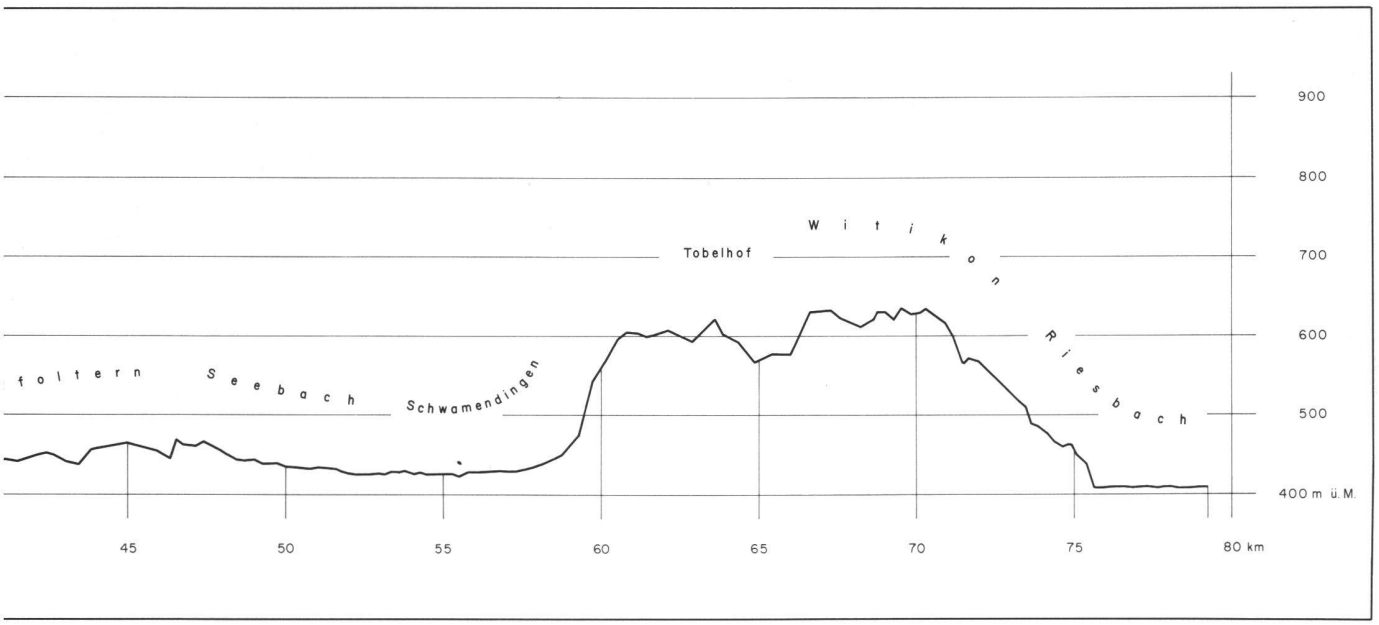
Länge Nivellementweg	366.913 km
Anzahl Umstellungen	15613
Anzahl Verdichtungsnetze	54
Anzahl Schleifen	458
Anzahl Neupunkte	1232
Summe Höhendifferenzen absolut (aus Strecken)	8203.098 m
Gewichte	1/D [km]
Standardabweichungen der Gewichtseinheit a posteriori (Mittel aus allen freien/gezwängten Ausgleichungen)	0.35 mm/0.49 mm

Bemerkungen:

a) Angaben über Nivellementweg und Anzahl Umstellungen gelten für den einfachen Weg, für die effektiv ausgeführten Nivellements sind die Angaben zu verdoppeln.
b) Nicht alle Standardabweichungen können ohne weiteres mit Werten aus dem Hauptnetz verglichen werden, sind als Hinweis zur erreichten Genauigkeit aber trotzdem nützlich.

7. Verzeichnis der Nivellementpunkte

Die Ergebnisse sind im «Verzeichnis der Nivellementpunkte im Stadtgebiet Zürich» festgehalten. Ausser einem allgemeinen Teil mit Bemerkungen zur Sta-



bilität der Nivellementpunkte, Gültigkeit der Höhenangaben und Haftung, Zuständigkeiten sowie Erläuterungen und Punktplänen enthält die Zusammenstellung je Punkt:

- Punktnummer mit Symbol für Anordnung des Bolzens
- Gebrauchshöhe
- Lagebeschreibung (Kurzfassung), bei Punkten unter Schacht Koordinaten
- Situation aus Übersichtsplan 1 : 2500
- Datum der Messung

8. Schlusswort

Präzisionsnivellements dieses Umfangs bringen ausser technischen auch menschliche Probleme. Beiden Gruppen gebührt gleiche Aufmerksamkeit. Zur ersten gehört die Feststellung, dass das Wissen über die Eigenschaften eines bestimmten Materials noch keine Garantie für die Verwendung des richtigen Materials selber darstellt oder allgemeiner ausgedrückt, glauben genügt nicht, man muss sich überzeugen.

Zur zweiten gehört die Tatsache, dass der monotone, stetig sich wiederholende Ablauf und die lange Dauer einerseits zu Gewöhnungs- und Sättigungseffekten, andrerseits zu Abnützungserscheinungen physiologischer und psychologischer Art führen kann. Durch Auswahl geeigneter Personen und entsprechende Organisation sind die Einflüsse und deren Auswirkungen unterhalb messbarer Grössen zu halten.

Literatur:

[1] AdV: Nivellementsnetz 1960, München 1975
[2] Baumann E.: Untersuchungen von Höhennetzen nach einem statistischen Verfahren, AVN 3/1974
[3] Bertschmann S.: Zur Frage der zutreffenden Gewichte bei der Ausgleichung des stadtzürcherischen Nivellementnetzes, Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie, 8/1951
[4] Carosio A.: Verfahren der multivariaten Statistik zur Beurteilung der Resultate und Zuverlässigkeit geodätischer Messsysteme, IGP ETHZ, Mitteilungen Nr. 35, 1983
[5] DIN Deutsches Institut für Normung e.V.: Normen für Vermessungswesen, DIN Taschenbuch 111, 1979
[6] Förstner W.: Das Programm TRINA zur Ausgleichung und Gütebeurteilung geodätischer Lagenetze, ZfV 2/ 1979
[7] Grossmann W.: Grundzüge der Ausgleichungsrechnung, 1969
[8] Heller E./Wernthaler R.: Entwicklung und Genauigkeit des deutschen Haupthöhennetzes, DGK B 17, München 1955
[9] Höpcke W.: Fehlerlehre und Ausgleichsrechnung, 1980
[10] Jacobs E./Lindstrot W.: Geodätische Präzisionsmessungen zur Untersuchung rezenter Bodenbewegungen am Nordrand des Ruhrgebietes, 1980
[11] Jordan/Eggert/Kneissl: Handbuch der Vermessungskunde Band I, 1961
[12] Jordan/Eggert/Kneissl: Handbuch der Vermessungskunde Band III, 1961
[13] Just Ch.: Statistische Methoden zur Beurteilung der Qualität einer Vermessung, IGP ETHZ, Mitteilungen Nr. 27, 1979
[14] Kraus K.: Photogrammetrie, Band 2, Bonn 1984
[15] Leemann W.: Über ein besonderes Nivellementgewicht, Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen, Kulturtechnik und Photogrammetrie, 3/1946
[16] Leemann W.: Ergänzende Bemerkungen zum Thema Präzisions-Nivellement der Stadt Zürich, Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen, Kulturtechnik und Photogrammetrie, 6/1956
[17] Niemeier W.: Netzqualität und Optimierung in Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II, 1985, Hrg. Pelzer H.
[18] Reissmann G.: Die Ausgleichungsrechnung, 1980
[19] Rumpf W. E./Meurisch H.: Systematische Änderungen der Ziellinie eines Präzisionskompensatornivelliers – insbesondere des Zeiss Ni 1 – durch magnetische Gleich- und Wechselfelder. FIG XVI, Montreux, 1981
[20] Schlemmer H.: Laser-Interferenzkomparator zur Prüfung von Präzisionsnivellierlatten, DGK C 210, München 1975
[21] Wolf H.: Ausgleichungsrechnung, 1975, Formeln zur praktischen Anwendung
[22] Wolf H.: Ausgleichungsrechnung II, 1979, Aufgaben und Beispiele zur praktischen Anwendung
[23] Zippelt K.: Measurement of Level Rod's Temperature and Effects on Precise Levelling, in Precise Levelling, 1983, Hrg. Pelzer H. und Niemeier W.

Adresse des Verfassers:
Benno Mohr, dipl. Vermessungsing.
Vermessungsamt der Stadt Zürich
Werdmühleplatz 3
CH-8023 Zürich