

<b>Zeitschrift:</b>	Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)
<b>Band:</b>	84 (1986)
<b>Heft:</b>	11
<b>Artikel:</b>	Geometrische Methoden der Refraktionsbestimmung
<b>Autor:</b>	Wunderlich, T.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-233111">https://doi.org/10.5169/seals-233111</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Geometrische Methoden der Refraktionsbestimmung

Th. Wunderlich

Zu den bestehenden Verfahren der Refraktionsbestimmung sind in den letzten Jahren weitere Lösungsansätze getreten, die als geometrische Methoden bezeichnet werden. Sie versuchen, durch die spezielle Wahl von Messanordnungen Refraktionswinkel aus geometrischen Bedingungen zwischen den Messgrößen abzuleiten. Ausgehend von der dreiecksförmigen Konfiguration des Argentiniers Sanchez wird in der Folge die voraussetzungsfreie Bestimmung von Refraktionswinkel in einem vertikalen Viereck gezeigt. Die mittleren Fehler dieser Refraktionswinkel lassen sich streng aus den mittleren Fehlern der Beobachtungen herleiten und haben bei der Erprobung des Verfahrens an der Hohen Wand südlich von Wien durchschnittlich  $\pm 3^{\circ}$  erreicht.

*Au cours des dernières années, les méthodes de détermination de la réfraction géodésique ont été complétées par de nouvelles solutions géométriques. Elles essayent à l'aide de configurations particulières des mesures de déterminer les angles de la réfraction. Dans l'essai présent le triangle vertical de Sanchez est remplacé par un quadrangle vertical. La méthode décrite n'a pas besoin d'une hypothèse. Les erreurs moyennes des angles de réfraction se laissent calculer de manière rigoureuse à partir des erreurs moyennes des observations et ont donné lors de tests dans un réseau expérimental au sud de Vienne des valeurs de  $\pm 3^{\circ}$ .*

## 1. Methoden der Refraktionsbestimmung

Will man in die zahllosen publizierten Vorschläge zur Ermittlung der Vertikalrefraktion (Betrag des Refraktionswinkels oder Betrag des Refraktionskoeffizienten) bei der terrestrischen Zenitdistanzmessung ein wenig Ordnung bringen, so kann man – bei Unterdrückung von Mehrfachzugehörigkeiten – folgende grobe Einteilung treffen:

- a) physikalische Methoden
- b) mathematische Methoden
- c) geometrische Methoden.

### 1.1 Physikalische Methoden

Den physikalischen Methoden rechne ich zwei, vom Ansatz her völlig verschiedene Gruppen zu. Die erste versucht, aus während der Zenitdistanzmessung sorgfältig erhobenen Parametern des atmosphärischen Zustands sowie aus der Forschung bekannter Modellvorstellungen über den Aufbau der brechenden Luftsichten Refraktionswinkel hochzurechnen. Je nachdem, ob die Modelle eher auf stabile oder mehr auf turbulente atmosphärische Verhältnisse abzielen, unterscheidet man zwischen den Modellen von Levallois [15], Brocks [5], Kukkamäki [13] und den Modellen von Angus-Leppan [1], Monin-Obuchow [16], Brunner-Fraser [6]. Einige Ansätze kommen für die Berechnung mit den meteorologischen Parametern Temperatur, Luftdruck, Luftfeuchte, Bewölkungsgrad und Windstärke aus, andere benötigen darüber hinaus noch den vertikalen Temperaturgradienten, den turbu-

lenten Wärmestrom und die Reibungsgeschwindigkeit. Der Bodenabstand der Visuren wird anhand von Geländeprofilen oder digitalen Höhenmodellen erfasst. Die Integration der Refraktionsbeträge entlang der Lichtkurve erfolgt nach Fearnley [2] oder Moritz [17]. Als vielversprechende praktische Versuche seien die Ergebnisse von Brunner [7], Wunderlin [27] und Lepuschitz [14] erwähnt. Grosse Bedeutung kommt den physikalischen Methoden schon deshalb zu, weil sie gleichwertig zur Refraktionsbestimmung auch den Zugang zur atmosphärischen EDM-Korrektur gestatten, was besonders für die operationelle Geodäsie wesentlich ist.

Die zweite Gruppe der physikalischen Methoden strebt – unter Nutzung des optischen Dispersionseffektes (Kahmen-Williams [12], Bahnert [3]) – eine instrumentelle Lösung des Refraktionsproblems an. Zurückgehend auf die theoretische Abhandlung von Näßauer [18] und begünstigt durch die Entwicklung des Lasers, sind hier mehrere bemerkenswerte Konstruktionen zur Ausmessung des enorm kleinen Dispersionswinkels ( $\sim 0.1^{\circ}$ ) bekannt geworden. Tengström [23] und Prilepin [19] arbeiten mit einer interferometrischen Methode, Brein [4] mit Filtern und photographischen Platten und schliesslich Williams [25] mit einem optisch-elektronischen Kompensationssystem. Probleme sind durch die Szintillation (keine deutlichen Interferenzen wegen der kurzperiodischen Änderungen der Refraktion) und die starke atmosphärische Extinktion bei blauem Licht (sehr schwache Interferenzen) gegeben. Zur Zeit scheint die Tendenz zu einem theodolitartigen Gerät (Williams [26], Gliss-

mann [9]) zu gehen, das mit Hilfe eines Systems von zwei Optiken den Abstand der Bilder zweier verschiedenfarbiger Lichtquellen am Zielpunkt genau dann zum Verschwinden bringt, wenn das Fernrohr in die refraktionsfreie Richtung weist.

### 1.2 Mathematische Methoden

Unter mathematischen Methoden seien jene verstanden, die, ohne Einbeziehung der physikalischen Beschaffenheit des Brechungsfeldes und ohne Beachtung der Geometrie des Zielstrahlverlaufs, Refraktionskoeffizienten aus Überbestimmungen ableiten. Auf der Basis des Rechenkalküls der bedingten Ausgleichung mit Unbekannten lassen sich Refraktionskoeffizienten als Stations- oder Netzunbekannte (Finstwalder [8], Hradilek [10], Malkowski [2]) im Netzausgleich berechnen. Notwendige Hypothesen sind nicht geometrischer Natur, sondern postulieren z.B. die Unabhängigkeit des Refraktionskoeffizienten vom Azimut der Visur. Die Schärfe der Bestimmung hängt einerseits von der Einhaltung vorgeschriebener Bodenabstände der Visuren und vom Eintreten angenommener Hypothesen, andererseits davon ab, ob nur Refraktionskoeffizienten oder auch Lotabweichungen in bestimmten Netzpunkten berechnet werden sollen (verminderte Genauigkeit).

### 1.3 Geometrische Methoden

Zu den geometrischen Methoden zählen im engeren Sinne diejenigen Verfahren, die den Betrag von Refraktionswinkeln allein aus der Geometrie der Messungen zu bestimmen erlauben. Im weiteren Sinne sind aber auch alle Vorgangsweisen, die eine einfache geometrische Vorschrift über die Zielstrahlkrümmung treffen, dieser Gruppe zuzurechnen – so etwa auch die am häufigsten zur Refraktionsbestimmung angewandte Methode der gleichzeitigen gegenseitigen Zenitdistanzen. Diese setzt ja nach Biott-Bouguer [24] die Annahme eines kreisbogenförmigen Strahlverlaufs voraus. Zum Unterschied von den letzteren sind die strengen Verfahren eigentlich erst mit dem Vorhandensein von EDM-Geräten zur hochgenauen Messung von Raumstrecken möglich geworden. Als Pionier darf wieder Hradilek [11] gelten, dessen Ideen zur Höhenableitung aus Horizontalstrecken (Triangulation) und Schrägdistanzen (EDM) allerdings nur der Ausschaltung und nicht der Bestimmung des Refraktionseinflusses dienten. Der erste Versuch, die geometrische Konfiguration von Messungen zur Ermittlung von Refraktionswinkeln zu nutzen, stammt vom argentinischen Geodäten Sanchez [21, 22]. Seine Refraktionsuntersuchungen in einem vertikalen Dreieck bildeten die Grundlage für die späteren Weiterentwicklungen des Autors dieser Arbeit.

# Partie rédactionnelle

## 2. Das vertikale Dreieck

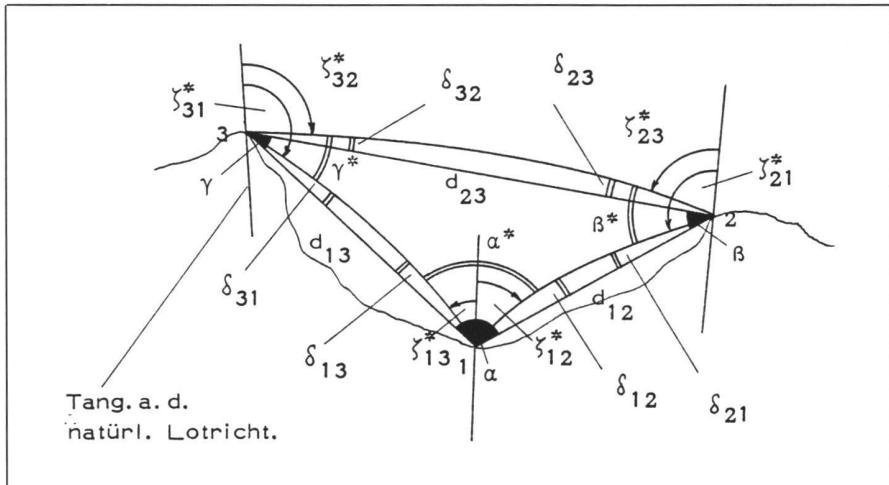


Abb. 1

Wenn bei zwei höhenmäßig zu bestimmenden Hochpunkten 2 und 3 der Messpunkt 1 im Tal in der Vertikalebene der beiden Hochpunkte gewählt wird, so bilden diese drei Punkte ein vertikales Dreieck. Werden in diesem Dreieck die drei Schrägdistanzen ( $d_{ik}$ ) mit sehr hoher Genauigkeit bestimmt, dann können aus ihnen die refraktionsfreien Dreieckswinkel ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) berechnet werden. In den Differenzen ( $\psi_i$ ) dieser Winkel mit den aus den beobachteten Zenitdistanzen ( $\xi^*_{ik}$ ) gebildeten refraktionsbehafteten Winkeln ( $\alpha^*, \beta^*, \gamma^*$ ) sind jeweils zwei der gesuchten Refraktionswinkel ( $\delta_{ik}$ ) in einer Linearkombination enthalten.

Mit (2,1) und (2,2) liegt ein System von sechs linearen Gleichungen für die sechs unbekannten Refraktionswinkel vor. Da die gemessenen Distanzen in keiner Beziehung zu den Lotrichtungen stehen, besteht eine lineare Abhängigkeit, die man als fehlende Orientierung des formmäßig bestimmten Dreiecks in seiner Vertikalebene deuten kann. Sanchez hat sich hier zunächst (vertikales Dreieck Tólombón) durch Einführung der Kreisbogenhypothese für die annehmbar weniger refraktionsgestörte Visur zwischen den Gipfelpunkten beholfen ( $\delta_{23} = \delta_{32} = \omega_{23}/2$ ), schliesslich aber in einem neuen Versuchsdreieck (Alpachiri) statt der Dreicksspitze eine ganze Dreiecksseite in die Talregion verlegt. Dies hat ihm die Möglichkeit eröffnet, durch die Kombination eines Präzisionsnivelllements mit einem astronomischen Nivellement die refraktionsfreien Zenitdistanzen zwischen den Talpunkten zu ermitteln und so das Dreieck zu lagern.

Von der Fehlertheorie her betrachtet, unterliegt die Methode enormen Anforderungen an die Genauigkeit der zu messenden Distanzen ( $\pm 1-2 \text{ ppm}$ ), was für die Tellurometermessungen (MRA2) in den Sanchez'schen Dreiecken (Distanzen bis 50 km, Gipfelhöhen bis 4500 m) ein äusserst hoch gestecktes Ziel gewesen ist. Dieser Umstand, zusammen mit dem Unbehagen, dass in einem Dreieck keine echte Distanzkontrolle möglich ist, hat später zu der vorteilhafteren Figur eines vertikalen Vierecks geführt.

## 3. Das vertikale Viereck

### 3.1. Theoretische Grundlagen (Wunderlich [28])

Durch Einfluchtung eines zweiten Talpunktes im vertikalen Dreieck lässt sich dieses zu einem vertikalen Viereck erweitern. Werden in diesem alle möglichen 6 Distanzen gemessen, so liegt eine schwache – aber umso willkommenere – Überbestimmung der Figur vor, die der Kontrolle der erreichten Distanzmessgenauigkeit dienen kann. Gleichzeitig liegt eine Seite in der Talsohle, was die Orientierung des Vierecks mit Hilfe von Präzisionsnivelllement und astronomischem Nivellement zwischen den beiden Talpunkten sichert. Beschränkt man sich ausserdem auf Distanzen  $\leq 3 \text{ km}$ , so erlaubt dies den Einsatz hochpräziser Kurzstreckendistanzer (MA100, ME3000), und damit eine wesentlich höhere Wahrscheinlichkeit bei der Einhaltung der vorgegebenen Genauigkeitsanforderungen.

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= \alpha - \alpha^* = \arccos \frac{d_{12}^2 + d_{13}^2 - d_{23}^2}{2d_{12}d_{13}} - (\xi^*_{12} + \xi^*_{13}) = \delta_{12} + \delta_{13} \\ \psi_2 &= \beta - \beta^* = \arccos \frac{d_{12}^2 + d_{23}^2 - d_{13}^2}{2d_{12}d_{23}} - (\xi^*_{21} - \xi^*_{23}) = \delta_{21} - \delta_{23} \\ \psi_3 &= \gamma - \gamma^* = \arccos \frac{d_{13}^2 + d_{23}^2 - d_{12}^2}{2d_{13}d_{23}} - (\xi^*_{31} - \xi^*_{32}) = \delta_{31} - \delta_{32} \end{aligned} \right\} (2,1)$$

Eine zweite Gruppe von drei linearen Gleichungen für je zwei Refraktionswinkel lässt sich leicht finden, wenn man mit Hilfe je zweier gegenseitiger Zenitdistanzen und des von den Tangenten an die natürlichen Lotlinien eingeschlossenen Zenitwinkels ( $\sigma^*_{ik}$ ) den Schnittwinkel ( $\omega_{ik}$ ) der beiden Tangenten an die Lichtkurve berechnet (siehe Abb. 2).

$$(2,2) \quad \left. \begin{aligned} \omega_{12} &= 200^\circ + \sigma^*_{12} - (\xi^*_{12} + \xi^*_{21}) = \delta_{12} + \delta_{21} \\ \omega_{13} &= 200^\circ + \sigma^*_{13} - (\xi^*_{13} + \xi^*_{31}) = \delta_{13} + \delta_{31} \\ \omega_{23} &= 200^\circ + \sigma^*_{23} - (\xi^*_{23} + \xi^*_{32}) = \delta_{23} + \delta_{32} \end{aligned} \right\}$$

$\sigma^*_{ik}$  ergibt sich aus den Resultaten astronomischer Messungen:

$$\cos \sigma^*_{ik} = \sin \varphi^*_i \sin \varphi^*_k + \cos \varphi^*_i \cos \varphi^*_k \cos \Delta \lambda^*_{ik}$$

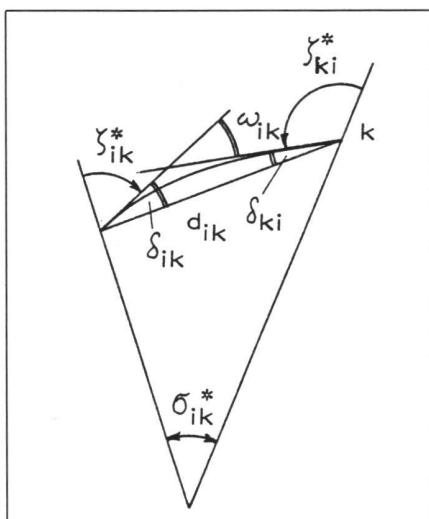


Abb. 2

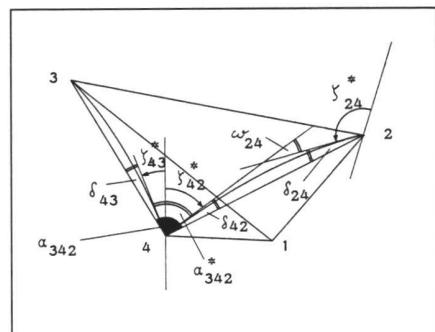


Abb. 3: Skizze zur Vergabe der Indizes

Aus den nach der Ausgleichung widerspruchsfreien Distanzen werden wieder die refraktionsfreien Winkel ( $\alpha_{ijk}$ ) gebildet und mit diesen die Differenzen zu den refraktionsbehafteten Winkeln ( $\alpha^*_{ijk}$ ) bestimmt. Zu diesen  $\psi$ -Gleichungen treten

nun noch die  $\omega$ -Gleichungen der Schnittwinkel der Visurtangenten. Insgesamt lassen sich elf voneinander unabhängige Gleichungen formulieren. Durch Anfügen einer zwölften Gleichung für den Refraktionswinkel  $\delta_{14}$  ist das System vollständig bestimmt. Die Gleichung für  $\delta_{14}$  lässt sich unter Beachtung des Theorems von Villarceau (3,1) ableiten, welches besagt, dass der ellipsoidische Höhenunterschied ( $\Delta h$ ) zweier Punkte (in diesem Fall der beiden Talpunkte 1 und 4) gleich der Summe aus dem unmittelbaren Ergebnis eines Nivellements ( $\Delta H_{Niv}$ ) und dem Anstieg bzw. Gefälle ( $\Delta N^l$ ) der Niveaufläche  $W$  ist.

$$\Delta h = \Delta H_{Niv} + \Delta N^l \quad (3,1)$$

$$\begin{aligned}\psi_{231} &= \alpha_{231} - \alpha_{231}^* = \delta_{31} - \delta_{32} \\ \psi_{134} &= \alpha_{134} - \alpha_{134}^* = \delta_{34} - \delta_{31} \\ \psi_{342} &= \alpha_{342} - \alpha_{342}^* = \delta_{43} + \delta_{42} \\ \psi_{241} &= \alpha_{241} - \alpha_{241}^* = \delta_{41} - \delta_{42} \\ \omega_{12} &= \delta_{12} + \delta_{21} \\ \omega_{13} &= \delta_{13} + \delta_{31} \\ \omega_{14} &= \delta_{14} + \delta_{41} \\ \delta_{14} &= z_{14} - \zeta_{14}^* - \varepsilon_1 \quad (3,6)\end{aligned}$$

Aus (3,6) können dann die Gleichungen aller  $\delta_{ik}$  direkt angeschrieben werden. Durch Differentiation nach den Beobachtungen ( $d_{ik}, \zeta_{ik}^*, \varphi_i^*, \lambda_i^*, \Delta H_{14}$ ) erhält man die Glieder der Koeffizientenmatrix  $A\delta$

Für die notwendige Reduktion der gemessenen Distanzen und Zenitdistanzen auf die Bodenpunkte sind die Instrumenten-, Ziel- und Reflektorhöhen auf besser als  $\pm 1$  mm zu erfassen. Ob die Einhaltung mancher der angegebenen Fehlerschranken (besonders jener der Distanzen) im Feld überhaupt zu erreichen sein würde, schien eher zweifelhaft. In einem eigens dafür geschaffenen Testnetz in der weiteren Umgebung Wiens ist die Methode eingehend mit grossem zeitlichem und personellem Aufwand erprobt worden.

## 3.2 Erprobung des Verfahrens

Da die theoretisch erzielbare Genauigkeit des Verfahrens in starkem Zusammenhang mit der Form des vertikalen Vierecks steht (je gestauchter, desto ungünstigere Fehlerfortpflanzung), musste ein leicht erreichbares Messgebiet mit möglichst grossen Höhenunterschieden gesucht werden. Ein solches fand sich etwa 40 km südlich von Wien im Gebiet der «Hohen Wand». Das vertikale Viereck überspannt das Einbruchsbecken der «Neuen Welt» vom Steilabfall der Hohen Wand bis zu den Fischauer Vorbergen. Es weist Seitenlängen

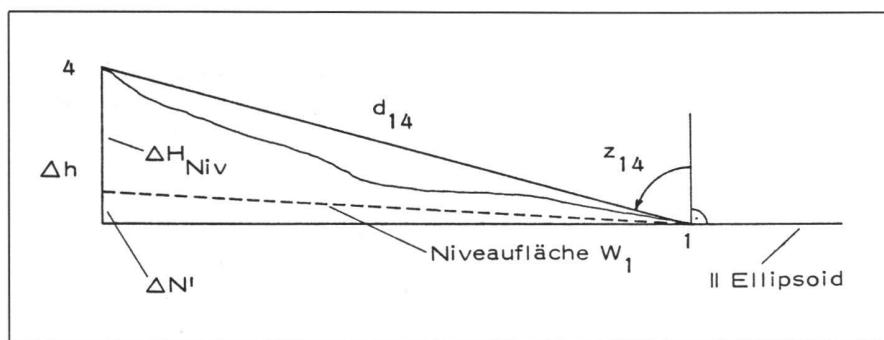


Abb. 4

$$z_{14} = \zeta_{14} + \delta_{14} = \zeta_{14}^* + \varepsilon_1 + \delta_{14} \quad (3,2)$$

Aus  $\Delta h_{14}$  kann die refraktionsfreie ellipsoidische Zenitdistanz  $z_{14}$  berechnet werden ( $K_{14}$ ... Erdkrümmung,  $\zeta_{14}^* \sim z_{14}$ ):

$$z_{14} = \arccos \frac{\Delta h_{14} - K_{14}}{d_{14}} \text{ mit } K = \frac{d_{14}^2 \sin^2 \zeta_{14}^*}{2R_\alpha} \quad (3,3)$$

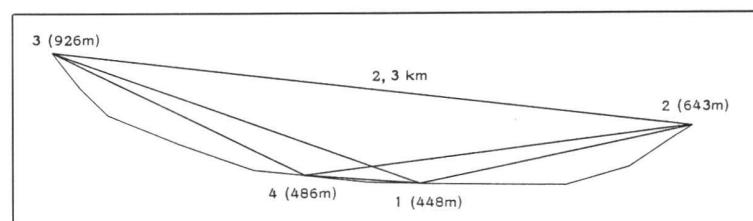


Abb. 5: Vertikales Viereck «Hohe Wand»

Den für die Berechnung von  $\Delta h_{14}$  notwendigen Niveauflächenanstieg  $\Delta N^l$  gewinnt man aus der horizontalen Seite  $s_{14}$  und den azimutalen Lotabweichungskomponenten  $\varepsilon_1$  in Punkt 1 und  $\varepsilon_4$  in Punkt 4 nach der Näherungsformel für astronomische Nivellements:

$$\Delta N_{14}^l = - \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_4}{2} \cdot \frac{s_{14}}{q} \quad (3,4)$$

Mit (3,2) und (3,3) ergibt sich der Refraktionswinkel  $\delta_{14}$  zu:

$$\delta_{14} = z_{14} - \zeta_{14}^* - \varepsilon_1 \quad (3,5)$$

Das vollständige System zur Ermittlung aller 12 Refraktionswinkel im vertikalen Viereck lautet nun:

$$\begin{aligned}\psi_{312} &= \alpha_{312} - \alpha_{312}^* = \delta_{12} + \delta_{13} \\ \psi_{413} &= \alpha_{413} - \alpha_{413}^* = \delta_{14} - \delta_{13} \\ \psi_{124} &= \alpha_{124} - \alpha_{124}^* = \delta_{21} - \delta_{24} \\ \psi_{423} &= \alpha_{423} - \alpha_{423}^* = \delta_{24} - \delta_{23}\end{aligned}$$

und findet unter Anwendung des allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes die Streumatrix der Refraktionswinkel  $S_{\delta\delta}$ :

$$S_{\delta\delta} = A_\delta S_{ll} A_\delta^T \quad (3,7)$$

Dabei ist zu beachten, dass die Streumatrix der Beobachtungen wegen der vorangegangenen Ausgleichung im Bereich der Distanzen auch außerhalb der Hauptdiagonale besetzt ist. (3,7) kann nicht nur zur strengen Fehlerrechnung sondern auch zur Abschätzung der notwendigen Messgenauigkeiten genutzt werden. Um einen mittleren Fehler der Refraktionswinkel von  $\pm 3^{\circ}$  zu erreichen, sind in etwa folgende mittlere Fehler bei den Messgrößen einzuhalten:

Distanzen $d_{ik}$ : $m_{d_{ik}}$	$\leq \pm 1$ ppm
Nivellement $\Delta H_{14}$ : $m_{\Delta H_{14}}$	$\leq \pm 0,5$ mm
Zenitdistanzen $\zeta_{ik}^*$ : $m_{\zeta_{ik}^*}$	$\leq \pm 1^{\circ}$
natürl. Lotrichtungen $\varphi_i^*, \lambda_i^*$ : $m_{\varphi_i^*} = m_{\lambda_i^*}$	$\leq \pm 0,7^{\circ}$

bis 2,3 km und Höhenunterschiede bis zu 480 m auf. Das Tal ist landwirtschaftlich genutzt, die Berge sind bewaldet. Von bereits vorhandenen Festpunkten auf den Bergen wurden die zwei Talpunkte kontrolliert eingeflüchtet und massiv stabilisiert. Mit drei Präzisionsdistanzmessgeräten (2 MA100, 1 ME3000) wurden zu verschiedenen Jahreszeiten und Wetterlagen die Distanzen im Netz mehrfach bestimmt. Ein Distanzausgleich ergab schliesslich die widerspruchsfreien Strecken mit mittleren Fehlern von  $\pm 1$  mm. Auch bei den Präzisionsnivellements und den astronomischen Beobachtungen konnten die geforderten Genauigkeiten eingehalten werden. Im Anschluss an diese vorbereitenden Messungen erfolgten dann mehrere 24stündige simultane Zenitdi-

# Partie rédactionnelle

stanzbeobachtungen zur Refraktionsbestimmung. Voraussetzung dafür waren Spezialzieltafeln für die gegenseitig-gleichzeitige Messung, die folgende Forderungen erfüllen mussten:

- a) am Theodolit montierbar
- b) Durchschlagsfreiheit für das Fernrohr
- c) kein Verdecken durch den Operateur
- d) Symmetrie (beide Seiten gleich und gleichzeitig anzielbar)
- e) Optimale Farbgebung und Beleuchtung

Ein Satz von vier identen Zieltafeln, die den obigen Ansprüchen gerecht waren, wurde von einer Wiener Feinmechanikerwerkstatt nach Angaben des Autors gefertigt. Diese Zieltafeln lassen sich wie Reiterlibellen direkt auf die Verkleidung der Kippachse aufsetzen. Für die Beobachtung bei Tageslicht sind sie durch grellgelben Anstrich mit je einem dicken roten Streifen am oberen und unteren Rand für kurze und lange Visuren sehr gut anzielbar. Bei Nachtmessungen lässt sich ein mit Mattglas abgedeckter Schlitz in der Mitte von innen mit zwei Halogenlämpchen beleuchten (Abb. 6).



Abb. 6: Spezialzieltafel

Ein grosses Problem stellt die Erfüllung der Gleichzeitigkeit aller 12 Zenitdistanzbeobachtungen dar. Eigentlich benötigt das Gleichungssystem (3,6) ja eine Momentaufnahme des Refraktionszustands zur korrekten Lösung. Da dies messtechnisch jedoch nicht möglich ist, wurden die Mittel von Beobachtungen innerhalb von etwa 20 Minuten als Ersatz herangezogen. In dieser Zeitspanne, die im allgemeinen als refraktionskonstant angesehen werden darf, ist ein mittlerer Fehler des Mittels von 6 Sätzen von  $\pm 1-2^{\circ}\text{C}$  erzielbar (Ramsayer [20]). An die Operatoren sind dabei natürlich hohe Anforderungen gestellt, denn 6 Sätze mit zweimaliger Ableitung zu je 3 Zielen bedeuten 36 Zielungen

und 72 Ablesungen in dem angegebenen knappen Zeitraum. Während 24 Stunden wurden nun etwa alle 2 Stunden solche Zenitdistanzbeobachtungen durchgeführt und von laufenden meteorologischen Messungen begleitet. Aus den erhobenen Parametern des atmosphärischen Zustands (Trocken- und Feuchttemperatur, Luftdruck, Windgeschwindigkeit, Bewölkungsgrad) konnten dann nämlich physikalische Refraktionswinkel mit dem Programm TGREFR von Wunderlin [27] als unabhängige Vergleichswerte zu den geometrischen berechnet werden.

### 3.3 Ergebnisse

Die Abb. 7–10 zeigen nun einige Ergebnisse aus dem vertikalen Viereck «Höhe Wand». Im Beobachtungszeitraum 1981-11-04/05 konnten sowohl erwartete Trends als auch bemerkenswerte Anomalien der Refraktion festgestellt werden. Im Schnitt lag die Genauigkeit der abgeleiteten geometrischen Refraktionswinkel bei etwa  $\pm 3^{\circ}\text{C}$ . Übereinstimmung mit den physikalischen Refraktionswinkelstellte sich nur bei den langen, bodenfernen Visuren (2-3,3-2,3-1) ein. In den meisten anderen Fällen gab das Modell TGREFR zwar gut den Zyklus des Refraktionsverlaufes an, blieb aber in den Amplituden fast durchwegs zu gering. Dies zeigte sich im besonderen während der Nachtstunden, wo durch ausgeprägte Inversionsverhältnisse die Zielstrahlen erstaunlich stark zur Erde gekrümmmt waren.

Auffallend war überdies, dass sich gleich grosse Refraktionswinkel an beiden Enden einer Visur, wie sie die Theorie der gleichzeitig-gegenseitigen Zenitdistanzen postuliert, eigentlich nur in den Nachtstunden bei Visuren mit besonders grossem Bodenabstand einstellten. Als Beispiel sind in der Tabelle die Ergebnisse der Messreihen von 23<sup>20</sup> und 12<sup>15</sup> in cc angegeben.

$\delta(\pm m \delta)$	23 <sup>20</sup>	12 <sup>15</sup>
1 – 2	+ 18.8 (3.1)	+ 10.8 (3.5)
2 – 1	+ 20.7 (3.1)	+ 21.2 (3.0)
1 – 3	+ 23.3 (3.6)	+ 17.1 (2.9)
3 – 1	+ 9.5 (2.3)	+ 8.5 (2.6)
1 – 4	+ 20.7 (3.1)	- 2.1 (1.6)
4 – 1	+ 10.6 (2.6)	+ 4.3 (1.6)
2 – 3	+ 19.0 (2.4)	+ 21.1 (2.6)
3 – 2	+ 17.9 (2.2)	+ 11.7 (2.3)
2 – 4	+ 20.2 (2.9)	+ 16.3 (2.3)
4 – 2	+ 23.4 (2.9)	- 4.2 (2.6)
3 – 4	+ 7.3 (2.9)	0.0 (3.3)
4 – 3	+ 26.2 (3.0)	+ 9.9 (3.0)

Tabelle

Die drei, jeweils von einem Standpunkt ausgehenden Visuren zeigten in den 24 Stunden durchaus ähnliches Verhalten.

Dabei war der Refraktionszyklus auf den Bergpunkten – wie zu erwarten – gegenüber jenem auf den Talpunkten wesentlich gedämpft.

### 4. Schlussbemerkungen

Aus simultanen Zenitdistanzmessungen in einem vertikalen Viereck, dessen Form durch hochgenaue Distanzmessungen und dessen vertikale Orientierung durch astronomisch-nivellitische Lagerung der Strecke im Talboden vorgegeben ist, lassen sich geometrische Refraktionswinkel mit einer Genauigkeit von  $\pm 3^{\circ}\text{C}$  bestimmen. Die Angabe der mittleren Fehler leitet sich über eine strenge Fehlerrechnung direkt aus den mittleren Fehlern der Beobachtungen her, da das Verfahren keine Hypothesen unterstellen muss. Die eingehende praktische Erprobung der Methode hat gezeigt, dass die gebräuchliche Annahme gleich grosser Refraktionswinkel bei gegenseitig-gleichzeitiger Beobachtung höchstens während der Nachtstunden berechtigt ist. Dies wurde an anomaliefreien, bodenfernen Visuren beobachtet. Aus meteorologischen Parametern hochgerechnete physikalische Refraktionswinkel zeigten während einer Versuchsdauer von 24 Stunden gleiche Trends, aber meist zu geringen Betrag. Als Anwendung der Methode bietet sich der präzise Zusammenschluss von Talnivellierungen mit trigonometrischen Höhennetzen der Gipfelregion und die Deformationsmessung bei grossen Höhenunterschieden an. Besondere Bedeutung könnte ihr bei der Eichung atmosphärischer Modelle zukommen. Jedenfalls sind durch die Bestimmung der Refraktionswinkel in einem vertikalen Viereck, Höhenunterschiede mit einer Genauigkeit von etwa  $\pm 5 \text{ mm}/1000 \text{ m } \Delta h$  zu ermitteln.

### Literatur:

- [1] Angus-Leppan, P.V.: Use of meteorological measurements for computing refractive effects-a review, Reidel, 1979.
- [2] Bahnert, G.: Möglichkeiten und Grenzen der trigonometrischen Höhenmessung, Wiss. Arb. a.d. Verm. u. Kart. wes. d. DDR Nr. 24/25, 1970.
- [3] Bahnert, G.: Die Bestimmung der terrestrischen Refraktion aus der Dispersion des Lichtes, Vermessungstechnik 30, 1982.
- [4] Brein, R.: Die Bestimmung der atmosphärischen Refraktion aus der Dispersion des Lichtes, DGK, Reihe B, Nr. 165, 1968.
- [5] Brocks, K.: Vertikaler Temperaturgradient und terrestrische Refraktion insbesondere im Hochgebirge, Veröff. d. Inst. f. Meteorol. d. Univ. Berlin, 1939.
- [6] Brunner, F. und Fraser, C.S.: An atmospheric turbulent transfer model for EDM reduction, Wageningen, 1977.
- [7] Brunner, F.: Modelling of atmospheric effects on terrestrial geodetic measurements, in: «Geodetic Refraction», Springer, 1984.
- [8] Finsterwalder, R.: Die Bestimmung von Lotabweichungen aus der trigonometrischen Höhenmessung, ZfV, 1937.
- [9] Glissmann, T.: Ein Koinzidenzverfahren zur Messung von refraktionsfreien Richtungen, ZfV, 1978.

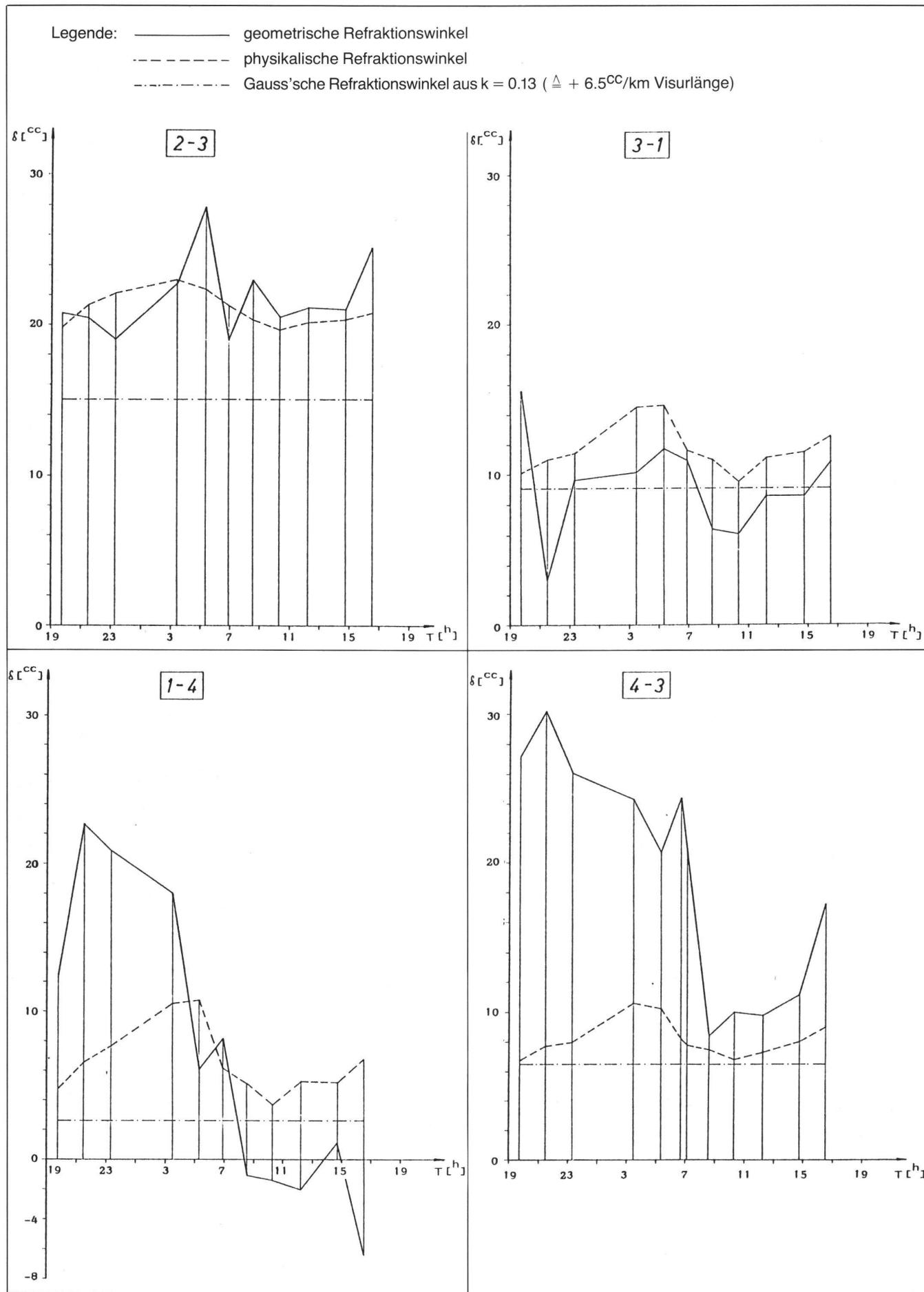


Abb. 7-10: Refraktionswinkel im vertikalen Viereck (81-11-04/05)

# Partie rédactionnelle

- [10] Hradilek, L.: Three-dimensional terrestrial triangulation, VW b. K. Wittwer, Nr. 11.
- [11] Hradilek, L.: Höhenbestimmung aus elektro-optisch gemessenen Längen, Stud. Geoph. e. Geod. Nr. 3, Prag, 1958.
- [12] Kahmen, H. und Williams, D.C.: Two wavelength angular refraction measurement, in: «Geodetic Refraction», 1984.
- [13] Kukkamäki, T.J.: Über die nivellitische Refraktion, Ver. d. finn. geod. Inst. Nr. 25, Helsinki, 1938.
- [14] Lepuschitz, R.: Praktische Überprüfung und geodätische Anwendungen der Turbulenztheorie in der bodennahen Atmosphäre, Diss., Wien, 1981.
- [15] Levallois, J.J. und Mass. d'Autume, G.: Etude sur la réfraction géodésique et le nivellation barométrique, IGN, 1953.
- [16] Monin, A.S. und Obuchow, A.M.: Fundamentale Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Vermischung in der bodennahen Schicht der Atmosphäre, Berlin, 1958.
- [17] Moritz, H.: Zur Geometrie der Refraktion, ÖZ, Wien, 1962.
- [18] Näßauer, M.: Terrestrische Refraktion und Dispersion Abh. d. Bayr. Akad. d. Wiss., Math. Abt., XXX.
- [19] Prilepin, M.T.: The present state and prospects of high precision geodetic methods for studying recent crustal movements, Tectonophysics Nr. 71, Amsterdam, 1981.
- [20] Ramsayer, K.: Untersuchung der Genauigkeit eines Raumpolygonzugs, ZfV Nr. 10, 1971.
- [21] Sanchez, R.N.: Results of terrestrial refraction in mountainous countries by the investigation of vertical triangles, SH Nr. 25 d. ÖZ, Wien, 1967.
- [22] Sanchez, R.N.: Terrestrial refraction in mountainous countries, 2nd Symp. of 3D-Geodesy, 1962.
- [23] Tengström, E.: Elimination of refraction in vertical angle measurements using lasers of different wavelength, SH 25 ÖZ, Wien, 1967.
- [24] Tardi B. und Laclavère, G.: Traité de Géodésie, Tome 1, Paris, 1951.
- [25] Williams, D.C.: Performance test of a two colour instrument for measuring angular refraction, XVI. FIG-Congr., Montreux, 1981.
- [26] Williams, D.C.: A coincidence procedure for the measurement of refraction-free directions, ZfV, 1978.
- [27] Wunderlin, N.: Algol-Programm TGREFR -Modellatmosphäre und Refraktion, Mitt. d. IGP/ETH Nr. 26, 1979.
- [28] Wunderlich, Th.: Die voraussetzungsfreie Bestimmung von Refraktionswinkeln, Diss., TU Wien, 1983, Geowiss. Mitt. Nr. 26, TU Wien, 1985.

## Adresse des Verfassers:

Dipl.-Ing. Dr. techn. Thomas Wunderlich  
Institut Landesvermessung und Ingenieur-geodäsie, Abteilung Ingenieurgeodäsie,  
TU Wien, Gusshausstrasse 27 – 29,  
A-1040 Wien

# L'informatique graphique interactive dans la formation du géomètre

J.-R. Schneider

**La section de mensuration et génie rural de l'Ecole d'ingénieurs de l'Etat de Vaud à Yverdon possède depuis 4 ans un système hardware-software GEOMAP produit par la firme suisse Wild et piloté par un micro-ordinateur de table Tektronix 4054-A. Cet équipement informatique graphique interactif enrichit l'enseignement des disciplines cadastrales par l'apport de la conception assistée par ordinateur. L'expérience montre que l'introduction de ce moyen pédagogique entraîne des réactions et des comportements nouveaux, tant de la part des étudiants que de leurs professeurs. L'exposé explique comment l'interactivité graphique profite à l'enseignement des futurs géomètres et souligne que le dialogue avec l'ordinateur renforce les aptitudes de créativité, de logique et de rigueur qui constituent des qualités essentielles à l'exercice de la profession.**

**Seit vier Jahren besitzt die Abteilung Vermessungswesen und Kulturtechnik der Ingenieurschule des Kantons Waadt in Yverdon ein Hard- und Software-System GEOMAP (gestützt auf einem Tektronix Rechner 4054-A) der Schweizer Firma Wild. Durch den Beitrag der computergestützten Gestaltung bereichert dieses interaktive graphische Informationssystem den Unterricht in den Kataster- und Flurbereinigungsfächern.**

**Die Erfahrung zeigt, dass die Einführung dieses pädagogischen Mittels neue Verhaltensweisen sowohl bei den Studenten wie auch bei ihren Professoren hervorruft. Dieser Bericht erläutert, wie die graphische Interaktivität der Ausbildung künftiger Vermessungsfachleute nützt, und dass der Dialog mit dem Computer die wesentlichsten beruflichen Eignungen wie Schöpfergeist, logisches und formales Denken fördert.**

## 1. Préambule

Cet exposé, présenté en juin 1986 au congrès FIG de Toronto dans le cadre de la commission 2, montre comment l'utilisation d'un système graphique interactif peut profiter à la formation des géomètres. Il

n'aborde pas l'état actuel des connaissances dans ce domaine particulier de la conception assistée par ordinateur (CAO), mais se limite volontairement à quelques réflexions suscitées par l'expérience pédagogique de son auteur.

## 2. L'informatique graphique interactive

Rappelons qu'un système graphique interactif est un ensemble d'équipements et de logiciels informatiques qui privilégie le dialogue entre l'ordinateur et l'utilisateur par l'intermédiaire de la représentation graphique du projet à étudier. L'opérateur agit directement sur les éléments mémorisés grâce à la visualisation de leur géométrie. Le traitement interactif lui permet de gérer les composants de son projet; les nouvelles informations étant instantanément stockées sur support informatique et restituées à l'écran dans leur nouvelle configuration. Le *dialogue homme-machine* est ainsi permanent, car l'image du travail évolue au fur et à mesure des modifications apportées.

Dans notre profession, cela signifie que le géomètre projeteur est en relation dynamique avec le plan, considéré comme l'image d'un ensemble de données à référence spatiale, stockées sous forme numérique dans une base de données cadastrales. Chaque objet est entièrement connu en coordonnées, donc directement adressable dans l'espace géographique. Il est clair que le volume élevé des éléments mémorisés qui interviennent dans un système d'information foncier exige une structure performante de cette banque de données qui permette un accès rapide à une sélection quelconque de ces éléments.

Les logiciels de traitement graphique de l'information font appel à de nombreuses *fonctions interactives* que l'on peut classer en 4 catégories:

- les fonctions de sélection d'affichage qui permettent de visualiser un extrait du projet (sélection par fenêtre, niveau