

<b>Zeitschrift:</b>	Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)
<b>Band:</b>	84 (1986)
<b>Heft:</b>	7
<b>Artikel:</b>	Der gesteuerte Entwurf ebener geodätischer Netze
<b>Autor:</b>	Bill, R.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-233050">https://doi.org/10.5169/seals-233050</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 07.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Der gesteuerte Entwurf ebener geodätischer Netze

R. Bill

Ein geodätisches Netz sollte mit dem geringsten vertretbaren Aufwand gemessen werden und dennoch eine Genauigkeit besitzen, die der geplanten und zukünftigen Nutzung angepasst ist, sowie gegen das Verbleiben von nicht aufdeckbaren Fehlern abgesichert sein. Diesen Wirtschaftlichkeits-, Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsspekten widmet sich der folgende Beitrag.

*Un canevas géodésique doit être réalisé avec une bonne efficacité, c.a.d. avec un minimum de mesure on obtient la précision suffisante, qui était choisi en avant. Mais aussi une possibilité pour trouver des fautes doit être assurer. L'article suivant discute les problèmes de l'économie, précision et fiabilité d'un réseau géodésique.*

### 1. Einleitung

Geodätische Netze werden in der Ingenieur- und Landesvermessung zur Koordinatenbestimmung von Netzpunkten angelegt, die vielfältige Nutzung erfahren. Während bei der Anlage von Ingenieurnetzen schon lange auf die hohe Qualität der Netze Wert gelegt wird und dort auch die Optimierung des Netzentwurfs nach verschiedenen Kriterien erfolgt, tritt erst in jüngster Zeit vermehrt die Forderung nach hochwertigen Netzen auch in der Landesvermessung auf (DVW-LV BW, 1986). Da hierfür in der Regel keine strengen Optimierungen in Frage kommen, bedarf es für den Praktiker einiger Regeln und Methoden zum Netzentwurf. Neben den streng mathematischen Optimierungen und den Simulationsmethoden (Graffarend/Sanso, 1985) existieren für die Praxis Ansätze, die auf der gesteuerten Netzplanung nach verschiedenen Kriterien beruhen und auf die in diesem Beitrag ausschließlich eingegangen werden soll.

Den klassischen Beobachtungstypen Richtungen und Strecken treten in geodätischen Netzen vermehrt Azimute, Streckenverhältnisse und in Zukunft auch aus Messungen zu Satelliten abgeleitete Beobachtungen gegenüber. Letztere können in der Regel als direkte Beobachtungen von Punktkoordinaten oder Koordinatendifferenzen behandelt werden, wobei dann die Korrelationen aufgrund der Messmethode und der mathematischen Ableitung der Beobachtungen streng zu berücksichtigen sind. Die funktionalen Ansätze für alle diese Beobachtungstypen beschreiben Jäger/Bill, 1986, während Bill, 1986 einige Formulierungen zum stochastischen Modell der Beobachtungstypen angibt.

Je nach geplantem Zweck der Netzanlage können unterschiedliche mathematische Modelle zur Anwendung kommen. Jedoch ist für die Beurteilung der Zuverlässigkeit eines Netzes letztendlich nur die freie Netzausgleichung geeignet, wobei die Art und Weise der Datumsgebung ohne Bedeutung bleibt, sofern nur über den den Beobachtungstypen, angepassten Rangdefekt ver-

fügt wird. Für die Beurteilung der Genauigkeit kommen hingegen verschiedene Modelle insbesondere bei der Anlage von Landesnetzen in Frage (Bill, 1986).

Die in diesem Artikel behandelten Aspekte bei der Netzplanung zeigen auf, wo die Ausgleichungsrechnung den Netzentwurf unterstützen kann. Die Ausgleichungsrechnung kann nur zu den qualitätsbeschreibenden Merkmalen eines Netzes Kriterien zur Verfügung stellen. Daneben sind alle mit der Erkundung, Vermarkung, Logistik usw. zusammenhängenden Problemkreise in sinnvoller Art und Weise zu berücksichtigen. Zum Teil können diese mit Methoden der linearen Optimierung (Operations Research) behandelt werden oder sind mit geodätischem Sachverstand zu bearbeiten.

### 2. Netzplanung mit einem Ausgleichungsprogramm

#### 2.1 Ausgangslage, Zielsetzung und Beiträge der Ausgleichungsrechnung

Bei der Anlage eines Netzes stellt sich die *Ausgangslage* zumeist folgendermassen dar. Nach einer Vorerkundung des Gebietes liegt in der Regel die genäherte Lage der neuzubestimmenden Punkte fest. Zudem sind in einer groben Netzskeize bereits alle möglichen messbaren Punktverknüpfungen eingetragen. Von der ausgleichungstechnischen Seite betrachtet bedeutet dies, dass bereits in grossem Masse über die Designmatrix A und den Unbekanntenvektor x verfügt ist.

Die Wahl des Instrumentariums bzw. die Kenntnis der geeigneten Instrumentenausrüstung für die Messung des geplanten Netzes legt mehr oder weniger das zu verwendende stochastische Modell, nämlich die Beobachtungsgenauigkeiten, fest, die in der Varianzkovarianzmatrix der Beobachtungen

$C_{\parallel} = \sigma^2 Q_{\parallel} = \sigma^2 P^{-1}$  erscheinen.  $Q_{\parallel}$  bezeichnet die Kofaktorenmatrix und  $P$  die Gewichtsmatrix der Beobachtungen.

Der Netzzweck entscheidet über die anzustrebende Genauigkeit und Zuverlässigkeit und das zu wählende mathematische Modell. Im Falle eines Ingenieurnetzes definiert der Auftraggeber die Qualitätsmerkmale des zu messenden Netzes, während bei Landesnetzen Vorschriften bestehen (VwVAP, 1984) oder zunehmend in der Entstehung sind, in denen der Nachweis bestimmter Masszahlen der Genauigkeit und Zuverlässigkeit verlangt wird. Im ausgleichungstechnischen Sinne liegen damit die Ziele

– das Erreichen einer gewissen Netzgenauigkeit, die aus der Varianzkovarianzmatrix der Unbekannten

$$C_{xx} = \sigma^2 Q_{xx} = \sigma^2 (A^T P A)^{-1}$$

abgeleitet wird oder

– die Gewährleistung einer bestimmten Zuverlässigkeit, deren Beurteilungskriterien im Zusammenhang mit der Varianzkovarianzmatrix der Verbesserungen stehen

$$C_{vv} = \sigma^2 Q_{vv} = \sigma^2 (Q_{\parallel\parallel} - A Q_{xx} A^T), \text{ fest.}$$

Die *Zielsetzung* beim Entwurf eines geodätischen Netzes lässt sich ungefähr folgendermassen definieren:

Ein geodätisches Netz sollte mit dem geringsten vertretbaren Aufwand (*Kostenminimierung*) gemessen werden und dennoch eine Genauigkeit besitzen, die der geplanten und zukünftigen Nutzung angepasst ist (*Genauigkeitsoptimierung*). Gegen das Verbleiben von groben Fehlern ist das Netz abzusichern bzw. deren Auswirkung auf die abgeleiteten Koordinaten sollte unterhalb bestimmter Schranken sein (*Zuverlässigkeitmaximierung*).

Diese Definition birgt an sich mehrere Widersprüche in sich und ist nur in einem sinnvollen Kompromiss aller Kriterien erfüllbar. Zur Beurteilung dieser Zielsetzung sind die folgenden *Beiträge der Ausgleichungsrechnung* zu erwarten. Kann z.B. aufgrund der Analyse der Planungsergebnisse auf die Messung bestimmter Beobachtungen verzichtet werden oder sind diese nur mit geringerer Genauigkeit durchzuführen, so sind dies ebenso wie der Verzicht auf zu bestimmende Punkte Wirtschaftlichkeitsaspekte, die die Ausgleichungsrechnung erbringt. Gibt die Analyse der Ausgleichungsergebnisse Hinweise auf Schwachstellen im Netz, so kann dort lokal verbessert werden. Dies führt zur Verbesserung der Genauigkeit und Zuverlässigkeit, während umgekehrt an zu gut bestimmten Netzstellen der Verzicht auf Beobachtungen nicht unbedingt stets einen merkbaren Genauigkeits- und Zuverlässigkeitssverlust mit sich bringt.

## 2.2 Anforderungen an das Ausgleichungsprogramm

Zur Durchführung einer Netzplanung bedarf es eines geeigneten Ausgleichungsprogrammes, welches grundsätzlich die Berechnung der Ausgleichungsergebnisse und der qualitätsbeschreibenden Merkmale ohne die Einführung von tatsächlich ausgeführten Beobachtungen ermöglichen muss. Alleine ausgehend von der geplanten Netzkonfiguration und dem vermutlich zu verwendenden Instrumentarium ist es bereits möglich, eine vermittelnde Ausgleichung mit dem funktionalen Ansatz

$$I + v = A x$$

zu berechnen, in dem  $I$  den Beobachtungsvektor und  $v$  den Verbesserungsvektor bezeichnet, die über die Konfigurationsmatrix  $A$  mit den Unbekannten  $x$  verknüpft sind. Für die Ableitung der Genauigkeitsmasse aus der Varianzkovarianzmatrix der Unbekannten

$$C_{xx} = (A^T C_{||}^{-1} A)^{-1}$$

bzw. der Zuverlässigkeitmasse aus der Varianzkovarianzmatrix der Verbesserungen

$$C_{vv} = (C_{||} - AC_{xx}A^T)$$

benötigt man keine Messungen, da in obigen Formeln der Beobachtungsvektor  $I$  und die Verbesserungen  $v$  nicht mehr auftreten.

Das verwendete Ausgleichungsprogramm sollte allerdings gewisse Flexibilitäten hinsichtlich der Modellbildung ermöglichen. Als *Minimalanforderungen* sind hierbei von Seiten des funktionalen Modells die Berechnung der freien (Meissl, 1969; Illner, 1983), hierarchischen und teilweise dynamischen Netzausgleichung (Bill, 1986) anzusehen. Entsprechend den gängigsten Beobachtungstypen sollte bei der freien Netzausgleichung mindestens die Rangdefekte 3 und 4 bearbeitbar sein; somit sind Richtungen und Strecken alleine oder kombiniert auswertbar. Für diese Beobachtungen sollte als stochastisches Modell die Richtungssatzgenauigkeit und die individuelle Streckengenauigkeit wählbar sein. Falls ein angeschlossenes Netz zu untersuchen ist, sollten den Anschlusspunktkoordinaten individuelle Koordinatengenauigkeiten zuweisbar sein.

Das Ausgleichungsprogramm sollte eine Vielzahl von Netzbeurteilungsmassen berechnen, wobei als absolutes Minimum Koordinaten- und Punktlagegenauigkeit sowie Fehlerellipsen ausgegeben werden müssen. Der Redundanzanteil  $r_i$  als Mass der Kontrollierbarkeit sowie der Einflussfaktor  $\delta_i$  als Mass der äusseren Zuverlässigkeit sind ebenfalls Minimalanforderungen an das Ausgleichungsprogramm. Die bekanntesten Ausgleichungsprogramme erfüllen diesen Standard in der Regel. Einige dieser Programme berechnen dar-

über hinausgehend eine Menge zusätzlicher sinnvoller Masse zur Beurteilung geodätischer Netze. Eine vergleichende Übersicht zur Leistungsfähigkeit moderner Ausgleichungsprogramme gibt Bill, 1985.

## 3. Die gesteuerte Netzplanung

### 3.1 Vorgehensweise bei der gesteuerten Netzplanung

Als Alternative zur Optimierung eines Netzes nach strengen mathematischen Kriterien bietet sich die Anwendung der *gesteuerten Netzplanung* mit einem Ausgleichungsprogramm unter Einbeziehung von Wirtschaftlichkeit-, Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsskriterien an. Hinter diesem Begriff verbirgt sich im Prinzip die *Kombination der Ausgleichung eines geplanten Netzes* ohne tatsächlich Beobachtungen ausgeführt zu haben, die *Analyse der Ergebnisse* und daran anschliessend sofern nötig die *Manipulation des Netzentwurfes* bis zur Erfüllung der an ihn gestellten Forderungen.

Diese sukzessive Netzmodifikation kann auf zwei verschiedene Arten angegangen werden. Ausgehend von einem in der Örtlichkeit erkundeten allumfassenden Beobachtungsplan kann in aufeinanderfolgenden Schritten jeweils auf eine sich als weniger notwendig erweisende Beobachtung verzichtet werden. Die Auswirkung auf das Ergebnis wird beurteilt und sofern dieses noch immer weit über den Forderungen liegt kann mit der nächsten Beobachtung fortgefahrene werden. Dieses als *Netzreduktion* bezeichnete Verfahren führt nach mehreren Schritten (Ausgleichung, Analyse, Manipulation) zu einem den gewünschten Forderungen angepassten Netz.

Die Anwendung der Netzreduktion setzt allerdings voraus, dass der ursprüngliche Netzentwurf die Genauigkeits- und Zuverlässigkeitssforderungen erfüllt. Ist dies nicht

der Fall, so müssen netzverbessernde Massnahmen ergriffen werden.

Eine andere Vorgehensweise zur Erfüllung der Qualitätsforderungen an einen Netzentwurf beginnt mit einem Minimalbeobachtungsplan, also der wirtschaftlichsten Lösung der Aufgabe. Alle zur eindeutigen Punktbestimmung nötigen Beobachtungen werden in die Ausgleichung eingeführt. Diese können um wenige einfach zu realisierende Sichten ergänzt sein. Eine Ausgleichung und Analyse dieses Beobachtungsplanes wird in der Regel eine unzureichende Qualität des Netzes ergeben. Die Aufgabe besteht nun darin, sukzessive an den Schwachstellen weitere sinnvolle Beobachtungen einzuplanen und das Netz erneut zu analysieren. Dieses als *Netzaddition* bezeichnete Verfahren lässt sich schwieriger automatisieren; es ist daher besonders günstig bei interaktiv zu nutzenden Programmen anwendbar (Conzett/Frank/Misslin, 1980).

### 3.1.1 Regeln zur Netzreduktion

Kriterien zur Elimination von Beobachtungen, die auf der Analyse der Zuverlässigkeit beruhen, geben Gründig/Bahndorf, 1984 und Straub, 1984 an. Ihren Empfehlungen zufolge kann auf die Beobachtung mit dem grössten Redundanzanteil verzichtet werden; dieses Verfahren lässt sich somit automatisieren, sofern gleichzeitig alle anderen Qualitätsmasse überwacht werden. Bezüglich der überwachten Kriterien ergibt sich somit ein Optimum nicht unbedingt im Sinne der mathematischen Optimierung, welches für die Praxis jedoch ausreichend ist.

Der Vorschlag von Benning, 1984, gleichzeitig mehrere Beobachtungen, die eine zu definierende Schranke hinsichtlich des Einflussfaktors unterschreiten, zu streichen, birgt die Gefahr, dass man am Optimum vorbeisteuert, da die schrittweise Kontrolle fehlt.

Ob die Beobachtung mit dem grössten Redundanzanteil oder jene mit dem kleinsten Einflussfaktor gestrichen wird, ist ansonsten weniger von Bedeutung, da beide für spezielle Beobachtungstypen funktional ineinander überführbar sind.

### 3.1.2 Regeln zur Netzaddition

Das Hinzufügen zusätzlicher Beobachtungen in den Netzplan dient der Behebung von Netzschwachstellen. Da diese in der Regel durch ungünstige Konfigurationen bedingt sind, muss an solchen Stellen die Konfiguration verbessert werden. Ein Netzbild ist für die Anwendung dieser Vorgehensweise unbedingt hinzuzuziehen.

Zur Verbesserung der Geometrie gibt es allgemeine Regeln, die dem geodätischen Sachverständigen entsprechen.

- Die beste Bestimmung hinsichtlich Genauigkeit und Zuverlässigkeit ergibt sich in der Regel bei gleichmäßig über den Horizont verteilten Strahlen ähnlicher Länge.
- Richtungs- und Streckenbeobachtungen stützen sich bezüglich Genauigkeit und Zuverlässigkeit. Die Beobachtungsgenauigkeiten sollten aufeinander abgestimmt sein.

Die Formel für den Grenzwert, d.h. der Erkennbarkeitsschranke für einen groben Fehler in der untersuchten Beobachtung, der mit einer bestimmten Güte  $\beta_0$  durch die normierte Verbesserung bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha_0$  gerade aufdeckbar ist, zeigt, welche drei Größen die innere Zuverlässigkeit beeinflussen:

$$\Delta o_l = \delta_l \frac{\delta o(\alpha_0, \beta_0)}{\sqrt{r_l}}$$

- eine Erhöhung der Standardabweichung der Beobachtung  $\delta_l$ , d.h. die Beobachtung kann mit geringerer Genauigkeit gemessen werden, womit dann die Nachbarbeobachtungen mehr zu ihrer Kontrollierbarkeit beitragen. Dies wirkt sich al-

# Partie rédactionnelle

Ierdings nur in geringerem Masse aus, da die Standardabweichungen auch den Redundanzanteil beeinflussen,

- Verbesserung der örtlichen Geometrie, welche sich in dem Redundanzanteil ausdrückt, ist die wichtigste Möglichkeit. Hierzu gibt es verschiedene Ansätze:

1. zusätzlich möglichst orthogonal wirkende Beobachtungen einfügen,
2. schwach kontrollierte Strecken durch Richtungen stützen und umgekehrt,
3. benachbarte Beobachtungen in ihrem Gewicht erhöhen, d.h. diese Beobachtungen tragen mehr zur Prüfung der schwachkontrollierten Beobachtung bei und weniger zur Unbekanntenbestimmung.

Die ersten beiden Vorschläge zeigen die Änderung des Redundanzanteils über die Konfigurationsmatrix A. Die letzte Variante verändert den Redundanzanteil durch Modifikation des stochastischen Modells  $Q_{II}$  der Beobachtungen.

– die weitere Möglichkeit, Irrtumswahrscheinlichkeit und Güte zu ändern, und somit den Nichtzentralitätsparameter  $\delta_0$  zu verkleinern, sollte nicht in Betracht gezogen werden, da sie ebenso wie die getrennte Einführung von Mehrfachbeobachtungen nicht die Netzschwachstellen behebt sondern nur das Ergebnis schönt.

## 3.2 Zielfunktionen bei der gesteuerten Netzplanung

### 3.2.1 Genauigkeit

Eine Vielzahl von Genauigkeitsmassen, die aus der Varianzkovarianzmatrix der Unbekannten abgeleitet werden können, definieren Dupraz/Niemeier, 1978, Mürle/Bill, 1984 und Jäger/Bill, 1986. Die Genauigkeitssituation kann global, relativ und lokal beurteilt werden.

1. Globale Genauigkeitsaussagen werden zumeist aus den Eigenwerten der Varianzkovarianzmatrix abgeleitet. Als Zielfunktion hierfür seien genannt:

- die Minimierung des maximalen Eigenwertes,
- die Forderung, maximalen und minimalen Eigenwert möglichst gleich zu machen und somit globale Isotropie des Netzes zu erreichen,
- die Minimierung von Determinante oder Spur der Varianzkovarianzmatrix der Koordinatenunbekannten, die ebenfalls als Funktion der Eigenwerte darstellbar sind. Aus der Spur der Varianzkovarianzmatrix leitet sich z.B. der durchschnittliche Helmertsche Punktfehler ab, der oftmals als globale Genauigkeitsmaszahl angegeben wird,
- als schwächster Punkt des Netzes ergibt sich derjenige, an dem die Eigenvektorkomponenten des wesentlichen Eigenwertes grössten Betrag aufweisen (Dupraz/Niemeier, 1978, Bill, 1984).

2. Die relative Genauigkeit des Netzes kann durch Berechnung der relativen Fehlerellipsen beurteilt werden, die sich möglichst kreisförmig und im Betrag klein ergeben sollten.

3. Eine derartige Forderung ist auch für die Punktfehlerellipsen als lokale Genauigkeitsmasse sinnvoll.
  - Anzustreben sind somit gleich grosse Halbachsen der Punktfehlerellipsen und ähnlich grosse Standardabweichungen der Punktkoordinaten. Die Standardabweichungen der Koordinatenunbekannten sollten eigentlich das 2–3-fache der durchschnittlichen Streckengenauigkeit bzw. der Querabweichung resultierend aus der Richtungsgenauigkeit über eine durchschnittliche Streckenlänge nicht überschreiten.

Anzumerken ist allerdings bei der Beurteilung der hier aufgeführten Genauigkeitsmasse deren Datumsabhängigkeit, so dass sie stets im Zusammenhang mit dem gewählten Datum – also der Art und Weise wie über die Lagerung, Orientierung und Massstabsgebung verfügt wurde – zu sehen sind.

### 3.2.2 Kontrollierbarkeit

Der Redundanzanteil jeder Beobachtung beschreibt ihren Anteil an der Gesamtredundanz (Überbestimmung) des Netzes; er nimmt Beträge zwischen 0 und 1 an. Ein Redundanzanteil von 0 besagt, dass die Beobachtung nicht kontrollierbar ist, während eine Beobachtung mit einem Redundanzanteil von 1 voll kontrollierbar ist. Das jeweilige Komplement zu 1 gibt an, wieviel die Beobachtung zur Bestimmung der Unbekannten beiträgt. Beispielsweise besitzen die beiden Beobachtungen (Richtung und Strecke) zu einem polar angehängten Punkt je den Redundanzanteil 0, da ihre Information ja zu 100% (=1) zur Berechnung der Koordinaten des Polarpunktes verwendet wird. Sie sind also nicht kontrollierbar.

An die Redundanzanteile als Masszahlen zur Beurteilung der Netzgeometrie sind die folgenden Zielfunktionen zu stellen:

1. jeder Redundanzanteil sollte möglichst gross sein,
2. die Redundanzanteile verschiedener Beobachtungstypen sollten annähernd gleich sein, damit sich diese Beobachtungstypen gegenseitig kontrollieren können.

Redundanzanteile kleiner als 0.1 deuten auf schlecht kontrollierte Beobachtungen hin. Hier sind dringend lokale Verbesserungen nötig. Anzustreben sind Redundanzanteile über 0.25 (Mürle/Bill, 1984). Liegt dann z.B. ein grober Fehler in einer Beobachtung vor, so zeigen sich davon 25% in der zugehörigen Verbesserung und der statistische Test wird in den meisten Fällen den groben Fehler aufdecken.

### 3.2.3 Zuverlässigkeit

Beurteilungsmaße für die Zuverlässigkeit geben Mürle/Bill, 1984 und Jäger/Bill, 1986 an. Als Masszahlen zur Beurteilung der inneren Zuverlässigkeit eines Netzes wird der Grenzwert empfohlen, der für jede Beobachtung berechnet werden kann. Anzustreben sind möglichst kleine Grenzwerte, die maximal der 6–8 fachen Standardabweichung der Beobachtung entsprechen sollten. Auch hier sollten für verschiedene Beobachtungstypen wiederum ähnliche Größenordnungen resultieren, um die gegenseitige Kontrollierbarkeit zu sichern. Für die Beurteilung der äusseren Zuverlässigkeit sollte der Einflussfaktor verwendet werden, der den relativen Fehler angibt, um den sich eine beliebige Funktion der Koordinatenunbekannten verändert, wenn ein Fehler in der Grösse des Grenzwertes unentdeckt bleibt. Dieses Mass hat gegenüber anderen Massen, wie z.B. der Auswirkung von gerade nicht aufdeckbaren groben Fehlern auf die Koordinatenunbekannten, den Vorteil der Datumsunabhängigkeit bei der freien Netzausgleichung. Anzustreben sind Einflussfaktoren kleiner als 6 bis 8.

## 4. Beispiel zur gesteuerten Netzplanung

Anhand eines Beispieles soll die gesteuerte Netzplanung in ihren einzelnen Schritten vorgeführt werden. Die im folgenden präsentierten Ergebnisse entstammen alle einer freien Netzausgleichung mit Gesamtspurminimierung. Das Beispiel wurde mit dem Programmsystem NETZ2D berechnet.

Als Forderung an den zu messenden Netzentwurf seien vom Auftraggeber gestellt:

### 1. Genauigkeit

- mittlerer Punktfehler kleiner als 5 mm,
- maximale Punktfehlerhalbachse und relative Fehlerhalbachse kleiner als 6 mm.

### 2. Zuverlässigkeit

- Grenzwerte aller Beobachtungen kleiner als die 6–8 fache Standardabweichung der Beobachtungen,
- Einflussfaktor kleiner als 6–10,
- der Einfluss nichtentdeckbarer Fehler auf die Koordinaten sollte kleiner als 2 cm bleiben.

Ausgehend von einem Minimalbeobachtungsplan mit 37 Beobachtungen (Richtungen und Strecken) soll das aus 11 Punkten bestehende Netzbeispiel so geplant werden, dass es obigen Forderungen genügt. Die Gesamtredundanz dieses Minimalbeobachtungsplanes beträgt nur 10 Beobachtungen.

Als Instrumentarium stehe ein elektronisches Tachymeter zur Verfügung, für das die Standardabweichungen der Strecken

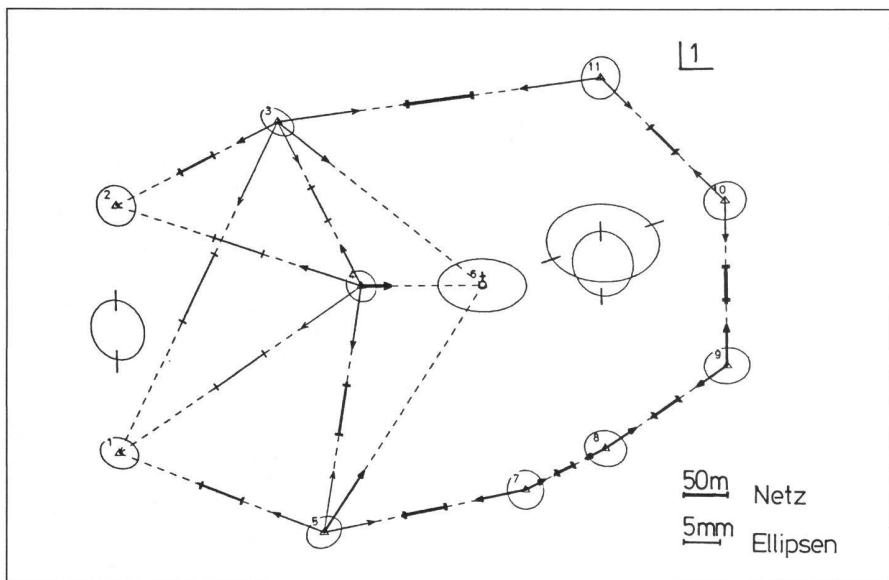


Abb. 1: Variante 1

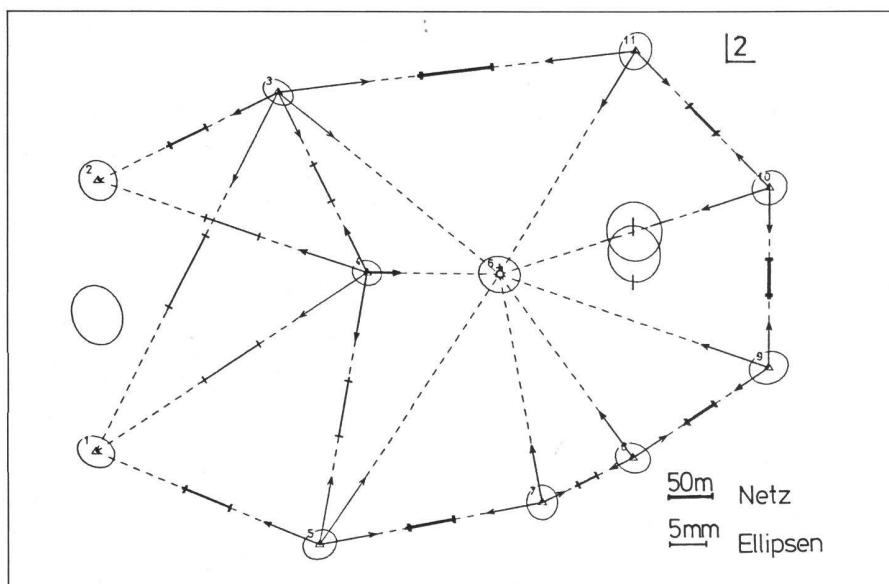


Abb. 2: Variante 2

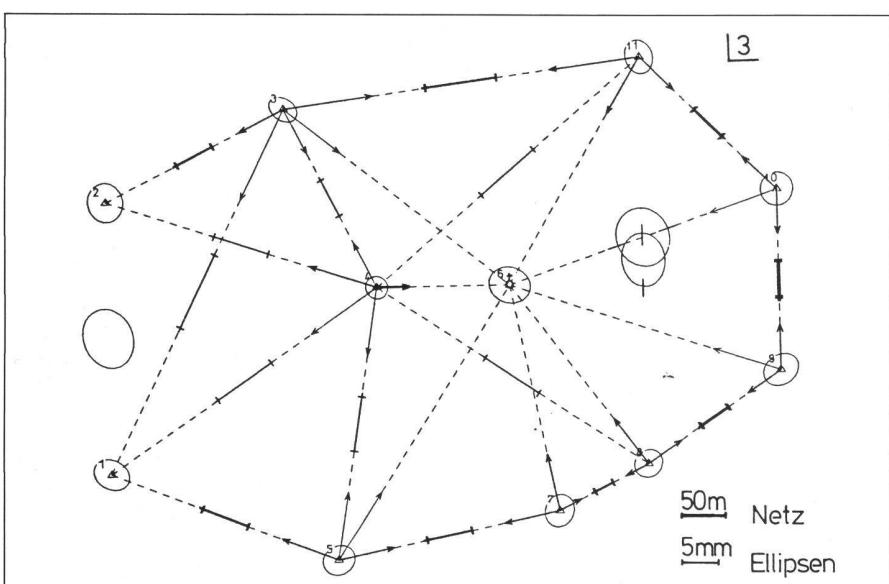


Abb. 3: Variante 3

mit +3 mm und die der Richtungen mit +1 mgon angenommen werden. Die Abbildungen stellen neben den Punktfehlerellipsen und ausgewählten relativen Fehlerellipsen für jede Beobachtung den Einflussfaktor als Mass der äusseren Zuverlässigkeit dar, wobei zunehmende Strichstärke auch einer Zunahme des Einflussfaktors gleichkommt und somit Beobachtungen mit dickerer Strichstärke auf Schwachstellen der äusseren Zuverlässigkeit hinweisen.

#### 4.1 Variante 1

Abbildung 1 zeigt den ursprünglichen Netzentwurf, der nur nach Wirtschaftlichkeitskriterien durchgeführt wurde und der obige Forderungen nicht erfüllt. Eine Analyse der aus der Ausgleichung ermittelten *Genauigkeitssituation* zeigt die schwächste Stelle bei Punkt 6, der nur durch äussere Richtungen angezielt ist (z.B. Kirchturm), das Kriterium wesentlicher Eigenwert weist direkt auf diesen Punkt. Punkt 6 hat zudem die grösste Punktfehlerellipse sowie schlechteste Nachbarschaftsgenauigkeiten.

Aber auch die Zuverlässigkeitssmasse der Richtung von 4 nach 6 mit einem Grenzwert von 13 mgon und dem Einflussfaktor von 11 bestätigen diese lokale Schwachstelle. Schlechter kontrolliert sind insbesondere alle Strecken und Richtungen im Polygonzug auf der rechten Netzseite. Bei den Richtungen treten Grenzwerte über 10 mgon und Einflussfaktoren über 6 auf. Auch bei den Strecken liegen in diesem Netzteil die höchsten Grenzwerte (> 5 cm) und Einflussfaktoren (> 16).

Durch *Netzaddition* soll dieser Beobachtungsplan nun verbessert werden. Als Massnahme bietet sich die gleichzeitige Stützung des schwächsten Punktes und des Polygonecks durch Richtungsbeobachtungen auf allen Polygonpunkten zu dem als weithin sichtbar angenommenen Kirchturm an, zumal der Aufwand für die jeweils zusätzliche Anzielung kaum ins Gewicht fällt.

#### 4.2 Variante 2

Der so erweiterte Netzplan wird erneut ausgeglückt und analysiert. Durch die 5 zusätzlich geplanten Richtungsbeobachtungen erhöht sich die Redundanz auf 15 (Abb. 2).

Eine Untersuchung der *Genauigkeitsergebnisse* zeigt, dass diese Variante bereits alle Genauigkeitsanforderungen des Auftraggebers erfüllt. Die Erfüllung hoher Genauigkeitsansprüche lässt sich heute wesentlich leichter gewährleisten als die Forderungen nach hoher Zuverlässigkeit; eine Erkenntnis, die sich auch bei vielen anderen Netzbeispielen zeigt.

Im Polygonzug wird jedoch auch die Zuverlässigkeit deutlich verbessert. Bei den Richtungen treten noch Grenzwerte über

# Partie rédactionnelle

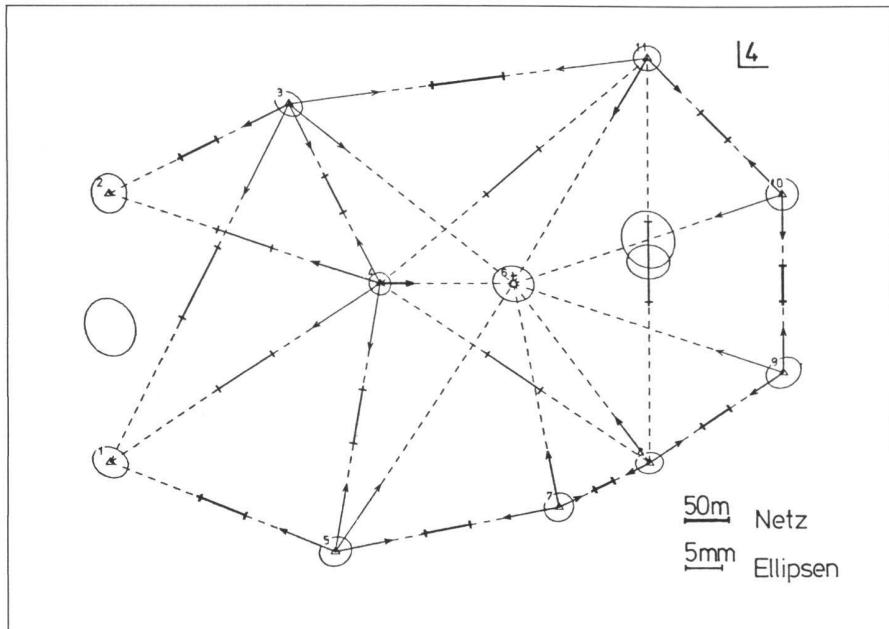


Abb. 5: Variante 5

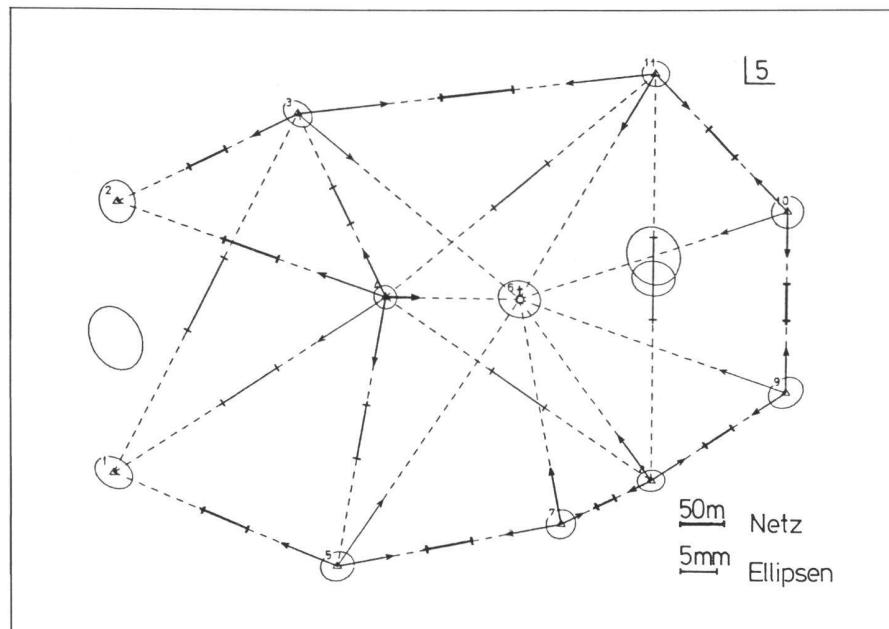


Abb. 4: Variante 4

6 mgon und Einflussfaktoren über 3 auf, während die Strecken im Polygonzug durch die zusätzlichen Richtungsbeobachtungen ebenfalls eine Stützung erfahren (Grenzwerte > 3 cm, Einflussfaktoren > 10).

Da besonders die Strecken im Polygonzug zu stützen sind, werden nun ebenfalls durch *Netzaddition* zwei zusätzliche Strecken zur Versteifung des Polygonzuges geplant. Aus Wirtschaftlichkeitsgründen sollten diese nur auf einem Punkt ausgeführt werden, so dass sich hier Punkt 4 anbietet, von dem bereits Strecken beobachtet werden sollen. Von hier sollen die Punkte 8 und 11 angemessen werden.

## 4.3 Variante 3

Diese beiden Strecken erhöhen die Ge-

samtredundanz auf 17 und bewirken sowohl für Strecken und Richtungen im Polygon eine Verbesserung der Zuverlässigkeit, die sich aus Abbildung 3 ablese lässt. Die *Genauigkeitsforderungen* sind selbstverständlich auch hier gewährleistet.

Drei Strecken (8–9, 9–10, 10–11) im Polygonzug bedürfen noch der Verbesserung der Zuverlässigkeit, da sie noch immer nicht die Zuverlässigsfordernungen des Auftraggebers garantieren. Als Massnahme der *Netzaddition* wird noch eine weitere Strecke vorgesehen zwischen den Punkten 8 und 11.

## 4.4 Variante 4

Der nun um 8 Beobachtungen erweiterte Netzplan (Abb. 4) erfüllt alle Anforderungen an *Genauigkeit* und *Zuverlässigkeit*.

Im gesamten Netz verbleiben:

- an den Punkten 2 und 6 Punktfehler von 4 mm; die Halbachsen der Fehlerellipsen sind hier gleich 3 mm,
- zwischen den Punkten 1 und 2 als Nachbarschaftsgenauigkeit eine grosse Halbachse der relativen Fehlerellipse von 4 mm,
- ein Grenzwert von 9 mgon und ein Einflussfaktor von knapp 7 für die Richtung von 4 nach 6
- und ein Grenzwert von 3 cm und ein Einflussfaktor von 8 für die Strecke von 8 nach 9.

Dieser Phase der Netzerweiterung soll nun der Versuch der *Netzreduktion* folgen. Bei Betrachtung der Zuverlässigkeitsdarstellung in Variante 4 erkennt man, dass auf den Standpunkten 3 und 5 die Richtungen gut kontrolliert sind, so dass dort vermutlich am ehesten auf Beobachtungen verzichtet werden kann.

## 4.5 Variante 5

Die Richtungen von 3 nach 1, von 3 nach 4 und von 5 nach 4 wurden nacheinander aus dem Beobachtungsplan entfernt, da die Ausgleichung dort je den kleinsten Einflussfaktor als Mass der äusseren Zuverlässigkeit ergibt. Abbildung 5 zeigt das Ergebnis nach dem letzten Schritt der Netzreduktion.

Diese Einsparung von 3 Richtungen führt zu einem geringfügigen Anstieg der Zuverlässigkeitssmasszahlen aller Beobachtungen, wobei aber immer noch alle Genauigkeits- und Zuverlässigsfordernungen unterboten werden.

Statt ursprünglich 10 überschüssiger Beobachtungen sind nun 15 Messungen auszuführen. Diesem geringen Zuwachs an Aufwand steht ein Netzentwurf gegenüber, der hohen Genauigkeits- und Zuverlässigsansprüchen gerecht wird.

## Literatur

- Benning, W. (1984): Zur Strategie des Entwurfs geodätischer Netze aus optimierter Zuverlässigkeit. Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 109.
- Bill, R. (1984): Zur Qualität geodätischer Überwachungsnetze. in: IX. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung Graz 1984, F. Dümmers Verlag, Bonn.
- Bill, R. (1985): Die Leistungsfähigkeit moderner Programme zur Ausgleichung ebener geodätischer Netze. ZfV 110, Seite 483–495.
- Bill, R. (1986): Ausgleichungsmodelle für Netzerverdichtungen. DVW Landesverein Baden-Württemberg, Sonderheft Beurteilung geodätischer Netze, 33. Jahrgang.
- Conzett, R., Frank, A., Misslin, C. (1980): Interaktive Triangulation. in: Ingenieurvermessung 80, Band 1, F. Dümmers Verlag, Bonn.
- Dupraz, H., Niemeier, W. (1978): Beurteilungskriterien für geodätische Netze. in: L. Hallermann (Hrsg.): Beiträge zum II. Internationalen Symposium über Deformationsmessungen mit geodätischen Methoden. F. Dümmers Verlag, Bonn.

- DVW-LV BW (1986): Sonderheft Beurteilung geodätischer Netze.  
Deutscher Verein für Vermessungswesen  
Landesverein Baden-Württemberg e.V., 33. Jahrgang.
- Grafarend, E., Sanso, F. (1985): Optimization and design of geodetic networks.  
International School of Geodesy 3rd Course, Erice- Italy 1984.
- Gründig, L., Bahndorf, J. (1984): Optimale Planung und Analyse von 2- und 3-dimensionalen geodätischen Netzen.  
in: IX. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Graz 1984, F. Dümmers Verlag, Bonn.
- Illner, I. (1983): Freie Netze und S-Transformation.  
Allgemeine Vermessungsnachrichten 5/1983, S. 157-170.
- Jäger, R., Bill, R. (1986): Genauigkeits- und Zuverlässigkeitssmasse in Verdichtungsnetzen. DVW-LV BW, Sonderheft Beurteilung geodätischer Netze, 33. Jahrgang.
- Meissl, P. (1969): Zusammenfassung und Ausbau der inneren Fehlertheorie. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe A Band 61, S. 8-21.
- Mürle, M., Bill, R. (1984): Zuverlässigkeitss- und Genauigkeitsuntersuchungen ebener geodätischer Netze. AVN 91/1984. S. 45-62.
- Straub, T. (1984): Optimierung geodätischer Netze nach Zuverlässigkeitsskriterien. Diplomarbeit Stuttgart (unveröffentlicht).
- VwVAP (1984): Innenministerium Baden-Württemberg.  
Verwaltungsvorschrift für das Aufnahmepunktfeld und die Einführung des Gauss-Krüger- Meridianstreifensystems bei der Katastervermessung.
- Adresse des Verfassers:  
Dr. Ing. Ralf Bill  
Wild Heerbrugg AG  
CH-9435 Heerbrugg

## Dipl. Kulturingenieur ETH

35, mit Geometerpatent und langjähriger Erfahrung in Grundbuch- und Bauvermessung sucht neuen, selbständigen Wirkungskreis.

Mögliche Fachbereiche: Vermessung, EDV, Gemeindeingenieurwesen.

Offerten unter Chiffre 131  
Diagonal Verlags AG, Zürcherstr. 63, 5400 Baden

## Vermarkungsarbeiten

übernimmt und erledigt

- genau
  - prompt
  - zuverlässig
  - nach Instruktion GBV
- für Geometerbüros und Vermessungsämter in der deutschsprachigen Schweiz
- Josef Lehmann, Vermarkungsunternehmer,  
9555 Tobel TG**  
Tel. 073 / 45 12 19 oder 9556 Affeltrangen, Tel. 073 / 45 15 42

# TOPCON

## Der Vollautomat



HC P

Die Totalstation Et-1 ist das Flaggschiff einer kompletten Gerätefamilie für die computerunterstützte und millimetergenaue Vermessung. Reichweiten von bis zu 2600 m, elektronische Winkelmessung, berührungslose Bedienung, automatische Kompensation der Erdkrümmung und externe Datenspeicher sind nur einige der vielen Rosinen.

Für Qualität, Präzision und praxisgerechte Konstruktion bürgt der Name: TOPCON.  
Verlangen Sie die Beweise:



**WEIDMANN + SOHN**

Abt. Präzisionsinstrumente  
Gustav-Maurer-Strasse 9  
8702 Zollikon, Tel. 01-39152 62

**Für alles die richtige Optik**