

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 84 (1986)

**Heft:** 7

**Artikel:** Astronomische und geodätische Konstanten, Bezugssysteme und Zeitskalen

**Autor:** Schürer, M.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-233048>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 10.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Astronomische und geodätische Konstanten, Bezugssysteme und Zeitskalen

M. Schürer

Das neue System der astronomischen und geodätischen Konstanten wird vorgestellt und die Quellen der einzelnen Grössen angegeben. Es wird gezeigt, wie weitere Grössen aus den primären abgeleitet werden können. Dann wird auf die Bezugssysteme und Zeitskalen eingegangen, die mindestens eine ebenso fundamentale Bedeutung besitzen wie die Konstanten, und die in den letzten Jahren ebenfalls eine Klärung erfahren haben.

*Cet exposé présente le nouveau système des constantes astronomiques et géodésiques ainsi que leur source. On y montre la façon de déterminer d'autres grandeurs à partir des constantes primaires. Ensuite on y traite des systèmes de référence et des échelles de temps, qui possèdent la même importance que les constantes et qui ont été clarifiés lors de ces dernières années.*

Präzisere Beobachtungen und vor allem neuere Beobachtungsmethoden – Radar-astronomie und Satellitengeodäsie – haben die Genauigkeit der astronomischen und geodätischen Konstanten um Grössenordnungen verbessert, so dass eine Revision des alten Konstantensystems unausweichlich wurde. Zudem haben Widersprüche im alten System nach einer klaren Trennung zwischen primären, in sich widerspruchsfreien, und abgeleiteten Konstanten gerufen. Folgende elf Konstante bilden das neue System, das 1976 von der Internationalen Astronomischen Union in Grenoble angenommen wurde:

1.  $k = 0.01720209895$
2.  $c = 299792458 \text{ m s}^{-1}$
3.  $\tau_A = 499.004782 \text{ s}$
4.  $a_E = 6378140 \text{ m}$   
(I.U.G.G.-Wert  $a_E = 6378137 \text{ m}$ )
5.  $J_2 = 0.00108263$
6.  $GE = 3.986005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
7.  $\omega = 0.000\,072\,921\,151\,467 \text{ rad s}^{-1}$
8.  $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
9.  $\mu = 0.012\,300\,02$
10.  $p = 5029''.0966 \text{ pro jul. Jahrhundert}$
11.  $\varepsilon = 23^\circ 26' 21''.448$

$k$  ist die Gauss'sche Gravitationskonstante, ausgedrückt in den astronomischen Masseinheiten (Masseinheit = eine Sonnenmasse, Längeneinheit  $A$  (siehe unten), Zeiteinheit = ein Tag zu  $D = 86400 \text{ s}$ ).  $k^2$  entspricht der physikalischen Gravitationskonstanten  $G$ .

$c$  ist die Lichtgeschwindigkeit, wie sie von der 15. Generalversammlung von Mass und Gewicht 1975 empfohlen wurde.

$\tau_A$  ist die Zeit, die das Licht zum Durchlaufen der astronomischen Längeneinheit braucht.

Die Konstanten  $a_E$  (Erdäquatorradius),  $J_2$  (dynamischer Formfaktor der Erde) und  $GE$  (geozentrische Gravitationskonstante,  $E$  = Erdmasse) sind Resultate von Satel-

litenbeobachtungen. Ein künstlicher Satellit bewegt sich im Gravitationsfeld der Erde, dessen Potential  $V$  nach Legendre'schen Polynomen entwickelt werden kann (Koordinatenursprung im Schwerpunkt der Erde):

$$V = \frac{GE}{r} \left[ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a_E}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \varphi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left( \frac{a_E}{r} \right)^n P_{nm}(\sin \varphi) (C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda) \right]$$

$r$  = Radiusvektor,  $\varphi$  und  $\lambda$  sind geozentrische Länge und Breite. Verfolgt man den Satelliten in seiner Bahn, so können aus den Beobachtungen die Koeffizienten  $GE$ ,  $J_n$ ,  $C_{nm}$  und  $S_{nm}$  bestimmt werden. Neben  $GE$  überwiegt  $J_2$  die übrigen Koeffizienten um Grössenordnungen und wird dynamischer Formfaktor genannt. Die Gravitationskonstante  $G$  ist mit dem grössten relativen Fehler behaftet, ist aber für die Astronomie und Geodäsie von untergeordneter Bedeutung.

$\omega$  ist die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation. Aus den vier Grössen  $a_E$ ,  $J_2$ ,  $GM$ ,  $\omega$  können alle Parameter des geodätischen Bezugssystems berechnet werden.

$\mu$  ist das Verhältnis der Mondmasse zur Erdmasse  $\frac{M}{E}$  und wurde mittels Beobachtung an Mondproben bestimmt.

$p$  ist die allgemeine Präzession in Länge und  $\varepsilon$  die Schiefe der Ekliptik. Beide Grössen haben ebenfalls durch genauere astronomische Beobachtungen leichte Änderungen erfahren und gelten für das Jahr 2000. Sie sind zeitlich veränderlich. Eine Sonderstellung nimmt die Gauss'sche Konstante ein. Sie tritt auf in der Gleichung für das dritte Keplersche Gesetz:

$$n^2 a^3 = k^2 (1 + m).$$

$n$  ist die mittlere Winkelgeschwindigkeit eines Körpers der Masse  $m$  in  $\text{rad}/D$  und  $a$  die Halbachse seiner Bahn in astronomischen Längeneinheiten  $A$  ( $A$  ursprünglich gleich der Halbachse der Erdbahn). Zur

Zeit von Gauss wurde das siderische Jahr zu 365.2563835 Tagen und für  $m = 1/354710$  (Erd- plus Mondmasse) angenommen. Mit  $a = 1$  erhält man daraus für  $k$  den Gauss'schen Wert. Wollte man bei der Definition der astronomischen Längeneinheit als Erdbahnhälbmesser bleiben, so hätte jede neue Bestimmung der Jahreslänge und des Massenverhältnisses  $\frac{E+M}{S}$  einen neuen Wert von  $k$  verlangt.

Statt dessen hat schon Newcomb, dem im wesentlichen das alte System zu verdanken ist, an der alten Konstanten  $k$  festgehalten und den Erdbahnhälbmesser ausgedrückt in der astronomischen Längeneinheit  $a$  verschieden von  $1$  angenommen.

Auch im neuen System hat man an der Gauss'schen Konstanten festgehalten und sie als definierende Konstante erklärt. Die astronomische Längeneinheit kann anschaulich als Radius der Kreisbahn eines Probekörpers von verschwindender Masse angesehen werden, wobei dieser bei Nichtvorhandensein von störenden Körpern in  $2\pi/k$  Tagen einmal die Sonne umkreist. Sie lässt sich nun auch mit Hilfe der Lichtgeschwindigkeit und der Lichtzeit in SI-Einheiten ausdrücken:

$$A = c \cdot \tau_A = 1.49597870 \cdot 10^{11} \text{ m}.$$

Daraus und mit Hilfe des Erdäquators  $a_E$  erhält man die Sonnenparallaxe zu

$$\pi_{\odot} = \arcsin \left( \frac{a_E}{A} \right) = 8''.794148.$$

Die Sonnenparallaxe ist somit nicht mehr wie früher eine primäre, sondern eine abgeleitete Konstante mit wesentlich grösserer Genauigkeit. Die letzte klassische Bestimmung der Sonnenparallaxe anlässlich der Eros-Opposition im Jahre 1930/31 ergab den Wert

$$\pi_{\odot} = 8''.790 \pm 0''.001.$$

Aus dem dynamischen Formfaktor  $J_2$  lässt sich unter der Annahme, dass er ein Koeffizient der Entwicklung des Potentials eines mit der Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation rotierenden Rotationsellipsoids ist, die Abplattung dieses Ellipsoids herleiten. Es ist  $f = 1/298.257$  (gegenüber dem alten Wert  $1/297$ ). Ebenso ist auch  $g_E$ , die normale Schwerkraftbeschleunigung am Äquator aus  $GE$ ,  $a_E$  und  $J_2$  ableitbar, wenn die Zentrifugalbeschleunigung der rotierenden Erde und die Massenanziehung der Erdatmosphäre berücksichtigt wird.

Es ist  $g_E = 9.780308 \text{ ms}^{-2}$  (gegenüber dem alten Wert  $9.78049 \text{ ms}^{-2}$ )

Auch die Aberrationskonstante ist jetzt eine abgeleitete Grösse, da sie sich aus dem Verhältnis der mittleren Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn zu der Lichtgeschwindigkeit berechnen lässt. Es ist

$$\kappa = F \cdot k \cdot \tau_A / 86400 = 20.49552$$

(gegenüber dem alten aus Beobachtungen folgenden Wert von 20.47).  $F$  ist das

Verhältnis der mittleren Erdgeschwindigkeit zu der Geschwindigkeit des oben erwähnten Probekörpers und ist im wesentlichen

$$1/\sqrt{1-e^2} \approx 1.0001414$$

( $e$  = Exzentrizität der Erdbahn). Die Einheitsentfernung erlaubt auch die Bestimmung der heliozentrischen Gravitationskonstanten GS:

$$GS = A^3 k^2 / 86400^2 = 1.32712438 \cdot 10^{30} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

und mit  $GS/GE = 332946.0$ , das Verhältnis der Sonnenmasse zur Erdmasse oder mit  $(S/E) / (1 + \mu) = 328900.5$  das Verhältnis der Sonnenmasse zur Gesamtmasse von Erde und Mond, ein Wert, der im früheren System zu 329390 angenommen wurde.

Mit der Gravitationskonstanten  $G$  erhält man auch die Massen von Sonne und Erde in SI-Einheiten zu  $1.9891 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ , bzw.  $5.9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ . Unter bestimmten Annahmen für ein Erdmodell (flüssiger Kern und elastische Hülle) lässt sich aus der Präzessionskonstanten  $p$  auch die Nutationskonstante  $N = 9''.2025$  (alter Wert  $9''.210$ ) berechnen.

Zu den fundamentalen Grundlagen der Astronomie und Geodäsie müssen auch die Bezugssysteme und Zeitskalen gezählt werden. Der Idealfall eines astronomischen Bezugssystems wäre ein Inertialsystem. Unter einem Inertialsystem versteht man ein dreidimensionales Koordinatensystem und eine Zeitskala, in dem sich die Bewegung der Himmelskörper nach den Newtonschen Gesetzen bewegen (die Relativitätstheorie soll ausser acht gelassen werden). Man kann verlangen, dass aus den Beobachtungen der Himmelskörper nicht nur deren Bahnelemente, sondern auch das Koordinatensystem und die Zeitskala mitbestimmt werden, in denen sich die Bewegungen der Himmelskörper nach den Newtonschen Gesetzen ohne Widerspruch erklären lassen. Das so definierte Programm ist recht einleuchtend, in der Praxis jedoch schwer und vor allem ungenau realisierbar. Man hat deshalb zu hypothetischen Bezugssystemen und Zeitskalen Zuflucht genommen, die das Inertialsystem der Newtonschen Mechanik sehr annähern.

Als ein solches Koordinatensystem bot sich der Fixsternhimmel an. Da Halley 1717 Eigenbewegungen von Fixsternen entdeckt hatte, musste die Hypothese der Regellosigkeit dieser Eigenbewegungen herangezogen werden. Im Mittel sollten die Eigenbewegungen verschwinden. Die Entdeckung von sog. Sternströmen und der Rotation der Milchstrasse durch Lindblad und Oort stellte diese Regellosigkeit jedoch in Frage. Die Effekte der Rotation

sind aber klein und können berücksichtigt werden.

Unter der Annahme, dass die Eigenbewegungen der Galaxien verschwindend klein sind, versucht man auch das Inertialsystem in das System der Galaxien einzuhängen. Durch Kombination von Beobachtungen im Planeten- und Fixsternsystem wird eine gute Annäherung an das Inertialsystem angestrebt. Das Resultat dieser Bemühungen wird der neue FK5 (Fundamentalkatalog des astronomischen Recheninstituts in Heidelberg) sein.

Noch schwieriger war die Realisation einer inertialen Zeitskala. Die Zeitskala, die sich aus Beobachtungen der Planetenbewegung gewinnen liesse, ist zu ungenau.

Auch bestand ursprünglich kein Bedürfnis nach einer derartig bestimmten Zeitskala, weil die Rotation der Erde eine zu liefern schien, die allen Anforderungen genügte. Edmond Halley stellte 1695 fest, dass die Mondbewegung sich nicht ganz aus den Newtonschen Gesetzen erklären liess, sondern eine zusätzliche Beschleunigung von ungefähr  $6''$  pro Jahrhundert aufwies. 1754 machte Kant schon auf die Notwendigkeit einer Verlangsamung der Erdrotation durch die Flutreibung aufmerksam. Diese Bemerkung von Kant wurde wenig beachtet. Die Himmelsmechaniker des 18. und frühen 19. Jahrhunderts versuchten vielmehr die Ursache in fehlerhaften Theorien der komplizierten Mondbewegung, konnten aber die Akzeleration des Mondes nicht erklären. Erst die Entdeckung analoger Akzelerationen bei Sonne, Merkur und Venus machten deutlich, dass die Unstimmigkeiten von der verlangsamten Erdrotation herrühren müssen und man den Beobachtungen eine «falsche» Zeit zugeordnet hatte.

Berichte von Sonnen- und Mondfinsternissen aus der Antike, sowie paläontologische Untersuchungen über die Tageslänge (Anzahl der Tage pro Jahr, feststellbar an Korallen u.a.) liessen den Schluss zu, dass die Tageslänge sich pro Jahrhundert im Mittel um etwa 2 msec vergrössert. Diese Verlangsamung der Erdrotation ist nicht gleichmässig. Schon Beobachtungen mit Hilfe von Quarzuhren, die 1934 entwickelt wurden, zeigten saisonale Abweichungen von der Linearität der Verlangsamung. Es kommen aber auch ganz unerwartete Änderungen vor.

Um die Planeten- und Mondephemeriden wieder in Einklang mit den Beobachtungen zu bringen, musste eine neue Zeitskala geschaffen werden, die Ephemeridenzeit. 1956 definierte man die Ephemeridensekunde zu

$$1 \text{ Ephemeridensekunde} = \frac{1 \text{ tropisches Jahr}}{31556925.9747}$$

Das tropische Jahr ist etwas veränderlich, und der Nenner dieses Bruches ist gleich der Anzahl der Ephemeridensekunden für das tropische Jahr im Zeitpunkt 1900 Jan.0  $12^{\text{h}}$  Weltzeit. Dieses neue Zeitmass lässt sich aber nur sehr umständlich reproduzieren, und so waren es vor allem die Physiker, die 1967 die Atomzeitsekunde einführen, gegeben durch  $9'192'631'770$  Perioden des Hyperfine-Strukturüberganges des  $\text{Cs}^{133}$ -Atoms (entsprechend einer Wellenlänge von 3.26 cm). Diese Atomzeitsekunde wurde von den Astronomen übernommen, in der Annahme, dass die Atomzeit ein ebenso gleichförmiges Zeitmass sei, wie die Ephemeridenzeit.

Die an der Erdrotation gemessene Weltzeit ist dadurch nicht überflüssig geworden, stellt sie doch die Phase der Erdrotation und damit ein Grundelement für astronomische und geodätische Messungen dar und ist auch für das tägliche Leben ein natürlicheres Zeitmass als die Atomzeit.

Mit der Erkenntnis, dass die Erde kein starrer Körper ist, und dass auch Erdkrustenbewegungen zweifelsfrei vorhanden sind, ist das Problem der Erdrotation neu gestellt worden. Wie soll nun die Erdrotation definiert werden? Theoretisch kann nach Tisserand ein erdfestes Bezugssystem so gesucht werden, dass das resultierende Rotationsmoment in diesem System,

$$\vec{h} = \int \varrho \vec{r} \times \frac{d}{dt} (\vec{r}) dV$$

integriert über das ganze Erdvolumen  $V$  ( $\varrho$  = Massendichte) verschwindet. Die Rotation dieses Bezugssystems im astronomischen Inertialsystem könnte als Rotation der Erde angesehen werden. Praktisch wird man sich darauf beschränken müssen, ein erdfestes System durch einzelne Oberflächenpunkte festzulegen, die zwar gegenseitig ihre Lage ändern können, deren Änderungen aber analog zum Fixsternsystem als zufällig betrachtet werden. Diese Punkte werden voraussichtlich durch VLBI-Beobachtungen bestimmt werden.

## Literatur:

G.H. Kaplan: The IAU Resolutions on Astronomical Constants Time Scales and the Fundamental Reference Frame, 1981.

I. Bauersima: Allgemeine Diskussion über die «Rotation» eines nichtstarrten Erdmodells, 1980.

Adresse des Verfassers:

Prof. Dr. Max Schürer

Astronomisches Institut Universität Bern  
Sidlerstrasse 5, CH-3012 Bern