

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 84 (1986)

**Heft:** 6

**Artikel:** GPS-Testmessungen auf dem CERN-LEP-Kontrollnetz

**Autor:** Gurtner, W.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-233042>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## GPS-Testmessungen auf dem CERN-LEP-Kontrollnetz

W. Gurtner

Im Dezember 1984 wurde das geodätische Kontrollnetz des neuen CERN-Beschleunigers erstmals mit GPS-Empfängern (GPS = Global Positioning System) vermessen. Der Vergleich mit der hochpräzisen terrestrischen Vermessung ergab eine hervorragende Übereinstimmung: Die mittlere Abweichung der beiden Lösungen nach einer Helmert-Transformation beträgt  $\pm 4$  mm.

*En décembre 1984 le réseau géodésique de contrôle de l'accélérateur du CERN a été mesuré pour la première fois à l'aide des récepteurs GPS. La comparaison entre les résultats GPS et la mensuration terrestre extrêmement précise montre un accord excellent: Après une transformation conforme l'écart moyen entre les deux solutions se monte à  $\pm 4$  mm.*

### 1. Einleitung

Das Ausrichten der Komponenten eines Teilchenbeschleunigers verlangt eine sehr hohe Genauigkeit. Der umlaufende Teilchenstrahl ist sowohl gegenüber Fehlern in der Ausrichtung benachbarter Magnete wie auch in der absoluten Lage dieser Magnete empfindlich. Die tatsächliche Umlaufbahn der Teilchen muss möglichst glatt sein und sich möglichst wenig von der theoretischen Form unterscheiden.

Die verlangte hohe Genauigkeit erwartet von der Vermessung die Verwendung kompromissloser Methoden und die Berücksichtigung aller Faktoren, welche die Beobachtungen oder die Resultate in irgend einer Form beeinträchtigen könnten.

Das von der Gruppe für angewandte Geodäsie der europäischen Kernforschungsorganisation (CERN) speziell für den neuen «Large Electron Position Collider» (LEP) aufgebaute Triangulationsnetz zeichnet sich durch eine – unter Berücksichtigung seiner Ausdehnung von etwa  $12 \times 12$  km – sicher einzigartige Genauigkeit aus: Die mittleren Fehler der durch Distanzmessungen mit einem 2-Farben Laser (Terrameter) erhaltenen Lagekoordinaten betragen für alle Punkte weniger als 2 mm. Die Höhen wurden mit einem Präzisionsnivelement ermittelt. In Verbindung mit einem Detailmodell des Geoides liegen die mittleren Höhenfehler der Triangulationspunkte unter 5 mm.

Praktische und wirtschaftliche Gründe führten dazu, nach möglichen Alternativen zu den zeitraubenden und wetterabhängigen terrestrischen Messungen zu suchen. Es schien, dass das Global Positioning System (GPS) eine Lösung sein könnte: Die Geodäsiegruppe entschied sich deshalb, die Zuverlässigkeit dieses Systems auf dem hochpräzisen LEP-Kontrollnetz zu prüfen.

In den Bereichen Schwerefeld und GPS hat sich eine intensive Zusammenarbeit mit dem Astronomischen Institut der Universität Bern (AIUB) und dem Institut für

Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich (IGP) ergeben:

Das Astronomische Institut führte die Berechnungen für das lokale Geoid durch und wertete die GPS-Beobachtungen mit am Institut entwickelten Programmen aus.

Ergänzende Lotabweichungen wurden im LEP-Kontrollnetz vom IGP mit seiner Zenitkamera gemessen.

Die Resultate dieser gemeinsamen Untersuchungen sind sehr ermutigend. Sie beweisen, dass GPS geeignet ist, vorteilhaft in der Vermessung spezieller Ingenieurprojekte eingesetzt zu werden.

Im folgenden soll zuerst das Kontrollnetz näher vorgestellt werden. Anschliessend wird kurz das Global Positioning System gestreift und dann etwas mehr im Detail auf die GPS Messungen und Resultate eingegangen.

Der vorliegende Aufsatz ist eine gekürzte Übersetzung einer gemeinsam von der Geodäsiegruppe des CERN (J. Gervaise, M. Mayoud) und dem Astronomischen Institut der Uni Bern (G. Beutler, W. Gurtner) an einer Tagung der FIG-Studiengruppen 5B und 5C in München vorgestellten Arbeit (Beutler et al, 1985a), wobei hier das Schwergewicht auf die GPS-Seite gelegt werden soll. Deshalb wird zusätzlich noch eine kurze Beschreibung des Global Positioning Systems und der verwendeten Beobachtungsgrössen (Kap. 3) eingeführt.

### 2. Das LEP Kontrollnetz

#### 2.1. Netzkonfiguration

Das Triangulationsnetz besteht aus 19 Punkten, innerhalb und rund um die 27 km

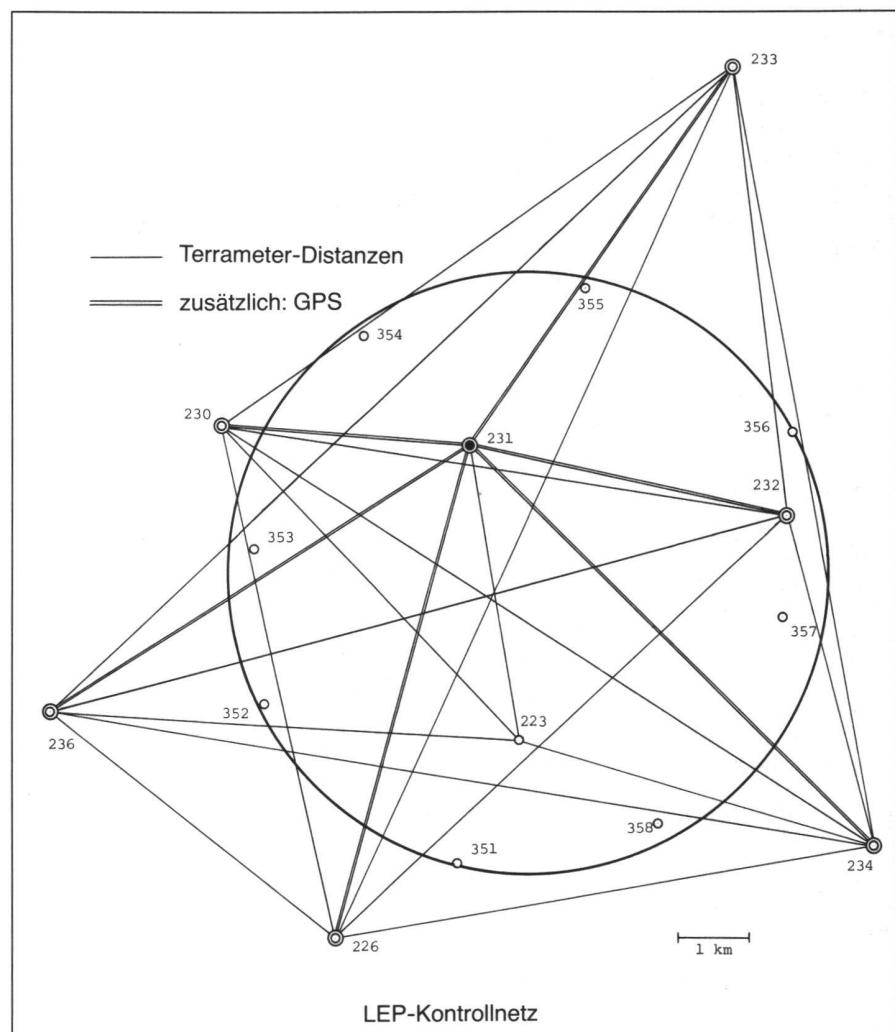


Abb. 1: LEP-Kontrollnetz

lange Peripherie des Beschleunigers verteilt. Die Distanzen zwischen ihnen variieren zwischen 3 und 13 km; sie liegen in Höhen von 435 m bis 749 m über Meer. Der Hauptverwendungszweck des Netzes wird sein, Kontrollpunkte für die unterirdischen Absteckungen und metrologischen Messungen zu liefern. Die Punkte, welche an den Eingängen der vertikalen Erschließungsschächte liegen, müssen deshalb auf das Niveau des Tunnels herabgelotet werden.

## 2.2 Höhenbestimmung

Die Höhen der Pfeiler wurden mit über 80 km Präzisionsnivelement bestimmt. An ausgewählten Punkten wurden Schwere-messungen durchgeführt, um die Nivellementshöhen auf orthometrische Höhen (= bezüglich Geoid) überführen zu können.

Zur Berechnung der Unterschiede zwischen Geoid und Referenzellipsoid bzw. einer Niveaufläche des Schwerepotentials in der Höhe des Beschleunigers wurde am Astronomischen Institut ein bereits existierendes Computerprogramm verwendet. Es berücksichtigt neben astrogeodätisch bestimmten Lotabweichungen ein Massenmodell der Erdkruste in und um die Schweiz, dargestellt durch die digitalisierte Topographie und die Grenzfläche zwischen Kruste und Erdmantel (Gurtner, 1978). Das IGP beobachtete auf acht Punkten des Netzes mit Hilfe einer Zenitkamera (Bürki et al, 1983) zusätzliche Lotabweichungen, welche ebenfalls in der Berechnung berücksichtigt wurden. Sie dienten einerseits zur Kontrolle des Interpolationsprogrammes, verbesserten andererseits die Resultate im Gebiet des LEP.

Die mittleren Fehler der resultierenden ellipsoidischen Höhen setzen sich zusammen aus den Nivellementsfehlern ( $< 3$  mm für jeden Punkt) und den Fehlern der orthometrischen Korrekturen und Geoidhöhenberechnungen. Die Anteile der beiden letzten dürften zusammen etwa einen halben Zentimeter betragen.

Lässt man Geoid und Referenzellipsoid im Ursprung des lokalen Koordinatensystems zusammenfallen, variieren die Lotabweichungen im Gebiet des LEP zwischen 0 und 15 Bogensekunden an der Oberfläche bzw. 0 und 9 Sekunden auf dem Geoid (auf Höhe 0). Der maximale Unterschied zwischen Geoid und diesem lokalen Referenzellipsoid beträgt – 10 km vom Ursprung entfernt – 200 mm. Damit die Bahn der Teilchen tatsächlich in einer Ebene im Raum verläuft, müssen die mit Nivellement ermittelten Höhen, welche sich auf die lokale Niveaufläche des Schwerepotentials beziehen, um Beträge von –40 mm bis +100 mm korrigiert werden.

## 2.3 Lagebestimmung

Das LEP Kontrollnetz wurde in seiner Lage

vollständig mit Distanzmessungen bestimmt. Verwendet wurde das LDM2 Terameter: Es benützt zur Distanzmessung zwei Laser unterschiedlicher Wellenlänge, einen im roten (He-Ne, 0.6328 nm), einen im blauen (He-Cd, 0.4416 nm) Bereich des Spektrum. Aus dem Unterschied zwischen den mit den beiden Lasern gemessenen Distanzen kann der Einfluss der Atmosphäre bestimmt und eliminiert werden. Die Messgenauigkeit beträgt etwa  $10^{-7}$ , d.h. 0.1 mm per km (Gervaise, 1984).

Die Messungen wurden mit dem 3-D-Ausgleichsprogramm des CERN (Mayoud, 1984) ausgewertet. Die mittleren Fehler der ausgeglichenen Koordinaten betragen in jedem Punkt weniger als 1.5 mm.

## 3. Das Global Positioning System (GPS)

1978 wurde der erste Test-Satellit eines neuen, satellitengestützten, militärischen Navigations- und Positionierungssystems der USA in eine Umlaufbahn um die Erde gebracht. Im Endausbau – der noch in diesem Jahrzehnt erreicht werden soll – umfasst das System 18 in einer Höhe von 20000 km kreisende Satelliten. Damit wird es möglich sein, von jedem Punkt der Erde aus praktisch jederzeit mindestens vier Satelliten über dem Horizont zur Verfügung zu haben.

Jeder der Satelliten strahlt auf etwa 1.5 und 1.2 GHz ein für ihn charakteristisch moduliertes Signal aus, mit dessen Hilfe ein spezieller Empfänger (auf der Erde) die Laufzeit der Signale vom Satelliten zum Empfänger – und damit die Distanz – sofort bestimmen kann. Aus den Signalen werden auch die Bahn- (und andere, satellitenspezifische) Daten gewonnen, so dass für jede Distanzmessung gleich auch der

momentane Ort des Satelliten zur Verfügung steht. Wäre die empfangereigene Uhr perfekt mit den Uhren der Satelliten synchronisiert, könnte aus den zu drei Satelliten gleichzeitig gemessenen Distanzen sofort der Empfängerstandort berechnet werden. Tatsächlich jedoch wird die Messung zu einem vierten Satelliten nötig, um den momentanen Stand der Uhr mitbestimmen zu können. Diese vereinfachte beschriebene Positionierungsmethode liefert sofort, jederzeit und weltweit Genauigkeiten von besser als 20 m, abhängig davon, ob beide Frequenzen – zur Eliminierung von Einflüssen der Ionosphäre auf die Laufzeitmessung – und der (klassifizierte) genauere sog. P-Code des Signals (im Gegensatz zum frei zugänglichen C/A-Code) verwendet werden können.

Wesentlich höhere, für die Vermessung interessante Genauigkeiten erreichen wir, wenn die Trägerfrequenz selbst (und nicht ihre Modulationen) ausgewertet wird – mit zwei Einschränkungen: Wir verzichten auf absolute Positionierung, bestimmen also «nur» die gegenseitige Lage zweier oder mehrerer gleichzeitig operierender Empfänger, und wir müssen die Messdaten der Empfänger gemeinsam verarbeiten, was (wenigstens zur Zeit noch) erst nach Abschluss der Messungen gemacht werden kann.

Die Abbildung 2 zeigt, wie eine vereinfachte Beobachtungsgleichung für Phasendifferenzmessungen zwischen zwei Empfängern zu einem Satelliten hergeleitet werden kann:

Beide Empfänger messen zum gleichen Zeitpunkt (wir setzen im Moment voraus, dass die Empfängeruhren ideal synchronisiert sind) die Phasenlage  $\Phi$  der ankommenden Trägerwelle, ein zwischen  $0^\circ$  und  $360^\circ$  – oder metrisch ausgedrückt: zwischen 0 und der einfachen Wellenlänge

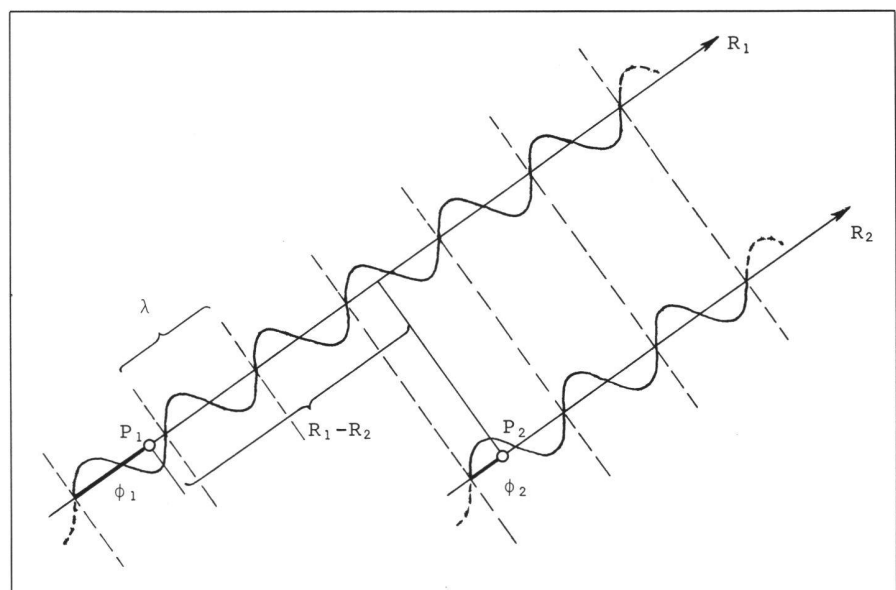


Abb. 2: Prinzip der Phasendifferenz-Messung

liegender Wert. Die Distanzdifferenz zwischen den beiden Empfängern in Richtung zum Satelliten kann dann ausgedrückt werden mit:

$$R_1 - R_2 = \Phi_2 - \Phi_1 + N \cdot \lambda = -\Delta\Phi_{12} + N \cdot \lambda \quad (1)$$

wobei  $N$  eine unbekannte ganze Anzahl von Wellenlängen ist. ( $N$  wird in der englischsprachigen Literatur als «Ambiguity» bezeichnet).

In  $R_1$  und  $R_2$  stecken die zu bestimmten Koordinaten der Empfänger.  $N$  muss ebenfalls als Unbekannte eingeführt werden. Falls die Empfänger anschliessend laufend auch die ganzen Zyklen der Trägerfrequenz mitzählen, müssen für spätere Beobachtungen die  $N$  nicht mehr jedesmal neu bestimmt werden.

Tatsächlich aber kann nicht vorausgesetzt werden, dass die Empfänger genau genug unter sich bzw. gegenüber den Satellitenuhren synchronisiert sind. Im weiteren müssen Einflüsse der Ionosphäre und Troposphäre berücksichtigt werden. Die Beobachtungsgleichung erweitert sich deshalb zu

$$\Delta R_{12} = (C \cdot \dot{R}_1) \cdot \Delta t + d(\Delta R)_{\text{ION}} + d(\Delta R)_{\text{TROP}} + N \cdot \lambda - \Delta\Phi_{12} \quad (2)$$

Die Geräte messen nun nicht direkt die Phasen der Trägerfrequenz, sondern sie subtrahieren vorher eine im Gerät erzeugte, in der Nähe der Trägerfrequenz liegende Referenzfrequenz. (Diese Differenz entspricht der z.B. vom Transit-System her wohlbekannte Dopplerfrequenz.) Die Beobachtungsgleichung (2) bleibt jedoch trotzdem gültig, da von beiden Geräten ein Signal derselben Frequenz subtrahiert wurde, welches somit in der Differenz (2) wieder herausfällt.

Bilden wir die Differenz der Beobachtungsgleichungen (2) zweier gleichzeitig beobachteter Satelliten  $i$  und  $k$ , wird der Hauptterm, welcher vom Uhrensynchronisationsfehler herrührt –  $c \cdot \Delta t$  – eliminiert. In den meisten Fällen genügt es dann, anderweitig bestimmte Werte für  $\Delta t$  als bekannte Grössen in die Ausgleichung einzuführen. Die neuen Beobachtungen, die Differenzen  $\Delta\Phi_{12}^{ik} = \Delta\Phi_{12}^i - \Delta\Phi_{12}^k$  werden als «doppelte Differenzen» bezeichnet.

## 4. Die GPS-Lösung des CERN-LEP-Netzes

### 4.1 Beschreibung der Kampagne

Eine Auswahl von sieben Punkten des Kontrollnetzes wurde zwischen dem 11. und 13. Dezember 1984 mit drei Macrometer V-1000 Instrumenten vermessen. An jedem Tag konnte etwa von 0h bis 3h<sup>50</sup>m (UT) beobachtet werden, wobei jeweils nach zwei Stunden ein Instrument auf einen neuen Punkt verschoben wurde. Die Messungen wurden von der Firma GEO-HYDRO, Rockville (USA) in Zusammenarbeit mit der Firma Schuster, Mülheim (BRD) durchgeführt.

Session	Start-Zeit	Dauer	Basislinien	Beobachtete Satelliten (Navstar-Nummern)
1	1984.12.11: 0h 13	2h 00	P 231, P 230 P 231, P 236	3 6 8 9
2	2h 33	1h 20	P 231, P 236 P 231, P 226	1 6 8 9
3	1984.12.12: 0h 09	2h 00	P 231, P 226 P 231, P 234	3 6 8 9
4	2h 29	1h 20	P 231, P 234 P 231, P 232	1 6 8 9
5	1984.12.13: 0h 05	2h 00	P 231, P 232 P 231, P 233	3 6 8 9
6	2h 25	1h 20	P 231, P 233 P 231, P 230	1 6 8 9

Tab. 1

Tabelle 1 gibt eine Übersicht über den Beobachtungsplan:

Wegen technischer Schwierigkeiten (Navstar 4 wurde kurz vor der Kampagne in seiner Bahn verschoben) konnten nur vier Satelliten pro Session beobachtet werden, obschon der Macrometer V-1000 bis zu sechs Satelliten gleichzeitig empfangen kann. Überdies wurde Navstar 9 nur während den letzten 10 bis 15 Minuten der 1. Session, Navstar 8 nur während den ersten 10 bis 15 Minuten der 2. Session jedes Tages beobachtet. Die meiste Zeit standen deshalb nur drei Satelliten simultan zur Verfügung. Ohne diese Einschränkungen wären die Resultate sicher noch besser ausgefallen.

### 4.2 Datenaufbereitung

Die Berner GPS-Software führt die folgenden vorbereitenden Arbeiten durch:

- 1) Erzeugen einer von der Quelle der Bahninformation unabhängige Satellitenbahndarstellung (sog. «Standard Orbits»).
- 2) Erzeugen Empfänger-unabhängiger Beobachtungsfiles.
- 3) Eliminieren von groben Fehlern und Cycle Slips (= Reparieren von Sprüngen ganzer Zyklen in den Phasenmessungen).
- 4) Überprüfen der Empfängeruhren-Synchronisation.

#### 4.2.1 Standard Orbits

Während den Auswertungen standen uns drei verschiedene Quellen der Bahninformation zur Verfügung (der Macrometer decodiert die vom Satelliten übermittelten Bahnelemente nicht):

- a) Unmittelbar nach der Kampagne erhielten wir einen Satz von Bahnelementen relativ schlechter Qualität, welche überdies bereits einen Monat alt waren. Mit numerischer Integration prädierten wir die Bahnen in die Zeit der Beobachtungskampagne. Trotz der schlechten Qualität konnten wir damit die weiteren Datenaufbereitungen – insbesondere das Eliminieren von Cycle Slips – durch-

führen und bereits eine erste Lösung erzeugen.

- b) Im Januar 1985 erhielten wir von GEO-HYDRO einen Satz Ephemeriden, wie sie von der Firma für die Auswertungen verwendet werden. Untersuchungen zeigten uns jedoch, dass diese Ephemeriden systematische Fehler in der Grössenordnung bis 50 m enthielten.
- c) Später erhielten wir die sog. «Precise Ephemerides» vom US Department of Defense. Damit erzeugten wir die Standard Orbits, die dann für die endgültige Lösung verwendet wurden.

Weitere Informationen über das Erzeugen der Standard-Bahnen wie auch über Bahnverbesserungstechniken finden sich z.B. in (Beutler et al. 1986).

#### 4.2.2 Beobachtungs-Files

Dieser Schritt besteht für Macrometer-Beobachtungen bloss in einem Umformieren, da Macrometer üblicherweise bereits differenzierte Phasenbeobachtungen (zwischen je zwei Empfängern) zur Verfügung stellt und unser Programm dieselben Grössen als Eingabewerte verlangt.

#### 4.2.3 Grobe Fehler, Cycle Slips

Dieser Teil ist der springende Punkt der Datenaufbereitung. Obschon wir damals (noch) kein vollautomatisch ablaufendes Datentestprogramm zur Verfügung hatten, wurden grobe Fehler eliminiert und grössere Cycle Slips automatisch erkannt und repariert. Eine anschliessende provisorische Auswertung jeder Basislinie mit dem eigentlichen Parameter-Bestimmungsprogramm liess in den Residuen die verbleibenden (wenigen) Cycle Slips erkennen, welche dann in den Beobachtungen angebracht wurden. Trotz der schlechten Qualität der ersten Bahninformationen konnte die Datenüberprüfung ohne Probleme durchgeführt werden. Es mussten bloss – was bisher eher unüblich war – bereits in der provisorischen Auswertung Bahnparameter als Unbekannte mitbestimmt werden.

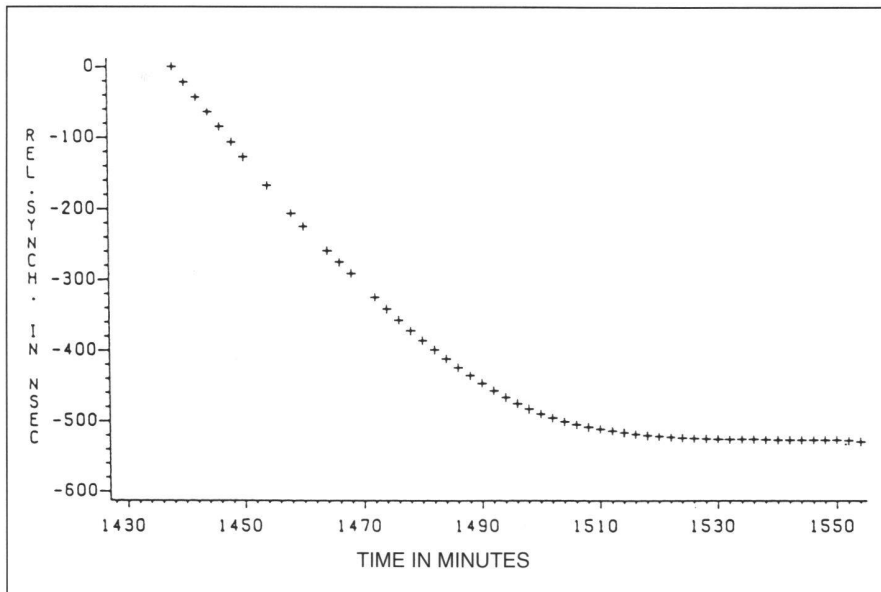


Abb. 3a: Synchronisierung der Empfänger 919,905, 12. 12. 1984, Session 1

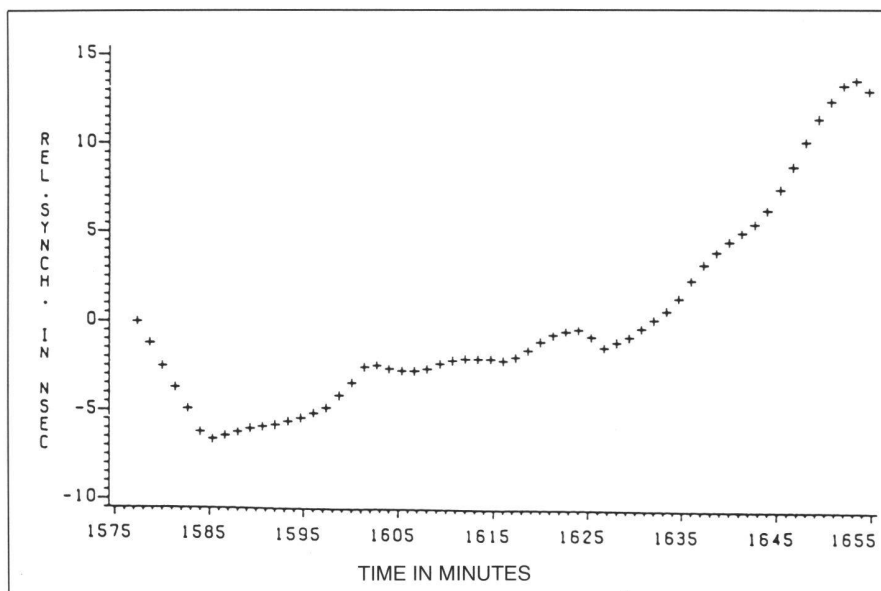


Abb. 3b: Synchronisierung der Empfänger 919,905, 12. 12. 1984, Session 2

## 4.2.4 Empfänger-Synchronisation

Da die Macrometer-Empfänger weder den P- noch den C/A-Code auswerten, können sie den momentanen Stand ihrer Uhren gegenüber GPS-Zeit – und damit auch untereinander – nicht selbständig ermitteln. Die Geräte müssen deshalb vor und nach jeder täglichen Beobachtungsperiode gegenseitig synchronisiert werden. Eine nachträgliche Analyse von einfachen und doppelten Differenzbeobachtungen kann das relative Verhalten der Uhren während den Sessionen feststellen (Beutler et al. 1984).

Die Abbildungen 3a und 3b zeigen nun für die CERN-Kampagne typische Synchronisierungsfehler zweier Empfänger. In der 2. Session sehen wir die erwarteten, mehr oder weniger zufälligen Differenzen der beiden Uhrstände im Bereiche einiger Na-

nosekunden. In der ersten Session jedoch sind die Resultate völlig anders: Wir finden ein starkes nicht-lineares Verhalten der Oszillatoren, welches die lineare Interpolation der Uhrstände zwischen die beiden externen Synchronisierungen um mehrere Mikrosekunden verfälscht haben kann. (Zwischen der ersten Synchronisation und dem Beginn der Messungen der ersten Session verstrichen immerhin etwa 1.5 Stunden!) Da alle andern Empfängerpaare dasselbe Verhalten gezeigt haben, ist zu vermuten, dass die Oszillatoren gewisse Aufwärmprobleme hatten, was eigentlich mit einem kleinen Zusatzaufwand hätte vermieden werden können. Es ist schwierig zu sagen, ob die Schlussresultate dadurch merkbar beeinflusst wurden. (Um auf der sicheren Seite zu sein, sollten die relativen Uhrstände jederzeit auf besser als 1 Mikrosekunde bekannt sein.)

## 4.3 Das Funktionale Modell der Parameterbestimmung

- Wir verwendeten die in (Beutler et al. 1984) gegebenen Beobachtungsgleichungen für doppelte Differenzen. Sie entsprechen der Differenz der für zwei verschiedene Satelliten aufgestellten Gleichungen (2).
- Die Standardbahnen wurden aus Precise Ephemerides hergeleitet. Es wurde darauf verzichtet, in der endgültigen Lösung des CERN-Netzes diese Bahnen noch zu verbessern.
- Es wurden keine Uhrkorrekturen (gegenseitiger Stand der Empfängeruhren zu einem bestimmten Zeitpunkt) bestimmt, sondern die Resultate der externen Synchronisation übernommen.
- Die Uhrgänge jedoch (Frequenzfehler der Oszillatoren) bestimmten wir aus den einfachen Phasendifferenzen.
- Der Punkt 231 wurde festgehalten. Seine WGS-72 Koordinaten (WGS-72 ist das Koordinatensystem, in dem die GPS-Bahnen gegeben sind) erhielten wir aus dem Schweizer Datum (CH-1903) mit Hilfe einer Transformation, deren Parameter aus früheren in der Schweiz durchgeführten Transit Doppler-Messungen ermittelt wurden.
- Somit hatten wir vorerst 54 Unbekannte zu lösen;  $6 \times 3 = 18$  Koordinaten sowie 36 «Ambiguities» (3 pro Session und Basislinie (= Empfängerpaar)).
- Liegen die reellwertigen Lösungen der Ambiguities «nahe genug» bei ganzen Zahlen, können die entsprechenden wahren Werte (sie müssen ganzzahlig sein) bestimmt werden (s. z.B. (Gurtner et al. 1985)). In einer anschließenden Neuausgleichung können nun diese wahren Werte a priori eingeführt werden. Damit verringert sich die Anzahl der Unbekannten, und das System wird sehr viel stabiler, da nun die Differenzen zu effektiven Distanzmessungen verarbeitet werden können. In der CERN-Kampagne konnten alle ausser 3 Ambiguities sicher aufgelöst werden.
- Um die GPS-Resultate mit dem terrestrischen Netz vergleichen zu können, wird anschliessend an die Ausgleichung eine 7-Parameter-Helmerttransformation zwischen den beiden Koordinatensätzen bestimmt (3 Translationen, 3 Rotationen, 1 Massstab).

## 4.4 Resultate

Im Laufe der Auswertungsarbeiten der CERN-Kampagne produzierten wir eine Vielzahl verschiedener Lösungen, um die Einflüsse verschiedener Faktoren auf die Resultate studieren zu können. Selbstverständlich ist es hier nicht möglich, die ganze Vielfalt vorzustellen und zu diskutieren.

Eine besondere Lösung stellte sicher diejenige dar, die mit den für 30 Tage extrapolierten Bahnen erzeugt wurde. Indem



wir zusätzlich zu den Koordinaten und Ambiguities sechs Bahnparameter pro Satellit als Unbekannte bestimmten, erhielten wir eine überraschend gute Lösung, welche mit dem terrestrischen Netz auf etwa 5 ppm übereinstimmte. Dies bestätigt das Potential einer auf Netzwerk-lösung ausgelegten Verarbeitungsweise – in Verbindung mit der Möglichkeit, gleichzeitig (zu schlechte) Bahnen verbessern zu können (mehr Information darüber findet man auch in (Beutler et al. 1985b)).

Da das Macrometer-Instrument nur eine der beiden Frequenzen empfängt, kann der Einfluss der Ionosphäre nicht problemlos eliminiert werden. Zwei Umstände milderten jedoch dieses Problem beträchtlich:

- Die Beobachtungen wurden jeweils in der zweiten Nachthälfte durchgeführt, wo die Anzahl der freien Elektronen in der Ionosphäre vergleichsweise klein ist.

- Das CERN-Netz ist recht klein, so dass wir voraussetzen können, dass die Satellitensignale für alle Stationen praktisch durch die gleichen Teile der atmosphärischen Schichten gehen.

Um den Einfluss der Ionosphäre auf das Resultat studieren zu können, berechneten wir die Ionosphärenkorrekturen der Beobachtungen mit Hilfe eines einfachen Ionosphärenmodells, welches voraussetzt, dass sich alle freien Elektronen in einer unendlich dünnen Schicht (ungefähr 300 km über der Erdoberfläche) befinden. Im weiteren wird angenommen, dass die Elektronendichte sowohl überall in der Schicht wie auch während der ganzen Beobachtungsperiode konstant ist. Die ionosphärische Korrektur für Phasenbeobachtungen kann nun einfach berechnet werden mit (s. z.B. (Bauersima, 1983)):

$$dr = -41/v^2 \cdot \cos(z') \cdot E$$

mit: dr: Korrektur der Beobachtung in Metern

$v$ : Trägerfrequenz

$z'$ : Zenitdistanz des Satelliten in der Höhe der Ionosphäre

$E$ : Elektroneninhalt pro Quadratmeter der Schicht

Wir berechneten nun vier verschiedene Lösungen, indem wir die Elektronendichte variierten:

Lösung	Höhe der Schicht	Elektronendichte $E \cdot 10^{16}/m^2$
A	300 km	0
B	300 km	10
C	300 km	20
D	300 km	30

**Tab. 2**

Die Tabelle 3 zeigt die Lösungen der Ambiguity-Parameter (ohne ganzzahligen Anteil). Es ist offensichtlich, dass sie im

**Bruchteile der Ambiguities**

Ambiguity	Lösung	m. F.	Ambiguity	Lösung	m. F.
1	.07	.02	19	-.01	.04
2	-.14	.03	20	-.08	.03
3	-.20	.07	21	-.09	.03
4	-.11	.04	22	.06	.04
5	-.05	.03	23	.09	.06
6	.12	.03	24	.02	.02
7	-.04	.04	25	.03	.04
8	-.02	.03	26	.02	.05
9	.08	.03	27	-.04	.03
10	-.03	.04	28	-.01	.04
11	-.10	.07	29	.00	.06
12	-.02	.02	30	-.02	.02
13	-.04	.07	31	.22	.05
14	-.04	.09	32	.20	.03
15	-.05	.03	33	.14	.04
16	-.30	.09*	34	.05	.05
17	-.40	.05*	35	.01	.08
18	.21	.03*	36	.05	.02
Mittel: -.01 m. F.: .13					

**Tab. 3**

\*) : Nicht aufgelöst

**GPS-Lösungen (Koordinaten im Schweizer System CH-1903)**

Station	Lösung	Breite	Länge	Höhe
P226	A	46 13 36.24156	6 01 54.44868	498.818
	B	40	65	21
	C	25	61	23
	D	09	57	25
P230	A	46 17 32.26122	6 00 36.07853	747.739
	B	22	47	43
	C	23	41	47
	D	23	36	51
P231		46 17 25.41472	6 03 21.02502	428.774
P232	A	46 16 54.05279	6 06 50.77777	494.030
	B	84	772	33
	C	74	806	23
	D	72	821	19
P233	A	46 20 21.28404	6 06 11.26059	740.517
	B	16	66	15
	C	29	72	12
	D	42	79	09
P234	A	46 14 22.10572	6 07 50.34457	457.024
	B	59	66	19
	C	46	76	14
	D	33	86	10
P236	A	46 15 21.30264	5 58 45.18241	603.753
	B	55	31	58
	C	46	21	64
	D	37	12	70

**Tab. 4**

allgemeinen sehr nahe an Ganzen Zahlen liegen. Ausser den drei mit \* markierten Werten wurden alle Ambiguity-Lösungen entsprechenden ganzen Zahlen zugeordnet. Die Lösungen unterscheiden sich für die einzelnen Varianten A–D qualitativ zu wenig, um daraus auf das zutreffende Modell der Ionosphäre schliessen zu können.

Die ermittelten Koordinaten der Punkte sind in der Tabelle 4 zusammengestellt.

Ihre formalen mittleren Fehler – gegenüber dem als Festpunkt eingeführten Zentralpunkt P231 – betragen ca. 2 mm in der Lage und 4 mm in der Höhe.

Die Lösungen ändern systematisch mit der Variation der Elektronendichte  $E$ . Diese Änderungen liegen in der Grössenordnung von 1 – 1.5 cm zwischen den Extremmodellen. Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, welche Kenngrössen des Netzes vor allem von diesen Variationen betroffen werden.

Transformations-Parameter zwischen der GPS-Lösung und der terrestrischen Lösung

Lösung	NS-Achse	Rotation um EW-Achse	Z-Achse	Massstab
A	0.11"	-0.53"	0.71"	1.8 mm/km
B	0.25"	-0.52"	0.73"	1.3 mm/km
C	0.48"	-0.53"	0.73"	0.7 mm/km
D	0.67"	-0.52"	0.73"	0.2 mm/km
m. F. der Transformation für alle Lösungen: 4 mm				

Tab. 5

## 4.5 Transformation der GPS-Lösung auf die terrestrische Lösung

Der Vergleich der GPS- mit der terrestrischen Lösung wurde mit Hilfe einer 7-Parameter Helmert-Transformation durchgeführt (3 Translationen, 3 Rotationen und 1 Skalenfaktor).

Die drei Rotationswinkel sind alle kleiner als 1 Bogensekunde, d.h. dass die von der GPS-Lösung herrührende Orientierung sehr gut mit der astronomisch bestimmten Orientierung des terrestrischen Netzes übereinstimmt.

Die Resultate sind im Hinblick auf die verschiedenen Varianten in drei Punkten interessant:

- die Streuung der Restbeträge in den Koordinatendifferenzen zwischen den beiden Systemen (mittlerer Einheitsfehler der Transformation) ist hier unabhängig von der Wahl der Elektronendichte.
- Eine Abhängigkeit ergibt sich für den Massstab der GPS-Lösung. Er variiert zwischen 1.8 mm/km bei völliger Vernachlässigung der Ionosphäre und 0.2 mm/km bei einer Elektronendichte von  $30 \cdot 10^{16}/m^2$ , was beides Extremannahmen sind, die sicher *nicht* zutreffen.
- Offenbar hat die Variation der Elektronendichte ebenfalls einen Einfluss auf die Orientierung bezüglich einer lokalen Nord-Südachse (Kippung in Ost-West-Richtung), etwa in der Grössenordnung von 2 mm/km der Entfernung von der Rotationsachse zwischen den beiden Extremmodellen.

Falls die selbe Transformation zwischen der Lösung des ersten Teils der Parameterbestimmung (d.h. alle Ambiguitäten sind noch als Unbekannte enthalten) berechnet wird, beträgt der mittlere Einheitsfehler der Transformation 10 mm: Eine Bestätigung des Genauigkeitsgewinns durch die anschliessende Zuordnung der ganzzahligen (wahren) Werte.

## 5. Schlussfolgerungen

Wir haben gezeigt, dass die Genauigkeiten der terrestrischen Lösung in der Lage besser als 1.5 mm und in der Höhe besser als 5 mm sind. Die GPS-Lösung liefert formale Genauigkeiten in der Grössenordnung von 2 respektive 4 mm.

Diese Werte wurden bestätigt durch eine Helmert-Transformation mit einem Fehler vom  $\pm 4$  mm pro Koordinatendifferenz.

Ein bis jetzt ungelöstes Problem stellt der Massstabsunterschied zwischen den beiden Lösungen dar. Wir haben aber gezeigt, dass er stark korreliert ist mit der Elektronendichte des Ionosphärenmodells, ein Zusammenhang, der bereits von (Campbell et al. 1984) erläutert wurde. In Anbetracht der Kleinheit des Netzes und des Zeitpunkts der Messungen – jeweils während der Nacht – schliessen wir aber nicht aus, dass die Ursache auch anderswo gesucht werden müsste. Eine Wiederholung der Kampagne mit einem Zweifrequenzinstrument könnte dazu höchst nützlich sein.

Es hat sich gezeigt, dass sich das CERN-LEP Kontrollnetz ausgezeichnet eignet, hochpräzise GPS-Anwendungen zu testen, aber auch um spezielle Untersuchungen, wie zum Beispiel den Vergleich verschiedener Instrumente, durchzuführen.

Wir sind überzeugt, dass GPS – in Verbindung mit einer guten Auswertesoftware – ein vielseitiges, genaues und wirtschaftliches Werkzeug für spezielle Probleme der Ingenieurvermessung darstellen wird.

Adresse des Verfassers:

Dr. W. Gurtner  
Astronomisches Institut  
Universität Bern  
Sidlerstrasse 5, CH-3012 Bern

## Literatur

- Beutler, G., Davidson, D.A., Langley, R., Santerre, R., Vanicek, P., Wells, D.E.: Some Theoretical and Practical Aspects of Geodetic Positioning using Carrier Phase Difference Observations of GPS Satellites. Mitteilungen der Satellitenbeobachtungsstation Zimmerwald, Nr. 14 und Department of Surveying Engineering, Technical Report No. 109, University of New Brunswick, Fredericton, Canada, 1984.
- Beutler, G., Gurtner, W., Gervaise, J., Mayoud, M.: Test of GPS on the CERN-LEP Control Network. Joint Meeting of the FIG Study Groups 5B and 5C on Inertial, Doppler and GPS Measurements for National and Engineering Surveys, Munich. Erschienen auch in: Mitteilungen der Satellitenbeobachtungsstation Zimmerwald Nr. 18, 1985a.
- Beutler, G., Gurtner, W., Bauersima, I., Langley, R.: Modelling and Estimating the Orbits of GPS Satellites. First International Symposium on Precise Positioning with the Global positioning System, Rockville USA, 1985b.
- Beutler, G., Rothacher, M.: Auswertung der 1984-Alaska-GPS-Kampagne. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik 6/86.
- Bürki, B., Kahle, H.G., Schmid, H.H.: Das neue Zenit-Kamera-Messsystem am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH-Zürich; ein Beitrag zur astronomisch-geodätischen Messtechnik für Lotabweichungsmessungen im Gebiet der Ivrea-Zone. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik 10/83.
- Campbell, J., Cloppenburg, H., Lohmar, F.J.: Estimating the Ionospheric Refraction Effect on Interferometric GPS-Measurements. International Symposium on Space Technique for Geodynamics, Sopron, Hungary, July 9 to 13, 1984.
- Gervaise, J.: Instruments électroniques de Mesure de Distance à deux longueurs d'Ondes. XVII Congrès de la FIG, No. 503.2, Sofia, 1983.
- Gervaise, J.: Results of the Geodetic Measurements carried out at CERN with the Terameter, a Two-wavelength Electromagnetic Distance Measurement Instrument. Technical Papers, FIG Commission 6, (p. 23–32), Washington D.C., USA, 1984.
- Gurtner, W., Beutler, G., Bauersima, I., Schildknecht, T.: Evaluation of GPS Carrier Difference Observation: The Bernese Second Generation Software Package. First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville, USA, 1985.
- Mayoud, M.: Applied Geodesy for CERN Accelerators: Computing and Analysis Methods. Seminar on High Precision Geodetic Measurements held at the Facoltà di Ingegneria di Bologna, Italy, October 1984.



**Vielleicht mussten Sie bisher die VPK mit anderen Lesern teilen. Ihr persönliches Exemplar liegt jedoch bereits bei uns bereit. Aber leider kennen wir Ihre Adresse noch nicht.**

**Diagonal Verlags AG**  
Zürcherstrasse 63  
5400 Baden  
Tel. 056 / 22 05 22/23