

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 83 (1985)

**Heft:** 9: Sonderheft zum Rücktritt und 70. Geburtstag von Prof. Dr. Dr. h. c. H. H. Schmid

**Artikel:** Zur Gewichtsbestimmung von Bedingungsgleichungen

**Autor:** Schenk, T.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-232620>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

le transformé de  $d\alpha$  par la rotation  $\beta$  et  $dy'$  le transformé de  $d\gamma$ , par les rotations  $\alpha, \beta$ .

L'accroissement correspondant de  $W$  est donc:

$$B \begin{bmatrix} d\alpha \\ d\beta \\ d\gamma \end{bmatrix}, \text{ avec}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & U_3 & -U_2 \\ -U_3 & 0 & U_1 \\ U_2 & -U_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \cos \alpha \sin \beta \\ 0 & 1 & -\sin \alpha \\ -\sin \beta & 0 & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix}$$

En posant  $A = (OI)C$ , on a finalement:

$$dW = A \begin{bmatrix} dx_0 - dx \\ dy_0 - dy \\ -dh \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} d\alpha \\ d\beta \\ d\gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} dD$$

Les équations d'observation pour un rayon sont:

$$u_c + du_c = u_0 \quad \text{et} \quad v_c + dv_c = v_0$$

Les coefficients de  $dx, dy, dh, dx_0, dy_0, dD, d\alpha, d\beta, d\gamma$  dans les expressions de  $du_c$  et  $dv_c$  sont donnés par les formules:

$$du_c = (dW_1 - u dW_3)/W_3 \quad \text{et}$$

$$dv_c = (dW_2 - v dW_3)/W_3$$

Ces coefficients sont ceux des inconnues correspondant aux termes indépendants de  $T$ . Ceux des inconnues correspondant aux termes en  $T, T^2$ , etc.

... s'obtiennent en multipliant ceux des termes indépendants par  $T, T^2, \dots$

Le vecteur des termes constants est:

$$L = \begin{bmatrix} x_b/f - r' (1 + u^2) - W_1/W_3 \\ t' - l'u - W_2/W_3 \end{bmatrix}$$

L'introduction d'équations d'observation complémentaires se fait exactement comme dans le traitement classique. Toutefois l'absence de corrélation entre les inconnues conduit à un système d'équations normales mieux conditionné, et la solution dépend beaucoup moins de la pondération adoptée.

## 7. Expérimentation et conclusions

Les deux méthodes présentées ont été essayées avec des orbites et des paramètres d'attitude élaborés par le C.N.E.S.

Pour la méthode classique trois segments de 90 sec, couvrant une surface de  $700 \times 60$  km environ, avec des inclinaisons latérales de  $-24, 0$  et  $+24$  ont été utilisés. Les coordonnées-image de 25 points de contrôle bien répartis, d'altitudes variant de 0 à 1000 m, ont été calculées à partir des paramètres orbitaux et des paramètres d'attitude «vrais». Les éphémérides donnant les vecteurs  $S$  et  $V$  de minute en minute ont été établis à partir d'orbites bruitées et les vitesses de rotation au pas de 0,125 sec, servant à calculer les paramètres  $t, r, l$  par intégration numérique, ont aussi été bruitées.

Le calcul en un seul bloc des 3 segments, en utilisant 6 points connus, a fait apparaître sur les coordonnées-terrain des points de contrôle des écarts de l'ordre de 2,5 m avec deux itérations.

Pour la deuxième méthode, les essais n'ont porté que sur un arc d'orbite de 9 sec, correspondant à une «scène» de  $60 \times 60$  km environ, forme sous laquelle les images SPOT seront découpées. Avec 6 points connus, les écarts sur 25 points de contrôle ont été de l'ordre du mètre.

Bien entendu, ces résultats n'ont de signification que dans la mesure où la régularité des variations d'attitude sera bien conforme aux prévisions. Il faut aussi noter que les points de contrôle utilisés étaient situés à l'intérieur du polygone des points connus. En raison de l'impossibilité de calculer la position du satellite et la matrice d'orientation exactes à partir de points connus au sol, il sera sans doute impossible d'obtenir les coordonnées de points situés à l'extérieur de ce polygone.

## Bibliographie

H. Guichard. Etude théorique de la précision dans l'exploitation cartographique d'un satellite à défilement. Application à SPOT Bulletin de la S.F.P.T., no 90 (1983-2)

Adresse des Verfassers:

G. de Masson d'Autume  
12, rue des Chênes, F-78110 Le Vésinet

# Zur Gewichtsbestimmung von Bedingungsgleichungen

T. Schenk

Parallel zur stetigen Weiterentwicklung der elektronischen Datenverarbeitung wurden auch die Messverfahren und die Ausgleichungsmethoden in den letzten zwei Jahrzehnten verfeinert und vervollkommen. Heute stehen ausgefeilte Verfahren zur Verfügung, die es gestatten, alle zu einer Messanordnung gehörende Information nicht nur rigoros auszugleichen, sondern auch statistisch zu analysieren, so dass bezüglich der berechneten Resultate, deren Genauigkeit und Zuverlässigkeit weit mehr Angaben zur Verfügung stehen, als dies früher, ohne leistungsfähige Rechner und Algorithmen, der Fall sein konnte.

Unter den frühen Pionieren, die für das neue Werkzeug «Computer» effiziente Methoden und Algorithmen entwickelten, ist vor allem H. Schmid zu nennen, der bereits vor einem Vierteljahrhundert die grundsätzliche Richtung wies (vgl. z. B. [2]).

Auf der Eingabeseite einer Ausgleichungsaufgabe finden wir normalerweise nicht nur die der «inneren» Lösung dienenden Messungen, sondern zusätzlich Stützinformation, welche die Zuordnung zu einem übergeordneten Bezugssystem schafft. Diese Information muss sich nicht notwendigerweise nur auf bekannte Punkte (Passpunkte) beschränken, sondern kann durchaus auch andere Angaben, die sich auf das Bezugssystem beziehen, miteinschließen, wie z. B. Drehwinkel, Höhendifferenzen oder Strecken.

Es hat sich eingebürgert, die Stützinformation, seien es nun bekannte Punkte oder zusätzliche Angaben, in Form von Bedingungsgleichungen zu berücksichtigen. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage nach der Gewichtung der Bedingungsgleichungen oder allgemein nach der Varianz-Kovarianz-Matrix, die den Bedingungen zuzuordnen ist.

Auch der zunehmende Einsatz von interaktiv grafischen Systemen zur computerunterstützten Aufbereitung von Manuskripten zu Reinzeichnungen kann zu allgemeinen Ausgleichungsaufgaben führen, bei welchen die verschiedenen Normvorschriften oder Konventionen zweckmäßigerweise als zusätzliche Bedingungen behandelt werden. So lassen sich z. B. die Forderungen, Gebäude rechtwinklig, Strassen und Wege parallel darzustellen, als geometrische Bedingungen der unbekannten Punkte formulieren, wobei es auch hier die Frage nach der Gewichtung solcher Bedingungen zu beantworten gilt. In [1] wurde dieses Problem im Zusammenhang mit Rechtwinkeln eingehend untersucht.

Der eben geschilderten Problematik wird man dadurch gerecht, dass das mathematische Modell zwei verschiedene Messanordnungen berücksichtigt:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{L}_i, \mathbf{X}) &= 0 & (1) \\ \mathbf{G}(\mathbf{L}_c, \mathbf{X}) &= 0 & (2) \end{aligned}$$

Gleichung (1) ist die allgemeine Form der üblicherweise als Beobachtungsgleichungen bezeichneten Beziehungen zwischen den Beobachtungen  $\mathbf{L}_i$  und den Unbekannten  $\mathbf{X}$ , während sich (2) auf die zusätzlichen Bedingungen beziehen soll.

Die Linearisierung der beiden im allgemeinen nicht linearen Gleichungssysteme führt mit der üblichen Bezeichnungsweise auf (vgl. dazu auch [3]):

$$\mathbf{A}_i \mathbf{v}_i + \mathbf{B} \Delta \mathbf{x} = \mathbf{w}_i \quad \text{mit } \mathbf{P}_i \quad (3)$$

$$\mathbf{A}_c \mathbf{v}_c + \mathbf{C} \Delta \mathbf{x} = \mathbf{w}_c \quad \text{mit } \mathbf{P}_c \quad (4)$$

wobei die folgenden Abkürzungen gelten:

$$\mathbf{A}_i = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{L}_i} \quad \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \quad \mathbf{w}_i = -\mathbf{F}(\mathbf{l}, \mathbf{x}^0)$$

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{l} + \mathbf{v}_i \quad \mathbf{X} = \mathbf{x}^0 + \Delta \mathbf{x}$$

$$\mathbf{A}_c = \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{L}_c} \quad \mathbf{C} = \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{X}} \quad \mathbf{w}_c = -\mathbf{G}(\mathbf{l}_c, \mathbf{x}^0)$$

$$\mathbf{L}_c = \mathbf{l}_c + \mathbf{v}_c$$

Das Prinzip der Methode der kleinsten Quadrate verlangt nun,  $\mathbf{v}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{v}_i + \mathbf{v}_c^T \mathbf{P}_c \mathbf{v}_c$  unter Berücksichtigung von (3) und (4) zu einem Minimum zu machen. Die Lagrangesche Funktion  $\Phi$  lautet:

$$\begin{aligned} \Phi = & \mathbf{v}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{v}_i + \mathbf{v}_c^T \mathbf{P}_c \mathbf{v}_c - 2 \mathbf{k}_i^T (\mathbf{A}_i \mathbf{v}_i + \\ & \mathbf{B} \Delta \mathbf{x} - \mathbf{w}_i) - 2 \mathbf{k}_c^T (\mathbf{A}_c \mathbf{v}_c + \mathbf{C} \Delta \mathbf{x} - \mathbf{w}_c) \end{aligned} \quad (5)$$

Durch die Ableitung nach  $\mathbf{v}_i$ ,  $\mathbf{v}_c$  und  $\Delta \mathbf{x}$  erhält man die drei Gleichungen:

$$-\mathbf{P}_i \mathbf{v}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{k}_i = \mathbf{0} \quad (6)$$

$$-\mathbf{P}_c \mathbf{v}_c + \mathbf{A}_c^T \mathbf{k}_c = \mathbf{0} \quad (7)$$

$$\mathbf{B}^T \mathbf{k}_i + \mathbf{C}^T \mathbf{k}_c = \mathbf{0} \quad (8)$$

Die Gleichungen (3), (4), (6), (7) und (8) ergeben folgendes allgemeine Gleichungssystem mit den zu bestimmenden Unbekannten  $\mathbf{v}_i$ ,  $\mathbf{k}_i$ ,  $\Delta \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{k}_c$ ,  $\mathbf{v}_c$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -\mathbf{P}_i & \mathbf{A}_i^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{A}_i & \mathbf{0} & \mathbf{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{B}^T & \mathbf{0} & \mathbf{C}^T & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_c \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_c^T & -\mathbf{P}_c \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{v}_i \\ \hline \mathbf{k}_i \\ \hline \Delta \mathbf{x} \\ \hline \mathbf{k}_c \\ \hline \mathbf{v}_c \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{w}_i \\ \hline \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{w}_c \\ \hline \mathbf{0} \\ \hline \end{array} \quad (9)$$

Das Gleichungssystem (9) ist in dieser Form lösbar; man kann jedoch die besondere Struktur ausnutzen und vorgängig die Unbekannten  $\mathbf{v}_i$ ,  $\mathbf{v}_c$ ,  $\mathbf{k}_i$  eliminieren, um so den Rechenaufwand zur Lösung von (9) zu reduzieren. Das reduzierte Normalgleichungssystem lautet in diesem Falle:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{N}_r & \mathbf{C}^T \\ \hline \mathbf{C} & -\mathbf{A}_c \mathbf{P}_c^{-1} \mathbf{A}_c^T \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \Delta \mathbf{x} \\ \hline -\mathbf{k}_c \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{w}^* \\ \hline \mathbf{w}_c \\ \hline \end{array} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \mathbf{N}_r &= \mathbf{B}^T (\mathbf{A}_i \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{A}_i^T)^{-1} \mathbf{B} \text{ und} \\ \mathbf{w}^* &= \mathbf{B}^T (\mathbf{A}_i \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{A}_i^T)^{-1} \mathbf{w}_i. \end{aligned}$$

In der weiteren Diskussion wird für  $\mathbf{P}_i^{-1} = \sigma_i$  und für  $\mathbf{P}_c^{-1} = \sigma_c$  eingeführt. Eine weitere Vereinfachung des Gleichungssystems (10) wird erreicht, wenn die in (2) ausgedrückte Beziehung sich ausschliesslich auf die Unbekannten  $\mathbf{X}$  bezieht. In diesem Fall wird  $\mathbf{A}_c = \mathbf{I}$  und  $\mathbf{G}$  drückt dann die unter den Unbekannten zu erfüllenden Bedingungen aus. Das Gleichungssystem (10) lautet somit wie folgt:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{N}_r & \mathbf{C}^T \\ \hline \mathbf{C} & -\sigma_c \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \Delta \mathbf{x} \\ \hline -\mathbf{k}_c \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{w}^* \\ \hline \mathbf{w}_c \\ \hline \end{array} \quad (11)$$

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit nach der Ausgleichung berechnet sich zu

$$m_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{v}_i + \mathbf{v}_c^T \mathbf{P}_c \mathbf{v}_c}{r + s - u}} \quad (12)$$

Die reziproke Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}_c^{-1} = \sigma_c$  in (11) drückt aus, dass den im Vektor  $\mathbf{w}_c$  zusammengefassten Widersprüchen ein endliches Gewicht zugeordnet wird. Dadurch werden die unter den Unbekannten einzuhaltenden Bedingungen nicht streng erzwungen; für gewisse praktische Anwendungen eine durchaus sinnvolle Forderung. Es ist ja ohne weiteres möglich, dass die in  $\mathbf{G}$  ausgedrückten Bedingungen die Wirklichkeit gar nicht genau wiedergeben. Dies dürfte wohl immer dann zutreffen, wenn wir in den Bedingungsgleichungen geometrische Eigenschaften von natürlichen oder künstlichen Objekten erfassen. Nehmen wir etwa die Rechtwinkligkeit von Gebäuden: je nach Beschaffenheit und Sorgfalt bei der Bauausführung können die Ecken mehr oder weniger stark von 90° abweichen. Diese im einzelnen nicht erfassbaren, in der Gesamtheit wie zufällige Fehler wirkenden Abweichungen müsste man mit einem entsprechenden Gewichtsansatz berücksichtigen.

Die gleichen Überlegungen gelten auch für andere Bedingungen, die z.B. ausdrücken, dass gewisse Punkte auf einer Geraden, Kurve, Ebene oder definierten Fläche liegen. Wiederum werden alle Objekte der realen Welt von der in der Bedingungsgleichung formulierten mathematischen Form abweichen. Erzwingt man die Bedingung trotzdem, d. h. führt man für die Widersprüche  $\mathbf{w}_c$  ein unendlich hohes Gewicht ein, so werden die Verbesserungen der ursprünglichen Beobachtungen etwas verfälscht, und zwar um den Betrag der Unvollkommenheit der unter Betracht stehenden Objekte. Das geht auch ganz klar aus Formel (12) hervor: die den Widersprüchen zugeordneten Verbes-

serungen  $\mathbf{v}_c$  werden zu einem Nullvektor und der Anteil geht auf die  $\mathbf{v}_i$  über. Die Bedingungsgleichungen sind Funktionen der Unbekannten, die ja gewisse mittlere Fehler aufweisen. Damit sind auch die Bedingungen bzw. die Widersprüche  $\mathbf{w}_c$ , gemäss allgemeinem Fehlerfortpflanzungsgesetz, mit Fehlern behaftet. Das ist der zweite Grund, weshalb den Bedingungsgleichungen Gewichte zuzuordnen sind. Man kann sich dies anschaulich am bereits angeschnittenen Problem der Rechtwinkligkeit von Gebäuden vorstellen: jeder Ecke ist ein Gewicht zuzuordnen, das die unterschiedlichen geometrischen Verhältnisse, also ungleichlange Schenkel, berücksichtigt. Ein durch kurze Seiten gebildeter Winkel hat ein kleineres Gewicht als ein von langen Seiten eingeschlossener Winkel. Die Gewichtsbestimmung erfordert die mittleren Fehler der Unbekannten, also die Matrix  $\mathbf{Q}_{xx}$  und die Koeffizienten der Ableitung der Matrix  $\mathbf{G}$  nach  $\mathbf{X}$ , also  $\mathbf{C}$ . Für die i. Bedingungsgleichung erhalten wir somit das reziproke Gewicht  $1/p_{ci}$ :

$$1/p_{ci} = \sigma_{ci} = \sum_{k=1}^n c_{ik} c_{ik}^T q_{kk} \quad (13)$$

mit  $\mathbf{c}_i = \mathbf{i}$ . Zeilenvektor aus  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{c}_i^T = \mathbf{i}$ . Spaltenvektor aus  $\mathbf{C}$ , sowie  $q_{kk}$  als Diagonalelemente der Matrix

$$\mathbf{Q}_{xx} = (\mathbf{B}^T (\mathbf{A}_i \sigma_i \mathbf{A}_i^T)^{-1} \mathbf{B})^{-1} \quad (14)$$

Für jede Bedingungsgleichung ist gemäss (13) vorzugehen. Es entsteht die Varianz-Kovarianz-Matrix  $\sigma_c$  als eine Diagonalmatrix mit den Elementen nach (13).

Da die rechte Seite von (14) im allgemeinen nicht invertierbar ist (weil z.B. die zur Defektbeseitigung erforderliche Stützinformation nicht in  $\mathbf{F}$ , sondern in  $\mathbf{G}$  vorhanden ist), kann  $\mathbf{Q}_{xx}$  bzw.  $\sigma_c$  nicht berechnet werden. In gewissen Fällen kann man jedoch  $\sigma_c$  trotzdem bestimmen. Liegt z.B. der Fall von direkt beobachteten Unbekannten vor, ist also  $\mathbf{A}_i$  und  $\mathbf{B}$  gleich der Einheitsmatrix  $\mathbf{I}$ , so wird  $\mathbf{Q}_{xx} = \sigma_i$ , und die Gleichung (13) nimmt die Form an:

$$\sigma_{ci} = \sum_{k=1}^n c_{ik} c_{ik} / p_{ii} \quad (15)$$

Ein interessantes Beispiel für diesen Fall ist die Ausgleichung von Rechtwinkeln. Werden etwa Gebäudeecken direkt gemessen, sei es an einem photogrammetrischen Auswertegerät oder direkt im Feld, so möchte man diese Messungen so verbessern, dass die Hauskanten rechte Winkel bilden. Wie in [1] ausführlich gezeigt, lautet das (11) entsprechende Normalgleichungssystem

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{P}_i & \mathbf{C}^T \\ \hline \mathbf{C} & -\sigma_c \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \Delta \mathbf{x} \\ \hline -\mathbf{k}_c \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{w}_c \\ \hline \end{array} \quad (16)$$

Aus (16) kann man zur weiteren Vereinfachung den Vektor  $\Delta \mathbf{x}$  eliminieren und erhält dadurch die zur Lösung von  $\mathbf{k}_c$  dienende Gleichung

$$(\mathbf{C} \mathbf{P}_1^{-1} \mathbf{C}^T + \sigma_c) \mathbf{k}_c = \mathbf{w}_c \quad (17)$$

$\sigma_c$  ergibt, wie oben dargelegt, eine Diagonalmatrix mit Elementen, die identisch sind mit denjenigen der Matrix  $\mathbf{C} \mathbf{P}_1^{-1} \mathbf{C}^T$  aus (17). Die Berücksichtigung von gewichteten Bedingungsgleichungen reduziert sich somit im Fall von Rechtwinkeln auf die Aufgabe, die Diagonalelemente der auf den Korrelationsvektor  $\mathbf{k}_c$  reduzierten Normalgleichungsmatrix zu verdoppeln. Durch dieses Vorgehen werden die rechten Winkel nicht streng erzwungen, vielmehr wird eine Abweichung toleriert, die im Einklang mit der geometrischen Konfiguration des Rechtwinkels steht.

Wie bereits erwähnt, ist diese Abweichung bei kurzschenkigen Winkeln grösser als bei solchen, die durch lange Seiten gebildet werden. Man kann sich diesen Sachverhalt anschaulich gut vorstellen, wenn man etwa davon ausgehen würde, dass die Winkel direkt gemessen wären. Diesen Pseudobeobachtungen würde man dieselben Gewichte zuordnen wie den Bedingungsgleichungen.

Abschliessend sei festgehalten, dass die hier am Beispiel des Rechtwinkels gemachten Überlegungen auch auf andere Fälle anwendbar sind. Man denke z.B. an Bedingungen, die ausdrücken, dass gewisse Punkte auf einer Geraden, einer Kurve, einer Ebene oder gekrümmten Fläche liegen. Die Berücksichtigung von Gewichten, also die Bestimmung von  $\sigma_c$ , ist auch dann

wichtig, wenn verschiedenartige Bedingungen auftreten, z.B. rechte Winkel, Geraden- und Ebenenbedingungen sowie Genauigkeitsangaben über Stützpunkte.

#### Literatur:

- [1] Schenk, T., Schmid, H.H.: Ausgleichung von Rechtwinkeln. *Bul. Bildmessung und Luftbildwesen* 7/85
- [2] Schmid, H.H.: Ein allgemeiner Ausgleichungs-Algorithmus zur Auswertung von hybriden Messanordnungen. *Bul.* 3-4/65.
- [3] Schmid, H.H.: Ein allgemeiner Ausgleichungsalgorithmus für die numerische Auswertung in der Photogrammetrie. *IGP Mitteilung* Nr. 22/1977.

Adresse des Verfassers:  
Dr. Anton Schenk  
Grundstrasse 18, CH-9445 Rebstein

## Betrachtungen zum Einfluss der automatischen Rechentechnik auf Photogrammetrie und Fernerkundung

K. Szangolies

### 1. Vorbemerkungen

Als ich im Jahre 1957 den Auftrag erhielt zu untersuchen, welche Konsequenzen sich aus der gerade erst in einigen wenigen Publikationen beschriebenen «Analytischen Aerotriangulation» für den photogrammetrischen Gerätebau ergeben können, war die allgemeine Kenntnis von dieser Entwicklungsrichtung noch sehr begrenzt (vgl. Kompendium Photogrammetrie, Jena 1960, Bd. III, S. 767–788).

Einer der Pioniere der «Analytischen Photogrammetrie» war Hellmut H. Schmid. Seine grundlegende Veröffentlichung 1956/57 in «Photogrammetria» bildete neben den Arbeiten von D.W.G. Arthur (1955), U. Bartorelli (1956), H.G. Jerie (1956), K. Rinner (1956), G.H. Schut (1955/56), H.A.L. Shewell (1953) u.a. das Fundament für die neue Technik.

Ausgelöst wurde die intensive Arbeit auf dem Gebiet «Analytische Photogrammetrie» durch die in den Jahren 1955 bis 1960 entwickelten elektrischen bzw. elektronischen Rechenautomaten. Unsere ersten praktischen Arbeiten in Jena wurden mit dem Relais-Rechenautomaten Oprema und ab 1960 mit dem Zeiss-Rechenautomaten ZRA1 mit 4K-Speicherkapazität ausgeführt. Ein Blick auf die damals erreichten Rechengeschwindigkeiten einiger bekannter Rechenautomaten zeigt u.a. eindrucksvoll, welche Fortschritte auf diesem Gebiet in den zurückliegenden 25 Jahren erreicht wurden:

	Operationen/Sekunde (10stellig)
(Mensch)	(0,02)
Oprema	2
Zuse Z22	20
Ural	100
ZRA1	200
IBM 704	12 000

Tab. 1 Rechengeschwindigkeiten (vgl. Kompendium Photogrammetrie, Jena 1963, Bd. IV, S. 151)

Die Photogrammetrie wurde in ihrer Entwicklung durch die Rechentechnik entscheidend beeinflusst. Anfang der sechziger Jahre entstanden eine ganze Reihe von modernen Stereokomparatoren mit automatischer Registrierung der Messwerte auf Lochstreifen oder Lochkarte, darunter auch in Jena das Steco-meter mit Coördimeter. Die von H. Schmid vor fast 30 Jahren mitbegründete Analytische Aerotriangulation ist in der Zwischenzeit gerätetechnisch und programmtechnisch bis zur Perfektion entwickelt worden und heute Standard-Arbeitsmethode der Aerophotogrammetrie.

### 2. Der Einfluss der elektronischen Rechentechnik auf die Entwicklung der Photogrammetrie

Mit der Entwicklung der elektronischen Rechentechnik wurde die Photogrammetrie entscheidend beeinflusst, und zwar sowohl hinsichtlich der Geräte-

technik und Verfahren als auch der Anwendungsbereiche und der Leistungsfähigkeit. Die Digitalisierung der Photogrammetrie hat generell zur Erhöhung des Automatisierungsgrades, zur Genauigkeitssteigerung und zur Beschleunigung der Arbeitsabläufe geführt.

Der gegenwärtige Entwicklungsstand ist davon geprägt, dass für einige Arbeitsgänge nach wie vor nur analoge konventionelle Technik verfügbar ist, für andere Arbeitsgänge nur digitale Technik und für eine dritte Gruppe von Arbeitsgängen sowohl analoge als auch digitale Technik zur Verfügung steht. Die Kopplung von konventioneller analoger Gerätetechnik mit digitaler Rechentechnik in komplexen Aufnahme- und Auswertetechnologien hat in einigen Fällen zu guten Erfolgen, in anderen zu Problemen und Misserfolgen geführt.

#### 2.1. Zur Anwendung der digitalen Bildverarbeitung in der Photogrammetrie

##### – Luftbilddaufnahme

Ein Standard-Luftbild mit dem Format 230 mm x 230 mm hat ein mittleres Auflösungsvermögen  $AWAR = 70 \text{ L/mm}$ . Die Multispektralkameras MKF 6 bzw. MSK 4 besitzen ein auf den mittleren Bildbereich bezogenes Auflösungsvermögen von 150 L/mm. Entsprechend den neuesten praktischen und theoretischen Erkenntnissen kann die Auflösung von Aufnahmesystemen von der