Zeitschrift: Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

Band: 83 (1985)

Heft: 9: Sonderheft zum Rücktritt und 70. Geburtstag von Prof. Dr. Dr. h. c. H. H. Schmid

Artikel: Invariante Grössen bei Datumstransformationen

Autor: Koch, K.R.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-232615

[4] Göpfert, W.: High-precision Scanner Imagery Rectification Using Dynamic Meshes of Digitally Correlated Pass Points, Image Processing-Interactions with Photogrammetric and Remote Sensing, Proceedings, Graz, 1977, erschienen in den Mitteilungen der Geodätischen Institute der TU Graz

[5] Hofmann, O.: Ein neues multispektrales Satelliten-Bildaufnahmesystem, Bildmessung und Luftbildwesen 1/72, S. 47–55

[6] Hofmann, O.: Bildgüte aktiver und passiver Abtaster, Bildmessung und Luftbildwesen 3/83, S. 103–117

[7] Hofmann, O.: Deutsche Patentschriften DE 29 40 871 C2 und DE 30 43 577 C2

[8] Hofmann, O., Navé, P., Ebner, H.: DPS – A Digital Photogrammetric System for Producing Digital Elevation Models and Orthophotos by Means of Linear Array Scanner Imagery, ISP-Symposium, Com III, Helsinki 1982 und Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol. 50, No. 80, Aug. 1984, pp. 1135–1142

[9] Konecny, G.: Geometrical Aspects of Remote Sensing, ISP-Congress, Com. IV, Ottawa 1972

[10] Kraus, K.: Entzerrung von Multispektralbildern, Bildmessung und Luftbildwesen 4/1975, S. 129–134

[11] Jerie, H. G.: Proposal for a Modification of Line Scanners and Panoramic Cameras for the Acquisition of Stereo Imagery, ISP-Congress, Com. I, Helsinki 1976

[12] Lorenz, D.: Ein Zweistrahl-Infrarot-Zeilenabtaster für stereoskopische Wärmebilder, Bildmessung und Luftbildwesen 3/1972, S. 120–122

[13] Schmid, H.: Über den Wandel der geometrischen-algebraischen Modellvorstellung in der Photogrammetrie unter dem Einfluss computergestützter Auswerteverfahren, Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik 7–8/1979, S. 197–205

[14] Schwidefsky, K., Ackermann, F.: Photogrammetrie: Grundlagen, Verfahren, Anwendungen, Verlag B. G. Teubner, Stuttgart 1976

[15] Welch, R.: Cartographic Potential of a Spacecraft Line-Array Camera System: Stereosat, Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol. 47, 1981, No. 8, pp. 1173–1185

Adresse des Verfassers:
Dr. Otto Hofmann
Messerschmidt-Bölkow-Blohm/AK 031
Postfach 801149, D-8000 München 80

Invariante Grössen bei Datumstransformationen

K. R. Koch

1. Datumsdefinition

Für eine geodätische Triangulation muss in der Regel ein Datum definiert werden. Dies war auch der Fall für die weltweite geometrische Satelliten-Triangulation, die unter der Leitung von Prof. H. Schmid in den Jahren 1966 bis 1973 aufgebaut wurde [Schmid 1974 a, b]. Mit einer solchen Triangulation werden die geometrischen Beziehungen zwischen den Punkten an der Erdoberfläche hergestellt, um dann als Ergebnis die Koordinaten der Triangulationspunkte in einem vorgegebenen Koordinatensystem auszudrücken. In der Regel bedarf es aber zusätzlicher Information, um die Lage des Triangulationsnetzes in bezug auf das Koordinatensystem anzugeben. Beispielsweise muss bei einem dreidimensionalen Netz über drei Translationen und drei Rotationen und eventuell noch über den Massstab verfügt werden, um das dreidimensionale Netz in dem vorgegebenen Koordinatensystem festzulegen. Eine solche Verfügung bezeichnet man als Datumsdefinition.

Für die weltweite geometrische Satelliten-Triangulation war die Translation und eine Rotation einzuführen [Schmid 1974 a, S. 79]. Die Datumsdefinition beeinflusst die Varianzen und Kovarianzen der Schätzwerte der Koordinaten, und die Diskussionen über dieses Problem von Prof. H. Schmid mit den Mitarbeitern des von ihm geleiteten Geodetic Research and Development Laboratory des National Geodetic Survey sind dem Autor dieses Beitrages noch in bester Erinnerung, der sich glücklich schätzt, von 1968 bis 1974 zunächst in einer Dauerstelle und dann in Teilzeitbeschäftigungen Mitglied dieses Geodetic Research and Development Laboratory gewesen zu sein.

Im folgenden soll untersucht werden, welche Grössen in einer geodätischen Triangulation invariant gegenüber den Datumsdefinitionen sind. Dies ist besonders dann von Interesse, wenn Hypothesen getestet werden, beispielsweise in den Triangulationsnetzen für die Deformationsanalyse. Zunächst aber soll auf die Transformationen eingegangen werden, die den Übergang von einer Datumsdefinition zu einer anderen ermöglichen.

2. Datumstransformation

Für Triangulationsnetze, in denen ein Datum zu definieren ist und die bekanntlich als freie Netze bezeichnet werden, führt die Schätzung der unbekannten Parameter auf ein Gauss-Markoff-Modell mit nicht vollem Rang

$$\underline{X}\underline{\beta} = E(\underline{y}) = \underline{y} + \underline{e}$$
$$\text{mit rg}\,\underline{X} = q < u \text{ und } D(\underline{y}) = \sigma^2\underline{I} \qquad (2.1)$$

in dem $\underline{X}$ die n x u Koeffizientenmatrix, $\underline{\beta}$ der u x 1 Vektor unbekannter Parameter, $\underline{y}$ der n x 1 Vektor der Beobachtungen, $\underline{e}$ der n x 1 Vektor der Fehler, q der Rang der Matrix $\underline{X}$, σ^2 die Varianz der Gewichtseinheit und $E(\underline{y})$ und $D(\underline{y})$ der Erwartungswertvektor und die Kovarianzmatrix von $\underline{y}$ bedeuten. Das spezielle Modell (2.1) mit unkorrelierten Beobachtungen gleicher Varianzen ergibt sich durch Homogenisierung aus einem allgemeinen Modell mit korrelierten Beobachtungen ungleicher Varianzen.

In dem Modell (2.1) sind die unbekannten Parameter $\underline{\beta}$ nicht erwartungstreu schätzbar. Um schätzbare Grössen zu erhalten, werden anstelle von $\underline{\beta}$ die projizierten Parameter $\underline{\beta}_p$ eingeführt mit [Koch 1980, S. 171]

$$\underline{\beta}_p = (\underline{X}'\underline{X})^{-}\underline{X}'\underline{X}\underline{\beta} \qquad (2.2)$$

worin $(\underline{X}'\underline{X})^{-}$ eine generalisierte Inverse der Normalgleichungsmatrix $\underline{X}'\underline{X}$ bedeutet. Mit einer symmetrischen reflexiven generalisierten Inversen $(\underline{X}'\underline{X})^{-}_{rs}$ von $\underline{X}'\underline{X}$ mit

$$(\underline{X}'\underline{X})^{-}_{rs} = (\underline{X}'\underline{X})^{-}\underline{X}'\underline{X}[(\underline{X}'\underline{X})^{-}]' \qquad (2.3)$$

lässt sich wegen $\underline{X}' = \underline{X}'\underline{X}[(\underline{X}'\underline{X})^{-}]'\underline{X}'$ die Projektion (2.2) umschreiben in die Projektion

$$\underline{\beta}_p = (\underline{X}'\underline{X})^{-}_{rs}\underline{X}'\underline{X}\underline{\beta} \qquad (2.4)$$

mit der im folgenden gearbeitet wird. Die beste lineare erwartungstreue Schätzung $\hat{\underline{\beta}}_p$ von $\underline{\beta}_p$ ergibt sich zu

$$\hat{\underline{\beta}}_p = (\underline{X}'\underline{X})^{-}_{rs}\underline{X}'\underline{y} \quad \text{mit} \quad D(\hat{\underline{\beta}}_p) = \sigma^2(\underline{X}'\underline{X})^{-}_{rs} \qquad (2.5)$$

Die Wahl der generalisierten Inversen in (2.4) für die Projektion entspricht der Definition des Datums für das Triangulationsnetz. Dies kann man wie folgt zeigen. Eine generalisierte Inverse $(\underline{X}'\underline{X})^{-}_{rs}$ lässt sich ermitteln aus [Koch 1980, S. 59]

$$\begin{vmatrix} \underline{X}'\underline{X} & \underline{B}' \\ \underline{B} & \underline{O} \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} (\underline{X}'\underline{X})^{-}_{rs} & \underline{E}'(\underline{B}\underline{E}')^{-1} \\ (\underline{E}\underline{B}')^{-1}\underline{E} & \underline{O} \end{vmatrix} \qquad (2.6)$$

mit

$$(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs} = (\underline{X}'\underline{X} + \underline{B}'\underline{B})^{-1} - \underline{E}'\,(\underline{E}\underline{B}'\underline{B}\underline{E}')^{-1}\underline{E} \qquad (2.7)$$

Die Zeilen der $(u-q) \times u$ Matrix $\underline{E}$ enthalten eine Basis des Nullraums der Koeffizienten $\underline{X}$, also

$$\underline{X}\underline{E}' = \underline{O} \qquad (2.8)$$

Die $(u-q) \times u$ Matrix $\underline{B}$ muss derart beschaffen sein, dass die Matrix $\underline{B}\underline{E}'$ vollen Rang besitzt. Die um die Matrizen $\underline{B}$ und $\underline{B}'$ in (2.6) ergänzte Normalgleichungsmatrix $\underline{X}'\underline{X}$ lässt sich aber auch aus einem Gauss–Markoff-Modell erhalten, in das zur Beseitigung des Rangdefektes, also zur Definition des Datums, die Restriktionen

$$\underline{B}\underline{\beta} = \underline{O} \qquad (2.9)$$

eingeführt werden, so dass sich die Projektion der unbekannten Parameter als Datumsdefinition interpretieren lässt.
Die mit einer Matrix $\underline{B}$ berechnete Inverse $(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}$ sei nun mit $[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_b$ bezeichnet. Für die Projektion gilt dann [Koch 1980, S. 59]

$$[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_b\underline{X}'\underline{X} = \underline{I} - \underline{E}'\,(\underline{B}\underline{E}')^{-1}\underline{B} \qquad (2.10)$$

Weiter sei die $(u-q) \times u$ Matrix $\underline{C}$ eingeführt, für die ebenfalls die Matrix $\underline{C}\underline{E}'$ vollen Rang besitze und mit der die Inverse $[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c$ und eine (2.10) entsprechende Projektion sich ergebe. Mit diesen Projektionen erhält man

$$\underline{\beta}_b = [(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_b\underline{X}'\underline{X}\underline{\beta} \qquad (2.11)$$

mit den Schätzwerten

$$\hat{\underline{\beta}}_b = [(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_b\underline{X}'\underline{y}$$
$$\text{und } D(\hat{\underline{\beta}}_b) = \sigma^2\,[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_b \qquad (2.12)$$

und entsprechend

$$\underline{\beta}_c = [(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}'\underline{X}\underline{\beta} \qquad (2.13)$$

sowie

$$\hat{\underline{\beta}}_c = [(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}'\underline{y}$$
$$\text{und } D(\hat{\underline{\beta}}_c) = \sigma^2\,[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c \qquad (2.14)$$

Wegen $\underline{X}' = \underline{X}'\underline{X}[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_b\,\underline{X}'$ lässt sich aber $\underline{\beta}_b$ und $\hat{\underline{\beta}}_b$ direkt nach $\underline{\beta}_c$ und $\hat{\underline{\beta}}_c$ transformieren

$$\underline{\beta}_c = [(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}'\underline{X}\underline{\beta}_b \quad \text{und}$$
$$\hat{\underline{\beta}}_c = [(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}'\underline{X}\hat{\underline{\beta}}_b \qquad (2.15)$$

Da $(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}$ eine reflexive generalisierte Inverse ist, gilt weiter

$$[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c =$$
$$= [(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}'\underline{X}[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_b\underline{X}'\underline{X}[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c \qquad (2.16)$$

so dass man für die Transformation der Kovarianzmatrix $D(\hat{\underline{\beta}}_b)$ nach $D(\hat{\underline{\beta}}_c)$ erhält

$$D(\hat{\underline{\beta}}_c) = [(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}'\underline{X}\,D(\hat{\underline{\beta}}_b)\underline{X}'\underline{X}[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c \qquad (2.17)$$

Die Gleichungen (2.15) und (2.17) geben die Transformationen der Schätzwerte und ihrer Kovarianzen zwischen unterschiedlichen Datumsdefinitionen an. Sie entsprechen den von Baarda [1973] eingeführten S-Transformationen [Koch 1982]. Datumstransformationen für ausgedehnte Netze werden bei [Koch, 1983 b] behandelt.

3. Invariante Grössen bei Datumstransformationen

Bekanntlich ändern Datumstransformationen die Gestalt eines ausgeglichenen Netzes nicht, siehe zum Beispiel [Grafarend und Schaffrin, 1976]. Diese Gestalt ist durch den Schätzwert $\hat{\underline{y}}$ des Erwartungswertvektors $E(\underline{y})$ der Beobachtungen gegeben, der mit Hilfe des Vektors $\hat{\underline{e}}$ der Residuen aus (2.1) folgt

$$\underline{X}\hat{\underline{\beta}} = \underline{y} + \hat{\underline{e}} = \hat{\underline{y}} \text{ mit } D(\hat{\underline{y}}) = \underline{X}\,D(\hat{\underline{\beta}})\underline{X}' \qquad (3.1)$$

Die Kovarianzmatrix $D(\hat{\underline{y}})$ erhält man mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz. Mit (2.15) ergibt sich für die Schätzwerte $\hat{\underline{\beta}}_c$ des mit der Matrix $\underline{C}$ definierten Datums

$$\underline{X}\hat{\underline{\beta}}_c = \underline{X}[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}'\underline{X}\hat{\underline{\beta}}_b =$$
$$= \underline{X}\hat{\underline{\beta}}_b = \underline{y} + \hat{\underline{e}} = \hat{\underline{y}} \qquad (3.2)$$

wegen $\underline{X} = \underline{X}[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}'\underline{X}$, so dass der Vektor $\hat{\underline{y}}$ der ausgeglichenen Beobachtungen und der Vektor $\hat{\underline{e}}$ der Residuen invariant gegenüber Datumstransformationen sind. Das gleiche gilt auch für die Kovarianzmatrix $D(\hat{\underline{y}})$ von $\hat{\underline{y}}$, denn mit (2.17) und (3.1) folgt

$$\underline{X}D(\hat{\underline{\beta}}_c)\underline{X}' =$$
$$= \underline{X}[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}'\underline{X}D(\hat{\underline{\beta}}_b)\,\underline{X}'\underline{X}[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}' =$$
$$= \underline{X}D(\hat{\underline{\beta}}_b)\underline{X}' = D(\hat{\underline{y}}) \qquad (3.3)$$

Aber nicht nur die ausgeglichenen Beobachtungen $\hat{\underline{y}}$ mit ihrer Kovarianzmatrix $D(\hat{\underline{y}})$ sind invariant gegenüber Datumstransformationen, sondern auch die ausgeglichenen Beobachtungen $\hat{\underline{y}}_p$, die mit Hilfe der Schätzwerte der Parameter durch

$$\underline{X}_p\hat{\underline{\beta}}_c = \hat{\underline{y}}_p \qquad (3.4)$$

vorhergesagt werden, also nicht beobachtet wurden, wobei $\underline{X}_p$ die für die Vorhersage benötigte Koeffizientenmatrix angibt. Dies gilt unter der Voraussetzung, dass

$$\underline{X}_p\underline{E}' = \underline{O} \qquad (3.5)$$

ist. Die Invarianz gegenüber Datumstransformationen folgt mit (2.10) und (2.15) wegen (3.5) aus

$$\underline{X}_p\hat{\underline{\beta}}_c = \underline{X}_p[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}'\underline{X}\hat{\underline{\beta}}_b = \underline{X}_p\hat{\underline{\beta}}_b = \hat{\underline{y}}_p \qquad (3.6)$$

und

$$\underline{X}_pD(\hat{\underline{\beta}}_c)\underline{X}_p' =$$
$$= \underline{X}_p[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}'\underline{X}D(\hat{\underline{\beta}}_b)\,\underline{X}'\underline{X}[(\underline{X}'\underline{X})^-_{rs}]_c\underline{X}_p' =$$
$$= \underline{X}_pD(\hat{\underline{\beta}}_b)\underline{X}_p' = D(\hat{\underline{y}}_p) \qquad (3.7)$$

Die Invarianz ist also nicht für beliebige prädizierte Beobachtungen gegeben, sondern nur für die Beobachtungen, für die (3.5) gilt, also beispielsweise für Beobachtungen des Typs, mit dem das Netz aufgebaut wurde.

4. Invariante Testgrössen

Wie im vorangegangenen Kapitel bewiesen, sind ausgeglichene Beobachtungen und, sofern (3.5) gilt, auch prädizierte Beobachtungen invariant gegenüber Datumstransformationen, so dass die Hypothesentests für diese Grössen invariant gegenüber den Datumstransformationen sind. Leitet man zum Beispiel aus einem Streckennetz eine nicht gemessene Strecke ab und unterwirft sie einem Hypothesentest, so ist dieser Test invariant gegenüber der Definition des Datums.
Von besonderem Interesse ist die Frage nach der Abhängigkeit von der Datumsdefinition bei den Hypothesentests für die Deformationsanalyse. Hierbei werden sowohl im univariaten als auch im multivariaten Modell Hypothesen von der Art [Koch, 1985]

$$\underline{\beta}_{bfm} - \underline{\beta}_{bfn} = \underline{O} \qquad (4.1)$$

getestet, wobei $\underline{\beta}_{bfm}$ und $\underline{\beta}_{bfn}$ projizierte Koordinaten der Punkte bedeuten, die sich laut Hypothese zwischen den Epochen m und n nicht bewegt haben. Da die projizierten Koordinaten $\underline{\beta}_b$ nach (2.12) abhängig sind von der Datumsdefinition, ist im allgemeinen auch der Test (4.1) abhängig vom gewählten Datum.
Es lässt sich jedoch zeigen, dass gewisse Tests unter den mit (4.1) definierten Tests unabhängig von der Datumsdefinition sind. Hierzu werden die Restriktionen (2.9) zusammen mit den Restriktionen (4.1) betrachtet, denn um diese Restriktionen kann man die Normalgleichungsmatrix $\underline{X}'\underline{X}$ erweitern, um die für die Testgrösse des Hypothesentests erforderliche Residuenquadratsumme zu berechnen.

Im folgenden soll das Datum durch eine Auffelderung bestimmt werden, wie das zumindest bei Deformationsanalysen üblich ist. Die Matrix $\underline{B}$ in (2.9) wird also mit Hilfe der Matrix $\underline{E}$ derart aufgebaut, dass für die Auffelderungspunkte die Spalten der Matrix $\underline{E}$ übernommen werden, die dann mit $\underline{E}_2$ bezeichnet wird, während in alle übrigen Spalten Nullen eingeführt werden [Koch 1983 a]. Stellt man die Koordinaten der Auffelderungspunkte an den Anfang des Vektors $\underline{\beta}$, folgt

$$\underline{B} = |\underline{E}_2, \underline{O}| \tag{4.2}$$

Für ein ebenes Streckennetz ergibt sich dann anstelle von (2.9), falls mit Δx_i und Δy_i für $i \in \{1, \ldots, k\}$ die Koordinatendifferenzen zwischen den Epochen m und n der Punkte der Auffelderung bezeichnet werden,

$$\Delta x_1 + \ldots + \Delta x_i + \ldots + \Delta x_k = O \tag{4.3}$$

$$\Delta y_1 + \ldots + \Delta y_i + \ldots + \Delta x_k = O \tag{4.4}$$

$$-y_{1o}\Delta x_1 + x_{1o}\Delta y_1 - \ldots - y_{io}\Delta x_i + x_{io}\Delta y_i - \\ - \ldots - y_{ko}\Delta x_k + x_{ko}\Delta y_k = O \tag{4.5}$$

wobei x_{io} und y_{io} die für alle Messepochen identischen Näherungskoordinaten der k Punkte bedeuten. Es soll nun die Hypothese (4.1) getestet werden, dass die k Punkte der Datumsdefinition feste Punkte sind. Um eine lineare Abhängigkeit zwischen den Restriktionen zu vermeiden [Koch 1980, S. 178], werden nur die 2k-3 Hypothesen eingeführt

$$\Delta x_1 = O, \ldots, \Delta x_{i-2} = O, \Delta x_{i+1} = O, \ldots, \\ \ldots, \Delta x_k = O \tag{4.6}$$

$$\Delta y_1 = O, \ldots, \Delta y_{i-1} = O, \Delta y_{i+1} = O, \ldots, \\ \ldots, \Delta y_k = O \tag{4.7}$$

Wird (4.7) in (4.4) eingesetzt, folgt

$$\Delta y_i = O \text{ für beliebiges } i \tag{4.8}$$

Aus (4.6) und (4.3) erhält man

$$\Delta x_{i-1} + \Delta x_i = O \text{ oder } \Delta x_{i-1} = \Delta x_i \tag{4.9}$$

und aus (4.5) mit (4.6) bis (4.9)

$$-y_{i-1,o}\Delta x_{i-1} - y_{io}\Delta x_i = \\ = (y_{i-1,o} - y_{io})\Delta x_i = O$$

oder, da $y_{i-1,o} \neq y_{io}$ vorausgesetzt werden kann,

$$\Delta x_{i-1} = O \text{ und } \Delta x_i = O \text{ für beliebiges } i \tag{4.10}$$

Aus (4.3) bis (4.7) folgt also

$$\Delta x_i = O \text{ und } \Delta y_i = O \text{ für } i \in \{1, \ldots, k\} \tag{4.11}$$

Ein mit (4.11) identisches Ergebnis wird auch dann erzielt, wenn nicht sämtliche k Punkte zur Datumsdefinition herangezogen werden, sondern nur eine Teilmenge dieser Punkte, wobei vorausgesetzt wird, dass die Punkte mit den Indizes i und i-1 in (4.6) und (4.7) Datumspunkte sind. Ausserdem sind diese Überlegungen nicht auf zweidimensionale Streckennetze beschränkt, sondern gelten auch für beliebige dreidimensionale Netze, sofern das Datum (4.2) entsprechend definiert wird. Man kann daher allgemein formulieren:
Der Test (4.1) der Identität der Koordinaten verschiedener Messepochen einer Menge von Punkten ist unabhängig vom Datum eines Netzes, falls die Menge selbst oder eine ihrer Teilmengen für die Datumsdefinition nach (4.2) herangezogen wird.
Es ist jetzt noch der umgekehrte Fall zu untersuchen, dass die Testpunkte eine Teilmenge der Datumspunkte bilden. Die Restriktionen (4.6) und (4.7) eliminieren dann die Testpunkte aus den Restriktionen (4.3) bis (4.5). Doch es verbleiben Restriktionen, die je nach der Wahl der Datumspunkte unterschiedlich wirken, so dass diese Tests abhängig sind von der Datumsdefinition. Schliesslich ist noch der Fall zu betrachten, dass die Menge der Testpunkte und der Datumspunkte eine Schnittmenge bilden, die die leere Menge sein kann, die aber weder identisch mit der Menge der Testpunkte noch mit der der Datumspunkte sein darf. Wieder verbleiben Restriktion (4.3) bis (4.5), die je nach Wahl der Datumspunkte unterschiedlich wirken, so dass auch diese Tests abhängig von der Datumsdefinition sind.

Literatur

Baarda, W.: S-transformations and criterion matrices. Netherlands Geodetic Commission, Publ. on Geodesy, 5, Nr. 1, Delft 1973

Grafarend, E. und B. Schaffrin: Equivalence of estimable quantities and invariants in geodetic networks. Zeitschrift für Vermessungswesen, 101, 485–491, 1976

Koch, K. R.: Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen. Dümmler, Bonn 1980

Koch, K. R.: S-transformations and projections for obtaining estimable parameters. In "Forty Years of Thought", Anniversary Volume on the Occasion of Prof. Baarda's 65th Birthday, 1, 136–144, Delft 1982

Koch, K. R.: Die Wahl des Datums eines trigonometrischen Netzes bei Punkteinschaltungen. Zeitschrift für Vermessungswesen, 108, 104–111, 1983 a

Koch, K. R.: Rechenverfahren bei der Einschaltung von Punkten in ein trigonometrisches Netz. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 90, 99–107, 1983 b

Koch, K. R.: Ein statistisches Auswerteverfahren für Deformationsmessungen. In Vorbereitung, 1985

Schmid, H. H.: Three-Dimensional Triangulation With Satellites. NOAA Professional Paper 7, National Oceanic and Atmospheric Administration, Rockville, Md., 1974 a

Schmid, H. H.: Worlwide geometric satellite triangulation. Journal of Geophysical Research, 79, 5349–5376, 1974 b.

Adresse des Verfassers:
Prof. Dr.-Ing. Karl-Rudolf Koch
Institut für Theoretische Geodäsie
Universität Bonn
Nussallee 17, D-5300 Bonn 1

Vergleichende Analyse von Aufnahmekammern

O. Kölbl

1. Problemstellung

In den vergangenen Jahren konnten beträchtliche Verbesserungen im Kammerbau und in der Entwicklung von photographischen Filmen erzielt werden. Zudem ist seit einem Jahr der Kodak Panatomic-X-Film auch in Europa auf einer dicken Polyester-Basis erhältlich (Panatomic-X 2412). Auflösungsvermögen und Bildwiedergabe dieses Filmes scheinen erheblich besser zu sein als das Auflösungsvermögen der gängigen Aufnahmeobjektive von Luftbildkammern. Es sollte daher möglich sein, die Bildgüte von photogrammetrischen Aufnahmeobjektiven mit diesem Film zu analysieren.
Vom Standpunkt der Bildwiedergabe scheint der Panatomic-X-Film neue Perspektiven für die Luftbildphotographie zu eröffnen; zur gleichen Zeit machen sich aber neue Beschränkungen bemerkbar. So ist die Empfindlichkeit dieses Filmes etwa viermal geringer als von üblichen Luftbildfilmen. Kammern mit Einrichtungen zur Kompensation der Bildwanderung kommt