Ist die bedingte Ausgleichung von Triangulationsnetzen überholt?

Autor(en): **Conzett, R.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural**

Band (Jahr): **83 (1985)**

Heft 9: **Sonderheft zum Rücktritt und 70. Geburtstag von Prof. Dr. Dr. h. c. H. H. Schmid**

PDF erstellt am: **28.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-232609

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

ten voneinander unterscheiden zu können. Freilich wurden mit der Einführung von Trainingsgebieten auch spezielle Transformationsverfahren entwickelt, die zur Elimination von Störfaktoren besonders geeignet erscheinen.

6. Schluss

Photogrammetrie und Fernerkundung unter dem Gesichtspunkt der Invarianten zu diskutieren, ist sicherlich nur eine von vielen möglichen Betrachtungsweisen. Sie erlaubt es aber in besonderem Masse, Vergleiche zwischen der Verarbeitung von Bildinformationen in unserem visuellen Wahrnehmungssystem und den in Photogrammetrie und Fernerkundung üblichen technischen Systemen zu ziehen. Dabei ergibt sich, dass die Invarianzleistungen unserer technischen Systeme noch sehr weit hinter der visuellen Wahrnehmung zurückbleiben. Insbesondere ist zu bedenken, dass wir technisch noch weit davon entfernt sind, Invarianzen simultan auszuwerten, was wir visuell in jedem Augenblick mit der grössten Selbstverständlichkeit tun.

Literatur:

[1] Duden-Fremdwörterbuch. 3. Auflage, Mannheim 1974, S. 340.

[2] J. Albertz: Über den menschlichen Beobachter in der Fernerkundung. Festschrift Kurt Schwidefsky, Karlsruhe 1975, S. 21–38.

[3] Gerthsen, Kneser u. Vogel: Physik. 13. Auflage, Heidelberg 1977, S. 544.

[4] R. L. Gregory: Auge und Gehirn. Zur Psychophysiologie des Sehens. Kindlers Universalbibliothek, München 1966, 256 S.

[5] E. von Holst u. H. Mittelstädt: Das Reafferenzprinzip. Naturwissenschaften 37 (1950) S. 464 (zitiert nach [6]).

[6] W. Trendelenburg: Der Gesichtssinn. Grundzüge der physiologischen Optik. 2. Auflage, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1961, S. 304.

[7] W. N. Dember: The Psychology of Perception. London 1969, 402 S.

[8] J. Albertz: Gestaltpsychologische Fragen in der Luftbildinterpretation. Internat. Archiv für Photogrammetrie, Vol. XVIII, 1970, S. 589–598.

[9] T. Reye: Geometrie der Lage. I. Abt., 5. Auflage, Leipzig 1909, 255 S.

[10] K. Schwidefsky: Das Entzerrungsgerät. Berlin/Bad Liebenwerda 1935, 92 S.

[11] J. Albertz: Sehen und Wahrnehmen bei der Luftbildinterpretation. Bildmessung und Luftbildwesen 38 (1970) S. 25–34.

Adresse des Verfassers:
Prof. Dr.-Ing. Jörg Albertz
Institut für Photogrammetrie
Technische Universität Berlin
Strasse des 17. Juni 135, D-1000 Berlin 12

Ist die bedingte Ausgleichung von Triangulationsnetzen überholt?

R. Conzett

1. Einleitende Bemerkungen

1.1 Die bedingte Methode der Ausgleichungsrechnung wird zwar auch in neueren Lehrbüchern noch dargestellt, doch fehlt es nicht an Hinweisen, dass die Bedingungsgleichungen – im Gegensatz zu den Beobachtungsgleichungen der vermittelnden Ausgleichung – keinen von der Netzgestaltung unabhängigen Aufbau hätten und sich deshalb einer allgemein anwendbaren Programmierung entzögen; kurz: die bedingte Ausgleichung sei nicht computerfreundlich. Auch aus der Praxis ist kaum noch etwas über die bedingte Ausgleichung von Triangulationsnetzen zu vernehmen.

1.2 Wenn nun im folgenden die Vorteile der bedingten Ausgleichung herausgestrichen werden, geht es nicht darum, einen ‹Glaubenskrieg› bedingt kontra vermittelnd heraufzubeschwören; vielmehr soll der Praxis ein neues/altes Verfahren angeboten werden, das dann eingesetzt werden sollte, wenn diese Vorteile ins Gewicht fallen.

1.3 Die bedingte Ausgleichung – man weiss es – arbeitet mit Bedingungsgleichungen, welche die Beobachtungen direkt miteinander verknüpfen.
Jede Bedingungsgleichung

$$\underline{z}_j = F_j(\underline{\ell}_1, \ldots \underline{\ell}_i, \ldots \underline{\ell}_n) = \underline{o}\,;\; j = 1 \ldots r,$$

liefert eine Testvariable $\underline{z}_j$, deren ‹Realisierung› Rückschlüsse auf das mathematische Modell zulässt. Im Vordergrund steht dabei das Erkennen grober Fehler, die sich bei der vermittelnden Ausgleichung – ohne besondere Massnahmen – nicht so unmittelbar bemerkbar machen. Insbesondere werden damit Testverfahren anwendbar, auf die z. B. [Carosio 1983] S. 39 hinweist.

2. Die Rolle des Computers

2.1 Der Einsatz des Computers in einzelnen Anwendungsgebieten ist bisher stark dadurch geprägt, dass man bekannte konventionelle Rechenabläufe automatisch ablaufen lässt. Neben qualitativen Verbesserungen im mathematischen Modell der Ausgleichung steht meist die quantitative Rechenleistung stark im Vordergrund, nicht selten auf Kosten der Qualität der Resultate: in grossen Triangulationsnetzen können sich grobe Fehler recht gut verstecken!

2.2 Bei zukunftsorientierten Programmen stehen demgegenüber zwei Entwicklungstendenzen im Vordergrund:
- die interaktive Durchführung der Berechnungen
- neue, unkonventionelle Verfahrensansätze, die hohe Computerleistung in komfortable Information umsetzen.

2.3 Zur Interaktivität: Rechenabläufe im Stapelbetrieb sind meist dadurch gekennzeichnet, dass vorerst die Daten gesamthaft bereitgestellt und eingegeben werden; dann erfolgt – unabhängig vom Bearbeiter – die Auswertung durch den Computer, und schliesslich werden die Ergebnisse gesichtet und interpretiert. Bei interaktiver Bearbeitung, im Time-sharing-Betrieb, bleibt der Bearbeiter dauernd in Verbindung mit dem System und mit der zu lösenden Aufgabe. Er kann laufend Daten einführen und, je nach Datensituation, Entscheide treffen, d. h. den Ablauf steuern. Solche neue Möglichkeiten in der Programmgestaltung beschreibt u. a. [Kuhn 1985].

2.4 Bei den folgenden Betrachtungen spielen insbesondere der interaktive Einsatz von Matrizenprozeduren und des Stiefelschen Austauschverfahrens [Conzett 1978] eine wichtige Rolle. Eine Unterstützung des Dialogs durch Graphik ist in der hier besprochenen Anwendung noch nicht berücksichtigt.

2.5 Zum besseren Verständnis der folgenden Ausführungen muss das Programmpaket PRIMA [Kuhn, Wirth 1983], das am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie (IGP) der ETH Zürich entwickelt wurde, kurz charakterisiert werden. PRIMA heisst Pascal Routinen für Interaktive Matrizen Anwendungen. Der Bearbeiter kann mit diesem ‹Werkzeug› nicht nur alle wichtigen Matrizenprozeduren im Dialog durchführen; auch das Austauschverfahren steht ihm interaktiv zur Verfügung. Er kann Elemente in die Matrizen einfüllen, Matrizen löschen, korrigieren, Untermatrizen

Institut für Geodäsie und Photogrammetrie
ETH-Hönggerberg, CH-8093 Zürich
Separata Nr. 92

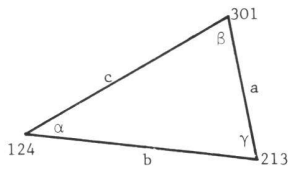
‹herauspicken›, eine Matrix erweitern, Zeilen oder Kolonnen austauschen usw. Natürlich können Matrizen beschriftet, aufbewahrt, ausgedruckt, am Bildschirm betrachtet werden, wobei wichtig ist, dass die Dimension einer Matrix nicht durch den Bildschirm, sondern durch die Kapazität des Arbeitsspeichers begrenzt ist. Der Bildschirm wirkt wie ein Fenster, mit dem der Bearbeiter Ausschnitte der gespeicherten Matrix betrachtet, und das er nach unten, oben, rechts oder links verschiebt, je nachdem, welche Teile der Matrix ihn interessieren.

In vielen Fällen, bei sich wiederholenden Abläufen, können Matrizenprozeduren mittels Befehlsfolgen (den ‹command files› im UNIX-Betriebssystem) verknüpft werden, so dass auch der gelegentliche Benützer ohne weiteres ad hoc Matrizen*programme* schreiben und als ‹Makros› einsetzen kann.

3. Das Dreieckskonzept

3.1 Im Sinne der Bemerkungen unter 1.3 und 2.1 wird am IGP eine Verfahrensidee zur bedingten Ausgleichung von Triangulationsnetzen ausprobiert, die als Dreieckskonzept bezeichnet werden soll. Ein vorliegendes (freies) Netz wird in Dreiecke zerlegt; die Beobachtungen werden dann nicht mehr etwa nach Richtungen und Distanzen gegliedert, sondern sie werden diesen Dreiecken zugeordnet und dreiecksweise abgefragt. Vier- oder n-Ecke sind in (fingierte) Dreiecke zu zerlegen; diese Aufteilung ist zwar an sich willkürlich; sie beeinflusst aber die Lösung nicht.

3.2 Um das Verfahren zu erklären, bezeichnen wir im folgenden ein Dreieck, in dem alle drei Seiten und alle drei Winkel (bzw. die entsprechenden sechs Richtungen) beobachtet wurden, als ‹vollständig beobachtetes Dreieck› oder kurz *‹vollständiges Dreieck›*. Ein Dreieck, bei dem in diesem Sinn Beobachtungen fehlen, sei ein unvollständiges Dreieck. In einem Netz ohne Konfigurationsdefekt besitzt jedes Dreieck – von Ausnahmefällen abgesehen – mindestens drei Bestimmungsstücke, wenn dabei die Dreiecksseiten, die aus vorgängig bearbeiteten Dreiecken stammen, als fingierte Beobachtungen übertragen werden.



Δ 124	301 213	Richtungen			Distanzen
		Indices 1	2	3	
Indi-ces	Punkt Nr.	124	301	213	
1	124	α 38.73 80			
2	301	$r_{1.2}$ 0.00 24	β 75.62 61		a $d_{2.3}$ 565.720 m
3	213	$r_{1.3}$ 38.74 04	$r_{2.3}$ 85.15 17	γ 85.63 35	b $d_{3.1}$ 918.020
(1)	(124)		$r_{2.1}$ 160.77 78	$r_{3.1}$ 0.00 41	c $d_{1.2}$ 964.583
(2)	(301)			$r_{3.2}$ 85.63 76	
		w_2=c sinα-a sinγ + 11.74 mm	w_3=a sinβ-b sinα - 9.85 mm	w_4=b sinγ-c sinβ - 2.26 mm	w_1=α +β +γ -200 - 24 cc

im Uhrzeigersinn

Abb. 1 Daten im vollständigen Dreieck: Nummern, Indices, Symbole, Richtungen, Distanzen, Widersprüche

3.3 Skizzieren wir nun kurz die bedingte Ausgleichung eines vollständigen Dreiecks: Aus dem Dreieck in Abb. 1 ergeben sich die linearen Verbesserungsgleichungen (1)

$$\underline{y} = B\underline{v} + \underline{w} = \underline{o} \qquad (1)$$

wobei

$$v^T = \left| v_c, v_a, v_b, v_{r1.2}, v_{r1.3}, v_{r2.3}, v_{r2.1}, v_{r3.1}, v_{r3.2} \right|$$

die Verbesserungen der Beobachtungen, wie sie im Kopf der Austauschtabelle in Abb. 2 erscheinen, bedeuten; w sind die nach den Formeln in Abb. 1 errechneten Widersprüche. Abb. 2 zeigt in den ersten drei Zeilen die Matrix B und den Widerspruchsvektor w. Die 4. Zeile, der 3. Sinussatz, ist von den ersten drei Zeilen linear abhängig und steht allenfalls als Alternative zu den Gleichungen y_2 oder y_3 zur Verfügung.

In Anlehnung an die Ausführung in [Conzett 1978] behandeln wir nun unvollständig gemessene Dreiecke wie folgt: nachdem für alle nicht gemessenen Grössen Näherungswerte ermittelt sind, damit – mindestens gedanklich – die Matrix B in Abb. 2 immer vollständig besetzt ist, wenden wir die für das Verfahren typische Regel an:

> Nicht gemessene Grössen werden im Austausch-Schema (Abb. 2) ausgetauscht.

	c $d_{1.2}$ 124d301	a $d_{2.3}$ 301d213	b $d_{3.1}$ 213d124	α_r $r_{1.2}$ 124r213	α_ℓ $r_{1.3}$ 124r301	β_r $r_{2.3}$ 301r124	β_ℓ $r_{2.1}$ 301r213	γ_r $r_{3.1}$ 213r301	γ_ℓ $r_{3.2}$ 213r124	w
y_1	0.0	0.0	0.0	+1.0	-1.0	1.0	-1.0	1.0	-1.0	w_1 -24.0
y_2	+sinα 0.572	-sinγ -0.975	0.0	$+\frac{c}{\rho}\cos\alpha$ 1.243	-1.243	0.0	0.0	$-\frac{a}{\rho}\cos\gamma$ -0.199	0.199	w_2 11.742
y_3	0.0	+sinβ 0.928	-sinα -0.572	$-\frac{b}{\rho}\cos\alpha$ -1.183	1.183	$+\frac{a}{\rho}\cos\beta$ 0.332	-0.332	0.0	0.0	w_3 -9.848
y_4	-sinβ -0.928	0.0	+sinγ 0.975	0.0	0.0	$-\frac{c}{\rho}\cos\beta$ -0.566	0.566	$+\frac{b}{\rho}\cos\gamma$ 0.323	-0.323	w_4 -2.262

Abb. 2 Das der Abb. 1 entsprechende Austauschschema: die Koeffizientenmatrix B und der Widerspruchsvektor w

	c $d_{1.2}$ 124d301	a $d_{2.3}$ 301d213	y_4	α_r $r_{1.2}$ 124r213	α_ℓ $r_{1.3}$ 124r301	β_r $r_{2.3}$ 301r124	β_ℓ $r_{2.1}$ 301r213	γ_r $r_{3.1}$ 213r301	γ_ℓ $r_{3.2}$ 213r124	w
y_1	0.0	0.0	0.0	1.0	-1.0	1.0	-1.0	1.0	-1.0	-24.0
y_2	0.572	-0.975	0.0	1.243	-1.243	0.0	0.0	-0.199	0.199	11.742
y_3	-0.544	0.928	-0.587	-1.183	1.183	-0.0	0.0	0.189	-0.189	-11.175
b $d_{3.1}$ 213d124	0.952	0.0	1.026	0.0	0.0	0.581	-0.581	-0.331	0.331	2.321

Abb. 3 $d_{3.1}$ sei nicht beobachtet und wurde hier mit y_4 ausgetauscht

	c $d_{1.2}$ 124d301	y_3	y_4	α_r $r_{1.2}$ 124r213	α_ℓ $r_{1.3}$ 124r301	β_r $r_{2.3}$ 301r124	β_ℓ $r_{2.1}$ 301r213	γ_r $r_{3.1}$ 213r301	γ_ℓ $r_{3.2}$ 213r124	w
y_1	0.0	0.0	0.0	1.0	-1.0	1.0	-1.0	1.0	-1.0	-24.0
y_2	0.0	-1.051	-0.616	0.0	0.0	-0.0	0.0	0.0	-0.0	0.0
$d_{2.3}$ 301d213	0.587	1.078	0.632	1.276	-1.276	0.0	-0.0	-0.204	0.204	12.047
$d_{3.1}$ 213d124	0.952	0.0	1.026	0.0	0.0	0.581	-0.581	-0.331	0.331	2.321

Abb. 4 Das Austauschtableau zeigt $y_2 = -1.051\, y_3 - 0.616\, y_4 + o$

So ist z. B. in Abb. 3 $d_{3.1}$ mit y_4 ausgetauscht worden. Es verbleiben dann die drei Bedingungen y_1, y_2, y_3.
Die lineare Abhängigkeit zwischen y_2 und y_3 fällt sofort ins Auge (y_3 ist numerisch günstiger als y_2*). Zur Kontrolle und Veranschaulichung kann dies durch den Austausch von y_3 mit z. B. $d_{2.3}$ demonstriert werden:

$$y_2 = k_1 y_3 + k_2 y_3 + k_2 y_4 + o \qquad \text{(Abb. 4)}$$

Als Konsequenz dieser Überlegung ergibt sich folgende zweite Regel:

> Die ungünstigere, linear abhängige Zeile (hier y_2) wird gestrichen.

Auf gleiche Art könnten weitere nicht gemessene Grössen ausgetauscht werden. Das Schema zeigt jetzt auch noch (etwa Zeile 4 in Abb. 3) die linearen Berechnungsformeln, mit denen für die nichtbeobachteten Grössen die Korrekturen an den Näherungswerten ermittelt werden können. Das entsprechende Koeffizientenschema T zur Berechnung der mittleren Fehler an diesen Grössen liegt damit ebenfalls vor.

* Die Koeffizienten von y_3 sind grösser als die von y_2, was später eine etwas bessere Kondition der Korrelatennormalgleichungsmatrix BQB^T ergibt; praktisch erweist sich dieser Unterschied allerdings als unerheblich.

3.4 Falls nur ein Dreieck vorläge, erhielten wir jetzt die Verbesserungen v aus den Korrelatengleichungen, in die aus den unbestimmt aufgelösten Korrelatennormalgleichungen die Korrelaten eingesetzt sind. Q ist die Kofaktorenmatrix der Beobachtungen.

$$v = -QB^T(BQB^T)^{-1}w \qquad (2)$$

Die entsprechenden Formeln für allfällige Korrekturen an nicht beobachteten Grössen heissen:

$$\delta = \Gamma v + w' \qquad (3)$$

Ferner braucht man später die bekannten Formeln

$$Q_{\bar{\ell}\bar{\ell}} = Q - QB^T(BQB^T)^{-1}BQ$$

$$Q_{\delta\delta} = \Gamma Q_{\bar{\ell}\bar{\ell}} \Gamma^T; \qquad (4)$$

sowie die Schätzformel für den mittleren Fehler der Gewichtseinheit

$$s_0^2 = \frac{v^T Q^{-1} v}{r} \qquad (5)$$

4. Dreiecksnetze

4.1 Wendet man dieses Dreieckskonzept auf Dreiecksnetze an, indem man Dreieck an Dreieck fügt und gleichzeitig die B-Matrix sukzessive erweitert (Abb. 5), so hat man lediglich zu beachten, dass

- bereits verwendete Näherungswerte für nicht gemessene Grössen weiter gültig bleiben müssen
- für jedes Dreieck eine linear abhängige Gleichung zu löschen ist
- die Koeffizienten derjenigen Beobachtungen, die in schon behandelten Dreiecken vorkamen, in der nun erweiterten B-Matrix in den bereits ‹angeschriebenen› Spalten verbucht werden, wie das Abb. 5 andeuten möchte.

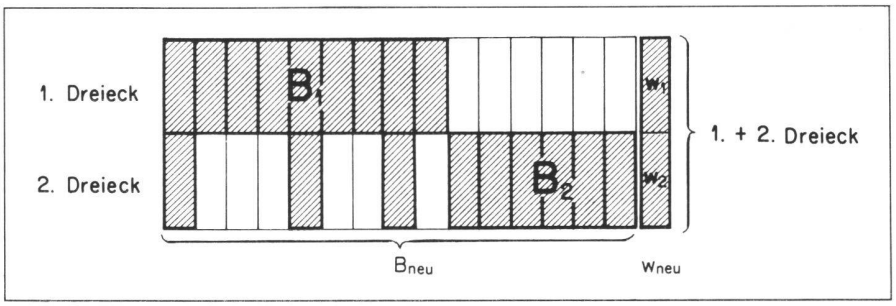


Abb. 5 Sukzessive Erweiterung der B-Matrix

4.2 Sobald das ganze Netz durch Anfügen weiterer Dreiecke aufgebaut ist, kann man der Reihe nach alle nicht beobachteten Grössen austauschen und Zeilen und Kolonnen ordnen.
So erhält man die B- und die Γ-Matrix für das Netz. Die Lösungsformeln stimmen – mit den erweiterten Bedeutungen – formal mit den Gleichungen (2), (3), (4) und (5) überein.

4.3 Der hier beschriebene Ablauf wäre bei manueller Durchführung nicht sehr praktisch. Er ist aber ganz darauf angelegt, dass sehr viele Schritte durch den Computer automatisiert werden können. Die dem Computer entgegenkommende formale Vereinheitlichung des Verfahrens liegt im beschriebenen Dreieckskonzept, dessen Formalismen automatisierbar sind. Diese Automatismen sind in Abschnitt 6 angedeutet.

5. Lagerung des freien Netzes

5.1 In der Praxis werden wohl die meisten Triangulationsnetze in einem rechtwinkligen Koordinatensystem gelagert. Ein Verfahren, das diese Lagerung nicht einbezieht, dürfte in der Praxis nicht gut ankommen. Das hier skizzierte und programmierte Verfahren umfasst die zwangsfreie Lagerung, die ‹stochastische› Lagerung und die in Koordinaten- und Azimutbedingungen gezwängte Lagerung als flexible Lagerungsoptionen.

5.2 Der Ansatz für die Lagerung wird in Abb. 6 dargestellt. Der Bearbeiter gibt die Nummern des ‹Drehpunktes› (301) und der ‹Vektorspitzen› (213, 124, 57, 54 A) an. Daraus wird die Lagerungsmatrix L (Abb. 7) erzeugt, welche das Gerippe der Transformationsbedingungsgleichungen für die Lagerung bildet.

5.3 Der Grundgedanke dieses Verfahrens ist in [Conzett 1975] dargestellt; eine ausführliche Publikation wird folgen. Kurz zusammengefasst geht es um folgendes:

- Mit einer genäherten Orientierungsunbekannten rechnet man aus den ausgeglichenen Beobachtungen des bedingt ausgeglichenen Netzes fingierte Beobachtungen Δx und Δy mit der entsprechenden Varianz-Kovarianzmatrix. Diese fingierten Beobachtungen werden mit den Parametern Massstabsfaktor, Drehung und verkürzte Punktkoordinaten in die Transformationsbedingungsgleichungen einbezogen.
- Vorliegende Koordinaten werden als fingierte Beobachtungen betrachtet.
- Aus den sich ergebenden quasivermittelnden Verbesserungsgleichungen können vorerst alle nicht vorgegebenen Näherungskoordinaten gerechnet werden.
- Dann erhält man nach der Methode der kleinsten Quadrate eine singuläre Normalgleichungsmatrix, die durch Superposition der adäquaten Stützinformation [Schmid 1980] invertierbar gemacht wird. Durch entsprechende Gestaltung dieser Stützinformation werden alle erwähnten Lagerungsvarianten ermöglicht.

Damit können die Koordinaten aller Netzpunkte mit ihren Varianzen und Kovarianzen errechnet werden.

6. Das Programmpaket BEDA

6.1 In der bisherigen Darstellung ist an einigen Stellen auf Automatismen im ‹entsprechenden› Computerprogramm hingewiesen worden. Zu diesem IGP-Programm ‹*Bed*ingte *A*usgleichung (BEDA)›, das die wichtige Beziehung Mensch–Maschine gestaltet, seien noch ein paar Bemerkungen angebracht.

6.2 Dem Programm BEDA ist als Unterbau das Programmpaket PRIMA zugeordnet. Nach dem Aufruf von BEDA verlangt das Programm vom Benützer die drei Punktnummern des ersten Dreiecks und fragt dann die entsprechend bezeichneten neun Beobachtungen ab, wobei mit der Leertaste nicht beobachtete Grössen signalisiert werden. Danach erscheint die beschriftete Austausch-Tabelle, die der Abb. 2 entspricht. Der Bearbeiter kontrolliert die Widersprüche und eliminiert eine der linear abhängigen Gleichungen. Dann verlangt er das nächste Dreieck. In diesem Zyklus geht es weiter, bis das ganze Netz eingegeben ist.

6.3 In der nun vorliegenden, vollständigen B-Matrix werden vom Bearbeiter die deutlich gekennzeichneten nichtgemessenen Dreieckselemente ‹interaktiv› ausgetauscht. Durch Sortieren von Zeilen und Kolonnen – auch das kann automatisiert werden – entstehen die Matrizen B und Γ.

6.4 Nachdem man die sich aus dem stochastischen Modell der Ausgleichung ergebende Kovarianz-Matrix $K_{\ell\ell}$ eingeführt und diese mit der Eingabe von σ_0^2 in die Kofaktorenmatrix $Q_{\ell\ell}$ überführt hat, rechnet man mit wenigen einfachen PRIMA-Befehlen über die Formeln (2) bis (5) alle gewünschten Grössen.

6.5 Die Prüfung des Modells kann sowohl dreiecksweise als auch akkumuliert erfolgen. Da das Sortiment an Matrizenprozeduren, das auch die Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren enthält, dauernd zur Verfügung steht, besteht hier die Möglichkeit, ad hoc oder standardisiert alle möglichen Testverfahren einzubauen; z. B. in Anlehnung an [van Mierlo 1981].

6.6 Ruft man die Lagerung auf, so verlangt das Programm entsprechend der Abb. 6 die Punktnummern des Drehpunktes und der Vektorspitzen.

6.7 Liegt kein Näherungswert für die Orientierungsunbekannte vor, so kann

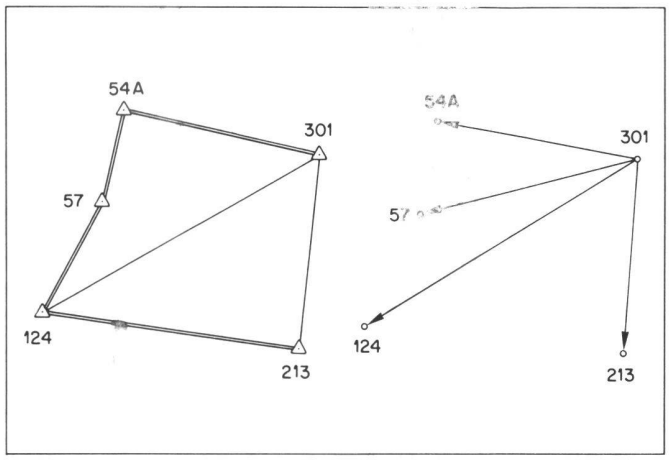


Abb. 6 Das bedingt ausgeglichene Netz wird durch ein Vektorbündel mit dem Koordinatensystem in Beziehung gebracht

		301		213		124		57		54 A	
		x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
213	Δx	-1		+1							
	Δy		-1		+1						
124	Δx	-1				+1					
	Δy		-1				+1				
57	Δx	-1						+1			
	Δy		-1						+1		
54 A	Δx	-1								+1	
	Δy		-1								+1

Abb. 7 Netzlagerungsmatrix L, die im Programm automatisch erzeugt wird

er über zwei Näherungskoordinatenpaare errechnet werden. Dann werden alle für die erwünschte Lagerung als fingierte Beobachtungen geltenden Koordinaten eingegeben; daraus errechnet das Programm nötigenfalls die Näherungskoordinaten unbekannter Punkte und die Widersprüche mit den ‹beobachteten› Koordinatendifferenzen.

6.8 Im nächsten Schritt werden vom Bearbeiter die Elemente der Lagerungskovarianz-Matrix (Stützinformation) verlangt, worauf die endgültigen Koordinaten mit ihren Kovarianzen und allenfalls die (zweiten) Verbesserungen an den ausgeglichenen Beobachtungen herausgegeben werden. Analog zu den Bemerkungen in 6.5 könnten jetzt mit den Matrizenprozeduren z. B. beliebige S-Transformationen untersucht werden [Just 1979].

7. Abschliessende Bemerkungen

7.1 Aus dieser Darstellung dürfte sich wohl ergeben, dass das Programm, das zur Zeit als Prototyp in der studentischen Praxis erprobt wird, anpassungs- und entwicklungsfähig ist. Vorerst wollen wir feststellen, wo Schwächen in der Dialoggestaltung sichtbar werden, wo zusätzliche Information helfen würde und wo man ohne Schaden weitere Automatismen einführen darf.

7.2 Längerfristig kommen Ergänzungen mit a-priori-Verfahren für die Zuverlässigkeit und insbesondere die Unterstützung des Dialogs mit graphischen Elementen in Frage. Vielleicht drängt sich auch eine Verbindung mit den Datenaufbereitungsprogrammen auf.

7.3 Im Zusammenhang mit dem Programmpaket PRIMA und dem COMMAND-FILES-Konzept scheint sich bei uns eine neue Form eines anwendungsorientierten Programmierstils zu entwikkeln: Vorerst bearbeitet man ein neues Ausgleichungs-Problem schrittweise mit PRIMA; sukzessive können dann einige Passagen automatisch miteinander verknüpft und weitere automatisierende Moduln eingebaut werden. Damit ist bereits eine erste praktische Erprobung des Dialogs in die Wege geleitet. Man beachte, dass vor jedem Programmschritt auch Kommentar und Lern-Information eingebaut werden können. Eine Netzbearbeitung wird so zum andauernden Lernprozess werden (der Freude macht!). Die hier zu lesende Beschreibung ist aus dieser Sicht ein recht unzulängliches, mühsames (konventionelles!) Verfahren, um den Prozess ‹interaktive bedingte Netzausgleichung›, wie er sich zwischen Bearbeiter und Bildschirminformation abspielt, wiederzugeben.

7.4 Und das Wichtigste: hinter dem Ganzen steht nicht mehr die ‹autonome Maschine›, die etwas macht, das sich dem Verständnis des Bearbeiters immer mehr entzieht. Im interaktiven Programm verfolgt, *kontrolliert* und *steuert* der Bearbeiter den ablaufenden Prozess; er kann ihn abbrechen, einzelne Schritte rückgängig machen, ad hoc Zwischenschritte einbauen usw. Er beherrscht den Automaten, nicht – wie so oft – umgekehrt... Man vergleiche dazu auch [Kuhn 1985].

7.5 Von der Triangulationstechnik her gesehen glaube ich, dass einige (nicht alle!) Aufgaben aus der Praxis auf diese Art zweckmässiger gelöst werden könnten als mit der vermittelnden Ausgleichung. Insbesondere die Trennung in Netzausgleichung und Netzlagerung dürfte in vielen Fällen klärend wirken. Die Daten grosser Netze, bei denen grobe Fehler ‹verschwinden› könnten, prüft man durch bedingt ausgeglichene Teilnetze auf Fehler, bevor die Gesamtausgleichung eingeleitet wird. Auch zur Lagerung gibt es Perspektiven, auf die hier nicht eingegangen werden kann.

7.6 Ich danke meinem Mitarbeiter, dipl. Ing. Benoît Studemann, für seine ausgezeichneten Programmierarbeiten und für viele anregende Vorschläge.
Da ich weiss, dass unser Jubilar sich viel mit geodätischen und photogrammetrischen Netzen und deren Lagerung beschäftigt hat, z. B. in [Schmid 1980], hoffe ich, dass diese Arbeit sein kritisches Interesse finde.

Literatur

Carosio, A.; Verfahren der multivariaten Statistik zur Beurteilung der Resultate und der Zuverlässigkeit geodätischer Messsysteme; Institut für Geodäsie und Photogrammetrie ETH Zürich, Mitteilung Nr. 35, 1983

Conzett, R.; Über lineare Transformationen von Triangulationsnetzen; Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik, Heft III/IV, 1975

Conzett, R.; Das Austausch-Verfahren bei der Berechnung geodätischer Netze; Festschrift Höpcke, Wiss. Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kulturtechnik an der Technischen Universität Hannover, Nr. 83, 1978

Just, Chr.; Statistische Methoden zur Beurteilung der Qualität einer Vermessung; Institut für Geodäsie und Photogrammetrie ETH Zürich, Mitteilung Nr. 27, 1979

Kuhn, W., Wirth, B.; PRIMA, Pascal-Routinen für Interaktive Matrizen-Anwendungen; Institut für Geodäsie und Photogrammetrie ETH Zürich, Bericht Nr. 77, 1983

Kuhn, W.; Zur Entwicklung interaktiver Programme und Systeme; Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik, Heft 2, 1985

van Mierlo, J.; A Review of Model Checks and Reliability; VIth International Symposium on Geodetic Computations; Munich 1981

Schmid, H. H.; Vom freien zum gelagerten Netz; Institut für Geodäsie und Photogrammetrie ETH Zürich, Mitteilung Nr. 29, 1980

Adresse des Verfassers:
Prof. Rudolf Conzett
Institut für Geodäsie und Photogrammetrie
ETH-Hönggerberg, CH-8093 Zürich

Betrachtungen zur ausgleichenden Geraden im Raum

H. Ebner

1. Einführung und Überblick

Die Geradenausgleichung mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ist in der Vergangenheit oft behandelt worden. Stellvertretend für die einschlägigen Publikationen sei die Arbeit von E. Schmid und H. H. Schmid zur Kurven- und Flächen-Anpassung mit Potentialfunktionen genannt, in der die ausgleichende Gerade in der Ebene sehr allgemein behandelt wird [1].

Im Rahmen einer vor mehreren Jahren durchgeführten Ingenieurvermessung ergab sich für den Verfasser die Aufgabe, Kurven, deren Einzelpunkte mit Hilfe der analytischen Nahbereichsphotogrammetrie bestimmt wurden, durch Gerade im Raum zu approximieren [2]. Dazu wurde die einzelne Gerade durch Anfangspunkt- und Richtungs-Vektor beschrieben und eine vermittelnde Ausgleichung so angesetzt, dass sich die sechs Geradenparameter als unkorreliert und gleich genau ergaben.

Im vorliegenden Beitrag wird die Geradenausgleichung im Raum mit sechs Parametern und dem zugehörigen Datumsdefekt zwei allgemeiner als in [2] und in Anlehnung an die Arbeiten von H. H. Schmid zur Lagerung freier Netze behandelt [3]. Der Datumsdefekt wird dabei durch Einführung von zwei Datumsparametern behoben, über die frei