

<b>Zeitschrift:</b>	Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)
<b>Band:</b>	82 (1984)
<b>Heft:</b>	9
<b>Artikel:</b>	Photomontage unter Berücksichtigung zentralperspektivischer Gesetzmässigkeiten : Bemerkungen zum Umschlagbild
<b>Autor:</b>	Bormann, G.E.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-232116">https://doi.org/10.5169/seals-232116</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 11.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Photomontage unter Berücksichtigung zentralperspektivischer Gesetzmässigkeiten

Bemerkungen zum Umschlagbild  
G. E. Bormann

Werbefachleute sind ständig bestrebt, neue Ideen für ihre Arbeiten zu ersinnen. Bildliche Darstellungen spielen dabei eine grosse Rolle. Skizzenhafte Strichzeichnungen lassen einen gewissen Spielraum für künstlerische Freiheiten zu. Zusammensetzungen photographischer Aufnahmen verschiedener Herkunft dagegen erfordern die Beachtung geometrischer Gesetzmässigkeiten und weiterer Gesichtspunkte, wenn die Kombination durch Photomontage einen natürlichen Eindruck erwecken soll. – Dies führt zu Umbildungsproblemen, die mit einem rechnergesteuerten Differential-Entzerrungsgerät, wie dem Wild Avioplan OR1, gelöst werden können. Voraussetzung ist dabei, dass die Elemente der inneren und äusseren Orientierung der (Teil-)Aufnahmen bekannt resp. durch Messungen bestimmt worden sind.

*Les spécialistes de la publicité s'efforcent toujours de trouver de nouvelles idées pouvant être appliquées à leurs travaux. Les croquis au trait offrent une grande latitude d'expression artistique. Par contre, la combinaison de photographies de différentes provenances exige le respect des principes géométriques et des autres caractéristiques, si le photomontage doit donner une impression naturelle. – Il en résulte des problèmes de transformation d'image qui peuvent être résolus par l'emploi d'un appareil de redressement différentiel avec support-ordinateur, tel que l'Avioplan OR1 Wild. Dans ce cas, la condition essentielle est de connaître les données de l'orientation interne et externe des prises de vues partielles utilisées pour le montage photographique ou de les déterminer par des mesures.*

## 1. Aufgabe

Im vorliegenden Fall galt es, ein Flugzeug mit Blick auf die geöffneten Bodenluken und die eingebaute Luftbildkammer während eines Vermessungsfluges über der Alpenlandschaft darzustellen.

Einer direkten Realisation dieser Situationsaufnahme standen technische Schwierigkeiten, vor allem aber auch Kostengründe entgegen. Das Problem sollte daher mit einzelnen existierenden oder noch zu erstellenden Aufnahmen gelöst werden, die so umzubilden waren, dass die anschliessende Zusammensetzung eine zentralperspektivische Abbildung der Situation ergab.



Abb. 1 Aufnahmesituation auf dem Flugplatz Sitterdorf/TG

Fall, um die Transformation von Ebene zu Ebene, jedoch mit anderer Gesetzmässigkeit. In bezug auf die erwähnten Differential-Entzerrungsgeräte ist der Grundgedanke stets der gleiche: Was sich zentrieren lässt, kann unter gewissen Voraussetzungen auch (gesetzmässig) verzerrt werden.

## 3. Bedingungen

Für das Zusammenfügen von zwei (oder mehreren) photographischen Aufnahmen durch Umbildung zu einer zentralperspektivischen Abbildung sind offensichtlich verschiedene Bedingungen zu erfüllen. Von den für die (Teil-)Aufnahmen verwendeten Kammern müssen jeweils bekannt sein:

- Lage des Bildhauptpunktes und Kammerkonstante (innere Orientierung)
- Richtung der Kammerachse im Objektraum (äussere Orientierung)

## – Aufnahmestandort

Die Erfassung dieser Elemente erfordert die Einführung räumlicher (kartesischer) Koordinatensysteme, z.B. als sog. Rechtssysteme. Für deren Verknüpfung muss dann eine gemeinsame Bezugsrichtung festgelegt werden. Außerdem ist es notwendig, die (Teil-)Aufnahmen entweder am selben Standort zu erstellen oder auf einen gemeinsamen Standort zu beziehen (Koinzidenz der Projektionszentren).

Im Hinblick auf die Deckungsverhältnisse in einem gewünschten Ausschnitt der kombinierten Abbildung ist ferner der Wahl der Kammerbildwinkel der (Teil-)Aufnahmen Beachtung zu schenken. Hinzu kommt die Lösung von Problemen bezüglich Abstimmung von Beleuchtungsrichtung, Kontrast- und Farbgebung sowie die Festlegung der Betrachtungsdistanz für das Endprodukt unter Berücksichtigung des Augensehwinkels.

Im allgemeinen dürften vor allem die genannten Orientierungselemente der (Teil-)Aufnahmen *a priori* kaum oder doch nicht vollständig bekannt sein. Dann wird es notwendig, zunächst die innere Orientierung der verwendeten Kammern auf geeignete Weise zu ermitteln. Aufnahmestandort und Richtung der Kammerachse lassen sich hernach für jede (Teil-)Aufnahme im jeweils zugrundegelegten Koordinatensystem durch räumlichen Rückwärtseinschnitt bestimmen. Das setzt allerdings die Messung der Raumkoordinaten und der entsprechenden Bildkoordinaten von mindestens drei identifizierbaren und gut verteilten Objektpunkten im Abbildungsbereich jeder Einzelaufnahme voraus.

## 4. Praktische Durchführung

Gegenüber realisierbaren allgemeinen Fällen ergaben sich beim vorliegenden Beispiel gewisse Vereinfachungen dadurch, dass nur zwei Aufnahmen zu kombinieren waren, von denen die eine bereits vorlag, während bei der Disposition und Erstellung der anderen Aufnahme Rücksicht auf Darstellungsfordernisse und Orientierungsprobleme genommen werden konnte.

### 4.1 Flugzeugaufnahme (A)

Abb. 1 zeigt die Aufnahmesituation und Abb. 2 die Neuaufnahme A, die als *«Hauptaufnahme»* gelten kann. Photographiert wurde das von der Firma Wild auch sonst für Testflüge benutzte Flug-

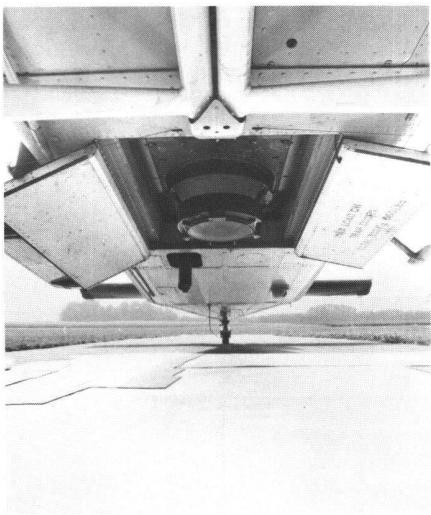


Abb. 2 Aufnahme (A) vom Flugzeug Pilatus Turbo Porter PC-6 mit eingebauter Kammerausrüstung Wild Aviophot RC10A

zeug vom Typ Pilatus Turbo Porter PC-6 mit eingebauter Kammerausrüstung Wild Aviophot RC10A auf dem Vorfeld des Flugplatzes Sitterdorf/TG. Dabei gelangte eine handelsübliche Kamera zum Einsatz (Hochformat 68 mm x 56 mm,  $f = 50$  mm, entsprechend einer Bildweite von  $c_A = 51,45$  mm bei der gewählten Fokussierdistanz von ca. 1,77 mm; ohne Hauptpunktverschiebung).

Vom Flugzeug waren einige Dimensionen bekannt, insbesondere die Größen der im Flug (asymmetrisch) geöffneten Bodenluken. Ihre Eckpunkte wurden abgelotet, die Lotlängen und die Grundrissfiguren auf dem (horizontalen) Betonboden eingemessen und hieraus Raumkoordinaten in einem temporären, lokalen Hilfskoordinatensystem (Boden-Koordinatensystem) abgeleitet. Von vorn in Richtung Flugzeug gesehen: y'-Achse: Projektion der Flugzeuglängsachse auf den Boden  
z'-Achse: vertikal nach oben  
x'-Achse: nach rechts.

Da sich das Flugzeug am Boden und nicht in der Fluglage befand, musste es künstlich in diese gebracht werden. Bei der gegebenen Beladung, abgeschätzter Flughöhe und normaler Reisegeschwindigkeit beträgt der Differenzstellwinkel der Flugzeuglängsachse zwischen Fluglage und Parkierung am Boden beim Pilatus Turboporter etwa 8 Gon. Durch vorzeichengerechte Drehung um diesen Winkel (um die x'-Achse des Hilfskoordinatensystems) ergaben sich die Raumkoordinaten der Flugzeugpunkte im neuen lokalen (Fluglage-Koordinatensystem)  $x = x'$ ,  $y$ ,  $z$ . Diese Massnahme änderte in der Aufnahme A in bezug auf die Abbildung des Flugzeuges nichts. Hingegen wurde die Bildhorizontlinie in der gewünschten Weise (virtuell) abgesenkt und die z-

Achse als vertikal nach oben gerichtet definiert.

Die Aufnahme A wurde in der Folge linear ca. 4,9fach auf ihr Endformat A' vergrößert ( $c_{A'} = 252,2$  mm). Nach Errichtung eines formatseitenparallelen Koordinatensystems mit Ursprung im Bildmittelpunkt (gleichgesetzt mit Bildhauptpunkt) konnten die Bildkoordinaten der identischen Punkte am Flugzeug gemessen und somit der erwähnte (überbestimmte) räumliche Rückwärts-einschnitt berechnet werden.

Damit waren die Koordinaten des Aufnahmestandortes und die (orthogonale) Orientierungsmatrix bezogen auf das lokale (Fluglage-Koordinatensystem) ermittelt.

#### 4.2 Geländeaufnahme (B)

Abb. 3 ist eine verkleinerte Reproduktion der für den Hintergrund ausgewählten Schrägaufnahme B vom östlichen Walensee mit Walenstadt/SG und Seetal Richtung Sargans. Das farbige Original wurde bereits vor einiger Zeit mit dem Zwischenwinkel-Objektiv Normal-Aviogon 21NAGIIA der RC10A-Kammer erstellt ( $c_B = 213,85$  mm). Da es sich um eine Messkammeraufnahme handelte, war die innere Orientierung bekannt. Wegen relativ geringer Genauigkeitsforderungen genügte es, La-

ge und Höhe von sechs markanten Geländepunkten der Landeskarte 1:25 000 zu entnehmen und mit ihren Koordinaten und den entsprechenden Bildkoordinaten den (überbestimmten) räumlichen Rückwärtschnitt zu rechnen, um den Aufnahmestandort und die Elemente der Orientierungsmatrix mit Bezug auf das schweizerische Landeskoordinatensystem E, N, H unter Vernachlässigung des Einflusses atmosphärischer Refraktion, Objektivverzeichnung usw. zu bestimmen.

#### 5. Transformationsformeln für die Umbildung

Der Zusammenhang zwischen Objektraumkoordinaten und Bildraumkoordinaten ist durch die bekannte Beziehung gegeben:

$$\mathbf{p} - \mathbf{p}_0 = \mathbf{R} \mathbf{q} \mathbf{k} \quad (1)$$

Hierin bedeuten:

$\mathbf{p}_0$  Koordinatenvektor des Aufnahmestandortes (Projektionszentrum) im Objektraum

$\mathbf{p}$  Koordinatenvektor eines Objektpunktes im Objektraum

$\mathbf{q}$  Koordinatenvektor des identischen Objektpunktes im Bildraum, d. h. Bildkoordinaten und Kammerkonstante



Abb. 3 Schrägaufnahme (B) vom östlichen Walensee, erstellt mit Objektiv 21NAGIIA der RC10A-Kammer

$k$  skalarer Faktor

$\mathbf{R}$  Orientierungsmatrix (Rotationsmatrix)

Die quadratische 3,3- $\mathbf{R}$ -Matrix ist orthogonal:

$$\mathbf{R}^{-1}\mathbf{R} = \mathbf{R}^T\mathbf{R} = \mathbf{E} \quad (2)$$

Sie ist in der Regel das Produkt von drei oder mehr orthogonalen Teilmatrizen. Die Elemente der  $\mathbf{R}$ -Matrix sind Funktionen der gewählten Drehwinkel. In der Luftbildphotogrammetrie werden (meist) drei Drehwinkel ( $\omega, \varphi, x$ ) eingeführt, die Rotationen um die mitgeführten Achsen des Objektraum-Koordinatensystems beschreiben. Von dieser Gepflogenheit soll hier durch eine andere Definition der Drehwinkel abgewichen werden. Die Voraussetzung, dass die Koordinatensysteme sog. Rechtssysteme sind, bleibt jedoch bestehen.

Es werden als Drehwinkel eingeführt:

$\alpha$  Azimut; Primärdrehung um die Tertiärachse

$\nu$  Nadirdistanz; Sekundärdrehung um die (zufolge  $\alpha$  gedrehte) Primärachse

$\psi$  Kantung; Tertiärachse um die (zufolge  $\nu$  gedrehte) Tertiärachse.

Damit folgt für  $\mathbf{R}$  als Matrizenprodukt:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\psi \mathbf{R}_\nu \mathbf{R}_\alpha \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3a)$$

$$\mathbf{R}_\nu = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \nu & -\sin \nu \\ 0 & \sin \nu & \cos \nu \end{bmatrix} \quad (3a)$$

$$\mathbf{R}_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3a)$$

Die Basisformel (1) wird nun mit Bezug auf die Aufnahmefälle A' (lineare Vergrößerung von A) und B zweimal angesetzt. Zur besseren Unterscheidung empfiehlt sich die Einführung abgeänderter Bezeichnungen.

Es sollen nachstehend gelten:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (4) \quad \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (5) \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} r \\ s \\ c_{A'} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} E \\ N \\ H \end{bmatrix} \quad (7) \quad \mathbf{e}_0 = \begin{bmatrix} E_0 \\ N_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \quad (8) \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ c_B \end{bmatrix} \quad (9)$$

Die Drehwinkel, Teilmatrizen und der skalare Faktor  $k$  werden durch Indizes A resp. B ergänzt.

Somit folgen aus (1):

$$\mathbf{x} - \mathbf{x}_0 = \mathbf{R}_{\psi_A} \mathbf{R}_{\nu_A} \mathbf{R}_{\alpha_A} \mathbf{r} \frac{k_A}{k_A} \quad (10a)$$

$$\mathbf{e} - \mathbf{e}_0 = \mathbf{R}_{\psi_B} \mathbf{R}_{\nu_B} \mathbf{R}_{\alpha_B} \mathbf{u} \frac{k_B}{k_B} \quad (10b)$$

Für die Verknüpfung der beiden noch unabhängigen Raumkoordinatensysteme wurden im Abschnitt 3. die Bedingungen bereits angegeben.

Definitionsgemäß sind z-Achse und H-Achse vertikal gerichtet und damit parallel.

Als Bezugsrichtung wurde im Raumkoordinatensystem der Aufnahme A resp. A' das Azimut

$$\alpha_A = 0 \quad (11)$$

gewählt.

Dieselbe azimutale Zielrichtung wurde der Kammerachse der Aufnahme B erteilt:

$$\alpha_B = 0 \quad (12)$$

Damit ergaben sich:

$$\mathbf{R}_{\alpha_A} = \mathbf{R}_{\alpha_B} = \mathbf{E} \quad (13)$$

Damit sind y-Achse und N-Achse (und somit auch x-Achse und E-Achse) parallel.

Schlussendlich bestand die Forderung, den Ursprung beider Raumkoordinatensysteme in einem Punkt zu vereinigen:

$$\mathbf{e}_0 = \mathbf{x}_0 \quad (14)$$

Einsetzen der Beziehungen (13) und (14) in (10a, b) führt zu:

$$\mathbf{e} - \mathbf{e}_0 = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 \quad (15)$$

bzw.

$$\mathbf{R}_{\psi_B} \mathbf{R}_{\nu_B} \mathbf{u} \frac{k_B}{k_B} = \mathbf{R}_{\psi_A} \mathbf{R}_{\nu_A} \mathbf{r} \frac{k_A}{k_A} \quad (16a)$$

resp.

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}_{\nu_B}^T \mathbf{R}_{\psi_B}^T \mathbf{R}_{\psi_A} \mathbf{R}_{\nu_A} \mathbf{r} \frac{k_A}{k_A} \quad (16b)$$

Die  $\mathbf{R}$ -Teilmatrizen sind aus den räumlichen Rückwärtseinschnitten bekannt, und die Produkte können, nicht zuletzt aus Gründen der Übersicht, zu einer 3,3-Matrix zusammengefasst werden:

$$\mathbf{D} = \mathbf{R}_{\nu_B}^T \mathbf{R}_{\psi_B}^T \mathbf{R}_{\psi_A} \mathbf{R}_{\nu_A} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Mit (17) in (16b) ergibt sich:

$$\mathbf{u} = \mathbf{D} \mathbf{r} \frac{k_A}{k_B} \quad (18a)$$

Die zu (18a) inverse Beziehung ist:

$$\mathbf{r} = \mathbf{D}^T \mathbf{u} \frac{k_B}{k_A} \quad (18b)$$

Hieraus erfolgen ausgeschrieben nach Elimination der Verhältnisse der skalaren Faktoren  $k_A$  und  $k_B$  (jeweils mit der 3. Zeile von  $\mathbf{D}$  resp.  $\mathbf{D}^T$ ) die perspektivischen Abbildungsgleichungen von Ebene zu Ebene, d.h. der Zusammenhang zwischen den Bildraumkoordinaten  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{r}$ . Diese Ableitung ist hinreichend bekannt, so dass nur die Schlussformeln angegeben werden.

Aus (18a) folgen:

$$u = c_B \frac{d_{11}r + d_{12}s + d_{13}c_A}{d_{31}r + d_{32}s + d_{33}c_A} \quad (19a)$$

$$v = c_B \frac{d_{21}r + d_{22}s + d_{23}c_A}{d_{31}r + d_{32}s + d_{33}c_A} \quad (19b)$$

Aus (18b) folgen:

$$r = c_A \frac{d_{11}u + d_{21}v + d_{31}c_B}{d_{13}u + d_{23}v + d_{33}c_B} \quad (20a)$$

$$s = c_A \frac{d_{12}u + d_{22}v + d_{32}c_B}{d_{13}u + d_{23}v + d_{33}c_B} \quad (20b)$$

## 6. Umbildung im Wild Avioplan OR1

Das Umbildungsproblem nach den Formeln (19a, b) hätte, zumindest theoretisch, mit einem der klassischen *(Entzerrungs)-Geräte* gelöst werden können. In der Praxis stellen sich jedoch Schwierigkeiten ein, denn die heute noch auf dem Markt befindlichen Instrumente sind fast ausnahmslos in ihren Arbeitsbereichen für die Umbildung von genäherten senkrecht aufgenommenen Luftaufnahmen konzipiert und daher für die Bearbeitung von Spezialaufgaben nicht geeignet. Für rechnergesteuerte Differential-Entzerrungsgeräte gibt es in dieser Beziehung jedoch kaum eine Hürde.

Im vorliegenden Fall wurde ein Rechenprogramm aus dem SORA-Sortiment angewandt, das die Aufgabe mit wenigen gemessenen Punkten mühelos und in kürzester Zeit löste. (SORA ist eine Abkürzung für Software for Offline Rectification, Avioplan). Die Aufnahmekombination A'B' aus A und B ist in Abb. 4 schematisch dargestellt. Für die Photomontage erforderliche Passmarken wurden mit den Formeln (19) und (20) gerechnet.

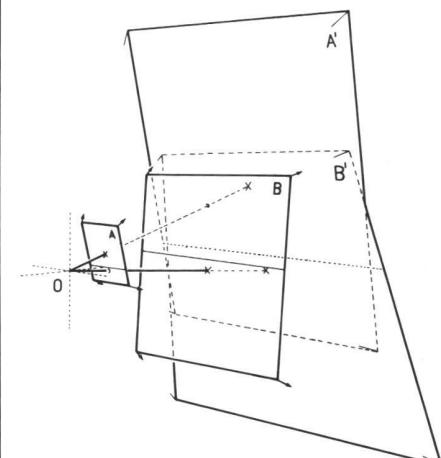


Abb. 4 Schematische Darstellung der Umbildung der (Teil-)Aufnahmen A und B zur kombinierten Abbildung (Photomontage) A'B'. Bildebenen in Positivsstellung ( $c \rightarrow -c$ )

## 7. Ergänzende Bemerkungen

Aus der obenstehenden Beschreibung könnte der Eindruck entstehen, dass das angewandte Verfahren kompliziert sei. Das ist jedoch nicht der Fall. Erstens rechtfertigen die beseitigten und für den Betrachter in ihrer Größenordnung ansonsten als unverträglich erschienenen Verzerrungen einen solchen Prozess. Zum anderen ist die Problemlösung für jeden Photogrammeter einfach durchschaubar und dank verbreitet vorhandener Rechenprogramme leicht und rasch realisierbar. Das Bild auf der Umschlagseite eines Firmenprospektes wird als gelungener Versuch gewertet.

Für die Reproduktion in dieser Zeitschrift musste wegen der Kopfleiste allerdings ein Beschnitt in Kauf genommen werden.

Für das Verfahren sind auch verschiedene terrestrische Anwendungen denkbar. Zum Beispiel die photographische «Transplantation» eines regionaltypischen Schweizer Hauses vor seinem Abbruch am gegenwärtigen Standort an den im Freilichtmuseum Ballenberg/BE vorgesehenen Ort. Die Lösung ist in diesem Fall etwas aufwendiger, denn der neue Standort ist dann vorgegeben. Dies bedingt, dass sowohl am alten Ort wie im Freilichtmuseum der

relative Aufnahmestandort zum Gebäude eingehalten werden muss. Die Aufnahmerichtung und die Kammerkonstante können jedoch (in Grenzen) nach wie vor verschieden sein.

Ein solches Projekt war zur Verfahrensillustration vorgesehen, konnte aber noch nicht ausgeführt werden.

### Literatur:

[1] G.E. Bormann und E. Vozikis: «Photographische Kartenumbildungen mit dem Wild Avioplan OR1», Kartographische Nachrichten Heft 6, Dez. 1982

### Adresse des Verfassers:

G.E. Bormann  
Wild Heerbrugg AG, CH-9435 Heerbrugg

# Grundlagen, Gebrauchsformeln und Anwendungsbeispiele der Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten\*

W. Welsch

Die Theorie der Varianz-Kovarianz-Komponenten(VKK)-Schätzung dient der besseren Ausschöpfung des Informationsgehalts geodätischer Messungen. Sie mag auf den ersten Blick kompliziert und praxisfremd erscheinen, erweist sich aber gerade bei alltäglichen Problemen der geodätischen Praxis als hilfreich und genauigkeitssteigernd.

Die Arbeit gibt einen gerafften Überblick über Theorie und Anwendungen der VKK-Schätzung. In einem ersten Abschnitt werden die grundsätzlichen Modellvorstellungen dargelegt. Schwerpunkt ist die Analyse der linearen Dispersionsstruktur der Beobachtungen und das darauf aufbauende VKK-Modell. Der zweite Abschnitt ist der Ableitung des Schätzers gewidmet, der – um wirksam zu sein – bestimmte optimale Eigenschaften besitzen soll. Als optimal wird ein invariante, erwartungstreuer Schätzer minimaler Varianz angesehen. Es wird gezeigt, welche Voraussetzungen für die Konstruktion eines solchen Schätzers erfüllt sein müssen. Der dritte Abschnitt beschäftigt sich mit Formeln für die praktische Durchführung der VKK-Schätzung. Nach Ableitung des gewöhnlichen Schätzers für die Einheitsvarianz werden die Schätzer für Varianz- sowie für Kovarianzkomponenten entwickelt. Der letzte Abschnitt schliesslich analysiert einige Anwendungen aus der Vermessungspraxis.

*La théorie de l'estimation des composantes de la matrice des variances-covariances (CMVC) sert à mieux exploiter le contenu en informations des observations géodésiques. Initialement ce concept peut apparaître compliqué et inapplicable, mais une approche plus détaillée montre qu'il offre une précision supérieure lors des problèmes géodésiques journaliers de la pratique.*

*Cet exposé présente un aperçu de la théorie de l'estimation des CMVC et de son application. Le premier paragraphe décrit les modèles fondamentaux, le centre de gravité en étant l'analyse de la structure linéaire de dispersion des observations, ainsi que le modèle CMVC qui en découle. Le second paragraphe est consacré à la dérivation des estimateurs, qui, pour être efficaces, doivent posséder certaines propriétés optimales. Est considéré comme optimal un estimateur invariant, sans biais et possédant une variance minimale. Les conditions requises pour la réalisation de l'estimateur sont également formulées. Le troisième paragraphe traite des formules pour l'emploi des CMVC. Après la dérivation de l'estimateur pour la variance unitaire, on y développe les estimateurs des composantes de la matrice des variances et variances-covariances. Enfin le dernier paragraphe analyse quelques utilisations pour la pratique.*

Der Informationsgehalt geodätischer Beobachtungen wird – insbesondere bei heterogenem Material – häufig durch «gewöhnliche» Ausgleichungsansätze nicht ausgeschöpft, da im allgemeinen neben den unbekannten Parametern des funktionalen Modells mit der Varianz der Gewichtseinheit nur eine einzige globale Größe des stochastischen Modells geschätzt wird. Liegen jedoch a priori Kenntnisse der stochastischen Struktur der Beobachtungen vor, so wird die Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten (VKK) möglich, die häufig zu einer Verbesserung der Ausgleichungsergebnisse führt.

Einige Beispiele sollen diese Aussage und Anwendungsmöglichkeiten erhellern:

Bisweilen bereitet es Schwierigkeiten, in einem kombinierten Richtungs- und Streckennetz die Gewichtsverhältnisse der heterogenen Beobachtungen aufeinander abzustimmen. Erfahrungswerte helfen, versagen meist aber schon dann, wenn bei einem räumlichen Netz die Genauigkeit der Zenitdistanzen angegeben werden soll, da gerade sie von zahlreichen, nicht quantifizierbaren Faktoren beeinflusst wird. Die Ermittlung der Beobachtungsgenauigkeiten durch Methoden der VKK-Schätzung führt hier zu stichhaltigen Ergebnissen.

Die Untersuchung der Fehlerkomponenten eines EDM-Geräts, die teils konstant, teils streckenabhängig sind, ist für die Beurteilung der Leistungsfähigkeit und Einsatzmöglichkeit des Geräts oder Gerätetyps von grosser

\*Nach einem Vortrag am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich im Rahmen des Geodätischen Kolloquiums am 17. Juni 1983.

**Vermessung  
Photogrammetrie  
Kulturtechnik**

**Mensuration  
Photogrammétrie  
Génie rural ■**

September 1984  
Septembre 1984  
82. Jahrgang  
82e année

**9|84**

