

Zeitschrift:	Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural
Herausgeber:	Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)
Band:	80 (1982)
Heft:	8
Artikel:	Distanzreduktion bei Infrarot-Distanzmessern
Autor:	Scherrer, R.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-231173

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

- Plotter

Le plotter est destiné à l'exécution de dessins rapides. Il doit comprendre un minimum de 12 outils logiques (adres-sables par programme) et 4 outils physiques (8 outils seraient souhaités). Préférence sera donnée à une unité disposant d'un générateur de caractères et de symboles complexes pour des lignes droites et courbes.

- Table traçante

La table traçante est destinée à l'exécution de dessins de grande qualité et précision (cf. normes pour dessin du plan cadastral).

Elle doit comprendre un minimum de 12 outils logiques et 2 outils physiques (plus seraient souhaités).

Elle doit être en mesure de réaliser des dessins par gravure à l'aide d'outils à commande tangentielle.

L'option pour la photogravure (y compris création des masques pour les symboles) doit être prévue.

De plus, l'unité doit être pourvue d'un générateur de caractères et de symboles complexes pour des lignes droites et courbes.

- Station décentralisée

La station décentralisée est un complexe de traitement graphique interactif de dimension réduite dont les spécifica-

tions assurent une stricte compatibilité avec le système principal auquel il est relié par ligne téléphonique. Ce type de station doit être adapté aux besoins d'un bureau de géomètre de moyenne importance. Outre la prise en charge des travaux géométriques traditionnels, cette station doit permettre la consultation à distance de la base de données cadastrales.

Cette station doit comprendre au minimum les unités suivantes:

- 1 processeur
- 1 unité de mémoire externe (ex. disques souples)
- 1 imprimante
- 1 écran graphique avec possibilités alphanumériques
- 1 tablette à digitaliser
- 1 plotter
- 1 unité de lecture de supports informatiques générés à partir d'instruments géodésiques

5. Conclusion

5.1 Politique à court terme

Dans l'immédiat, le système préconisé doit être considéré comme un outil dédié à la collecte et à la gestion du fond cadastral de base. A cette fin et pour répondre au caractère d'urgence d'une diffusion automatisée des informations cadastrales, il est nécessaire

de disposer rapidement d'un environnement très élaboré de gestion, immédiatement adapté à nos besoins. L'ensemble des procédures et menus de la présente étude caractérise la structure minimum du cadre informatique de l'application cadastrale. La date marquant la fin de la réalisation des logiciels correspondants détermine celle de la mise en exploitation d'un tel système.

5.2 Politique à long terme

Le projet ci-dessus doit pouvoir s'inscrire dans le cadre d'un système généralisé d'information du territoire. Dans cet esprit et pour répondre à l'objectif de polyvalence défini au chapitre 2, il doit pouvoir s'intégrer à un moindre coût à des données appartenant à un même espace géographique, mais relevant de domaines d'applications différents.

Adresse des auteurs:

J.-P.Jaunin
Centre informatique AF/Cadastre
3, av. de l'Université
CH-1000 Lausanne

F.Mumenthaler
C.A.I. Cadastre de Genève
16-18, bd St.-Georges
CH-1205 Genève

Distanzreduktion bei Infrarot-Distanzmessern

R. Scherrer

Die verschiedenen Verfahren der elektro-optischen Distanzmessung (Laufzeitverfahren, Phasenvergleichsverfahren, interferometrische Verfahren) beruhen auf der Tatsache, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen im optischen Bereich endlich ist, und erfordern eine genaue Kenntnis dieser Ausbreitungsgeschwindigkeit.

Zur Distanzmessung wird ein moduliertes Lichtsignal über die zu messende Distanz gesendet und im Zielpunkt zum Distanzmessgerät zurückgesendet. Bei Kenntnis der zum Durchlaufen der Distanz benötigten Zeit oder der dabei aufgetretenen Phasenverschiebung des ausgesendeten periodischen Signals kann die Distanz berechnet werden.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Lichtwellen in der Atmosphäre ist abhängig vom Brechungsindex der Luft. Dieser ist aber nicht konstant, sondern abhängig vom Zustand der Atmosphäre und der Wellenlänge der Strahlung.

Die von einem EDM-Gerät angezeigte Distanz basiert deshalb auf einer Modellvorstellung, einer sogenannten Standardatmosphäre, das heißt, der Distanzberechnung werden Annahmen zugrunde gelegt, welche der Wirklichkeit möglichst gut entsprechen. Jede Abweichung von dieser Modellvorstellung macht eine Korrektur der angezeigten Distanz nötig. Zusätzlich müssen instrumentell bedingte Korrekturen berücksichtigt werden.

Werden größere Entfernungen gemessen, so müssen die gemessenen Distanzen auch noch reduziert werden, weil nicht die im Raum gemessene Distanz, sondern die auf eine Rechenfläche projizierte interessiert, sei dies nun das Ellipsoid (Erdkugel) oder irgendeine dem benutzten Projektionssystem zugrunde liegende Fläche.

1. Grundlagen der Distanzreduktion

1.1 Instrumentell bedingte Korrekturen

Diese setzen sich aus einem konstanten und einem distanzabhängigen Teil zusammen.

Der konstante Anteil wird als *Additionskonstante* bezeichnet, der distanzabhängige Anteil als die von der Messfrequenzabweichung herrührende *Massstabskorrektur*.

Die korrigierte Distanz erhält man zu:

$$D_I = D_g + c + \Delta D \quad (1)$$

D_I = korrigierte Distanz

D_g = gemessene Distanz

c = Additionskonstante

ΔD = Korrektur infolge Frequenzabweichung

1.1.1 Additionskonstante

Liegt der Ausgangspunkt der elektronischen Distanzmessung nicht in der

Les différents procédés de mesure électro-optique des distances (par détermination du temps de parcours, par comparaison de phase, par interférométrie) reposent sur le fait que la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le spectre visible est finie et qu'ils demandent une connaissance exacte de cette vitesse de propagation.

La mesure de distance consiste à émettre un signal lumineux modulé vers l'autre extrémité de la distance et à le renvoyer vers le distancemètre. En connaissant le temps que met le signal émis périodiquement à parcourir la distance, ou le glissement de phase qui en découle, il est possible de calculer la distance.

La vitesse de propagation des ondes lumineuses dans l'atmosphère dépend de l'indice de réfraction de l'air. Celui-ci n'est cependant pas constant; il est fonction de l'état de l'atmosphère et de la longueur d'onde du rayonnement.

La distance indiquée par un appareil MED se rapporte donc à un modèle arbitraire, une atmosphère dite standard, c'est-à-dire que pour le calcul de la distance on choisit une hypothèse qui se rapproche le plus de la réalité. Tout écart par rapport à ce modèle arbitraire demande une correction de la distance affichée. Il faut en outre tenir compte de corrections propres à l'instrument.

Lors de la mesure d'une longue distance, il faut encore apporter d'autres réductions à celle-ci car ce n'est pas la longueur mesurée dans l'espace qui est demandée mais bien celle qui est projetée sur une surface de référence, que ce soit l'ellipsoïde (sphère terrestre) ou une surface quelconque utilisée comme système de projection.

Stehachse des EDM-Gerätes (oder falls auf Theodolit montiert, nicht in der Stehachse des Theodolites), so muss dieser Abstand in Form einer Korrektur berücksichtigt werden. Entsprechendes gilt für die Reflektoren. Die Summe dieser beiden Korrekturen bezeichnet man als Additionskonstante c .

Die Additionskonstante ist verschieden, je nach verwendeter Instrument-Prisma-Kombination. Normalerweise wird sie für eine bestimmte Kombination vom Hersteller gleich Null gesetzt.

Ist die Additionskonstante der verwendeten Gerätekombination (EDM-Gerät mit Reflektor) nicht bekannt, so wird sie durch die in [9] beschriebene Methode bestimmt.

1.1.2 Frequenzabweichung

Der Massstab bei der elektronischen Distanzmessung (EDM) ist durch die Messfrequenz bestimmt. Ein Fehler in der Messfrequenz wirkt sich wie ein Fehler der Masseinheit oder mit anderen Worten wie ein Massstabsfehler aus. Es gilt die Beziehung:

$$\Delta D = -D_g \frac{\Delta f}{f} \quad (2)$$

ΔD = Korrektur infolge Frequenzabweichung

D_g = gemessene Distanz

f = Messfrequenz
(der Feinmessung)

Δf = $f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}$ (gemessene Messfrequenz – Sollmessfrequenz)

Bestimmend für die «Massstabsgenauigkeit» eines EDM-Gerätes ist somit die relative Frequenzabweichung $\frac{\Delta f}{f}$.

Diese Abweichung ist bestimmt für den vom Hersteller spezifizierten distanzproportionalen Anteil der Stan-

dardabweichung, zum Beispiel 5 ppm (parts per million) = 5 mm/km = $5 \cdot 10^{-6} D$.

1.2 Atmosphärisch bedingte Korrekturen

1.2.1 Erste Geschwindigkeitskorrektur

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der zur Messung benützten elektromagnetischen Welle ist abhängig vom Medium, in dem sie sich ausbreitet. Das Verhältnis zwischen der Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle im Vakuum und derjenigen im Medium wird als Brechungsindex n des betreffenden Mediums bezeichnet:

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (3)$$

n = Brechungsindex

c_0 = Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

c = Lichtgeschwindigkeit im Medium

Der Brechungsindex der Atmosphäre ist abhängig von der Wellenlänge λ , der Zusammensetzung und dem Zustand der Atmosphäre. Während die Zusammensetzung der Atmosphäre meistens als konstant betrachtet werden kann, variiert deren Zustand mit der Temperatur, dem Luftdruck und dem Feuchtigkeitsgehalt.

Jedes EDM-Gerät benutzt einen vorgegebenen Brechungsindex n_0 . Diesem liegt die zur Distanzmessung verwendete Trägerwellenlänge sowie eine angenommene Standardatmosphäre zugrunde. Die angezeigte Distanz ist also nur richtig, wenn während der Messung der momentane Zustand der Atmosphäre demjenigen der angenommenen Standardatmosphäre entspricht.

Abweichungen davon ergeben Fehler in der Distanz, die korrigiert werden müssen. Diese Korrektur berechnet sich nach folgender Formel und wird als erste Geschwindigkeitskorrektur bezeichnet:

$$K_1 = D_g (n_0 - n) \quad (4)$$

K_1 = erste Geschwindigkeitskorrektur

D_g = gemessene Distanz

n_0 = dem Instrument zugrunde gelegter Brechungsindex

n = Brechungsindex der herrschenden Atmosphäre

Die korrigierte Distanz ergibt sich zu:

$$D_1 = D_g + K_1 \quad (5)$$

Bei dem hier erwähnten Brechungsindex handelt es sich um den sogenannten Gruppenbrechungsindex, welcher aber im folgenden zur Vereinfachung weiterhin kurz als Brechungsindex bezeichnet wird (siehe Kapitel 3.3).

Der Brechungsindex n_{SA} für eine trockene Standardatmosphäre mit 0,03% Kohlendioxidgehalt bei 0°C und 1013,25 mb berechnet sich nach der Formel von B. Edlen [5], [6].

$$(n_{SA} - 1) \cdot 10^8 = 28756,9 + 3 \cdot \frac{162,06}{\lambda^2} + 5 \cdot \frac{1,39}{\lambda^4} \quad (6)$$

λ = Trägerwellenlänge in Mikrometer [μm]

n_{SA} = Brechungsindex für Standardatmosphäre

Eine von Barrel und Sears angegebene Formel für den Brechungsindex, siehe 3.3 Formel (37), stimmt mit der hier angegebenen im Wellenlängenbereich von 0,3 bis 0,9 μm innerhalb $1,2 \cdot 10^{-7}$ überein (siehe [5], [6]).

Formel (6) zeigt die Abhängigkeit des Brechungsindexes in Funktion der Wellenlänge. Diese Abhängigkeit wird als Dispersion bezeichnet. Abb. 1 zeigt die Dispersionskurve für eine trockene Standardatmosphäre von 0°C und 1013,25 mb.

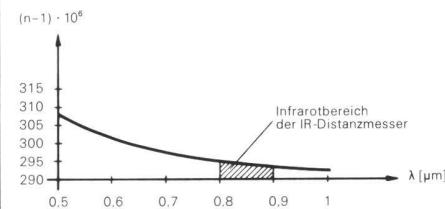


Abb. 1 Dispersionskurve für trockene Standardatmosphäre bei 0°C und bei 1013,25 mb

Der Fehlereinfluss auf die Distanzmesung infolge Dispersion ist für den oben angegebenen Infrarotbereich bei einer Wellenlängenänderung bis zu $0,05 \mu\text{m}$ kleiner als 1 ppm. Bei der Gallium-Arsenid-Diode, welche die meistverbreitete Strahlungsquelle bei elektro-optischen Distanzmessern ist, bewirkt eine Temperaturänderung von 1°C eine Änderung der Trägerwellenlänge um $0,0003 \mu\text{m}$ [8], das heisst, Fehlereinflüsse infolge Dispersion sind vernachlässigbar.

Die Umrechnung des Brechungsindexes für die Standardatmosphäre auf die herrschende Atmosphäre erfolgt nach der Formel von Barrell und Sears.

Für p und e in [mb]:

$$(n - 1) = (n_{SA} - 1) \quad (7)$$

$$273,16 \cdot \frac{p}{1013,25} - \frac{11,27 \cdot 10^{-6}}{T} e$$

n = Brechungsindex der herrschenden Atmosphäre
 n_{SA} = Brechungsindex für Standardatmosphäre
 p = Luftdruck
 T = Temperatur in Grad Kelvin ($T = 273,16 + t$)
 t = Temperatur in Grad Celsius
 e = Partialdruck des Wasserdampfes

Der Gültigkeitsbereich dieser Formel beschränkt sich nach [5] auf eine Temperatur zwischen -40°C und $+50^\circ\text{C}$ und einen Druck zwischen 533 mb und 1066 mb. Der dabei begangene Fehler am Brechungsindex ist kleiner als $2 \cdot 10^{-7}$.

Zur Bestimmung des Partialdruckes des Wasserdampfes sei auf den Anhang Kapitel 4.2 verwiesen. Diagramm 2 zeigt den Einfluss der relativen Luftfeuchtigkeit

$$\left(\frac{\text{Partialdruck des Wasserdampfes}}{\text{Sättigungsdampfdruck}} \right)$$

in Abhängigkeit der Temperatur auf die gemessene Distanz in ppm.

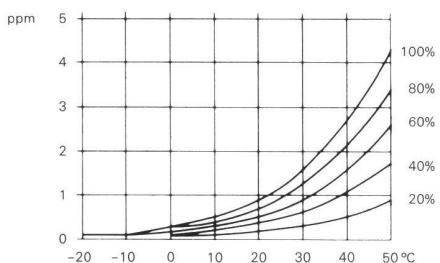


Abb. 2 Korrektur infolge des Partialdruckes des Wasserdampfes (z.B. Korrektur gleich -1 ppm bei 60% relativer Feuchtigkeit und 31°C)

Der Einfluss des Partialdruckes des Wasserdampfes beziehungsweise der relativen Luftfeuchtigkeit auf die elektro-optisch gemessenen Distanzen ist gering im Gegensatz zu Distanzen, die mit Mikrowellengeräten gemessen wurden. Dort ist dieser Einfluss etwa hundertmal grösser [5]. Sein Einfluss wird in der Praxis meist vernachlässigt, ist aber im wesentlichen vom distanzproportionalen Anteil der Standardabweichung des verwendeten EDM-Gerätes abhängig. Aufgrund dieser Angabe und der klimatischen Verhältnisse des Einsatzgebietes sowie nicht zuletzt wegen der angestrebten Genauigkeit wird man seine Entscheidung treffen müssen.

Berechnet man das totale Differential von (7), so lässt sich der Einfluss der atmosphärischen Parameter auf den Brechungsindex und somit auf die Distanz durch folgende Formel angeben:

$$(p \text{ und } e \text{ in [mb]}) \quad (8)$$

$$dn \cdot 10^6 \sim -1,0 dt + 0,29 dp - 0,04 de$$

dn = Änderung des Brechungsindex
 dt = Änderung der Temperatur
 dp = Änderung des Druckes
 de = Änderung des Partialdruckes

Oder anders ausgedrückt: Eine Korrektur von 1 ppm wird hervorgerufen durch

- eine Temperaturänderung von 1°C oder
- eine Luftdruckänderung von 3,4 mb oder
- eine Partialdruckänderung des Wasserdampfes von 26,6 mb.

Die atmosphärischen Parameter werden je nach Genauigkeitsanforderung entweder nur auf dem Beobachtungsstandpunkt oder zusätzlich auch auf Zwischenpunkten und auf dem Zielpunkt ermittelt. Im letzten Fall werden die Messwerte gemittelt, um einen mittleren Brechungsindex zu berechnen.

1.2.2 Zweite Geschwindigkeitskorrektur

Nimmt man an, dass sich der Brechungsindex in den nahen Bodenschichten linear mit der Höhe ändert, so liefert der gemittelte Brechungsindex wohl einen zutreffenden Wert für einen Bogen mit dem Erdradius R als Krümmungsradius (Abb. 3), jedoch nicht für den tiefer liegenden Bogen des eigentlichen Strahlenweges mit dem Krümmungsradius r .

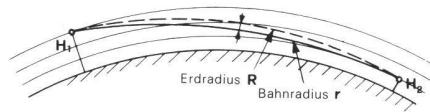


Abb. 3

Die daraus resultierende Korrektur n am mittleren Brechungsindex

$$n = \kappa (1 - \kappa) \frac{D_1^2}{12R^2} \quad (9)$$

wird nicht am Brechungsindex selbst angebracht, sondern als selbständige Korrektur K_2 behandelt.

$$K_2 = -\kappa (1 - \kappa) \frac{D_1^3}{12R^2} \quad (10)$$

K_2 = zweite Geschwindigkeitskorrektur

κ = Refraktionskoeffizient, Verhältnis der Krümmungsradien $\frac{R}{r}$

R = Erdradius (oder genauer: Krümmungsradius im Azimut der gemessenen Strecke)

Die korrigierte Distanz ergibt sich zu

$$D_2 = D_1 + K_2 \quad (11)$$

Für κ wird gewöhnlich der Erfahrungswert 0,13 genommen. Dieser Wert ist jedoch nur unter bestimmten Bedingungen zu erwarten. Ausführlicheres darüber und über die Herleitung der Formel (10) findet man in [4].

Die zweite Geschwindigkeitskorrektur kann, wie das Bild 4 zeigt, in der täglichen Praxis bei der Distanzmessung mit Licht- und Infrarotwellen vernachlässigt werden, spielt aber eine Rolle bei Messungen mit Laser- oder Mikrowellengeräten über Distanzen grösser als 50 km.

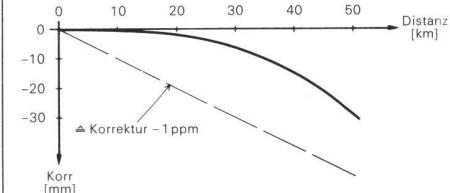


Abb. 4 Einfluss der 2 Geschwindigkeitskorrektur ($\kappa = 0,13$) (z.B. Korrektur gleich -1 mm bei ca. 16 km Distanz)

1.2.3 Strahlenkrümmung

Da sich Lichtwellen zwischen zwei Punkten nicht geradlinig ausbreiten, sondern infolge der Refraktion eine gekrümmte Bahnkurve beschreiben, muss der Bogen auf der Sehne reduziert werden (Abb. 5).

$$\text{Korrektur: } K_3 = -\kappa^2 \cdot \frac{D_2^3}{24R^2} \quad (12)$$

$$\text{Korrigierte Distanz: } D_3 = D_2 + K_3 \quad (13)$$

K_3 = Korrektur wegen Strahlenkrümmung
 κ = Refraktionskoeffizient ($\kappa = \frac{R}{r}$)
 R = Erdradius
 D_3 = Raumsehne

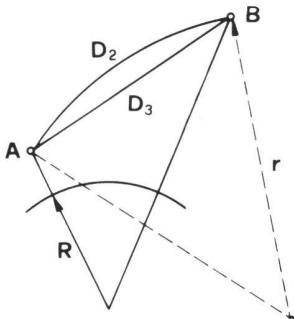


Abb. 5 Korrektur wegen Strahlenkrümmung

Abb. 6 zeigt, dass die Strahlenkrümmung nur bei sehr grossen Distanzen (grösser als 50 km) berücksichtigt werden muss.

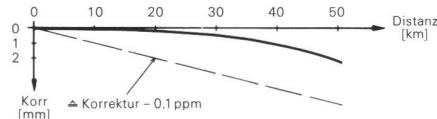


Abb. 6 Einfluss der Strahlenkrümmung ($\kappa = 0.13$) z.B. Korrektur gleich -1 mm bei ca. 38 km Distanz

1.3 Geometrische Reduktionen

1.3.1 Sehne auf Meereshöhe

Die Reduktion der Raumsehne auf Meereshöhe kann auf zwei Arten geschehen:

- Reduktion mit Punkthöhen. Dazu müssen möglichst zuverlässige Höhenangaben bei Stand- und Zielpunkt vorhanden sein (Abb. 7 und 8).
- Reduktion mit Höhenwinkel. Diese Methode ist wegen der Unsicherheit durch Refraktionseinflüsse bei der Messung von Höhenwinkeln nur für kürzere Distanzen oder bei Fehlen der Punkthöhen geeignet (Abb. 9).

1.3.1.1 Reduktion bei bekannten Punkthöhen

a) direkt auf Meereshöhe (Bild 7):

Reduzierte Distanz:

$$D_0 = \sqrt{\frac{D_3^2 - (\Delta H)^2}{(1 + \frac{H_A}{R})(1 + \frac{H_B}{R})}} \quad (14)$$

D_0 = Sehne auf Meereshöhe
 D_3 = Raumsehne
 H_A = Punkthöhen inkl. Instrumenten- bzw. Reflektorhöhen
 ΔH = Höhendifferenz $H_B - H_A$
 R = Erdradius

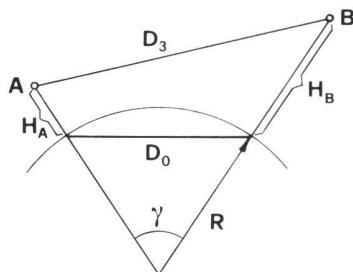


Abb. 7 Direkte Reduktion

Zur Ableitung dieser Formel:
Mit dem Cosinus-Satz erhält man

$$\begin{aligned} D_3^2 &= (R + H_A)^2 + (R + H_B)^2 - \\ &\quad 2(R + H_A)(R + H_B) \cos \gamma \\ &= (R + H_A)^2 + (R + H_B)^2 - \\ &\quad 2(R + H_A)(R + H_B) + \\ &\quad 2(R + H_A)(R + H_B)(1 - \cos \gamma) \\ D_3^2 &= (H_B - H_A)^2 + 4(R + H_A)(R + H_B) \sin \gamma / 2 \end{aligned}$$

Daraus

$$\sin \gamma / 2 = \frac{1}{2R} \sqrt{\frac{D_3^2 - \Delta H^2}{(1 + \frac{H_A}{R})(1 + \frac{H_B}{R})}}$$

wegen

$$D_0 = 2R \sin \gamma / 2$$

ergibt sich daraus die Formel (14), die also ohne Vernachlässigung streng gilt.

b) schrittweise, über Berechnung auf mittlere Sehne (Bild 8):

Reduktion der Raumsehne D_3 auf mittlere Höhe von A und B:

$$D_M = \sqrt{D_3^2 - \Delta H^2} = D_3 \left(1 - \left(\frac{\Delta H}{D_3}\right)^2\right)^{1/2}$$

Mit der Binomialreihe entwickelt, gilt für

$$\frac{\Delta H}{D_3} < 1$$

$$D_M = D_3 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta H}{D_3}\right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{\Delta H}{D_3}\right)^4 + \dots\right)$$

oder unter Vernachlässigung von $(\frac{\Delta H}{D_3})^6$ gegen 1

$$D_M = D_3 - \left(\frac{\Delta H^2}{2D_3} - \frac{\Delta H^4}{8D_3^3}\right) \quad (15)$$

Reduktion der Sehne D_M auf Meereshöhe:

$$D_0 = D_M \left(1 - \frac{H_M}{R + H_M}\right) \quad (16)$$

D_3 = Raumsehne
 D_0 = Sehne auf Meereshöhe
 D_M = Sehne auf mittlerer Höhe von A und B
 H_M = Mittlere Höhe von A und B:
 $\frac{H_A + H_B}{2}$
 ΔH = Höhendifferenz $H_B - H_A$
 R = Erdradius

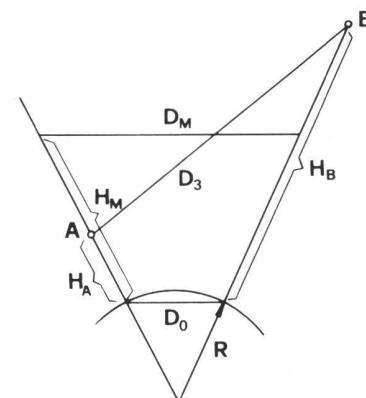


Abb. 8 Schrittweise Reduktion

1.3.1.2 Reduktion bei gemessenen Höhenwinkel

Reduktion auf mittlere Höhe (Bild 9):

$$D_M = D_3 \cos \beta_s \quad (17)$$

wobei β_s den um den halben Zentriwinkel $\gamma/2$ und Refraktionswinkel δ korrigierten Höhenwinkel bedeutet.

$$\beta_s = \beta_g + \gamma/2 - \delta \approx \beta_g + 4,34 \text{ mgon} \quad (18)$$

Die Reduktion auf Meereshöhe erfolgt nach Formel (16):

$$D_0 = D_M \left(1 - \frac{H_M}{R + H_M}\right) \quad (16)$$

D_3 = Raumsehne
 D_0 = Sehne auf Meereshöhe
 D_M = Sehne auf mittlerer Höhe
 H_M = mittlere Höhe: $\frac{H_A + H_B}{2}$
 β_g = gemessener Höhenwinkel ($= 100 \text{ gon} - \xi$, ξ = Zenitdistanz)
 β_s = korrigierter Höhenwinkel
 γ = Zentriwinkel über AB
 δ = Refraktionswinkel
 R = Erdradius

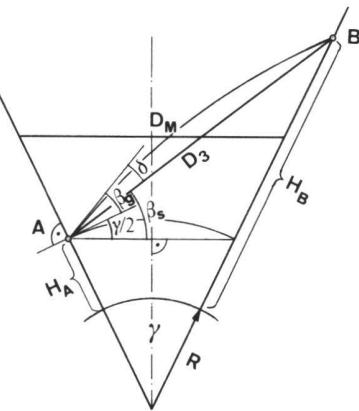


Abb. 9 Reduktion über Höhenwinkel

1.3.2 Erdkrümmung

Da die Erde eine gekrümmte Oberfläche hat, muss die Sehne D_0 in Meereshöhe auf die gekrümmte Fläche umgerechnet werden (Abb. 10).

$$D_E = D_0 \left(1 + \frac{D_0^2}{24R^2}\right) \quad (19)$$

D_E = Distanz auf Erdoberfläche
 D_0 = Sehne auf Meereshöhe
 R = Erdradius

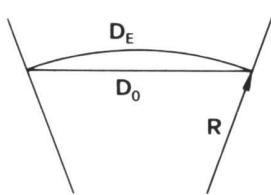


Abb. 10 Erdkrümmung

Abbildung 11 zeigt, dass die Korrektur infolge Erdkrümmung erst bei größeren Distanzen (größer als 10 km) angebracht werden muss.

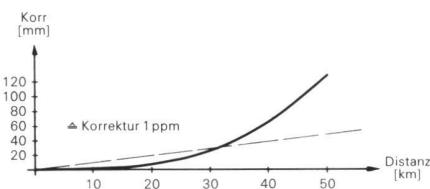


Abb. 11 Korrektur infolge Erdkrümmung (z.B. Korrektur gleich 1 mm bei 10 km Distanz)

1.3.3 Projektionsverzerrung

Je nach Projektionssystem, in dem ein Land seine Vermessungswerke darstellt, sind die auf die Erdoberfläche reduzierten Distanzen mit einem Massstabsfaktor zu multiplizieren.

Dieser Massstabsfaktor k ist bei konformen Abbildungen richtungsunabhängig,

gig, d.h. nur eine Funktion der Projektionskoordinaten. Bei einigen bekannten Abbildungen lässt sich k darstellen als

$$k = \left(1 + \frac{A^2}{2R^2}\right) \cdot k_0 \quad (20)$$

k = lokaler Massstabsfaktor

k_0 = Massstabsfaktor entlang der «Berührungsstrecke» zwischen Kugel und Projektionsfläche

A = rechtwinkliger Abstand des Ortes von der «Berührungsstrecke»

R = Erdradius

Die Projektionsdistanz ergibt sich dann zu

$$D_P = k \cdot D_E \quad (21)$$

D_P = Projektionsdistanz

D_E = Distanz auf Erdoberfläche

Die Formel (20) lässt sich mit obiger Definition sowohl auf konforme Zylinder- und Kegelprojektionen beliebiger Orientierung anwenden (s. Abb. 12, 13).

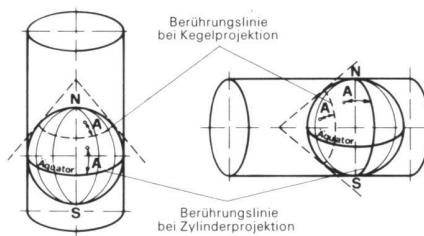


Abb. 12 Zylinder- und Kegelprojektion

Abb. 13 Transversale Zylinder- und Kegelprojektion

Die Formel (20) ist oft nur das erste Glied einer Reihenentwicklung und gibt dann einen Näherungswert, der in den meisten Fällen genügt. Ausführlichere Formeln findet man in der Fachliteratur, zum Beispiel [7].

Abb. 14 zeigt die Projektionsverzerrung für die Gauss-Krüger-Projektion mit $k_0 = 1$ bzw. die UTM-Projektion (Universal Transverse Mercator) mit $k_0 = 0,9996$ in Funktion des Abstandes A .

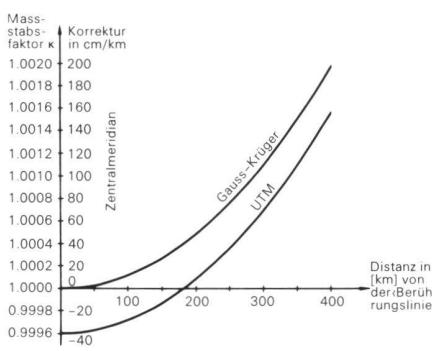


Abb. 14 Projektionsverzerrung für Gauss-Krüger und UTM

2. Praktische Anwendung der Reduktionsformeln

2.1 Vereinfachung für die Praxis

Die in Kapitel 1 angegebenen Formeln sowie die Reihenfolge der einzelnen Reduktionsschritte beruhen auf theoretischen Überlegungen. In der Praxis werden meist vereinfachte Rechenmodelle angewendet, bei denen Glieder, die gegenüber der Instrumentengenauigkeit nicht ins Gewicht fallen, weglassen sind.

a) Bei Messungen mit Geräten mit einer Standardabweichung von 5 ppm ist es üblich, die Frequenzabweichung unberücksichtigt zu lassen. Dagegen ist bei genaueren Messungen eine Kontrolle der Frequenz empfehlenswert. Jedoch muss darauf geachtet werden, dass der zur Messung benutzte Frequenzmesser der angestrebten Messgenauigkeit entspricht und vor allem genau genug kalibriert ist.

b) Auf die Bestimmung des Partialdruckes des Wasserdampfes zur Reduktion von kurzen bis mittleren Distanzen (kleiner als 5 km) wurde bis jetzt verzichtet, da bei mittleren Bedingungen (60% relative Luftfeuchtigkeit, 20°C) der Einfluss weniger als 5 ppm beträgt (siehe Diagramm 2) und die Bestimmung bis vor kurzem nur über relativ langwierige Psychrometermessungen (s. Kapitel 3.1) möglich war. Mit den heutigen modernen und einfachen Geräten zur Bestimmung der relativen Luftfeuchtigkeit (s. Kapitel 3.1) und für Präzisionsmessungen mit einer Standardabweichung von 1 ppm wird hingenommen dieser Einfluss in Betracht gezogen werden müssen.

Für Messungen mit Instrumenten mit einer distanzproportionalen Genauigkeitsangabe von 5 ppm kann jedoch die vereinfachte Formel (7) verwendet werden (Vernachlässigung des letzten Gliedes).

Für p und e in [mb]:

$$(n - 1) = (ns_A - 1) \frac{273,16}{T} \cdot \frac{p}{1013,25} \quad (22)$$

c) Korrekturen, welche proportional $\frac{D^3}{R^2}$ sind, wie z.B. Geschwindigkeitskorrektur, Korrekturen bezüglich Strahlen- und Erdkrümmung, werden zu einer einzigen Korrekturformel zusammengezogen. Aus (10), (12) und (19) und einem Refraktionskoeffizienten von 0,13 ergibt sich

$$K_t = 0,76 \frac{D^3}{24R^2} \quad (23)$$

1.4 Zusammenstellung der Korrekturen und Reduktionen mit Rechenbeispiel

Berechnung	Formel	Reduktionsform	Beispiel 1	Bedingungen bzw. Messungen	Beispiel 2
Messung	D_g				
Instrumentell bedingte Korrekturen:		gemessene Distanz	$D_g = 2512.347 \text{ m}$		
- Additionskonstante	c		$c = -0.35 \text{ m}$		$D_g = 14731.294 \text{ m}$
- Frequenzabweichung	$\Delta D = -D_g \frac{\Delta f}{f}$		$\Delta D = .005 \text{ m}$	$f_{\text{soil}} = 4495620 \text{ Hz}$	$c = .000 \text{ m}$
	$D_I = D_g + c + \Delta D$		$D_I = 2512.317 \text{ m}$	$f_{\text{1st}} = 4495611 \text{ Hz}$	$\Delta D = .029 \text{ m}$
				$\Delta f = -9 \text{ Hz}$	$D_I = 14731.323 \text{ m}$
Atmosphärisch bedingte Korrekturen:					
- 1. Geschwindigkeitskorrektur	$(n_{SA} - 1) 10^8 = 28756.9 + 3 \cdot \frac{162.06}{\lambda^2} + 5 \cdot \frac{1.39}{\lambda^4}$				
	(6)				
	$(n - 1) = (n_{SA} - 1) \frac{273.16}{T} \cdot \frac{p}{1013.25} - \frac{11.27 \cdot 10^{-6}}{T} e$				
	$(7b)$				
	$K_1 = D_g (n_0 - n)$		$K_1 = .119 \text{ m}$		
	(4)				
	$D_1 = D_I + K_1$		$D_1 = 2512.436 \text{ m}$		
	(5)				
	$K_2 = -(\kappa - \kappa^2) \frac{D_1^3}{12R^2}$		$K_2 = -.000 \text{ m}$		
	(10)				
	$D_2 = D_1 + K^2$		$D_2 = 2512.436 \text{ m}$		
	(11)				
	$K_3 = -\kappa^2 \cdot \frac{D_2^3}{24R^2}$		$K_3 = -.000 \text{ m}$		
	(12)				
	$D_3 = D_2 + K_1$		$D_3 = 2512.436 \text{ m}$		
	(13)	Raumsehne			
Geometrische Reduktionen:					
- Sehne auf Meereshöhe					
I. a) direkt über Punkthöhen	$D_0 = \sqrt{\frac{D_3^2 - (\Delta H)^2}{(1 + \frac{HA}{R})(1 + \frac{HB}{R})}}$	$\Delta H = HB - HA$			
	(14)				
I. b) schrittweise über mittlere Höhe	$DM = D_3 - \left(\frac{\Delta H^2}{2D_3} - \frac{\Delta H^4}{8D_3^3} \right)$				
	(15)				
II. über Höhenwinkel	$D_0 = DM \left(1 - \frac{HM}{R + HM} \right)$	$HM = \frac{HA + HB}{2}$			
	(16)				
	$BS = \beta_g + 4.34 \text{ [mgon]} \cdot D_3 [\text{km}] \cdot \cos \beta_g$				
	(18)				
	$DM = D_3 \cos \beta_S$				
	(17)				
	$D_0 = DM \left(1 - \frac{HM}{R + HM} \right)$	$HM = 500 \text{ m}$			
	(16)				
	$DE = D_0 \left(1 + \frac{D_0^2}{24R^2} \right)$	Ellipsoidbogen			
	(19)				
- Erdkrümmung	$k = (1 + \frac{A^2}{2R^2}) \cdot k_0$				
	(20)				
- Projektionsverzerrung	$D_p = k \cdot DE$	Projektionsdistanz			
	(21)				

2.2 Formeln für die atmosphärische Korrektur bei den Wild-Infrarot-distanzmessern

Die Formel für die atmosphärische Korrektur ergibt sich aus den technischen Daten und aus (6) und (7) unter Vernachlässigung des letzten Gliedes in (7) sowie Umrechnung von Grad Kelvin auf Grad Celsius wie folgt:
Für die Instrumente 1) – 5) (Korrektur in ppm, für p in mb, t in °C)

$$\Delta(\text{in ppm}) = 282 - \frac{0,290 p}{1 + 0,0037 t} \quad (24)$$

Für den DI20, Instrument 6) (Korrektur in ppm, p in mb, t in °C)

$$\Delta (\text{in ppm}) = 282,2 - \frac{0,2908 p}{1 + 0,00366 t} \quad (25)$$

(Siehe dazu auch die entsprechenden Gebrauchsanweisungen.)

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht bezüglich der bis jetzt von Wild hergestellten Distanzmesser und die ihnen zugrunde liegenden technischen Daten (Stand 1981).

$\pm 0,5^\circ\text{C}$. Man achte darauf, dass die Temperatur nicht zu nah am Boden (mindestens 1,5 m Höhe) gemessen wird.

c) Psychrometer

Zur Bestimmung des Partialdruckes des Wasserdampfes benutzt man ein Psychrometer. Es besteht im wesentlichen aus zwei Quecksilberthermometern, wovon eines unten mit einem Gaze- strumpf umwickelt ist, welcher vor der Messung befeuchtet werden muss. Je nach Typ wird das Psychrometer von Hand (geschleudert) oder über einen mechanischen Ventilator gleichmäßig durchlüftet. Wegen der Verdunstung des Wassers am feuchten Thermometer wird dessen Quecksilberkörper Wärme entzogen, und die Temperatur sinkt. Aus der Temperaturdifferenz zwischen trockenem und feuchtem Thermometer lässt sich der Partialdruck des Wasserdampfes berechnen (siehe 3.2).

d) Hygrometer

Die relative Luftfeuchtigkeit wird mit einem sogenannten Haarhygrometer bestimmt. Dieses ist aber relativ ungenau und gibt einen langfristigen Durch-

3.2.1 Bestimmung durch Hygrometer-messungen

Es müssen folgende Parameter gemessen werden:

- Trockentemperatur t
- Relative Luftfeuchtigkeit f in %

Es gilt dann die Beziehung:

$$e = \frac{E(t) \cdot f}{100} \quad (26)$$

E(t) ist dabei der zur Temperatur des trockenen Thermometers gehörende Sättigungsdampfdruck (siehe 3.2.3).

3.2.2 Bestimmung durch Psycho-metermessungen

Es müssen folgende Parameter gemessen werden:

- Luftdruck p
- Trockentemperatur t
- Feuchttemperatur t'

Mit der Sprungschen Formel ergibt sich dann der Partialdruck e. Dabei muss aber zwischen Messungen über Wasser oder Eis (Befeuchtungsstrumpf gefroren) unterschieden werden.

Es gilt:

über Wasser

$$e = E(t') - 0,000662 p \cdot (t - t') \quad (27)$$

über Eis

$$e = E(t') - 0,000583 p \cdot (t - t') \quad (28)$$

E(t') ist dabei der zur Temperatur des feuchten Thermometers gehörende Sättigungsdampfdruck.

3.2.3 Sättigungsdampfdruck

Der Sättigungsdampfdruck ist eine Funktion der Temperatur allein. Er kann entweder aus Tabellen [5] entnommen oder direkt über die empirisch bestimmte Formel von Magnus-Tetens berechnet werden, wobei wiederum zwischen Messungen über Wasser bzw. Eis unterschieden werden muss:

Es gilt:

über Wasser für E in [mb]:

$$\log E = \frac{7,5 \cdot t}{t + 237,3} + 0,7857 \quad (29)$$

über Eis für E in [mb]:

$$\log E = \frac{9,5 \cdot t}{t + 265,5} + 0,7857 \quad (30)$$

Um den Sättigungsdampfdruck zur Temperatur des feuchten [E (t')] bzw. des trockenen [E (t)] Thermometers zu erhalten, muss dementsprechend in der Formel (29) und (30) t' oder t eingesetzt werden.

Distomat	Messfrequenz MHz	Genauigkeit mm	Reichweite* km	Trägerwellen-länge μm	eingegebener Brechungs-index n ₀
1) DI10	Start 13.48686 Meas 14.98540	10	2	0,875	1,000282
2) DI3	7,4927	5	1	0,875	1,000282
3) DI3S	7,4927	5 + 5 ppm	3	0,885	1,000282
4) DI4, TC1	4,870225	5 + 5 ppm	3	0,885	1,000282
5) DI4L, TC1L	4,870225	5 + 5 ppm	7	0,835	1,000282
6) DI20	4,495620	5 + 1 ppm	14	0,835	1,0002822

*bei sehr guten atmosphärischen Bedingungen

3. Besondere Anmerkungen zu den atmosphärischen Größen

3.1 Instrumente zur Erfassung der Atmosphäre

a) Barometer

Zur Messung des Luftdruckes ist ein Barometer mit einer Genauigkeit von zirka $\pm 1\text{ mb}$ zu verwenden. Seit einiger Zeit gibt es in dieser Genauigkeitsklasse auch Taschenbarometer, die wesentlich billiger sind als die bisher verwendeten Barometertypen.

Der Messbereich soll von Meereshöhe bis zirka 3500 m gehen.

Es sind Skalenteilungen in Millibar [mb], Millimeter Quecksilbersäule [mm Hg] oder inch mercury [in Hg] erhältlich (Umrechnung siehe Kapitel 3.4).

b) Thermometer

Wird nur die Trockentemperatur gemessen, so genügt ein normales Thermometer mit der Genauigkeit von

schnittswert an und nicht die zur Zeit der Messung herrschende Luftfeuchtigkeit. Aus der relativen Feuchtigkeit lässt sich nach den in 3.2 beschriebenen Formeln der Partialdruck berechnen.

Seit kurzer Zeit sind nun aber elektronische Messgeräte zur relativen Feuchtigkeitsmessung auf dem Markt. Da die Messung innerhalb eines kurzen Zeitintervalls erfolgt, geben diese im Gegensatz zu den Haarhygrometern die momentane Luftfeuchtigkeit an. Die Genauigkeit beträgt $\pm 2\%$ relative Feuchtigkeit.

3.2 Bestimmung des Partialdruckes des Wasserdampfes

Der Partialdruck des Wasserdampfes in der Luft kann nicht direkt gemessen werden, sondern muss indirekt über Psychrometer- oder Hygrometermessungen berechnet werden. Je nach Messmethode werden verschiedene Formeln angewendet.

3.2.4 Genauigkeit

Es wurde festgestellt, dass mit Aspirationspsychrometermessungen genauere Resultate erhalten werden als mit Hygrometermessungen. Bei Temperaturen $\leq 0^\circ$, das heisst bei vereistem feuchtem Thermometer, nimmt die Zuverlässigkeit jedoch ab. Ein wesentlicher Unterschied zwischen Hygrometer- und Psychrometermessungen besteht darin, dass das Psychrometer quasi Augenblickswerte des Dampfdruckes angibt, während das Hygrometer, bedingt durch seine Trägheit, zeitliche Mittelwerte ergibt. Da aber die Atmosphäre gerade im Zeitpunkt der Messung erfasst werden soll, wurde bis jetzt das Psychrometer als das geeignete Messgerät zur Bestimmung des Partialdruckes vorgezogen, wenn es auch komplizierter zu handhaben ist. Moderne elektronische Hygrometer geben aber ebenfalls und einfacher zuverlässige Messwerte.

3.3 Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen und Gruppen

Da die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle in der Atmosphäre von der Frequenz abhängig ist (Dispersion), ergibt sich für das aufmodulierte Signal (Wellenpaket) eine andere Ausbreitungsgeschwindigkeit als für die unmodulierte Trägerwelle.

Dieses Wellenpaket ist der Informationsträger und bewegt sich mit der sogenannten Gruppengeschwindigkeit v_{GR} fort. Innerhalb des Wellenpakets laufen die sinusförmigen Trägerwellen mit der Phasengeschwindigkeit v_{PH} . Für ein Frequenzband Δf mit der Trägerfrequenz f als Zentrum ergibt sich für die Gruppengeschwindigkeit v_{GR} :

$$v_{GR} = v_{PH} - \lambda \frac{dv_{PH}}{d\lambda} \quad (31)$$

v_{GR} = Gruppengeschwindigkeit
 v_{PH} = Phasengeschwindigkeit
 λ = Wellenlänge

Für eine strenge mathematische Herleitung von (31) siehe [1]. Eine weniger strenge, dafür aber leichter verständliche Herleitung findet man in [3]. Der für die Distanzmessung maßgebende Brechungsindex ist somit der sogenannte Gruppenbrechungsindex n_{GR} .

$$n_{GR} = c/v_{GR} \quad (32)$$

n_{GR} = Gruppenbrechungsindex
 c = Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
 v_{GR} = Gruppengeschwindigkeit

Die Beziehung zwischen dem Phasen- und Gruppenbrechungsindex erhält man aus der Kombination von Formel (31) und (32).

Unter Berücksichtigung der Ableitung von $v_{PH} = \frac{c}{n}$

$$dv_{PH} = -\frac{c}{n^2} dn = -\frac{v_{PH}}{n} dn$$

ergibt sich

$$n_{GR} = \frac{c}{v_{GR}} = \frac{c}{v_{PH} \left(1 + \frac{\lambda dn}{n d\lambda}\right)} \quad (33)$$

Da $\frac{\lambda dn}{n d\lambda}$ für Luft viel kleiner als 1 ist, ergibt sich unter Verwendung der Beziehung $\frac{c}{v_{PH}} = n_{PH}$ schliesslich

$$n_{GR} = n_{PH} - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (34)$$

n_{GR} = Gruppenbrechungsindex

n_{PH} = Phasenbrechungsindex

λ = Wellenlänge

Die Formel von Cauchy beschreibt die Abhängigkeit von n_{PH} bezüglich der Wellenlänge wie folgt:

$$n_{PH} = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad (35)$$

Dabei sind A, B und C Konstanten, die für ein bestimmtes Medium gelten. Aus (35) und (36) ergibt sich somit

$$n_{GR} = A + 3 \frac{B}{\lambda^2} + 5 \frac{C}{\lambda^4} \quad (36)$$

Setzt man nun zum Beispiel die für trockene Luft (0°C , 1013,25 mb, 0,03% CO_2) experimentell bestimmten Werte für A, B und C ein, so ergibt sich die schon in 1.2.1 erwähnte Formel von B. Edlen (6) für den Gruppenbrechungsindex der sogenannten Standardatmosphäre.

$$(n_{SA} - 1) \cdot 10^{-8} = 28756,9 + 3 \cdot \frac{162,06}{\lambda^2} + 5 \cdot \frac{1,39}{\lambda^4} \quad (6)$$

Der Vollständigkeit halber sei noch die von Barrel und Sears experimentell bestimmte Formel angegeben, welche ebenfalls in der Literatur, z. B. [5], [6], zu finden und der oben angegebenen Formel (6) gleichwertig ist, innerhalb der Grössenordnung von $1,2 \cdot 10^{-7}$ für einen Wellenlängenbereich von $0,3 \mu\text{m}$ bis $0,9 \mu\text{m}$.

$$(n_{SA} - 1) \cdot 10^{-8} = 28760,4 + 3 \cdot \frac{162,88}{\lambda^2} + 5 \cdot \frac{1,36}{\lambda^4} \quad (37)$$

3.4 Masssysteme und deren Umrechnung

Umwandlung von Grad Fahrenheit in Grad Celsius

$$^\circ\text{F} = 32^\circ + \frac{9}{5} ^\circ\text{C}$$

oder

$$^\circ\text{C} = \frac{5}{9} (^\circ\text{F} - 32^\circ)$$

Umwandlung von Millibar in Millimeter Quecksilbersäule

$$1\text{mb} = 0,750062 \text{ mm Hg}$$

oder

$$1\text{mm Hg} = 1,333224 \text{ mb}$$

Umwandlung von Millimeter in inches

$$1\text{mm} = 0,039370 \text{ inch}$$

oder

$$1\text{inch} = 25,40 \text{ mm}$$

Umwandlung von Millibar in inches Hg

$$1\text{mb} = 0,029530 \text{ inch Hg}$$

oder

$$1\text{inch Hg} = 33,863935 \text{ mb}$$

Umwandlung von Grad in Gon

$$1^\circ = 1,111111 \text{ gon}$$

$$1' = 0,018519 \text{ gon}$$

$$1'' = 0,000309 \text{ gon}$$

Literatur

- [1] Born and Wolf: Principles of Optics, Oxford 1975
- [2] Burnside C.D.: Electromagnetic distance measurement, London 1976
- [3] Hecht E., Zajać A.: Optics, Reading (USA)/London 1974
- [4] Höpke: Über die Bahnkrümmung elektromagnetischer Wellen und ihren Einfluss auf die Streckenmessungen. Zeitschrift für Vermessungswesen 6/64
- [5] Jordan, Eggert, Kneissl: Die Entfernungsmessung mit elektromagnetischen Wellen und ihre geodätische Anwendung. Handbuch für Vermessungskunde, Band VI, bearbeitet von K. Rinner, F. Benz, Stuttgart 1966
- [6] Kahmen Heribert: Elektronische Messverfahren in der Geodäsie, Karlsruhe 1978
- [7] Richardus P., Adler R. K.: Map projections, Amsterdam/London 1972
- [8] Rüeger J. M.: Recent Developments in Electronic Distance Measurement. The Australian Surveyor, Vol. 30, No. 3, 1980
- [9] Schwendener H. R.: Elektronische Distanzmesser für kurze Strecken. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik 3/71

Adresse des Verfassers:
René Scherrer, Dipl. Ing. ETH
Wild Heerbrugg AG
CH-9435 Heerbrugg