

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 77 (1979)

**Heft:** 11

**Artikel:** Gedanken zu Fehlergrenzen der amtlichen Vermessung

**Autor:** Conzett, R. / Matthias, H.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-229708>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.10.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

noch keine Versuche über eine lange Zeitdauer bekannt sind, konnten diese Ergebnisse für die Schweiz noch nicht bestätigt werden.

#### 4. Kosten der Massnahmen

Über die Kosten einer Tieflockerung mit den dazugehörigen Massnahmen lassen sich nur grobe Angaben machen. Je nach Landesgegend, nach Meliorationsperimeter, Arbeitsmarkt und Unternehmer können grössere Schwankungen in den Preisen auftreten.

In der folgenden Tabelle sind die Kosten bezogen auf die Fläche einer Hektare dargestellt, wobei noch angemerkt werden muss, dass nicht alle Arbeiten stets zur Ausführung gelangen.

Aus der Zusammenstellung zeigt sich, dass eine Tieflockerung je nach «Ausführung» zwischen Fr. 2500.– pro ha (TL ohne Zusatzdrainage bei durchlässigem Untergrund) und Fr. 11 000.– pro ha (TL mit Zusatzdrainage) kostet.

#### 5. Schlussbemerkungen

In den vorangehenden Ausführungen wurde ein Meliorationsverfahren vorgestellt, das in der Schweiz weiter zum Einsatz kommen wird und ein ideales Sanierungsverfahren für verdichtete und staunasse Böden darstellt. Leider wird die Tieflockerung in unseren Gegenden durch einige Randbedingungen erschwert. So trocknet der Boden infolge der häufigen Niederschläge nur im Sommer genügend tief ab, während zum Teil noch die Kulturen auf den Feldern stehen. Jedoch kann der Landwirt durch Kulturart den Erntezeitpunkt beeinflussen, und bei einer guten Zusammenarbeit zwischen dem Bewirtschafter und dem Projektanten lässt sich dieses mehrstufige Meliorationsverfahren erfolgreich in eine Fruchtfolge einbauen.

Vorflut:	Sammler, Ø 10 cm, ohne Filterkies, m' à Fr. 17.–, 70 m'/ha	Fr. 1190.–
	Sauger, Ø 7 cm, mit Kiesfilter, m <sup>3</sup> à Fr. 40.–, Grabenbreite ca. 50 cm, 250m'/ha, m' à Fr. 26.– ohne Kiesfilter m' ca. Fr. 14.–	Fr. 6500.– (Fr. 3500.–)
	Schächte	Fr. 500.–
Lockerung, z. B. TLG 12, Kt. Aargau, inkl. Transport		Fr. 1300.–
(Grobe Feldbereitstellung		Fr. 300.–)
(Meliorationskalkung		Fr. 600.–)
(Meliorationsdüngung		Fr. 700.–)
Voruntersuchungen		Fr. 200.–
Planung, Projektierung, Bauleitung		Fr. 800.–
Sonstiges		Fr. 800.–

Darst. 6 Grobe Kostenzusammenstellung

Zum Abschluss soll nochmals angemerkt werden, dass es sich in erster Linie lohnt, die Ursachen und nicht deren Auswirkungen zu bekämpfen. Das heisst für den Landwirt, dass er einen verdichtungsgefährdeten Boden nicht im nassen Zustand mit schweren Maschinen befahren darf; für den Bauleiter, dass er die Merkblätter und Richtlinien zur Schüttung von Deponien und Auffüllungen anwenden sollte. Denn der Boden besteht nicht nur aus totem mineralischem oder organischem Material, sondern er lebt. Solange er als Grundlage zur Pflanzenproduktion dienen soll, muss er auch seinen Ansprüchen entsprechend gepflegt und darf nicht nur mit Maschinen, Spritzmitteln etc. überbeansprucht werden.

Adresse des Verfassers:  
U. Müller, dipl. Kulturing, ETH, Institut für Kulturtechnik, ETH-Hönggerberg, CH-8093 Zürich

#### Literatur

[1] DIN 1185: Dränung – Regelung des Bodenwasserhaushaltes durch Rohrdränung, rohrlöse Dränung und Unterbodenmelioration. Beuth Verlag, Berlin, Köln 1973

[2] DIN 4220: Richtlinien zur Untersuchung meliorationsbedürftiger Standorte. Beuth Verlag, Berlin, Köln

[3] R. Eggelsmann: Dränanleitung. Verlag Wasser und Boden, Hamburg 1973

[4] F. Feichtinger: Dränfilter. Bundesanstalt für Kulturtechnik und Bodenwasserhaushalt, Petzenkirchen, Nr. 7/76

[5] H. Grubinger: Der Boden als poröses Mehrphasensystem und seine Entwässerbarkeit, Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, Photogrammetrie u. Kulturtechnik, 1967, Nr. 2

[6] K. H. Hartge: Formen und Verbreitung der im Boden vorkommenden Verdichtungen, Z. Pflanzenernähr., Düng., Bodenkunde, B. 108, H.1, 1965

[7] Jäggi, Furrer, Jäggi: Bodenkunde. Verlag Wirz, Aarau 1978

[8] Verschiedene Bearbeiter: Merkblatt zur kombinierten Dränung. Bayerisches Landesamt für Bodenkultur und Pflanzenbau; Bayerisches Landesamt für Wasserwirtschaft, München 1976

[9] U. Müller: Reusstalforschung, ETH Zürich, 1. und 2. Zwischenbericht 1977/1978

[10] Ch. Oggenfuss: Wiederherstellung von Kulturland. Institut für Kulturtechnik ETHZ, Bericht Nr. 57/1978

[11] A. Rieser: Gegenwärtiger Stand der Meliorationsverfahren bei Grund- und Stauwasserböden. Wasser und Boden, Heft 1/1979

[12] Ch. Salm: Merkblätter zur Tieflockerung, Kt. Aargau, Sektion Strukturverbesserungen

[13] Schmid, Weigelt: Neue Wege bei der Aufwertung von Pseudogleyen, Mitteilungen Deutsche Bodenkundliche Gesellschaft, Heft 10/1970, S. 137–146

[14] H. Schulte-Karring: Die Strukturhaltung von tiefgelockerten Böden. Berichte über Landwirtschaft, Band 55 1977/78, H 4, S. 612–619

# Gedanken zu Fehlergrenzen der amtlichen Vermessung

R. Conzett, H. Matthias

*Les tolérances contiennent des exigences de précision et ont par conséquent une grande importance dans la mesuration officielle. A ce jour, il n'existe toutefois pas de recherches approfondies sur ce sujet. Le but de l'article ci-dessous est de stimuler une telle étude.*

*Les concepts classiques d'une mesuration tels que précision souhaitable (a priori), précision effective (a posteriori), précision imposée (par les prescrip-*

*tions) et vérification sont définis à l'aide de la terminologie de la statistique mathématique. On traite ensuite du rôle et de la signification des exigences de précision et l'on formule des principes de base pour un système de tolérances. Dans ce système, les contrôles et leur relation avec la vérification jouent un rôle essentiel. On trouve enfin un inventaire des problèmes à résoudre. Quelques idées directrices pour une réforme du*

*système des tolérances constituent la conclusion.*

#### Einleitung

Fehlergrenzen und die mit ihnen angestrebten Ziele sind für die Erstellung und Erhaltung von Vermessungen, insbesondere von amtlichen Vermessungswerken, von wesentlicher Bedeutung.

Sie liefern nicht nur umfassende und abschliessende Kriterien dafür, ob ein Werk vertragsgemäss ausgeführt ist und abgenommen werden kann, sondern sie sind auch für die Wahl der Methoden und der Instrumente massgebend. Ferner bestimmen sie die Anforderungen, denen Kontrollen während des Arbeitsablaufes zu genügen haben.

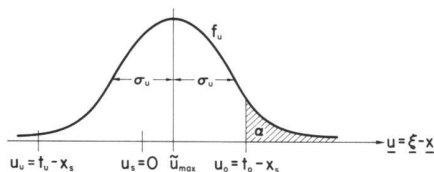
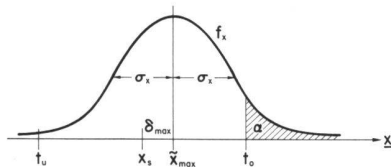
Seitdem 1912 die amtliche Vermessung mit der Einführung des Eidgenössischen Grundbuches Bundessache geworden ist, haben sich viele Anforderungen an die Werke, die Mittel und Möglichkeiten für deren Erstellung und Verifikation sowie manche Voraussetzungen grundlegend verändert. Erwähnt seien hier die elektronische Distanzmessung, die fortschreitende Automatisierung der Messungen und deren Registrierung, die automatische numerische und graphische Datenverarbeitung und die Anwendung moderner statistischer Methoden, mit denen die Qualität der Messungen und Resultate beurteilt werden kann.

Eine eingehende Studie über Fehlergrenzen, über deren Bedeutung, Art, Formulierung und Quantifizierung fehlt bis heute.

*Ziel dieses Aufsatzes* ist, eine solche Studie anzuregen und Gedanken dazu beizutragen. Als Grundlage dafür werden massgebende Begriffe erklärt und möglichst alle Gesichtspunkte dargestellt, die bedeutsam sind, wenn Fehlergrenzen festgelegt werden sollen.

## Gliederung

1. Begriffe
  - 1.1 Qualität einer Vermessung
  - 1.2 Begriffe aus der mathematischen Statistik
  - 1.3 Genauigkeitsvoranschlag
  - 1.4 Genauigkeitsnachweis
  - 1.5 Genauigkeitsvorschriften
  - 1.6 Verifikation
2. Zweck und Bedeutung von Genauigkeitsvorschriften.
3. Grundsätze eines Fehlergrenzenkonzeptes



- 3.1 Unabhängigkeit von Instrumenten und Methoden
- 3.2 Verifikationsmethodik und Wertzuweisung
- 3.3 Fehlergrenzenkonzept
- 3.4 Zwei Anwendungsfälle als Beispiele
4. Kontrollen und deren Beziehung zur Verifikation
  - 4.1 Der Begriff Kontrolle
  - 4.2 Zur Durchführung von Kontrollen
  - 4.3 Zur Verifikation
5. Problemkatalog
6. Zusammenfassung und Schluss

## 1. Begriffe

In Auseinandersetzungen über Fachfragen sind eindeutige Begriffsbildungen und damit eine klare Terminologie Voraussetzung für fruchtbare Diskussionen und eine zielgerichtete Bearbeitung. Diesem Ziel dient dieser erste Abschnitt. Allerdings werden nicht Vollständigkeit und mathematische Strenge angestrebt; vielmehr geht es darum, die wichtigsten Begriffe gut verständlich zu formulieren.

### 1.1 Qualität einer Vermessung

Der Begriff «Qualität einer Vermessung» bezieht sich im allgemeinen auf Formales, auf Genauigkeit und auf Zuverlässigkeit aller Arbeitsgänge sowie aller graphischen und numerischen Zwischenresultate und Endergebnisse (Operateteile) eines Werkes. Im Rahmen dieses Aufsatzes soll sich jedoch «Qualität» nur auf die *numerische Qualität der Endergebnisse*, auf deren *Genauigkeit und Zuverlässigkeit* beschränken.

Unter *Endergebnissen* (z. B. Grenzpunktkoordinaten, Gebrauchshöhen von Nivellementsfixpunkten, Höhen von kotierten Punkten) verstehen wir die als Operatsbestandteile abgelieferten und zu verifizierenden Resultate einer Vermessung. Wenn eine Ausgleichung durchgeführt wird, sind es meist die ausgeglichenen Werte der Messungen und/oder der zu bestimmenden sog. unbekannt Parameter einer bestimmten Mess- oder Vermessungsaufgabe.

Die Unterscheidung zwischen Messen und Vermessen wirkt in vielen Fällen klärend. *Messen* wird am besten durch den Begriff der «direkten Beobachtungen» aus der Ausgleichsrechnung gekennzeichnet: Man misst unmittelbar die gesuchte Grösse. Eine *Vermessung* ist demgegenüber ein *System von Messungen*, das etwa durch Triangulations- oder Polygonnetze veranschaulicht werden kann.

### 1.2 Begriffe aus der mathematischen Statistik

#### 1.2.1 Zufallsvariablen

Wahrscheinlichkeitsdichte, Grundgesamtheit, Realisierung, Stichprobe.

Fehlertheoretisch steht mit dem Messen der Begriff der *Zufallsvariablen* in engstem Zusammenhang. Die zu messenden Grössen werden als Zufallsvariablen oder Zufallsgrössen bezeichnet. Damit wird ausgedrückt, dass die betreffende Grösse nicht durch einen bestimmten (wahren) Wert erfasst werden kann, sondern lediglich durch vom Zufall beeinflusste Repräsentanten aus einer sog. *Grundgesamtheit*. Die zufällige Auswahl dieser sog. *Realisierungen* – das ist Messen – wird durch die jeder Grundgesamtheit zugeordnete *Wahrscheinlichkeitsdichte* – als Beispiel sei die bekannte Normalverteilung erwähnt – beeinflusst. Die *Genauigkeit* einer Zufallsvariablen wird durch Formparameter dieser Wahrscheinlichkeitsdichte beschrieben. Wichtigster Formparameter ist in der Geodäsie die sog. *Standardabweichung* oder – was dasselbe bedeutet – *der mittlere Fehler*.

Mittlere Fehler nimmt man entweder *a priori* an, um die Genauigkeit einer Zufallsvariablen als Hypothese festzulegen, oder der mittlere Fehler wird *a posteriori* anhand geeigneter, aus der Grundgesamtheit erhobener Stichproben geschätzt. In statistischer Terminologie wird eine Messung als ein Zufallsexperiment betrachtet, das Stichproben aus einer Grundgesamtheit liefert, die es erlauben, Rückschlüsse auf die Eigenschaften dieser Grundgesamtheit zu ziehen.

Während der *mittlere Fehler* somit die Grösse der *zufälligen Fehler*, die die *Genauigkeit* der Zufallsvariablen charakterisieren, umschreibt, erfasst der Begriff *Zuverlässigkeit* die Grössenordnung allfälliger, *nicht erfassbarer, grober und/oder systematischer Fehler* des Experimentes. Zuverlässigkeit steht in enger Beziehung mit statistischen Tests und wird dort erläutert. Vorweggenommen sei aber, dass sich der Begriff *Zuverlässigkeit* nicht darauf bezieht, ob eine *Messung* sorgfältig – im allgemeinen Sprachgebrauch: zuverlässig – ausgeführt wurde. Die Zuverlässigkeit einer *Vermessung* hängt von der Netzgeometrie und der Art und Anzahl der Überbestimmungen ab. Vereinfacht, qualitativ ausgedrückt, erhöhen z. B. Kontrollen, d. h. Überbestimmungen, die Zuverlässigkeit. Es gibt statistische Verfahren, die die Zuverlässigkeit einer Vermessung quantitativ erfassen.

#### 1.2.2 Konfidenzintervall

Intervallschätzung, Irrtumrisiko, Niveau.

Mit Hilfe der angenommenen Wahrscheinlichkeitsdichte kann man, ausgehend von einem Stichprobenwert (Messung, Realisierung), ein Intervall berechnen, das mit einer vorgebbaren Wahrscheinlichkeit den «wahren» Wert (Erwartungswert) der interessierenden (Zu-

falls-)Grösse enthält. Solche Intervalle heissen Vertrauens- oder Konfidenzintervalle; man spricht von *Intervallschätzung*. Die vorgebbare Wahrscheinlichkeit heisst Konfidenzzahl oder *Konfidenzniveau*. Bezeichnet man dieses Niveau mit  $1-\gamma$  – meist zu 95% oder 99% angenommen –, so gibt  $\gamma$  in % das Risiko dafür an, dass die Behauptung, der wahre Wert liege innerhalb des Intervalles, nicht stimmt.  $\gamma$  heisst deshalb auch *Irrtumsrisiko*.

### 1.2.3 Statistische Tests

Hypothese, Signifikanzniveau, Fehler 1. Art, Fehler 2. Art, Irrtumsrisiko, Modell, systematische Fehler.

Ein Test bedeutet in der mathematischen Statistik allgemein die *Prüfung einer Hypothese*. Solche Hypothesen beziehen sich auf die Eigenschaften der *Grundgesamtheit*, also auf eine theoretische Modellvorstellung. Wie früher erwähnt, kann die Grundgesamtheit nicht umfassend gemessen werden. Die Menge aller Messungen wird immer als *Stichprobe* aus einer Grundgesamtheit aufgefasst. Ein statistischer Test gibt nun auf die Frage Antwort, ob die gemessene Stichprobe mit der angenommenen theoretischen Modellvorstellung über die Grundgesamtheit verträglich ist. Die statistische Aussage «ja» oder «nein» unterliegt aber einem *Irrtumsrisiko*. Man unterscheidet zwei Arten von Irrtumsrisiken. Beim Irrtumsrisiko 1. Art  $\alpha$  besteht der Irrtum darin, dass man die *Hypothese* über die Grundgesamtheit *verwirft*, obwohl sie in Wirklichkeit richtig ist. Beim Irrtumsrisiko 2. Art  $\beta$  akzeptiert man irrtümlicherweise die Hypothese, obwohl sie in Wirklichkeit nicht zutrifft, sondern ein anderer Sachverhalt, eine sog. Alternative, vorliegt.

Auf unsere Fragestellung bezogen können sich z. B. folgende Fälle ergeben: Aus einem Verifikationstest ergibt sich, dass die massgeblichen Fehlergrenzen durch die Endergebnisse einer Vermessung (oder eines Teils davon) nicht eingehalten werden. Diese Aussage unterliegt einem Irrtumsrisiko von  $\alpha$  % (z. B. 5%). Dieses Risiko muss nicht die Verifikationsinstanz bzw. der Auftraggeber, sondern der Unternehmer in Kauf nehmen (Produzentenrisiko). Andererseits ist denkbar, dass der Verifikator aufgrund eines Tests ein Werk akzeptiert, obwohl die Genauigkeitsvorschriften in Wirklichkeit nicht eingehalten sind. Das entsprechende Risiko  $\beta$  (z. B. 20%) haben der Auftraggeber und die zukünftigen Benutzer in Kauf zu nehmen (Konsumentenrisiko).

Die Werte  $\alpha$  und  $\beta$  *numerisch festzulegen, ist Ermessenssache*. Zwischen ihnen und der a priori zu disponierenden Messgenauigkeit muss ein ausgewogenes Verhältnis bestehen. Man möchte z. B.  $\alpha$ , das Irrtumsrisiko 1. Art, klein an-

setzen. Dies führt zwangsläufig zu hohen Anforderungen an bestimmte Eigenschaften der Messanlage und an die Messgenauigkeit, und beides wiederum führt zu hohen Kosten, wenn wir nicht einen grösseren Wert für  $\beta$ , d. h. ein grösseres Irrtumsrisiko 2. Art in Kauf nehmen wollen.

### 1.2.4 Zuverlässigkeit

Systematische Fehler, grobe Fehler.

Die sog. *Zuverlässigkeit* steht in einem engen Zusammenhang mit  $\beta$ , dem Irrtumsrisiko 2. Art des Verifikationstestes. Die Disposition einer Vermessung, d. h. vor allem das Netz, das Messprogramm und die A-priori-Genauigkeit sind entscheidend dafür, wie gross bei vorgegebenem  $\beta$ -Wert allfällige Messfehler sein könnten, ohne dass sie durch den Test angezeigt werden. Grenzwerte für solche nicht erfassbare (grobe) Fehler und für die dadurch verursachten Fehler an den Endergebnissen kann man, unter gewissen einschränkenden Voraussetzungen, für jede Netzdisposition aus dem mathematischen Modell berechnen. *Solche Grenzwerte* für Messungen und Endergebnisse *quantifizieren* die Zuverlässigkeit einer Vermessungsdisposition.

### 1.3. Genauigkeitsvoranschlag (A-priori-Genauigkeit)

Wenn die Genauigkeit der einzelnen Messoperationen durch mittlere Fehler a priori vorgegeben ist, kann man im Rahmen des angenommenen *mathematischen Modells* mit Hilfe des allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes und der Theorie der Ausgleichsrechnung auch die mittleren Fehler der vorderhand noch unbekanntem Endergebnisse, also deren Genauigkeit, berechnen.

Dieser Genauigkeitsvoranschlag beruht in zweierlei Hinsicht auf Hypothesen, nämlich:

- bei der Annahme der A-priori-Werte der mittleren Fehler der Messungen überträgt man allgemeine Erfahrungen oder besondere Versuchsergebnisse auf die durchzuführende Vermessung;
- bei der Berechnung der Endergebnisse werden im Rahmen des erwähnten mathematischen Modells idealisierende Annahmen über geometrische, physikalische und statistische Zusammenhänge getroffen.

Bei der Planung des Messsystems gilt es nun, diesen *Genauigkeitsvoranschlag* für die Endergebnisse mit den Genauigkeitsvorschriften des Werkes *zu vergleichen und nötigenfalls durch geeignete Massnahmen in Übereinstimmung zu bringen*. So könnten beispielsweise zusätzliche Messungen oder höhere Genauigkeiten einzelner Messungen den

Genauigkeitsvoranschlag nötigenfalls verbessern. Analoges gilt, wenn sich die errechnete Genauigkeit als zu hoch erweist.

### 1.4 Genauigkeitsnachweis (A-posteriori-Genauigkeit)

Im Gegensatz zum Genauigkeitsvoranschlag erfolgt der Genauigkeitsnachweis a posteriori, d. h. aufgrund der verarbeiteten Messwerte. Bei einer Vermessung gibt es meistens mehr Beobachtungen, als für die mathematisch eindeutige Bestimmung der Endergebnisse notwendig sind. Dadurch ergeben sich im System Widersprüche, die durch Verbesserungen an den Beobachtungen behoben werden. Aus diesen Verbesserungen berechnet man den mittleren Fehler der Gewichtseinheit. Dieser mittlere Fehler a posteriori ist aber um so weniger aussagekräftig, je kleiner die Anzahl der überschüssigen Messungen ist. *Sprachlicher Ausdruck dieser Unsicherheit* ist der in der Statistik gebräuchliche Begriff «Schätzung». Die Ausgleichung ist also ein «Schätzverfahren» für die wahrscheinlichsten numerischen Werte der gesuchten Endergebnisse, die als Zufallsgrössen in das Messsystem eingeführt werden. Man nennt dieses Verfahren *Punktschätzung*.

Beim *Genauigkeitsnachweis* geht es um zweierlei:

Einerseits soll nachgewiesen werden, dass die Durchführung der Vermessung mit dem Genauigkeitsvoranschlag übereinstimmt, d. h. dass die im mathematischen Modell a priori getroffenen Annahmen der Wirklichkeit genügend gut entsprechen. Die Prüfung dieser Übereinstimmung erfolgt durch einen statistischen Test, den sog. *Modelltest* (vgl. 1.2.3). Fällt dieser negativ aus, so muss angenommen werden, dass das a priori angenommene mathematische Modell nur ungenügend der Wirklichkeit entspricht. Als Beispiel für Ursachen einer Verwerfung des Modells seien erwähnt: Im funktionalen Modell sind wirksame systematische Fehler gar nicht oder nicht genügend gut berücksichtigt worden, oder einzelne Gewichtsannahmen sind unrealistisch, oder bedeutsame Korrelationen blieben unberücksichtigt, oder die Koordinaten eines Fixpunktes entsprechen nicht mehr seiner tatsächlichen Lage.

Andererseits können beim Genauigkeitsnachweis *Intervallschätzungen* vorgenommen werden. Man schätzt für die Endergebnisse Konfidenzintervalle (vgl. 1.2.2) und beurteilt, ob das Intervall bei entsprechendem Irrtumsrisiko mit den Genauigkeitsvorschriften im Einklang steht.

### 1.5 Genauigkeitsvorschriften (Fehlergrenzen, Toleranzgrenzen)

Bei allen in diesem Aufsatz interessie-



renden Fragestellungen bedeuten *Intervalle* für eine Grösse  $x$  Teilmengen aus der Menge aller reellen Zahlen ( $x \in \mathbb{R}$ ,  $i_u < x < i_o$ ).  $i_u$  bzw.  $i_o$  heissen untere bzw. obere Intervallgrenze.

In der mathematischen Statistik (z. B. in [1] S. 111) wird das «Toleranzintervall» mit den «Toleranzgrenzen» als Intervall definiert, innerhalb dem die Stichprobenwerte mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit zu erwarten sind. Sogleich wird aber beigefügt: «Mit den «Toleranzen», engl. specifications, technische Lieferbedingungen (die durch keine Wahrscheinlichkeit gekennzeichnet sind), haben sie nichts zu tun.»

In den DIN-Normen für das Vermessungswesen [2] ist unter «Masstoleranzen im Bauwesen, DIN 18201» bei «Toleranzen» vermerkt: «Differenz zwischen Grösstmass bzw. oberem Grenzmass und Kleinstmass bzw. unterem Grenzmass.»

In der bisherigen schweizerischen Vermessungspraxis wird bald von Toleranzen und bald von Fehlergrenzen gesprochen. Gemeint ist beide Male dasselbe, nämlich ein Intervall für normalverteilte (?) Zufallsgrössen  $x$ , dessen Grösse durch den Wert  $\pm \sigma_x$  ( $\sigma_x$ : Standardabweichung a priori oder a posteriori) gekennzeichnet ist. In der Regel wird  $k = 3$  gesetzt, und man bezeichnet die Grösse  $3\sigma_x$  als Maximalfehler.

Bei der Triangulation 4. Ordnung der amtlichen Vermessungswerke gibt es für die trigonometrische Lage- und Höhenbestimmung und für das Nivellement Fehlergrenzen nur für Messresultate einzelner Arbeitsgattungen und für Zwischenergebnisse der Auswertung, nicht aber für die eigentlichen Endergebnisse. Dasselbe gilt für die Parzellarvermessung. Der funktionale Aufbau der «Fehlergrenzenformeln» ist entweder empirisch oder theoretisch fundiert, und die Wertzuweisung für die einzelnen Instruktionszonen (bzw. Genauigkeitsstufen), die dann zu den Fehlergrenzen führt, ist stark an die Genauigkeitsmerkmale der empfohlenen oder gar vorgeschriebenen Instrumente und Methoden angelehnt. Anders liegt es beim Übersichtsplan. Hier sind die Fehlergrenzen mehrheitlich tatsächlich für die graphischen und numerischen Endergebnisse formuliert.

Diese Beispiele dokumentieren, dass die Begriffe Toleranz und Fehlergrenze, mindestens im Vermessungswesen, nicht eindeutig sind. Für die folgenden Ausführungen gilt:

Der Begriff Toleranz soll vermieden werden, weil er in der Literatur nicht eindeutig umschrieben ist und deshalb Unklarheiten verursacht.

Wir sprechen von *Fehlergrenzen* oder *Toleranzgrenzen*  $t_u$  und  $t_o$  und meinen damit die *untere* und die *obere* Intervallgrenze eines Intervalls, *das alle*

*Werte der zu beurteilenden Grösse  $x$  enthält, die toleriert werden sollen.*

In der Praxis kann aber in vielen Fällen die zu beurteilende Grösse  $x$  nicht direkt untersucht werden. Auch sind insbesondere zufällige Messfehler an allfälligen Kontroll- oder Verifikationsmessungen und Irrtumsrisiken zu beachten.

Die im folgenden zu behandelnde Prüfung der Genauigkeit soll in vier begrifflich klar umschriebene Teile gegliedert werden:

- die quantitative *Genauigkeitsvorschrift*,
- die zu prüfende *Messung*,
- die *Verifikations(ver)messung*,
- den *Test* als Genauigkeitsnachweis.

Unter bestimmten, später zu erläuternden Voraussetzungen kann die Verifikationsmessung entfallen. Dieses Konzept wird in Ziffer 3 näher erläutert.

### 1.6 Verifikation

Das Wort Verifikation (lateinisch: Bewahrheitung, Beglaubigung, Beurkundung) ist wahrscheinlich nur im schweizerischen Vermessungsdialekt gebräuchlich und seinerzeit durch den starken französischen Einfluss im Vermessungswesen von «vérifier» abgeleitet und übernommen worden.

Verifikation ist der Fachausdruck für die «Abnahme» oder «Abnahmeprüfung» von amtlichen Vermessungswerken durch die Aufsichtsbehörde oder Verifikationsinstanz (siehe Tabelle). Die Verifikation umfasst die Prüfung des Werkes auf Vollständigkeit, Richtigkeit sowie vertrags- und vorschriftsgemässe Ausführung. Die Verifikation kann in einzelnen Phasen während des Arbeitsablaufes und nach Abschluss erfolgen.

In diesem Aufsatz ist ausschliesslich von der Verifikation der numerischen Endergebnisse die Rede.

Die *Verifikation* der Endergebnisse eines Vermessungswerkes wird als statistischer Test aufgefasst und folgendermassen interpretiert:

Durch geeignete Tests soll statistisch festgestellt werden, ob die Hypothese

zutrifft, dass die numerischen Endergebnisse den Genauigkeitsvorschriften entsprechen, d. h. die *Fehlergrenzen* einer bestimmten *Genauigkeitsstufe* eingehalten sind, oder ob diese Hypothese verworfen werden muss.

Natürlich wird die Praxis im Fall «Verwerfen der Hypothese» differenziert sein. Werden bei der Verifikation einzelne identifizierbare grobe Fehler festgestellt, so können diese beseitigt werden. Dadurch wird das vorerst negative Testergebnis möglicherweise bei der Wiederholung positiv ausfallen.

## 2. Zweck und Bedeutung der Genauigkeitsvorschriften

Wird ein Operat einer amtlichen Vermessung – eine Triangulation 4. Ordnung, eine Parzellarvermessung oder ein Übersichtsplan – in Auftrag gegeben, so werden die rechtlichen Verbindlichkeiten in einem Werkvertrag geregelt. Die Fehlergrenzen bilden dabei die Genauigkeitsvorschriften, die die numerische Qualität des Werkes festlegen. Der Vertrag ist in dieser Beziehung dann erfüllt, wenn die Verifikation ergibt, dass die vorgeschriebenen Fehlergrenzen eingehalten sind.

Demgegenüber enthalten die sogenannten Instruktionen – teilweise werden sie auch Richtlinien, Reglemente oder Weisungen genannt – neben einzelnen Paragraphen mit materiellem Recht vor allem Verfahrensvorschriften für die Ausführung der Arbeiten. Bedenkt man, wie stark die Vermessungsverfahren von der technischen Entwicklung der Instrumente und Berechnungsmethoden abhängen und dadurch verändert werden, so muss man wohl feststellen, dass den *Genauigkeitsvorschriften* eine viel *grundsätzlichere Bedeutung* zukommt als den Verfahrensvorschriften. Gelingt es, die Qualitätsanforderungen mittels der einzuhaltenden Fehlergrenzen einerseits umfassend zu umschreiben und andererseits durch eine Verifikationsmethode abschliessend festzustellen, ob diese Anforderungen

Zur Zeit gelten für Werke der amtlichen Vermessung folgende Regeln:

	Auftraggeber	Oberaufsicht	Aufsichtsbehörde	Verifikationsinstanz
<i>Triang. 4. Ordnung</i>				
Neue Werke	Kt	V+D	L+T, KVA	L+T
Nachführung, Unterhalt	Kt	V+D	L+T, KVA	L+T
<i>Parzellarvermessung</i>				
Neue Werke	Gde, Kt	V+D	KVA	KVA
Nachführung	Gde, Kt	V+D	KVA	KVA
Erneuerung	Gde, Kt	V+D	KVA	KVA
<i>Übersichtsplan</i>				
Neue Werke	Kt	V+D	L+T, KVA	L+T
Nachführung	Kt	V+D	KVA	KVA
Erneuerung	Kt	V+D	L+T, KVA	L+T

Legende: V+D: Eidg. Vermessungsdirektion      Kt: Kanton  
 L+T: Bundesamt für Landestopographie      Gde: Gemeinde  
 KVA: Kantonales Vermessungsamt

erfüllt sind, so wären vom Standpunkt der Qualitätsanforderungen Verfahrensvorschriften eigentlich nicht notwendig. Die Verfahren könnten dann ohne besondere Vorschriften dem Stand der Technik angepasst werden. Dabei ist allerdings zu beachten, dass die amtlichen Vermessungswerke ein vielgestaltiges Gesamtsystem darstellen. Dieses ist weiterzuentwickeln, Sinnvolles und Notwendiges ist zu übernehmen und Neues systemgerecht einzuführen. Deshalb wird man wohl kaum ganz ohne formale Vorschriften auskommen.

Mit diesen Feststellungen sind klare Ziele gesteckt.

- Für den Auftraggeber: eindeutige Festlegung der durch das Werk zu erfüllenden Anforderungen, unter anderem durch Angabe der einzuhaltenen Genauigkeitsvorschriften.
- Für den Beauftragten: zweckmässiger Einsatz der Mittel, um die gestellten Anforderungen wirtschaftlich optimal zu erfüllen.

Und daraus ergeben sich die Folgerungen:

- Die Genauigkeitsvorschriften bestimmen weitgehend die Qualität, aber auch den Aufwand für ein Vermessungswerk.
- Der Auftraggeber legt durch die Genauigkeitsvorschriften indirekt auch das ihm zweckmässig scheinende Kosten/Nutzen-Verhältnis fest.
- Die Verfahren bedürfen keiner eingehenden Reglementierung. Sie werden sich in der Praxis den Genauigkeitsvorschriften optimal anpassen.

Die Genauigkeitsvorschriften sind somit, als eine Art Regulator zwischen Qualität, Kosten, Verfahren und technischem Fortschritt, von grosser Bedeutung.

### 3. Grundsätze eines Fehlergrenzenkonzeptes

#### 3.1 Unabhängigkeit von Instrumenten und Methoden

Aus den Erwägungen in Ziffer 2 folgt, dass Fehlergrenzen in erster Linie auf den Zweck eines Vermessungswerkes auszurichten sind und nicht auf Instrumente und Methoden. Natürlich interessiert den Ingenieur-Geometer auch die technische Anlage eines Vermessungswerkes. Für den Auftraggeber und den Benützer ist aber vor allem massgebend, dass das Werk *zweckmässig* ausgeführt ist.

Nun ist es allerdings keine leichte Aufgabe, bestimmte Zwecke und Funktionen eines Vermessungswerkes eindeutig zu erkennen und zu formulieren. Noch schwieriger ist es, daraus folgerichtig auf «zweckmässige» Fehlergrenzen zu schliessen. Es geht darum, schlüssige Kriterien zu finden und diese einzeln zu quantifizieren, in Zahlen um-

zusetzen. Einige Beispiele dazu aus der Parzellarvermessung: Wie genau sind die verschiedenen Arten von künstlich versicherten oder natürlichen Punkten im Gelände überhaupt definiert? Wie genau sind sie aufzunehmen? Wie stabil ist ihre Versicherung bei verschiedenen Boden- und Nutzungsarten und in Abhängigkeit vom Alter? Können der Sachenrichter und der Richter angeben, wie genau überhaupt geometrische Elemente, die verschiedene Arten von unbeschränkten und beschränkten dinglichen Rechten und Eigentumsbeschränkungen bestimmen, definiert sowie vermessungstechnisch festgehalten und reproduziert werden müssen? Wie genau ist eine Waldgrenze definiert? Wie genau ist geometrisch eine Nutzungsbeschränkung in einer Grundwasserschutzzone einzuhalten?

#### 3.2 Verifikationsmethodik und Wertzuweisung

Bei der Behandlung der in Ziffer 3.1 aufgeworfenen Fragen sind zwei Gesichtspunkte zu trennen. Vorerst ist anzustreben, für die Verifikation eine einheitliche Methodik – ein Fehlergrenzenkonzept – einzuführen. Ist im Rahmen solcher Grundsätze das genaue Verfahren festgelegt, so sind die gesuchten Kriterien formal beschrieben. In den entsprechenden Formeln erscheinen dann Parameter, denen für die erwähnten vielfältigen Anwendungen angemessene Zahlenwerte zuzuweisen sind.

Zur Methodik:

Die Verifikationsprobleme in der Vermessung sind dadurch gekennzeichnet, dass man meist nicht über «fehlerfreie» Prüfmasse verfügt, mit denen «Ausschuss» ermittelt werden könnte. Es sind deshalb die Erkenntnisse der mathematischen Statistik beizuziehen.

Mit Hilfe von Stichproben werden Aussagen über die Grundgesamtheit gemacht und mit einem Test allfällige (signifikante) Abweichungen von den als Hypothesen eingeführten Eigenschaften festgestellt. Bei diesem Vorgehen sind folgende Fragen mathematisch zu beschreiben:

- Welche Elemente soll die zu beurteilende Grundgesamtheit enthalten? Koordinaten, Distanzen, Richtungen, Flächen, andere?
- Wie sollen die Eigenschaften (Anforderungen) der Grundgesamtheit formal (nicht mit Zahlenwerten) beschrieben werden? Mit anderen Worten: Was für ein Modell, welche Hypothese wird für die Grundgesamtheit formuliert?
- Mit welchen statistischen Verfahren soll diese Hypothese getestet werden? Welche Parameter, die die Genauigkeit der Grundgesamtheit kennzeichnen, sollen aus den Stichproben

ermittelt werden? Mit welchem Irrtumsrisiko dürfen die Aussagen behaftet sein? Wie wird die Zuverlässigkeit beurteilt?

Das Testverfahren besteht also darin, Modell-Parameter zu berechnen (in der Statistik sagt man: zu schätzen). Der geschätzte Wert darf dann gewisse Schranken – das könnten zum Beispiel gerade die Fehlergrenzen sein – nicht überschreiten.

Zur Wertzuweisung:

Durch angemessene Wertzuweisungen wird einerseits den vielfältigen Fragestellungen, die in Ziffer 3.1 erwähnt sind, Rechnung getragen. Andererseits können bei den Genauigkeitsanforderungen Abstufungen für Vermessungswerke verschiedener Art oder auch besondere Funktionen einzelner Werke oder von Teilen derselben berücksichtigt werden.

#### 3.3 Fehlergrenzenkonzept

Fassen wir die Erwägungen von Ziffer 3.1 und 3.2 zusammen, so kommen wir zu folgenden Postulaten für ein derartiges Fehlergrenzenkonzept.

- Die Fehlergrenzen sollen unabhängig von den Vermessungsmethoden und den eingesetzten Instrumenten sein; sie richten sich nach dem Zweck und der Funktion des Vermessungswerkes.
- Integrierender Bestandteil des Verifikationsverfahrens ist die Beschreibung der Methode, nach welcher die Verifikationsinstanz feststellen wird, ob die Fehlergrenzen eingehalten worden sind.
- Das Verfahren soll von den Genauigkeitsanforderungen möglichst unabhängig sein. Unterschiedliche Anforderungen werden durch angemessene Wertzuweisungen berücksichtigt.

Diesen Postulaten entspricht der in Ziffer 1.5 entworfene vierteilige Vorschlag:

- quantitative *Genauigkeitsvorschrift*,
- zu prüfende *Messung*,
- *Verifikations(ver)messung*,
- *Test* als Genauigkeitsnachweis.

Die *Genauigkeitsvorschriften* seien durch folgende Werte festgelegt:

- die Toleranzgrenzen  $t_u$  und  $t_o$  (vgl. Ziffer 1.5),
- das Irrtumsrisiko  $\alpha$ , das für die irrtümliche Ablehnung einer (Ver-)Messung in Kauf genommen werden muss,
- allenfalls – sofern bekannt – den Sollwert  $x_s$  der zu prüfenden Grösse  $x$ .

Der Teil «*Messung*» muss, neben dem Messresultat  $x$ , die Beschreibung der der Hypothese zugrunde liegenden Zufallsvariablen  $\underline{x}$  enthalten, nämlich

- die Form der Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_x$  von  $\underline{x}$ , ausgedrückt durch die

entsprechenden Formparameter und  
– allenfalls den Erwartungswert  $E(\underline{x}) = \bar{x}$ .

Der Teil «*Verifikationsmessung*» dieses formalen Konzeptes enthält, sofern eine Verifikationsmessung überhaupt nötig ist, analog zum Teil «*Messung*», die Realisierung  $\xi$ .  $\xi$  ist das Vergleichsresultat aus der Verifikations(ver)messung. Auch hier muss  $\xi$  analog zum früheren  $x$  mit  $f_\xi$  und den entsprechenden Formparametern beschrieben werden.

Im Teil «*Test*» ist zu beschreiben, mit welchem statistischen Verfahren getestet werden soll, ob die Genauigkeitsvorschriften erfüllt sind.

### 3.4 Zwei Anwendungsfälle als Beispiele

Zum besseren Verständnis dieses Konzeptes werden zwei häufige Anwendungsfälle etwas näher beschrieben.

#### Fall A

Der *Sollwert*  $x_s$  der zu prüfenden Grösse  $x$  sei bekannt.

#### Genauigkeitsvorschrift

Vorgegeben sind:

- Toleranzgrenzen  $t_u, t_o$
- Irrtumsrisiko  $\alpha$
- Sollwert  $x_s$ .

#### Messung

Vorgegeben sind:

- Messung (Realisierung)  $x$
- Zufallsvariable  $x$ , Normalverteilung mit Varianz  $\sigma_x^2$ ; Erwartungswert  $\bar{x}$  nicht bekannt.

$\bar{x} - x_s$  wird als möglicher systematischer Fehler betrachtet.

#### Verifikationsmessung

entfällt, da  $x_s$  bekannt ist.

#### Test

Mit den vorgegebenen Werten  $t_o$  (bzw.  $t_u$ ),  $\alpha$  und  $\sigma_x$  kann der Wert  $\bar{x}_{\max}$  (bzw.  $\bar{x}_{\min}$ ) berechnet werden.  $\delta_{\max} = \bar{x}_{\max} - x_s$  (bzw.  $\delta_{\min} = x_s - \bar{x}_{\min}$ ) bedeutet dann offenbar die tolerierte grösste systematische Abweichung für  $x$ . Werden  $\delta_{\max}$  (bzw.  $\delta_{\min}$ ) negativ, so lässt sich die Messgenauigkeit  $\sigma_x$  offensichtlich nicht mit der Genauigkeitsvorschrift in Einklang bringen. Im übrigen muss  $t_u < x < t_o$  sein.

In jedem konkreten Fall entsteht so über eine Folge von Testentscheidungen ein Ablauf, der schliesslich immer bei «Annahme» oder «Verwerfung» enden muss. Die durchlaufenen Stationen geben bei «Verwerfung» Informationen über Mängel, die den Vorschriften nicht genügen.

#### Fall B

Es liegt kein *Sollwert* vor. Deshalb ist eine Verifikations(ver)messung notwendig.

#### Genauigkeitsvorschrift

Toleranzgrenzen lassen sich nur relativ zum unbekanntem Sollwert  $x_s$  angeben:

- Toleranzgrenzen  $t_u - x_s, t_o - x_s$
- Irrtumsrisiko  $\alpha$ .

#### Messung

wie im Fall A.

#### Verifikationsmessung

Vorgegeben sind:

- Messung (Realisierung)  $\xi$
- Zufallsvariable  $\xi$ : entsprechend wie  $x$  im Fall A.

#### Test

Es wird eine neue Zufallsvariable  $u = \xi - x$  eingeführt, deren Sollwert  $u_s = 0$  als bekannt eingeführt wird. Mit  $u_u = t_u - x_s$ ,  $u_o = t_o - x_s$  und  $u_s = 0$ , ferner mit der aus  $f_\xi$  und  $f_x$  abzuleitenden Dichte  $f_u$  kann die fingierte Realisierung  $u = \xi - x$  analog wie im Fall A die Realisierung  $x$  behandelt werden.

#### Sonderfälle zu B

Wenn die Verifikationsmessung  $\xi$  als praktisch fehlerlos betrachtet werden kann ( $\sigma_\xi = 0$ ) oder – noch weitergehend – wenn etwa die Messung  $x$  mit  $\sigma_x = 0$  als fehlerlos betrachtet wird, stellen diese Fälle Beziehungen zum herkömmlichen Begriff der Toleranz her.

Zwei- oder dreidimensionale Zufallsvariablen, wie etwa Koordinatenpaare oder -tripel von Punkten müssen mit den dafür gültigen Verfahren der mathematischen Statistik getestet werden. Darauf wird hier nicht eingegangen.

## 4. Kontrollen und deren Beziehung zur Verifikation

Es ist notwendig, die Beziehung zwischen «Kontrollen» und «Verifikation» klarzustellen und deren Bedeutung aufzuzeigen. Unter «Verifikation» wird, wie in Ziffer 1.6 dargestellt, die verbindliche Prüfung eines Werkes durch den Auftraggeber verstanden; ein anderes Wort dafür ist «Abnahmeprüfung».

### 4.1 Der Begriff Kontrolle

Mit «Kontrollen» prüft der Beauftragte selber Zwischenresultate. Er will damit seine Arbeit «unter Kontrolle halten». Formal haben also Kontrollen nichts mit Fehlergrenzen zu tun. Natürlich besteht aber fehlertheoretisch ein Zusammenhang.

Die der Verifikation unterliegenden Endergebnisse sind im allgemeinen mit allen Arten von Fehlern, nämlich mit zufälligen, systematischen und groben Fehlern behaftet. Diese setzen sich, den massgebenden Gesetzen der Fehlerfortpflanzung entsprechend, aus den Fehlern der einzelnen Messungen und aus den Fehlern der Vermessungsgrundlagen zusammen. Nun kann man aber auch aus den Fehlergrenzen, also aus den Genauigkeitsvorschriften für die Endergebnisse, im Rahmen des gewählten Messsystems, auf die Anforderungen an die Einzelmessungen und die Grundlagen schliessen.

Eine Kontrolle einführen heisst, zusätzlich eine oder mehrere überschüssige Beobachtungen vornehmen. Nach der Theorie der Ausgleichsrechnung führt jede überschüssige Messung auf einen Widerspruch. Jeder Widerspruch wird aber, wie erwähnt, durch zufällige, systematische oder grobe Fehler der Messungen und der Grundlagen verursacht. Durch die Kontrollen gewinnt man somit während des Arbeitsablaufes schlüssige Anhaltspunkte darüber, ob die Einzelmessungen und die Grundlagen dem im Hinblick auf die Einhaltung der Fehlergrenzen aufgestellten «Genauigkeitsvoranschlag» genügen. Der versierte Vermessungsfachmann wird seine Kontrollen auch mit Zuverlässigkeitsüberlegungen verbinden.

### 4.2 Zur Durchführung von Kontrollen

Kontrollen sind somit grundsätzlich Sache des Beauftragten. Aufgrund seiner Fachkenntnis kann er ermitteln, welche Widersprüche er (im Hinblick auf die geforderte Genauigkeit der Endergebnisse) in Kauf nehmen darf und wie er sich gegen grobe Fehler absichert. Vom Grundsatz ausgehend, dass die Aufsichtsbehörde ihm nicht vorschreibt, welche Aufnahmemethode er anzuwenden hat, wird sie ihm grundsätzlich auch die Art der Kontrollen nicht vorschreiben.

Diese Kompetenzenregelung schliesst nicht aus, dass zwischen der Aufsichtsbehörde und dem Beauftragten Vereinbarungen über die zu wählende Aufnahmemethode und über die Art und den Umfang von Kontrollen getroffen werden. Kontrollen haben somit eine dreifache Bedeutung:

- sie erzeugen Widersprüche, die Rückschlüsse auf die Genauigkeit der Messungen erlauben,
- sie ermöglichen, über Ausgleichungen die Genauigkeit der Endergebnisse zu erhöhen,
- sie liefern Stichproben für die Verifikation.

Gerade dieser dritte Gesichtspunkt erhält im Rahmen unseres Verifikationskonzeptes eine besondere Bedeutung. Der Verifikator kann sich diese Kontrollen ohne zusätzliche eigene Verifikationsmessungen als Stichproben für die Verifikation zunutze machen. Sie passen ins Fehlergrenzenkonzept: Jeder Widerspruch kann als fingierte Beobachtung mit bekanntem Erwartungswert Null betrachtet werden; die massgebenden Toleranzgrenzen dafür sind aus den Genauigkeitsanforderungen an die Einzelmessungen und die Grundlagen zu ermitteln.

### 4.3 Zur Verifikation

Die Verifikation durch die Aufsichtsbehörde hat, wie früher ausgeführt, die Form eines statistischen Tests, der mit



Stichproben durchgeführt wird. Die Testmethode ist dabei gemäss Ziffer 3.3 im vornherein festgelegt; ebenso sind die für das Operat gültigen massgebenden Genauigkeitsvorschriften vereinbart.

Für diese Tests stehen dem Verifikator vorerst die in Ziffer 4.2 erwähnten fin- gierten Beobachtungen aus den vom Unternehmer ausgeführten Kontrollen zur Verfügung. Ob er diese darüber hinaus durch zusätzliche eigene Verifikations(ver)messungen ergänzen will, und wo und wie er solche Messungen anlegt, liegt in seinem Ermessen. Im Interesse der Zuverlässigkeit des Werkes und seiner künftigen Benützer wird er in seinem Verifikationsprogramm allenfalls unabhängige Stichproben in Teilgebieten vorsehen, die ihm von der Disposition der Vermessung her kritisch erscheinen.

Die Verifikationsinstanz stellt abschliessend fest, ob die Fehlergrenzen im Rahmen der durchgeführten Tests eingehalten sind und schliesst daraus, ob die Qualität der Grundgesamtheit den vereinbarten Genauigkeitsvorschriften entspricht. Es scheint dabei nicht sinnvoll, Qualitätsauszeichnungen für wesentliche Unterschreitungen der Fehlergrenzen auszusprechen, da dieses Verhalten mindestens in der Tendenz zu Lasten der Wirtschaftlichkeit ginge.

Zwei weitere Bemerkungen drängen sich auf:

Bei der Struktur der amtlichen Vermessung in der Schweiz gilt grundsätzlich, allerdings mit Einschränkungen, das Wettbewerbsprinzip. Dieses soll alle Beteiligten anregen, den technischen Fortschritt in Wirtschaftlichkeit umzusetzen. Eine konsequente formale Trennung eines Auftrages in die Genauigkeitsvorschriften mit dem Abnahmeverfahren einerseits und in die Durchführung andererseits muss sich für beide Partner, den Auftraggeber und den Beauftragten, umso besser bezahlt machen, je zweckmässiger die technischen Mittel eingesetzt werden.

Die Entwicklung und der Einsatz von EDV-Systemen werden gelegentlich mit dem Argument befürwortet, dass sie die Feldverifikation ersparen. Dieses Argument entspricht nicht in allen Teilen dem hier beschriebenen Konzept; denn automatische Verifikation führt zwangsläufig zu einer vom EDV-System her vorprogrammierten Durchführung einer Vermessung. Damit ist aber eine dynamische Anpassung an den technischen Fortschritt in Frage gestellt. Ist es nicht sinnvoller, die Aufsichtsorgane an der hier postulierten Vielfalt von Durchführungsideen teilhaben zu lassen, damit sie über die zum Teil durchzuführenden Verifikationstests mit dem instrumentellen und verfahrensmässigen Fortschritt in engem Kontakt bleiben? Dass diese Bemerkung sich nicht gegen EDV-Infor-

mationssysteme richtet, sondern bezweckt, anpassungsfähigen EDV-Systemen das Wort zu reden, versteht sich wohl von selbst.

## 5. Problemkatalog

Welche Probleme sind nun zu bearbeiten, wenn für die amtlichen Vermessungswerke neue Fehlergrenzen (Toleranzgrenzen) eingeführt werden sollen?

Im Mittelpunkt aller Betrachtungen steht das in Ziffer 2 formulierte Ziel: Verbindliche Festlegung der an das Werk zu stellenden Anforderungen. Diese Genauigkeitsanforderungen konkretisieren sich in einer Vorschrift, der ein Fehlergrenzenkonzept zugrunde liegt, wie es zum Beispiel in Ziffer 3.3 skizziert ist. Dabei sind den massgebenden Parametern nach bestimmten Kriterien, die den verschiedenartigen Umständen und Anforderungen Rechnung tragen, Zahlenwerte zuzuweisen.

Zum Teil ist das eine neue, sicher nicht einfache Aufgabe, deren Lösung sich nicht auf das derzeit gültige Toleranzsystem abstützen kann, da grundlegende Unterschiede vorliegen. Die Fehlergrenzen werden zum Beispiel nicht mehr in erster Linie von Parametern, wie etwa der Aufnahmedistanz oder der Polyzugslänge, abhängen. Sie sollen nicht in erster Linie davon beeinflusst sein, welche Genauigkeit mit der einen oder anderen Messmethode üblicherweise erreicht werden kann. Massgebend wäre nicht mehr primär die Messtechnik, sondern die Funktion der Werke für Verwaltung, Wirtschaft und Gesellschaft sowie allfällige künftige Anforderungen der Benützer, wie etwa das Fertigstellungsprogramm 2000 für die amtlichen Vermessungswerke, die Katastererneuerung, der Mehrzweckkataster und anderes mehr.

Zum Fehlergrenzenkonzept:

Welche «massgebenden» Endergebnisse, allenfalls welche Zwischenergebnisse wollen wir testen? Richtungen? Distanzen? Koordinaten? Meereshöhen? Koordinatendifferenzen? Flächen? Es ist nicht Zweck dieses Aufsatzes, Vorschläge darüber vorwegzunehmen. Dennoch drängt sich ein grundlegender Hinweis auf. Zentrale Grössen dürften wohl rechtwinklige Koordinaten und Höhen sein. Aus ihnen werden die meisten geometrischen Beziehungen einer Vermessung abgeleitet. Genauigkeitsvorschriften für die Koordinaten lassen sich relativ leicht, zum Beispiel aus den Genauigkeitsanforderungen an Distanzen und Flächen ableiten. Dies gilt in besonderem Mass für die Triangulation 4. Ordnung und für die Parzellarvermessung, aber auch für die geometrische Information des Übersichtsplanes. Im Mittelpunkt steht also ein zu entwickelndes

Testverfahren, das erlaubt, die Genauigkeit von Koordinaten zu prüfen, unabhängig davon, wie diese Koordinaten bestimmt wurden. Offen ist die Frage, welche Parameter dabei für die Genauigkeitsvorschriften und den Genauigkeitsnachweis in Erscheinung treten sollen. In Frage kommen zum Beispiel vorgegebene mittlere Fehler, maximale Abweichungen, Vertrauensintervalle und andere mehr.

Zur Wertzuweisung an die Parameter der Genauigkeitsvorschriften:

Diese Aufgabe ist ganz anders gear- tet. Hier geht es um die früher erwähnten praktischen Anforderungen. Natürlich ist klarzustellen, was für praktische Auswirkungen zum Beispiel ein tolerierter mittlerer Fehler von 5 cm an einer Grenzpunktkoordinate haben kann. Aber ebenso wesentlich ist, dass diese Anforderungen, etwa in Abhängigkeit von Bodenwert, Nutzungsart, Erschliessungs- und anderem quantifiziert werden.

Jedes Vermessungswerk «altert». Ein Kennzeichen dafür ist, dass im Lauf der Zeit die Koordinaten nicht mehr mit der Wirklichkeit übereinstimmen, da unvermeidliche tatsächliche Lageveränderungen einzelner Punkte eingetreten sind. Folgerichtig überlegt müssten aber Fehlergrenzen unabhängig von der Alterung eingehalten werden. Sollen dennoch Fehlergrenzen dieser Alterung Rechnung tragen, so dass bei der Neuvermessung Genauigkeitsreserven einzubauen wären? Oder soll der Alterung durch «Alterszuschläge» Rechnung getragen werden? Wichtig ist zu erkennen, dass hier nicht die Grenzpunkte im Vordergrund stehen, sondern vor allem die Genauigkeit und die Stabilität der Fixpunkte, das heisst, all derjenigen Punkte, welche bei Rekonstruktionen die erzielbare Genauigkeit massgebend bestimmen.

Damit ist für den Problemkatalog die Frage aufgeworfen – sie gehört ins Konzept – wann eine Triangulation oder eine Parzellarvermessung vom Standpunkt der geometrischen Genauigkeitsvorschriften zu erneuern sei. Auch hier gibt es im Rahmen dieser Ausführungen eine folgerichtige Antwort: Eine Katastererneuerung ist vom Genauigkeitsstandpunkt aus dann fällig, wenn ein Test – der Verifikation entsprechend – ergibt, dass die Anforderungen nicht mehr erfüllt sind. Das scheint auf den ersten Blick ein sehr theoretisches Argument zu sein. Kritisch betrachtet führt dieser Gedankengang aber zu einem System, das erlaubt, die Zweckmässigkeit der gewählten Genauigkeitsvorschriften ständig an den praktischen Bedürfnissen zu überprüfen.

Dieser Problemkatalog ist nicht vollständig. Doch dürfte klar werden, in wel-



cher Richtung die Untersuchungen anzusetzen sind.

## 6. Zusammenfassung

Mit den vorliegenden Ausführungen sollte klargemacht werden, dass das Problem der Toleranzen der amtlichen Vermessungswerke wegen der Entwicklung der Instrumente und Methoden, aber auch den neuen Erkenntnissen der mathematischen Statistik von Grund auf neu studiert werden muss.

Als Leitgedanken für eine solche «Reform» werden vorgeschlagen:

- Fehlergrenzen sollen vor allem durch

die *Anforderungen* an das Vermessungswerk bestimmt sein.

- Fehlergrenzen sind deshalb grundsätzlich *unabhängig* von der *Entwicklung* besserer *Instrumente* und *Methoden*; sie hängen vielmehr von den Genauigkeitsanforderungen der Benutzer an die Werke ab.
- Der technische Fortschritt soll dazu dienen, diese Genauigkeitsanforderungen mit immer weniger Aufwand einzuhalten.
- Verifikationsmethoden, die unabhängig von den Aufnahmemethoden sind, sollen Unternehmer und Aufsichtsbehörden anregen, neue, un-

konventionelle, wirtschaftliche Verfahren zu entwickeln, zu erproben und einzuführen.

### Literatur

[1] Lotar Sachs: Statistische Auswertungsmethoden. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 2. Auflage 1969.

[2] DIN: Normen für Vermessungswesen, Nr. 18201, Masstoleranzen im Bauwesen; DIN (Deutsches Institut für Normung e.V.), Taschenbuch 111, Beuth Verlag GmbH Berlin, Köln 1977.

Adresse der Verfasser:

Prof. R. Conzett, Prof. Dr. H. Matthias, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH-Hönggerberg, CH-8093 Zürich

# Robuste Ausgleichung

A. Carosio

*La compensation selon la méthode des moindres carrés conduit aux valeurs les plus probables pour les inconnues seulement si la distribution des erreurs de mesure est normale. La présence même d'une seule erreur grossière peut fausser les inconnues jusqu'à les rendre inutilisables. Parmi les différents procédés qui ont pour but de limiter l'influence des erreurs grossières dans une compensation, il y a le développement de méthodes moins sensibles à de telles erreurs que la compensation classique.*

*Le présent travail indique une voie pour développer des estimateurs robustes utilisables dans les applications géodésiques.*

## 1. Allgemeines

Seit mehr als hundert Jahren wird über die statistischen Eigenschaften der geodätischen Beobachtungen gesprochen und über die Tatsache, dass das für die Auswertung bereitgestellte Material die Hypothese der Normalverteilung nicht vollständig befriedigt. In jeder Einführung in die Ausgleichsrechnung werden die groben Fehler erwähnt, die nicht normalverteilt sind. Die meisten Definitionen solcher Fehler beziehen sich auf ihren Betrag und ihre Ursache, z. B. in Grossmann: «Grobe Fehler sind vorhanden, wenn die Messungswidersprüche beträchtlich grösser sind als... zu erwarten war. ... Sie beruhen meistens auf fehlerhaften Ablesungen, ... Unachtsamkeit oder Übermüdung».

Die Feststellung, dass die Beobachtungen fast, jedoch nicht vollständig normalverteilt sind, hat praktische Folgen, die lange vernachlässigt worden sind. Man hat sich darauf beschränkt, ganz allgemein geeignete Messanord-

nungen vorzuschreiben, die die Entdeckung der groben Fehler erlauben und danach zur Wiederholung der «falschen» Messungen führen. Solche allgemeinen, von jeher aktuellen Vorschriften sind erst in den letzten Jahren eingehender untersucht und die verschiedenen Möglichkeiten in diesem Gebiet systematisch dargestellt worden. Man betrachte als erstes die Verfahren, die den Messungen vorangehen:

### 1.1 Verfahren a priori

Sie beziehen sich auf die Messanordnungskriterien und auf die entsprechenden Beurteilungsmethoden. Ziel solcher Verfahren ist, die Zuverlässigkeit des vorgesehenen Messsystems zu überprüfen.

Sowohl die Triangulationsnetze als auch die Aufnahmen der Katastervermessung haben keinen sehr hohen Überbestimmungsgrad (in günstigen Fällen gibt es doppelt so viele Beobachtungen wie Unbekannten), so dass die Zuverlässigkeitsbetrachtungen eine wichtige Rolle spielen. Die eingehende Prüfung der graphischen Netzdarstellung ist in der Geodäsie bis heute das gebräuchlichste Vorgehen, um sich über die Zuverlässigkeit einer Messanordnung zu vergewissern. Die Einführung von Distanzmessungen und die Ausgleichung immer grösserer Netze mit den verschiedensten Unbekannten (Lotabweichungen, Masstabsfaktoren usw.) machen ein empirisches Urteil zunehmend schwieriger und haben die Entwicklung numerischer Verfahren begünstigt (siehe auch die entsprechenden Publikationen [4], [5], [7]).

### 1.2 Verfahren a posteriori

Es handelt sich hier um Methoden,

die die Eliminierung des Einflusses allfälliger grober Fehler auf die Ergebnisse bewirken sollen. Sehr oft werden nicht befriedigende Beobachtungen mittels statistischer Tests, Gefühl oder Erfahrung gesucht, daraufhin entfernt und wenn möglich wiederholt. Diese Suche basiert meistens auf einer Prüfung der geometrischen Bedingungen (z. B. Winkelsumme eines Dreiecks) oder auf mehr empirischen aber rascheren Methoden wie der Kontrolle der Grösse der Verbesserungen, eventuell ergänzt durch eine graphische Eintragung im Netzplan. Eine Verfeinerung bedeutet die Prüfung der standardisierten Verbesserungen nach Baarda ([4], [13]), die schon beträchtlichen Erfolg in der praktischen Anwendung verbucht hat. Alle diese Verfahren bezwecken, zu einer Reihe von Messungen zu kommen, die dem klassischen Modell entsprechen. Die Aussortierung der «falschen Messungen» enthält aber einige willkürliche Komponenten, so dass die Verfahren an mathematischer Strenge einbüssen.

Es gibt jedoch eine zweite Möglichkeit, der bis heute in der Geodäsie wenig Aufmerksamkeit geschenkt worden ist: nämlich der Entwicklung von Ausgleichungsverfahren, *robuste Ausgleichungen* genannt, die weniger sensibel auf grobe Fehler reagieren als die Methode der kleinsten Quadrate, so dass wirklichkeitsnahe Resultate erzielt werden können, auch wenn sich unter den Messungen noch einige grobe Fehler befinden, das heisst, wenn die Normalverteilung nicht ganz zutrifft. Den dazu nötigen *robusten Schätzfunktionen* haben die Statistiker in letzter Zeit ihre Aufmerksamkeit gewidmet. Manche Autoren verwenden die Bezeichnung «nicht parametrische Schätzungen». Einige Überle-