

<b>Zeitschrift:</b>	Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)
<b>Band:</b>	77 (1979)
<b>Heft:</b>	4
<b>Artikel:</b>	Un critère pour l'analyse des réseaux géodésiques de contrôle
<b>Autor:</b>	Dupraz, H. / Niemeier, W.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-229680">https://doi.org/10.5169/seals-229680</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Un critère pour l'analyse des réseaux géodésiques de contrôle\*

H. Dupraz et W. Niemeier

*Ein geodätisches Überwachungsnetz hat die spezielle Aufgabe, die Richtung und die Größenordnung der vermuteten Deformationen mit ausreichender Genauigkeit und Zuverlässigkeit zu bestimmen.*

*Dieser Artikel zeigt die geometrische Bedeutung der grössten Eigenwerte und der entsprechenden Eigenvektoren der Kovarianzmatrix der Koordinaten. Dann schlägt er ein Kriterium vor, das zu prüfen erlaubt, ob das Netz zur Bestimmung der vermuteten Deformationen geeignet ist oder nicht.*

*Neben theoretischen Beispielen wird das Überwachungsnetz einer Sperrmauer untersucht.*

## 1. Rôle d'un réseau géodésique de contrôle

Le choix de la méthode géodésique pour la détermination de déformations suppose toujours la mise en place d'un réseau d'observation. Par la mesure de ce réseau, renouvelée à diverses époques, on doit pouvoir déterminer aussi exactement que possible les déformations effectives de l'objet à surveiller, qu'il s'agisse d'une construction, d'un complexe de machines ou d'un glissement de terrain. Pour des raisons d'efficacité et d'économie, il est nécessaire de connaître, au moins de façon approchée et déjà avant la conception du réseau de contrôle, la direction et l'ordre de grandeur des déplacements à mesurer. C'est pourquoi il faut développer un «modèle de déformation» en étroite collaboration avec les disciplines concernées, génie civil, géologie, mécanique. Il s'agit ensuite de concevoir un réseau de contrôle dont la structure géométrique et stochastique permette de déterminer, avec une sécurité suffisante, les déformations et leurs directions – appelées *directions critiques* – fixées par le modèle de déformation.

## 2. Critères généraux pour l'analyse des réseaux géodésiques

Au cours de ces dernières années, on a beaucoup étudié l'analyse de la qualité

d'un réseau géodésique (voir par exemple Grafarend 1974; Pelzer 1976a). Les critères généraux proposés dans ces travaux seront rapidement évoqués, car ils sont aussi utilisables dans une certaine mesure pour les réseaux de contrôle. Puis un critère spécialement adapté à l'analyse de ce type de réseau sera présenté dans le chapitre 3.

Pour analyser un réseau, il suffit de connaître la position des points, le plan des mesures et leur précision. Le résultat d'un calcul de compensation est contenu dans le vecteur des inconnues  $\mathbf{x}$  et sa matrice de covariance  $\mathbf{K}_{xx}$ , qui est aussi, au facteur  $\sigma_0^2$  près, la matrice des cofacteurs.

$$\mathbf{Q}_{xx} = \frac{1}{\sigma_0^2} \mathbf{K}_{xx} \quad (1)$$

Lorsque les points sont donnés et connus, toute l'information sur les propriétés stochastiques du réseau est contenue dans  $\mathbf{Q}_{xx}$ ; cela signifie que toute modification du plan d'observation ou de la précision des mesures agit directement sur cette matrice. C'est pourquoi tous les critères d'analyse s'appuient sur cette matrice, ou sur les valeurs de sa *décomposition spectrale*, décrite formellement (voir par exemple Zurmühl 1964) par

$$\mathbf{Q}_{xx} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{S}^T \quad (2)$$

$\mathbf{D}$  est la matrice diagonale contenant les valeurs propres de  $\mathbf{Q}_{xx}$ .  $\mathbf{S}$  est une matrice orthogonale dont les colonnes  $\mathbf{s}_j$  sont les vecteurs-propres nommés correspondant aux  $\lambda_j$ .

### 2.1 Critères globaux

On appelle «globaux» les critères qui dépendent de l'ensemble de la matrice des cofacteurs  $\mathbf{Q}_{xx}$ . On peut citer, parmi les plus souvent utilisés: la précision, la fiabilité, l'ellipsoïde global de confiance. La *précision* d'un réseau est d'autant

plus grande que la variance de fonctions des inconnues (par exemple distances ou angles) diminue. Comme critère pour cette précision du réseau, Pelzer 1976 propose de minimiser la plus grande valeur propre de  $\mathbf{Q}_{xx}$ :

$$\lambda_{\max} ! = \text{minimum} \quad (3)$$

En clair, un réseau est d'autant plus précis que la valeur-propre maximum de  $\mathbf{Q}_{xx}$  est petite.

Un réseau est *fiable* lorsque des fautes grossières n'ont pratiquement pas d'influence sur les résultats de la compensation, c'est-à-dire lorsque les mesures se contrôlent mutuellement et que les fautes peuvent être décelées avec une grande probabilité. Comme critère pour la fiabilité d'un réseau, on peut choisir de nouveau

$$\lambda_{\max} ! = \text{minimum} \quad (4)$$

On peut aussi concevoir un critère géométrique, l'*ellipsoïde de confiance* u-dimensionnel, contenant avec une probabilité  $1-\alpha$  le vecteur -vrai  $\mathbf{x}$ , c'est-à-dire simultanément l'ensemble des coordonnées vraies des points. Comme critère, on peut demander que le *volume de ce domaine de confiance* soit minimum, en posant

$$\det(\mathbf{Q}_{xx}) = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \dots \cdot \lambda_u = \prod_{i=1}^u \lambda_i ! = \text{min} \quad (5)$$

Pour éviter que certains axes de l'ellipsoïde restent relativement grands, bien que le volume soit minimum, on peut exiger, au lieu de (5), que la *somme des longueurs des axes* soit minimum, en posant

$$\text{Trace}(\mathbf{Q}_{xx}) = \sum_{i=1}^u \lambda_i ! = \text{minimum} \quad (6)$$

### 2.2 Critères locaux

Les critères globaux restent très abstraits, et ne fournissent aucune indica-

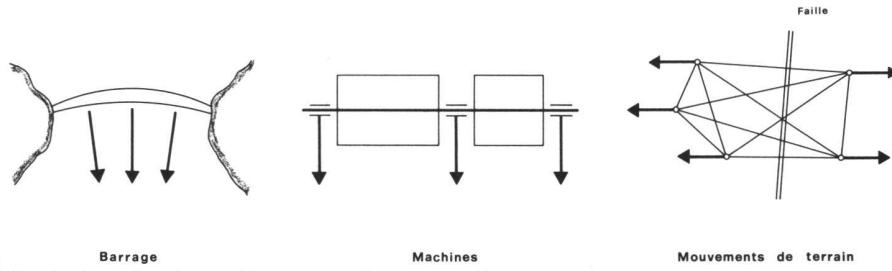


Fig. 1 Les directions critiques pour divers types d'ouvrages

\* Traduction du texte «Beurteilungskriterien für geodätische Netze», présenté au II. Symposium über Deformationsmessungen, FIG Kommission 6, Bonn, September 1978.

tion directe sur tel ou tel point du réseau; c'est pourquoi on utilise aussi beaucoup certains critères locaux:

Les *Ellipses de confiance* donnent pour chaque point variable  $j$  du réseau un domaine de confiance à deux dimensions et on peut planifier le réseau de telle sorte que la grandeur de toutes ou de certaines ellipses de confiance ne dépassent pas des limites préétablies. On peut aussi utiliser des domaines de confiance unidimensionnels, afin de discuter la précision de certaines coordonnées.

Citons encore les concepts d'*Homogénéité* et d'*Isotropie* d'un réseau. Un réseau est homogène lorsque toutes les ellipses sont de même grandeur. Il est homogène et isotrope lorsqu'en outre les ellipses sont rondes: la précision des points est la même dans toutes les directions. Il s'agit évidemment de cas idéaux. Le critère pour une recherche d'homogénéité et d'isotropie peut s'écrire:

$$\sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}} \stackrel{!}{=} 1 \quad (7)$$

Il s'agit d'un critère demandant que les valeurs-propres de  $\mathbf{Q}_{xx}$  soient autant que possible de même grandeur. Dans le cas d'un réseau existant, la grandeur (7) indique si l'on est éloigné ou non du cas idéal, et permet la comparaison de plusieurs variantes.

### 3. Le critère des «vecteurs-propres principaux»

Aucun des critères présentés dans le chapitre précédent ne prend en considération la tâche particulière d'un réseau de contrôle, à savoir le détermination de déformations. La précision, la fiabilité, l'homogénéité d'un réseau sont certes souhaitables, mais plus importante encore est pour un réseau de contrôle la nécessité de pouvoir déterminer avec une grande sécurité les déformations indiquées par le modèle de déformation, c'est-à-dire les éventuels déplacements des points dans les directions critiques.

#### 3.1 Développement du critère par factorisation du vecteur de déformation

Lors d'une étude sur les propriétés statistiques du vecteur de déformation  $\mathbf{d}$  – voir (11) – le Professeur Pelzer à introduit en 1976 la notion de factorisation. Outre le but qu'il se proposait, de permettre une analyse statistiquement correcte des déplacements, cette méthode permet aussi l'analyse de la structure des réseaux de contrôle. Rappelons l'idée de base de la factorisation:

Soit  $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{x}_2$  les vecteurs des inconnues issus de deux mesures d'époques différentes d'un réseau. Pelzer 1971 forme le vecteur des différences

$$\mathbf{d} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 \quad (8)$$

appelé aussi vecteur de déformation. La loi de propagation des variances donne comme matrice des cofacteurs de  $\mathbf{d}$

$$\mathbf{Q}_{dd} = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2 \quad (9)$$

avec  $\mathbf{Q}_1$ ,  $\mathbf{Q}_2$  matrices des cofacteurs des deux époques.

Pour la factorisation, on procède d'abord à une transformation linéaire du vecteur  $\mathbf{d}$

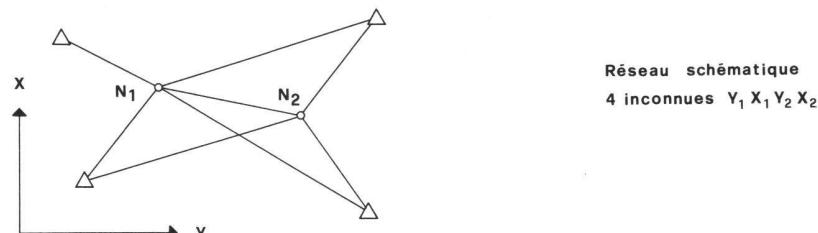
$$\mathbf{f} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} \quad (10)$$

choisi de telle sorte que les fonctions  $\mathbf{f}$  soient stochastiquement indépendantes, normalement distribuées et de même précision. Pour y parvenir, il faut choisir  $\mathbf{F}$

$$\mathbf{F} = \mathbf{D}^{-1/2} \cdot \mathbf{S}^T \quad (11)$$

avec  $\mathbf{D}$  et  $\mathbf{S}$  selon (2). Ainsi, la matrice  $\mathbf{Q}_{ff}$  des cofacteurs de  $\mathbf{f}$  devient

$$\mathbf{Q}_{ff} = \mathbf{F} \mathbf{Q}_{dd} \mathbf{F}^T = \mathbf{E} \quad (12)$$



$$\mathbf{Q}_{XX} = \begin{bmatrix} Q_{y_1 y_1} & Q_{y_1 x_1} & Q_{y_1 y_2} & Q_{y_1 x_2} \\ Q_{x_1 y_1} & Q_{x_1 x_1} & Q_{x_1 y_2} & Q_{x_1 x_2} \\ \text{sym.} & & Q_{y_2 y_2} & Q_{y_2 x_2} \\ & & & Q_{x_2 x_2} \end{bmatrix} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{S}^T \quad \begin{matrix} 4,4 & 4,4 & 4,4 \\ \text{Matrice des cofacteurs} & & \end{matrix} \quad \begin{matrix} 4,4 & 4,4 & 4,4 \\ \text{Décomposition spectrale selon (2)} & & \end{matrix}$$

en écriture détaillée

$$\mathbf{Q}_{XX} = \left[ \mathbf{S}_1 \mid \mathbf{S}_2 \mid \cdots \mid \mathbf{S}_4 \right] \cdot \begin{bmatrix} \text{Vecteurs-propres} \\ S_{3,y_1} \\ S_{3,x_1} \\ S_{3,y_2} \\ S_{3,x_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{Valeurs-propres} \\ \mathbf{S}_1^T \\ \mathbf{S}_2^T \\ \mathbf{S}_3^T \\ \mathbf{S}_4^T \end{bmatrix}$$

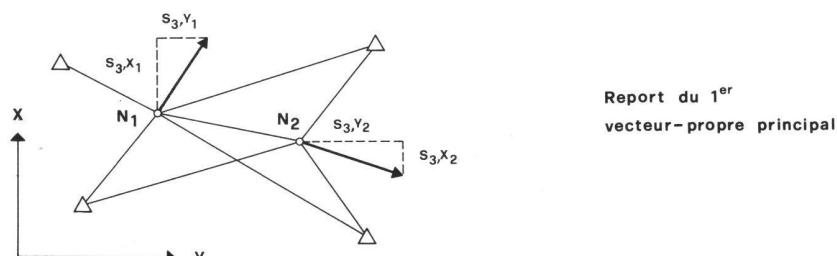


Fig. 2 Schéma de calcul et de report des vecteurs-propres principaux

Sous l'hypothèse-nulle qu'il n'y a aucune déformation significative, la distribution des éléments de  $\mathbf{f}$  est bien celle souhaitée

$$\mathbf{f} \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{E}) \quad (13)$$

Ces éléments sont indépendants, et normalement distribués avec une moyenne nulle et une variance  $\sigma^2$ .

Nous ne développons pas les tests dé coulant directement de (13) et permettant d'étudier le bien-fondé de l'hypothèse-nulle, qui était la tâche première de la factorisation. Nous voulons plutôt approfondir la signification de la transformation inverse de (10) dans le cas de l'analyse d'un réseau de contrôle. Avec une matrice inverse écrite formellement

$$\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{D}^{1/2} \quad (14)$$

on peut alors écrire  $\mathbf{d}$  sous forme d'une somme vectorielle

$$\mathbf{d} = \sum_{j=1}^u \lambda_j^{1/2} \cdot \mathbf{s}_j \cdot \mathbf{f}_j \quad (15)$$

Avec la notation

$$\mathbf{h}_j = \lambda_j^{1/2} \cdot \mathbf{s}_j \quad (16)$$

cette somme vectorielle (15) devient

$$\mathbf{d} = \sum_{j=1}^u \mathbf{h}_j \cdot \mathbf{f}_j \quad (17)$$

Bien que les éléments  $\mathbf{f}_j$  selon (13) – qui contiennent les mesures – soient indépendants et de même précision, ils sont pondérés par les éléments de  $\mathbf{h}_j$  qui ne dépendent que de la configuration. Par exemple, les éléments  $\mathbf{f}_j$  correspondant aux plus grandes valeurs  $\lambda_j$  ont la plus grande contribution. L'effet géométrique sur chacune des inconnues – c'est-à-dire sur chacune des coordonnées – est dicté par les vecteurs-propres  $\mathbf{s}_j$  correspondant à ces plus grandes valeurs-propres. Nous les appelons «vecteurs-propres principaux». La figure 2 montre comment l'on peut dessiner ces vecteurs-propres principaux.

Cela signifie que même si l'hypothèse-nulle est vraie, le vecteur de déformation peut montrer des pseudo-déplacements surtout dans la direction des vecteurs-propres principaux. Ces pseudo-déplacements ne sont pas dus à des déformations effectives, mais seulement à la structure du réseau.

Lorsqu'on étudie un réseau de contrôle, on peut donc admettre que sa structure est particulièrement défavorable lorsque les directions critiques du modèle de déformation et les directions des vecteurs-propres principaux coïncident. Dans un tel cas, les déformations effectives devraient être considérables pour pouvoir être séparées sans risque d'erre

reurs des pseudo-déformations engendrées par la géométrie du réseau. Lors de la planification du réseau, il faut donc s'efforcer d'obtenir une configuration telle que *directions critiques et vecteurs-propres principaux soient autant que possible perpendiculaires*.

Pour ce critère comme pour d'autres mentionnés au chapitre 2, les valeurs-propres jouent un rôle important. Mais la signification des vecteurs-propres pour ce nouveau critère est encore plus importante, c'est pourquoi nous l'appelons «critère des vecteurs-propres». Remarquons que ces développements ne sont rien d'autre que l'aspect géométrique de la méthode des *composantes principales* bien connue en statistique multivariée (par exemple Gnadadesikan 1977).

Remarquons encore que cette analyse par les vecteurs-propres reste possible même si le réseau n'a jamais été observé. En effet, en supposant dans (9) le même plan de mesure pour les deux époques, on a

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_2 = \mathbf{Q} \quad (18)$$

$$\text{et } \mathbf{Q}_{dd} = 2 \cdot \mathbf{Q} \quad (19)$$

Les matrices  $\mathbf{Q}$  et  $\mathbf{Q}_{dd}$  ont le même système de vecteurs-propres et la même série de valeurs-propres, au facteur 2 près.

### 3.2 Interprétation du critère des vecteurs-propres dans le cas de faiblesses du réseau

Les travaux de Meissl 1969, Pelzer 1974, Grafarend et Schafran 1974 et d'autres ont montré que dans le cas de ré-

seaux géodésiques libres, la situation, l'orientation, et cas échéant l'échelle étaient indéterminées. La conséquence de ce «datum géodésique» indéterminé est un défaut de rang de la matrice des équations normales de la compensation. Le calcul d'une inverse généralisée de la matrice singulière  $\mathbf{N}$  devient plus clair lorsqu'on procède d'abord à une décomposition spectrale – voir (2) – de cette matrice, comme le propose notamment Pelzer 1974:

$$\mathbf{N} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{S}^T =$$

$$[\mathbf{H} \mid \mathbf{G}] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{C}_H & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & \mathbf{C}_G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \\ \mathbf{G}^T \end{bmatrix} \quad (20)$$

Dans cette décomposition spectrale – cas échéant après reclassement – la matrice diagonale  $\mathbf{C}_H$  contient les valeurs propres non-nulles; la matrice  $\mathbf{C}_G$  les valeurs-propres nulles correspondant aux paramètres indéterminés du datum géodésique.

Les matrices  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{G}$  correspondent à une partition correspondante de la matrice  $\mathbf{S}$  des vecteurs-propres.

Pour calculer l'inverse de  $\mathbf{N}$ , lorsque la décomposition spectrale est effectuée, il suffit d'inverser la matrice  $\mathbf{C}$  des valeurs-propres.

La matrice des cofacteurs à trace minimum  $\mathbf{N}^+$  est obtenue en utilisant comme inverse généralisée de  $\mathbf{C}$

$$\mathbf{C}^+ = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_H^{-1} & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (21)$$

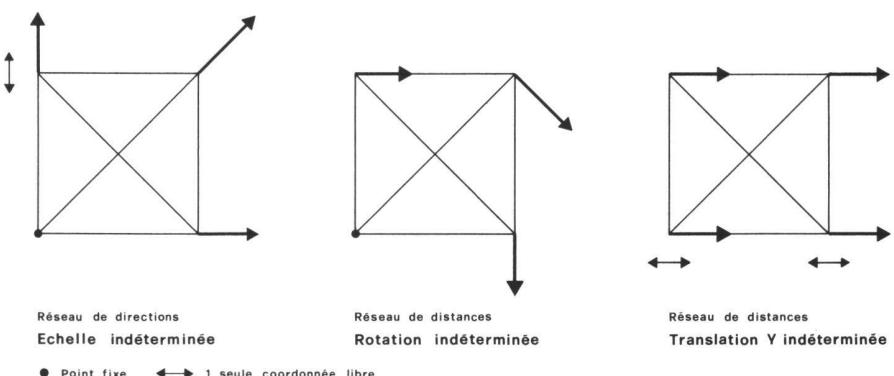


Fig. 3a 3 réseaux avec une indétermination isolée du datum géodésique

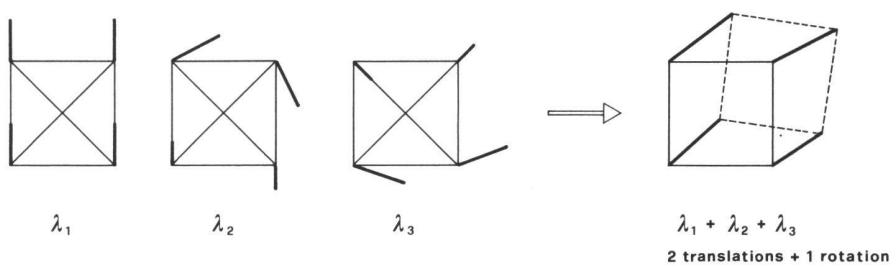


Fig. 3b Réseau de distances avec triple indétermination du datum géodésique

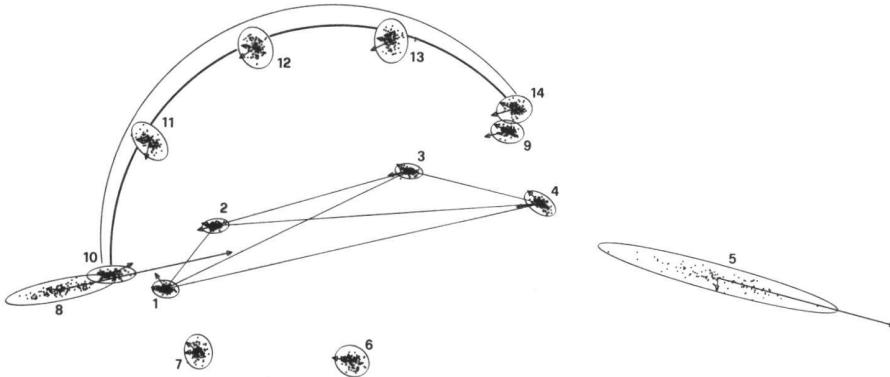


Fig. 4 Réseau de contrôle du barrage de Montsalvens, avec les deux premiers vecteurs-propres principaux, les ellipses de confiance et 100 simulations

$Y_1$	$X_1$	$Y_2$	$X_2$	$X_u$
$Q_{y_1y_1}$	$Q_{y_1x_1}$	$Q_{y_1y_2}$	$Q_{y_1x_2}$	...
$Q_{x_1y_1}$	$Q_{x_1x_1}$	$Q_{x_1y_2}$	$Q_{x_1x_2}$	...
$Q_{y_2y_1}$	$Q_{y_2x_1}$	$Q_{y_2y_2}$	$Q_{y_2x_2}$	...
$Q_{x_2y_1}$	$Q_{x_2x_1}$	$Q_{x_2y_2}$	$Q_{x_2x_2}$	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
				$Q_{x_u x_u}$



Elément diagonal isolé : Variances des inconnues



Sous-matrice (2x2) : Ellipses de confiance des points



Matrice complète : Ellipsoïde selon (7) (8)  
Précision du réseau selon (3)  
Fiabilité du réseau selon (4)  
Homogénéité, Isotropie selon (10)  
Vecteurs-propres principaux selon ch. 3

Fig. 5 Degré d'utilisation de la matrice de covariance par les divers critères d'analyse

donc, en conservant les éléments nuls de la sous-matrice diagonale inférieure.

De manière purement formelle, les éléments inverses de la diagonale de  $\mathbf{C}_G$  sont tous des valeurs indéterminées de type  $\frac{1}{0}$ . La figure 3 montre dans le cas d'un réseau simple les vecteurs-propres  $\mathbf{G}$  correspondant à ces valeurs, pour plusieurs cas d'indétermination du datum géodésique.

Cette figure montre la correspondance évidente entre le vecteur-propre et le type d'indétermination du datum. En présence de plusieurs degrés d'indétermi-

nation, comme dans le cas de la figure 3b, l'interprétation de chaque vecteur-propre n'est plus aussi évidente, mais celle de leur somme reste très claire. On peut en tirer une interprétation intéressante, quoique mathématiquement peu rigoureuse, si on donne aux éléments inverses de  $\mathbf{C}_G$  la valeur formelle  $\infty$ .

Les vecteurs-propres représentés sont ceux correspondant aux valeurs-propres les plus grandes – dans ce cas infinies – de la matrice des cofacteurs. Leur effet est le même pour chaque point du réseau; ils agissent donc sur

l'ensemble du réseau et expriment bien – comme la théorie l'affirmait – une *indétermination du datum*. Ainsi les valeurs-propres infiniment grandes de  $\mathbf{Q}$  peuvent être interprétées comme des indéterminations du datum géodésique, dont l'effet géométrique sur les coordonnées est indiqué par les vecteurs-propres correspondants de  $\mathbf{G}$ .

Prolongement logique de cette interprétation, la prochaine «plus grande valeur-propre» de  $\mathbf{Q}$  ne correspond plus à une véritable indétermination du réseau, mais à une «*faiblesse*» de celui-ci. Son effet géométrique n'est plus le même pour chaque point: ici encore, il est décrit par le vecteur-propre correspondant. La figure 4 montre un réseau pour le contrôle d'un barrage où les deux vecteurs-propres principaux, c'est-à-dire ceux correspondant aux deux plus grandes valeurs-propres, sont représentés. On reconnaît facilement les «*faiblesses*» à savoir les points 5 et 8 mal déterminés par la structure. Un déplacement effectif de ces points dans la direction des vecteurs-propres principaux serait difficile à établir.

### 3.3 Gain d'information par rapport à l'analyse avec ellipses de confiance

Les faiblesses d'un réseau apparaissent aussi grâce aux ellipses de confiance. Dans l'exemple de la figure 4, les vecteurs-propres principaux et les ellipses de confiance des points 5 et 8 conduisent à une conclusion similaire. L'avantage principal d'une analyse spectrale tient dans le fait que toute l'information de la matrice de covariance est utilisée, tandis que les ellipses de confiance n'utilisent que l'information de sous-matrices (2x2) et négligent ainsi des informations parfois importantes. Nous avons repris dans la figure 6 l'exemple d'un réseau schématique (Pelzer 1976b) avec quatre points fixes, deux points nouveaux et cinq distances mesurées. On a représenté également les résultats de 1000 compensations calculées à l'aide d'observations simulées. La corrélation des  $Y$ , qui atteint dans cet exemple la valeur élevée  $r = 0.67$  n'apparaît absolument pas dans la représentation des ellipses de confiance car l'élément de  $\mathbf{Q}_{xx}$  correspondant est situé hors des sous-matrices (2x2) qu'elles utilisent (Fig. 6a). Dans la figure 6b, on a représenté le vecteur-propre principal. Il est dirigé le long des grands-axes des ellipses, mais en plus, ses deux composantes sont dirigées dans le même sens, ce qui indique la tendance identique des  $Y$ . Pour confirmer cette assertion, nous avons repris les 1000 simulations de la figure 6a. Parmi elles, nous n'avons retenu que celles dont la réalisation du point gauche se situe à droite de la position théorique. Les réalisations correspondantes du point droit, dont plus de 75%

se situent également à droite de leur position théorique, prouvent la corrélation élevée des valeurs Y.

Un autre exemple du gain d'information que procure l'analyse spectrale par rapport aux ellipses de confiance est donné

par la figure 7, qui est à comparer avec la figure 4.

Parmi les 100 simulations du point 5, on n'a retenu que celles tombant dans la direction du vecteur-propre principal en ce point; puis nous avons représenté les réalisations correspondantes pour les autres points: la correspondance entre ces réalisations et les composantes du vecteur-propre principal est très claire.

Une analyse spectrale, et plus précisément la représentation graphique des vecteurs-propres correspondant aux plus grandes valeurs-propres de la matrice de covariance de la compensation, apparaît donc comme un moyen efficace pour l'analyse des réseaux de contrôle; il décale les faiblesses du réseau à l'aide de toute l'information stochastique et fournit ainsi des indications importantes sur la corrélation des points et le comportement du réseau.

#### 4. Analyse du réseau de contrôle du barrage de l'Edersee

L'Institut de Géodésie de l'Université de Hannover analyse actuellement le réseau de contrôle du barrage de l'Edersee. Le but de cette étude est d'améliorer le réseau de telle sorte que les erreurs moyennes de position des points (selon Helmert) ne dépassent pas 0,5 mm. Pour satisfaire cette exigence, on a procédé, après reconnaissance sur place de toutes les possibilités de mesure, à diverses recherches sur l'optimisation du plan de mesure. Nous avons aussi envisagé l'adjonction d'un pilier supplémentaire.

La figure 8 montre le réseau avec les points d'appui et quelques observations. Les points-objets (parement du barrage) ne sont pas représentés car on a choisi de procéder à une analyse en deux étapes, la détermination des points-objets n'est analysée qu'en deuxième étape.

Sur cette figure sont représentées les ellipses de confiance et le vecteur-propre principal. Les composantes de ce vecteur sont dirigées sensiblement dans la direction x positive pour la partie supérieure du réseau; dans la direction x négative pour la partie inférieure. Selon le chapitre 3, la «faiblesse» de ce réseau est donc d'abord une pseudo-dilatation dans la direction x entre ces deux parties du réseau. Cela signifie que ce réseau est mal adapté pour déterminer avec grande précision un déplacement d'ensemble de la partie inférieure, bien que les points 12, 14 et 15 soient sans aucun doute situés en dehors de la zone de déformation. C'est le critère des vecteurs-propres qui a permis de déceler clairement ce comportement du réseau.

L'étape suivante de calcul doit permettre de déterminer les déplacements éventuels des points du parement. En ce

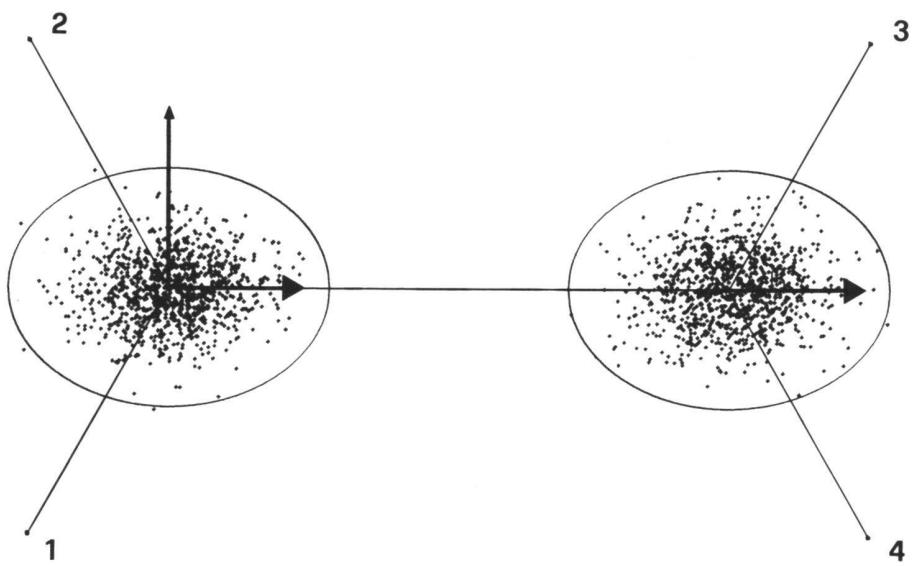


Fig. 6a

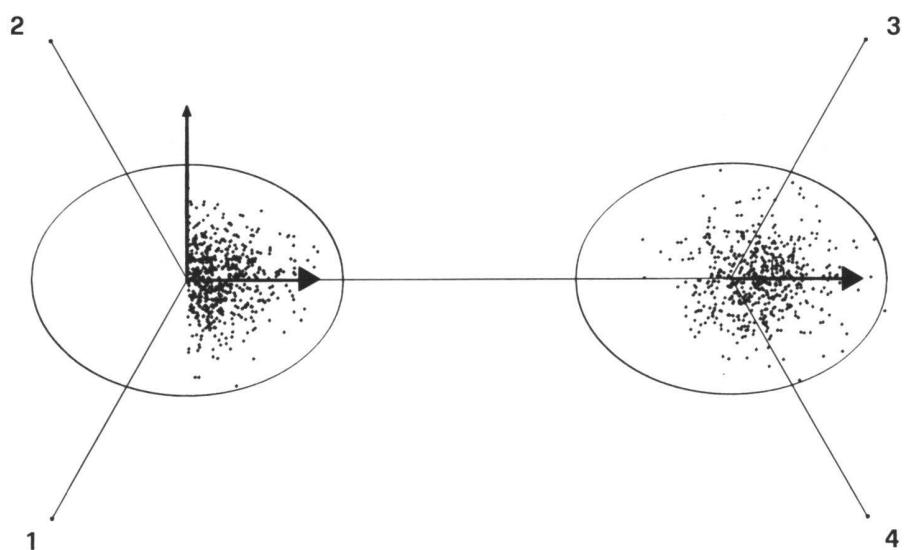


Fig. 6b

Fig. 6 Exemple du gain d'information fourni par le critère des vecteurs-propres principaux, par rapport à celui des ellipses de confiance.

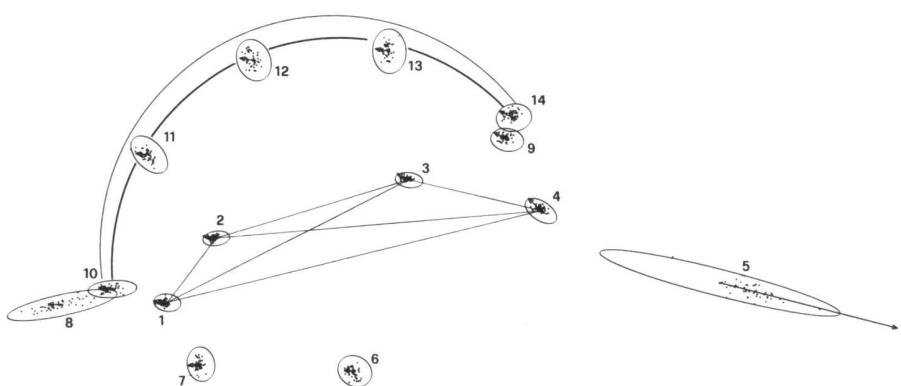


Fig. 7 Comme figure 4, mais avec un seul vecteur-propre principal et simulation conditionnelle

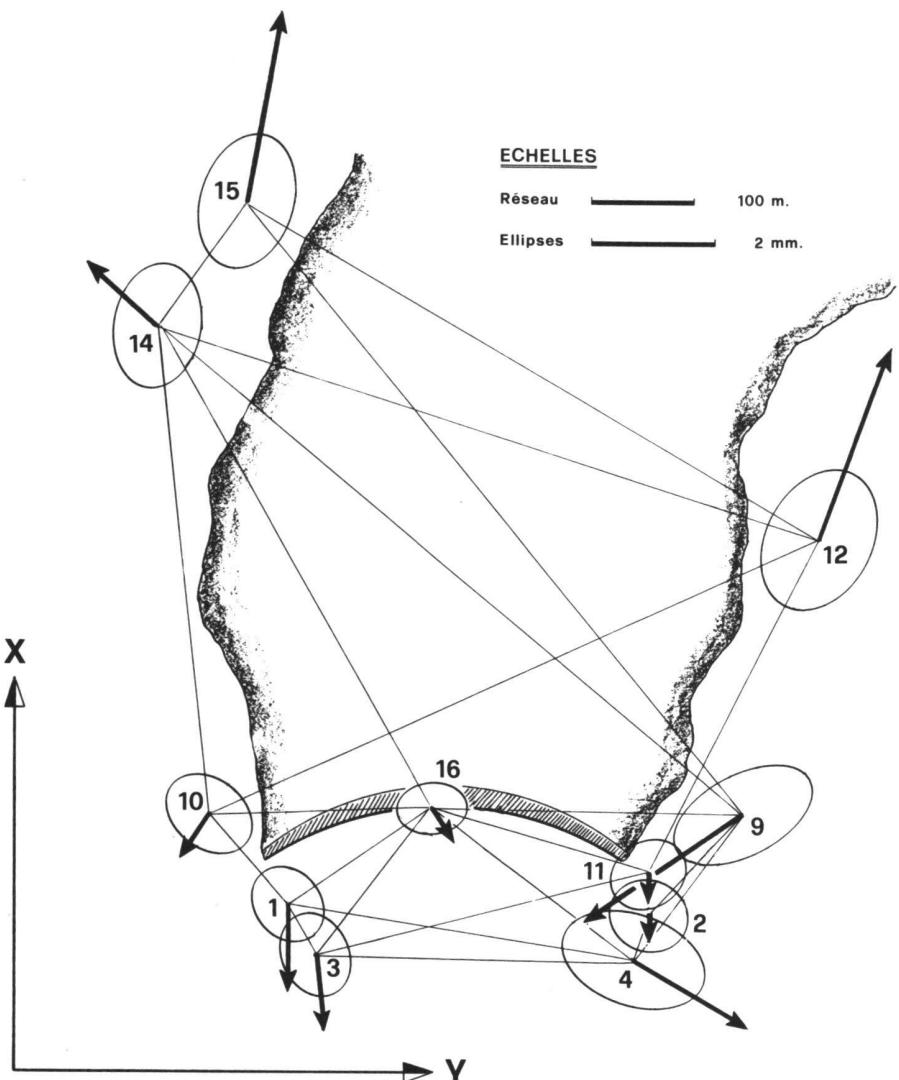


Fig. 8 Réseau de contrôle du barrage de l'Edersee (D), avec les points de base, le premier vecteur-propre principal et les ellipses de confiance

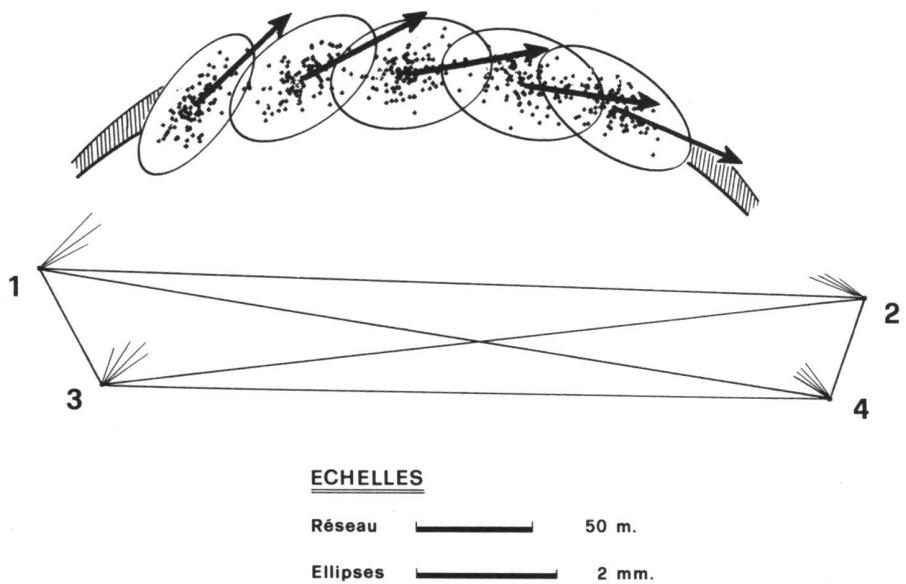


Fig. 9 Barrage de l'Edersee: réseau partiel avec 4 piliers d'observation, 5 points du parement, le premier vecteur-propre principal, les ellipses de confiance et 100 simulations

qui concerne la sécurité de l'ouvrage, les mouvements entre les points du parement et les piliers d'observation situés dans le voisinage immédiat du barrage sont de première importance. La figure 9 représente ces piliers comme fixes, et un choix de cinq points du parement.

Les points du parement, déterminés par intersections, sont représentés avec leurs ellipses de confiance (au niveau 95%) et 100 réalisations calculées avec des observations simulées. La correspondance entre les ellipses et les simulations est excellente. En outre, on a représenté les composantes du vecteur-propre principal: elles sont toutes sensiblement tangentes au barrage. La perpendicularité entre ces composantes et les directions critiques (voir fig. 1) est donc réalisée, et le «critère des vecteurs-propres» proposé au chapitre 3.1 est satisfait.

Mais il faut, pour conclure valablement, examiner ce «critère des vecteurs-propres» en étroite relation avec ceux mentionnés au chapitre 2. Nous le ferons grâce à la figure 10, qui représente la même situation que la figure 9, mais avec un pilier d'observation supplémentaire, le numéro 17.

Pour ces deux variantes, on a calculé les valeurs numériques des critères du chapitre 2, rassemblées dans la table ci-dessous.

Par l'adjonction du pilier supplémentaire N° 17, la valeur-propre maximum tombe de 0.23 à 0.06. Le volume et les axes de l'ellipsoïde de confiance global sont considérablement réduits. Ainsi, sauf le critère d'homogénéité qui ne marque pas une amélioration vraiment sensible, ces critères montrent que la deuxième variante est très préférable, au prix, il est vrai, d'un plus grand volume de mesures.

Et pourtant, si l'on considère les composantes du vecteur-propre principal sur la figure 10, l'exigence de perpendicularité avec les directions critiques n'est plus réalisée, bien que ce vecteur-propre corresponde à une valeur-propre beaucoup plus petite que dans la première variante, c'est-à-dire à un réseau plus précis et plus fiable. Nous pouvons en tirer la conclusion que le «critère des vecteurs-propres» est un critère géométrique livrant des informations sur les faiblesses d'un réseau, mais pas sur sa précision générale. Il doit être utilisé en relation avec d'autres critères, si l'on ne veut pas en tirer des conclusions erronées. L'analyse de ces deux variantes montre que l'adjonction du point 17 permet une augmentation importante de la précision (ce que confirment les ellipses de confiance et les simulations), mais que la configuration optimale n'est encore pas atteinte. Les praticiens savent bien que les contraintes de la topographie et le coût des mesures permettent

Critère	Exigence	Variante I sans point 17	Variante II avec point 17
Précision, Fiabilité	$\lambda_{\max} \rightarrow \text{minimum } 0.231$	0.061	
Ellipsoïde de confiance: volume	$\Pi \lambda \rightarrow \text{minimum } 5.10^{-13}$	$1.5 \cdot 10^{-17}$	
Ellipsoïde de confiance: somme des axes	$\Sigma \lambda \rightarrow \text{minimum } 0.79$	0.27	
Homogénéité, Isotropie	$\sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}} = \rightarrow 1.369$	3.49	

Tabelle: Valeurs numériques des critères généraux du chapitre 2 pour les variantes des figures 9 et 10

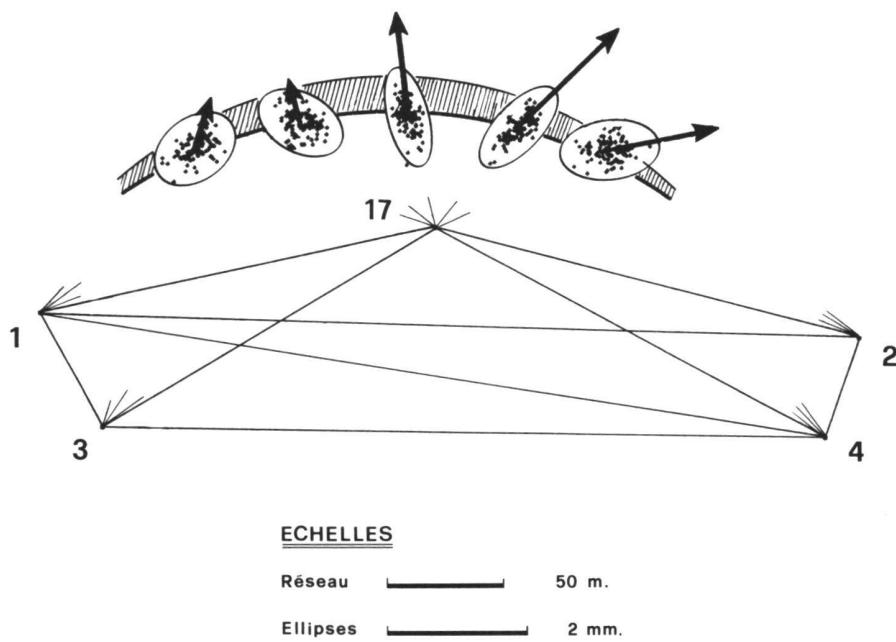


Fig. 10 Comme fig. 8, avec un pilier d'observation (No 17), supplémentaire

rarement d'atteindre cet optimum. Néanmoins, une mesure complète du réseau amélioré, réalisée en mars 1978, a permis d'atteindre pour tous les points la précision souhaitée.

#### Principaux travaux consultés

- R. Gnadadesikan: Methods for statistical data analysis of multivariate observations, John Wiley, New-York 1977
- E. Grafarend: Optimization of geodetic networks, IAG-Symposium, Fredericton, Can., 1974
- P. Meissl: Zusammenfassung und Ausbau der inneren Fehlertheorie eines Punkthaufens, DGK, Reihe A, Nr. 61, München 1969
- H. Pelzer: Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen, DGK, Reihe C, Nr. 164, München 1971
- Zur Behandlung singulärer Ausgleichsaufgaben I und II, ZFV, 99, p. 181-194 et 479-488, 1974
- Genauigkeit und Zuverlässigkeit geodätischer Netze Tagung «Mathematische Probleme der Geodäsie», Oberwolfach 1976
- Über die statistischen Eigenschaften der Ergebnisse von Deformationsmessungen, VII. Int. Kurs f. Ingenieurmessungen hoher Präzision, Darmstadt 1976
- R. Zurmühl: Matrizen, 4. Auflage, Springer-Verlag, Berlin 1964

Adresse des auteurs:  
H. Dupraz, Institut de Géodésie  
et Mensuration EPFL, CH-1007 Lausanne  
W. Niemeier, Geodätisches Institut der Univ.  
Hannover, D-3000 Hannover 1

# Strukturen und Organisation bei der Einführung von interaktiven numerisch-graphischen Systemen

H. Matthias

L'introduction du traitement automatique de l'information dans la mensuration officielle ainsi que dans certains domaines d'un cadastre polyvalent conduit à l'emploi de systèmes interactifs numériques et graphiques. Il en est de même pour la création de banques de données et de systèmes d'informations, relatifs à la planification, à l'aménagement du territoire, à l'estimation et à l'utilisation du sol, aux droits réels.

Réiproquement, l'introduction de tels systèmes interactifs est une condition nécessaire à la solution des problèmes décrits dans le paragraphe 2.1 ci-dessous.

Les institutions et entreprises qui offriront leurs services dans les domaines concernés auront une influence prépondérante sur les structures de la mensuration en Suisse.

## 1. Einleitung

Bei der Bearbeitung des Scriptums für die Lehrveranstaltung Amtliche Vermessungswerke I und II entstand kürzlich das Kapitel über den Einsatz der elektronischen Datenverarbeitung bei der Parzellarvermessung. Den Abschluss dazu bildet ein «Ausblick», in dem ein Abschnitt mit dem Titel dieses Beitrages vorkommt. Bei der Niederschrift kam ich auf den Gedanken, diese Ausführungen zu publizieren. Dafür gibt es verschiedene Gründe: a) Wenn die wirtschaftliche Entwicklung ohne besondere äussere

Ereignisse fortschreitet, wird die Einführung von interaktiv numerisch-graphischen Systemen (IN-GS1) sicher relativ rasch und umfassend voranschreiten.

b) Die Automationskommission des SVVK<sup>2</sup> behandelt zur Zeit bereits ein diesem Aufsatz naheliegendes Thema. Es ist nützlich, dass frühzeitig zu Gedanken über diese Frage angeregt wird. c) In

<sup>1</sup> Diese Bezeichnung ist vom Sprachgebrauch bei der Firma Contraves AG übernommen.

<sup>2</sup> Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik