**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik: VPK = Mensuration,

photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) =

Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 74 (1976)

Heft: 7

Artikel: Rationelle Behandlung der dreidimensionalen Geodäsie

Autor: Bauersima, I. / Schürer, M.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-228353

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 29.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Eggelsmann, R.: Drainanleitung, Verlag Wasser und Boden, Hamburg, 1973.

Feichtinger, F.: Die Wasseraufnahmefähigkeit der Drainrohre. Österr. Wasserwirtschaft, 11, 1966.

Guyon, G.: Les characteristiques du drainage et le calcul de ses dimensions ecartement et profondeur des drains. Bulletin technique du Génie Rural, Nr. 58, 1962.

Hörler, A. und Rhein, M. R.: Die Intensität der Starkregen der Schweiz. Schweiz. Zeitschrift für Hydrologie, 24, 1962.

Kühnel, H.: Untersuchungen des Drainerfolges an 50 Jahre alten Anlagen. Diss. ETH-Z, Nr. 4352, 1969.

Petrascheck, A.: Über die Wirkung systematischer Entwässerungen in Hanglagen. Diss. ETH-Z, Nr. 5079, 1973.

Richard, F.: Der Bodenhaushalt (Sorption und Desorption in schwer durchlässigen Böden). Schweiz. Zft. Verm., Kulturtechnik und Photogrammetrie, 62: 153–176, 1964.

Taylor, G.: Drainable porosity evaluation from outflow measurments and its use in drawdown equations. Soil. Sience, 90: 338-343, 1960.

Widmoser, P.: Einige Folgerungen aus der Theorie der Zuströmung zu Drainrohren. Wasser und Boden, 2: 34-40, 1972.

Widmoser, P.: Häufigkeit und Erhaltungsneigung bei Tagesregen von 14 Stationen der Schweiz. Schweiz. Bauzeitung (im Druck).

Adresse des Verfassers:

PD Dr. Peter Widmoser, Institut für Kulturtechnik/ETH Zürich, derzeit Ass. Prof. an der University of Daressalam,

P. O. Box 35 131, Daressalam

8703 Erlenbach, Fischerweg 14

# Rationelle Behandlung der dreidimensionalen Geodäsie

I. Bauersima und M. Schürer

#### Résumé

La géodésie tridimensionelle est developpée en employant des vecteurs et des matrices. On reçoit ainsi des formules concises et clairs.

Der Zugang und die Einsicht in die dreidimensionale Geodäsie werden erschwert durch die im allgemeinen angewandte sphärische Trigonometrie. Verwendet man Vektoren und Matrizen, so lassen sich die Hauptprobleme auf wenigen Zeilen darstellen, und die Gleichungen sind zudem «computergerechter».

In jedem Beobachtungspunkt P kann ein lokales kartesisches Koordinatensystem festgelegt werden, mit der 3. Achse nach dem Zenit (materiell realisiert durch einen horizontierten Theodoliten) und der 1. Achse in einer horizontalen erdfesten Richtung (materiell realisiert durch einen zweiten terrestrischen Punkt Q und durch einen a priori angenommenen horizontalen Winkel  $\alpha$  zwischen der 1. Koordinatenachse und der Projektion der Richtung PQ auf die Horizontebene).

Sei nun  $\overrightarrow{u}$  ein freier Vektor. Wir bezeichnen mit u beziehungsweise U die Spaltenmatrix der Komponenten dieses Vektors in dem lokalen, beziehungsweise in einem zentralen kartesischen Koordinatensystem mit dem Nullpunkt in C. Es gilt dann:

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{U} \qquad (1)$$

Hier ist A eine Rotationsmatrix (das lokale und das zentrale System als gleichorientiert vorausgesetzt, in unserem Falle Linkssysteme), die sich im allgemeinen eindeutig aus drei elementaren Rotationsmatrizen zusammensetzen lässt, so dass

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_{i}(\beta) \, \mathbf{R}_{i}(\gamma) \, \mathbf{R}_{k}(\delta)$$

wenn nur  $i \neq j$  und  $j \neq k$ . Die elementare Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_i$  ( $\beta$ ) stellt eine Rotation um den Winkel  $\beta$  um die i-te Achse dar. Im Hinblick auf die wichtigste Lage des zentralen Systems setzen wir  $\mathbf{A}$ , wie aus der Figur 1 folgt, zusammen.

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_3 (\omega) \mathbf{R}_2 (\Phi - \pi/2) \mathbf{R}_3 (\pi + \lambda),$$
 wobei 
$$\omega = \mathbf{a} - \pi - \alpha$$

In der Figur 1 und weiterhin sind die Koordinaten im zentralen System mit X, Y, Z bezeichnet, im lokalen System mit  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ .

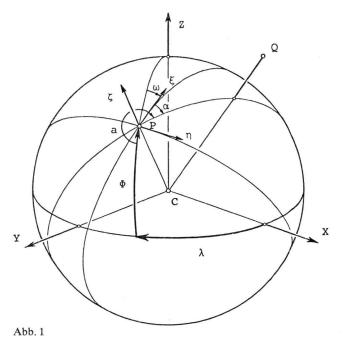
Die unsern Beobachtungen am Beobachtungspunkte P zugänglichen Grössen sind die Polarkoordinaten  $r, z, \alpha$ 

des Vektors PQ im lokalen System und – astronomisch – die Polarkoordinaten  $\Phi$  und  $\lambda$  der Richtung der  $\xi$ -Achse und der Orientierungswinkel  $\omega = a - \pi - a$  der  $\xi$ -Achse im zentralen System. Dabei ist r die Ent-

fernung PQ, z die Zenitdistanz und  $\alpha$  der horizontale Richtungswinkel der Richtung PQ.

Wir setzen von nun an  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{u}$ . Die in (1) stehenden Spaltenmatrizen  $\overrightarrow{u}$  und  $\overrightarrow{U}$  bekommen somit folgende Bedeutung:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \operatorname{rsinzcos} \alpha \\ \operatorname{rsinzsin} \alpha \\ \operatorname{rcosz} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{\mathrm{Q}} - \mathbf{X}_{\mathrm{P}} \\ \mathbf{Y}_{\mathrm{Q}} - \mathbf{Y}_{\mathrm{P}} \\ \mathbf{Z}_{\mathrm{Q}} - \mathbf{Z}_{\mathrm{P}} \end{bmatrix}$$



Wir linearisieren nun die Matrizengleichung (1). Bezeichnen wir die beobachteten Werte der Polarkoordinaten r, z,  $\alpha$  als r', z',  $\alpha'$  und nennen vorübergehend die Spaltenmatrix

$$\mathbf{u}' = \begin{bmatrix} r'\sin z'\cos \alpha' \\ r'\sin z'\sin \alpha' \\ r'\cos z' \end{bmatrix}$$

«Beobachtungen». Sie enthalten die Beobachtungsfehler v, so dass

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}' + \mathbf{v} \qquad (2)$$

Näherungswerte für A und U seien

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{R}_3 (\omega_0) \mathbf{R}_2 (\Phi_0 - \pi/2) \mathbf{R}_3 (\pi + \lambda_0)$$

$$\mathbf{U}_{0} = \left[ egin{array}{c} \mathbf{X}_{\mathrm{Q}}^{0} - \mathbf{X}_{\mathrm{P}}^{0} \ \mathbf{Y}_{\mathrm{Q}}^{0} - \mathbf{Y}_{\mathrm{P}}^{0} \ \mathbf{Z}_{\mathrm{Q}}^{0} - \mathbf{Z}_{\mathrm{P}}^{0} \end{array} 
ight]$$

Mit (2) und  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \delta \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \delta \mathbf{U}$ , wobei

$$\delta \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{X}_{\mathrm{Q}} - \delta \mathbf{X}_{\mathrm{P}} \\ \delta \mathbf{Y}_{\mathrm{Q}} - \delta \mathbf{Y}_{\mathrm{P}} \\ \delta \mathbf{Z}_{\mathrm{Q}} - \delta \mathbf{Z}_{\mathrm{P}} \end{bmatrix}$$

folgt dann aus (1), dass

$$\mathbf{u}' + \mathbf{v} = (\mathbf{A}_0 + \delta \mathbf{A}) (\mathbf{U}_0 + \delta \mathbf{U})$$
 oder

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}_0 \, \delta \mathbf{U} + \delta \mathbf{A} \mathbf{U}_0 + (\mathbf{A}_0 \mathbf{U}_0 - \mathbf{u}') \qquad (3) \,, \text{ wobei}$$

$$\delta \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \omega} \, \delta \omega + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \varphi} \, \delta \varphi + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \lambda} \, \delta \lambda$$

und 
$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \omega} = \frac{d\mathbf{R}_3(\omega)}{d\omega} \mathbf{R}_2 (\Phi_0 - \pi/2) \mathbf{R}_3 (\pi + \lambda_0),$$
 (4)

Die Ableitung einer elementaren Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_{i}$  ( $\beta$ ) kann durch Multiplikation dieser Rotationsmatrix mit einem Ableitungsoperator in Form einer mit  $\mathbf{R}_{i}$  ( $\beta$ ) multiplikativ vertauschbaren Matrix  $\mathbf{D}_{i}$  dargestellt werden. Es ist

$$\frac{d\mathbf{R}_{i}(\beta)}{d\beta} = \mathbf{D}_{i} \mathbf{R}_{i}(\beta) = \mathbf{R}_{i}(\beta) \mathbf{D}_{i} \qquad (5)$$

mit

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{D}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Wir erhalten somit für  $\delta A$ :

$$\delta \mathbf{A} = \mathbf{F} \delta \omega + \mathbf{G} \delta \Phi + \mathbf{H} \delta \lambda$$
, wobei

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \omega} \bigg|_{0} = \mathbf{R}_{3} (\omega_{0}) \, \mathbf{D}_{3} \, \mathbf{R}_{2} (\boldsymbol{\Phi}_{0} - \pi/2) \, \mathbf{R}_{3} (\pi + \lambda_{0})$$

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \Phi} \bigg|_{0} = \mathbf{R}_{3} (\omega_{0}) \, \mathbf{R}_{2} (\Phi_{0} - \pi/2) \, \mathbf{D}_{2} \, \mathbf{R}_{3} (\pi + \lambda_{0})$$
(6)

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \lambda} \bigg|_{0} = \mathbf{R}_{3} (\omega_{0}) \, \mathbf{R}_{2} (\Phi_{0} - \pi/2) \, \mathbf{R}_{3} (\pi + \lambda_{0}) \, \mathbf{D}_{3}$$

Unsere «Fehlergleichungen» (3) gehen damit über in:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}_0 \delta \mathbf{U} + \mathbf{F} \mathbf{U}_0 \delta \omega + \mathbf{G} \mathbf{U}_0 \delta \Phi + \mathbf{H} \mathbf{U}_0 \delta \lambda + (\mathbf{A}_0 \mathbf{U}_0 - \mathbf{u}')$$
(7)

Es seien nun  $v_r$ ,  $v_z$  und  $v_a$  die Beobachtungsfehler der beobachteten Polarkoordinaten r', z',  $\alpha'$  und  $r_0$ ,  $z_0$ ,  $\alpha_0$  Näherungswerte derselben.

Wir führen eine neue Spaltenmatrix w ein.

$$egin{aligned} ar{f w} & ar{f w}_z \ ar{f w}_a \ ar{f w}_r \end{aligned} = egin{bmatrix} ar{r}_0 \, f v_z \ r_0 sinz_0 f v_a \ f v_r \end{aligned}$$

 $\overline{\mathbf{w}}_{\mathbf{z}}$ ,  $\overline{\mathbf{w}}_{a}$  und  $\overline{\mathbf{w}}_{\mathbf{r}}$  sind offensichtlich drei orthogonale Komponenten des, der Spaltenmatrix  $\mathbf{v}$  entsprechenden, Fehlervektors.  $\overline{\mathbf{w}}_{\mathbf{z}}$  und  $\overline{\mathbf{w}}_{a}$  stehen senkrecht zur Zielrichtung,  $\overline{\mathbf{w}}_{\mathbf{z}}$  in Richtung der zunehmenden Zenitdistanzen,  $\overline{\mathbf{w}}_{a}$  in Richtung der zunehmenden Azimute und  $\overline{\mathbf{w}}_{\mathbf{r}}$  liegt in der Zielrichtung. Somit ist

$$\overline{\mathbf{w}} = \mathbf{R}_2 (\mathbf{z}_0) \, \mathbf{R}_3 (\mathbf{a}_0) \, \mathbf{v} = \mathbf{R} \mathbf{v} \tag{8}$$

Multipliziert man die Gleichung (7) von links mit  $\mathbf{R}$ , so erhält man gemäss (8)

$$\mathbf{\bar{w}} = \mathbf{R}\mathbf{A}_0\delta\mathbf{U} + \mathbf{R}\mathbf{F}\mathbf{U}_0\delta\omega + \mathbf{R}\mathbf{G}\mathbf{U}_0\delta\Phi + \mathbf{R}\mathbf{H}\mathbf{U}_0\delta\lambda + \mathbf{R}(\mathbf{A}_0\mathbf{U}_0 - \mathbf{u}')$$
(9)

Es seien  $p_z$ ,  $p_a$ ,  $p_r$  die Gewichte der Grössen  $v_z$ ,  $\sin z_0 v_a$ ,  $v_r/r_0$ . Die Gewichtsmatrix **P** des Fehlergleichungssystems (9) lautet dann:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{r_0} \, \left[ \begin{array}{ccc} \sqrt{p_z} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{p_\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{p_\alpha} \end{array} \right]$$

Multipliziert man (9) von links mit **P**, so bekommt man die gewichteten Fehlergleichungen in der Form:

$$\mathbf{w} = \mathbf{Q}\mathbf{A}_0\delta\mathbf{U} + \mathbf{Q}\mathbf{F}\mathbf{U}_0\delta\omega + \mathbf{Q}\mathbf{G}\mathbf{U}_0\delta\Phi + \mathbf{Q}\mathbf{H}\mathbf{U}_0\delta\lambda + \mathbf{Q}\mathbf$$

$$mit \quad Q = PR$$

Die gewichteten Fehler als Komponenten der Spaltenmatrix

$$\mathbf{w} = \mathbf{P} \mathbf{\overline{w}} = \left[ \begin{array}{c} \overline{\underline{\mathcal{V}}} p_z v_z \\ \underline{\mathcal{V}} \underline{p_\alpha} sinz_0 v_\alpha \\ \underline{\mathcal{V}} p_r \left( v_r / r_0 \right) \end{array} \right]$$

sind stochastische Grössen gleichen Gewichtes.

(10) ist das vollständige System der gewichteten Fehlergleichungen für die Beobachtungen der Polarkoordina-

ten r, z,  $\alpha$  des Vektors PQ im lokalen Koordinatensystem. In das Ausgleichsverfahren werden selbstverständlich nur diejenigen Zeilen der Matrizengleichungen (10) miteinbezogen, in denen der Fehler  $v_z$  oder  $v_r$  jeweils durch entsprechende Beobachtung auch implizite definiert ist.

Falls im Punkte P die geographischen Koordinaten  $\Phi$  oder  $\lambda$  oder das astronomische Azimut a mittels astronomischer Beobachtungen bestimmt worden ist, müssen die gewichteten Fehlergleichungen (10) noch durch die entsprechenden Fehlergleichungen des folgenden Fehlergleichungssystem ergänzt werden:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_{\phi} \\ \mathbf{w}_{\lambda} \\ \mathbf{w}_{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{p_{\phi}} & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi_{0} \sqrt{p_{\lambda}} & 0 \\ 0 & 0 & \sin z_{0} \sqrt{p_{\omega}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \Phi + (\Phi_{0} - \Phi') \\ \delta \lambda + (\lambda_{0} - \lambda') \\ \delta \omega + (\mathbf{a}_{0} - \mathbf{a}') \end{bmatrix}$$
(11)

$$\mathrm{mit} \qquad \omega_0 = \mathrm{a}_0 - \pi - \mathrm{a'} \,, \quad \ \omega = \omega_0 + \delta \omega \label{eq:omega_0}$$

Hier sind  $\Phi'$ ,  $\lambda'$ , a' die beobachteten Werte von  $\Phi$ ,  $\lambda$ , a und  $p_{\phi}$ ,  $p_{\lambda}$ ,  $p_{\omega}$  ihre Gewichte, wobei  $p_{\lambda}$  für  $\Phi_0 = 0$  und  $p_{\omega}$  für  $z_0 = \pi/2$ .

#### Bemerkungen

- a) In mindestens einem Nullpunkt der lokalen Systeme müssen  $\Phi$ ,  $\lambda$ , a astronomisch bestimmt, oder
- b) genau in einem Nullpunkt a priori angenommen werden, da sonst die Normalgleichungen singulär werden.

- c) Aus demselben Grund wie bei a) und b) müssen die Koordinaten  $X_s$ ,  $Y_s$ ,  $Z_s$  des Nullpunktes S genau eines lokalen Systems gegeben sein, indem man sie zum Beispiel zu null annimmt, oder gleich den rechtwinkligen Koordinaten in einem Weltsystem voraussetzt. Somit wird im betreffenden Punkt a priori  $\delta X_s = \delta Y_s = \delta Z_s = 0$ .
- d) Werden als Nährungswerte  $\Phi_0$  und  $\lambda_0$  die geodätischen Koordinaten B und L gewählt, so erhält man in den  $\delta\Phi$  und  $\cos\Phi_0\delta\lambda$  im Falle a) sofort die Lotabweichnungen und im Falle b) die «relativen» Lotabweichungen.

#### Zusatz

Obschon die Behandlung der dreidimensionalen Geodäsie nach der vorstehenden Methode ausreichend sein dürfte, soll noch auf eine zweite Möglichkeit hingewiesen werden, die es gestattet, die klassischen Formeln für die dreidimensionale Geodäsie herzuleiten.

Man kann eines der lokalen Systeme zum zentralen System erklären. Die Transformationsmatrix vom zentralen ins lokale System erhält man nach Figur 2 zu

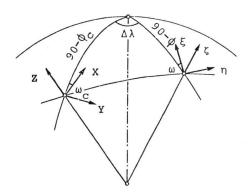


Abb. 2

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_3(\omega) \, \mathbf{R}_2(\Phi - \pi/2) \, \mathbf{R}_3(\Delta \lambda) \, \mathbf{R}_2(\pi/2 - \Phi_c) \, \mathbf{R}_3(-\omega_c)$$
mit  $\Delta \lambda = \lambda - \lambda_c$  ( $\lambda$  nach Westen positiv)

und analog zu (6) die Faktoren

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \omega} \bigg|_{0}, \quad \mathbf{F}_{c} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \omega_{c}} \bigg|_{0}, \quad \mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \Phi} \bigg|_{0} \quad \text{usf.}$$
(12)

Wir nehmen weiter an, dass die lokalen Systeme nahezu orientiert sind ( $\omega \sim \omega_{\rm e} \sim 0$ , das heisst die  $\xi$ -Achsen weisen praktisch nach Norden). Für ein kleines und nahezu orientiertes Netz dürfen  ${\bf A}_0$  und die Matrizen (12) als Faktoren der kleinen Verbesserungen  $\delta {\bf U}, \, \delta \omega, \, \delta \omega_{\rm e}, \, \delta \Phi$  usf. genähert berechnet werden, indem man in  ${\bf A}_0$  und den Matrizen (12)

$$\Phi_0 = \Phi_{co}$$
,  $\lambda_0 = \lambda_{co}$  und  $\omega = \omega_c = 0$  setzt.

Im absoluten Glied ( ${\bf A}_0{\bf U}_0-{\bf u}'$ ) muss jedoch  ${\bf A}_0$  exakt bestimmt werden, das heisst als der den Näherungsgrössen  $\omega_0=\omega_{\rm co}$ ,  $\Phi_0$ ,  $\Phi_{\rm co}$ ,  $\lambda_0$  und  $\lambda_{\rm co}$  entsprechende Wert. Es ist somit

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{R}_2 \left( \Phi_0 - \pi/2 \right) \mathbf{R}_3 \left( \Delta \lambda_0 \right) \mathbf{R}_2 \left( \pi/2 - \Phi_{co} \right)$$

und als Faktor von  $\delta \mathbf{U}$  genähert  $\mathbf{A}_0 = \mathbf{I}$  (Einheitsmatrix) als Folge der oben erwähnten Substitutionen  $\Phi_0 = \Phi_{co}$ ,  $\Delta \lambda_0 = 0$  und der Relationen

$$\mathbf{R}_{i}(\beta) \mathbf{R}_{i}(\gamma) = \mathbf{R}_{i}(\beta + \gamma), \quad \mathbf{R}_{i}(0) = \mathbf{I}$$

Für die Koeffizienten  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{F}_{e}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{G}_{e}$ ,  $\mathbf{H}$  und  $\mathbf{H}_{e}$  erhält man nach (4) und (5):

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \omega_0} &= \\ &= \mathbf{D}_3 \, \mathbf{R}_3 \, (0) \, \mathbf{R}_2 \, (\Phi_{co} - \pi/2) \, \mathbf{R}_3 \, (0) \, \mathbf{R}_2 \, (\pi/2 - \Phi_{co}) \, \mathbf{R}_3 \, (0) \\ &\qquad \qquad \text{usf.} \end{aligned}$$

oder 
$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_c = \mathbf{D}_3$$
  
 $\mathbf{G} = \mathbf{G}_c = \mathbf{D}_2$ 

und

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\mathrm{c}} = \begin{bmatrix} 0 & -\mathrm{sin}\Phi_{\mathrm{co}} & 0\\ \mathrm{sin}\Phi_{\mathrm{co}} & 0 & -\mathrm{cos}\Phi_{\mathrm{co}}\\ 0 & \mathrm{cos}\Phi_{\mathrm{co}} & 0 \end{bmatrix}$$

Damit bekommen wir analog zu (9) folgende ungewichtete Fehlergleichungen:

$$\mathbf{R}\mathbf{v} = \mathbf{R}\delta\mathbf{U} + \mathbf{R}\mathbf{D}_{3}\,\mathbf{U}_{0}\,\delta\left(\omega - \omega_{c}\right) + \mathbf{R}\mathbf{D}_{2}\,\mathbf{U}_{0}\,\delta\left(\Phi - \Phi_{c}\right) + \mathbf{R}\mathbf{H}\mathbf{U}_{0}\,\delta\left(\lambda - \lambda_{c}\right) + \mathbf{R}\left(\mathbf{A}_{0}\,\mathbf{U}_{0} - \mathbf{u}'\right)$$
(13)

Auch hier sind die Bemerkungen a) bis d) sinngemäss zu beachten. Zusätzliche astronomische Beobachtungen sind nach den Gleichungen (11) zu behandeln.

Setzt man

$$\mathbf{A}_0\mathbf{U}_0 = \begin{bmatrix} r_0 sinz_0 cos\alpha_0 \\ r_0 sinz_0 sin\alpha_0 \\ r_0 cosz_0 \end{bmatrix}$$

wo  $\mathbf{r}_0$ ,  $\mathbf{z}_0$  und  $a_0$  die aus den Näherungswerten  $\mathbf{U}_0$  gerechneten Polarkoordinaten des Vektors  $\mathbf{U}_0$  im lokalen System sind, so erhält man nach einigen Umformungen in guter Näherung

$$\mathbf{R} \left( \mathbf{A}_0 \, \mathbf{U}_0 - \mathbf{u}' \right) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_0 \left( \mathbf{z}_0 - \mathbf{z}' \right) \\ \mathbf{r}_0 \mathbf{sinz}_0 \left( \mathbf{a}_0 - \mathbf{a}' \right) \\ \mathbf{r}_0 - \mathbf{r}' \end{bmatrix}$$

und damit aus (13)

$$\begin{array}{l} r_{0}v_{z} = cosz_{0}cos\alpha_{0}\left(\delta X_{\mathrm{Q}} - \delta X_{\mathrm{P}}\right) + \\ + cosz_{0}sin\alpha_{0}\left(\delta Y_{\mathrm{Q}} - \delta Y_{\mathrm{P}}\right) - sinz_{0}\left(\delta Z_{\mathrm{Q}} - \delta Z_{\mathrm{P}}\right) - \\ - r_{0}cos\alpha_{0}\delta\left(\Phi - \Phi_{\mathrm{c}}\right) + r_{0}sin\alpha_{0}sin\Phi_{\mathrm{c}}\delta\left(\varDelta\lambda\right) - r_{0}\left(z' - z_{0}\right) \end{array}$$

$$\begin{split} & r_0 \text{sinz}_0 \text{v}\alpha = -\sin\!\alpha_0 \left(\delta X_\text{Q} - \delta X_\text{P}\right) + \cos\!\alpha_0 \left(\delta Y_\text{Q} - \delta Y_\text{P}\right) - \\ & - r_0 \text{sinz}_0 \,\delta \left(\omega - \omega_\text{e}\right) + r_0 \text{cosz}_0 \text{sin}\alpha_0 \,\delta \left(\Phi - \Phi_\text{e}\right) - \\ & - r_0 \left(\text{sinz}_0 \text{sin}\Phi_\text{e} - \text{cosz}_0 \text{cos}\alpha_0 \text{cos}\Phi_\text{e}\right) \,\delta \left(\varDelta \lambda\right) - \\ & - r_0 \text{sinz}_0 \left(\alpha' - \alpha_0\right) \end{split}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\mathrm{r}} &= \mathrm{sinz}_{0} \mathrm{cos} \alpha_{0} \left( \delta \mathbf{X}_{\mathrm{Q}} - \delta \mathbf{X}_{\mathrm{P}} \right) + \mathrm{sinz}_{0} \mathrm{sin} \alpha_{0} \left( \delta \mathbf{Y}_{\mathrm{Q}} - \delta \mathbf{Y}_{\mathrm{P}} \right) + \\ &+ \mathrm{cosz}_{0} \left( \delta \mathbf{Z}_{\mathrm{Q}} - \delta \mathbf{Z}_{\mathrm{P}} \right) - \left( \mathbf{r}' - \mathbf{r}_{0} \right) \end{aligned} \tag{14}$$

(man vgl. damit K. Ramsayer DGK-A 71).

Die Gleichungen (14) sind noch mit entsprechenden Gewichten zu versehen. Für die Programmierung sind jedoch die Gleichungen (13) beziehungsweise (10) in Matrizenform vorzuziehen.

Adresse der Verfasser:

Ivo Bauersima, Assistent; Prof. Dr. Max Schürer, Astronomisches Institut der Universität Bern, Sidlerstrasse 5, 3012 Bern

Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik (SVVK)

## Jahresbericht des Zentralvorstandes des SVVK für das Jahr 1975

#### 1. Allgemeines

Das Jahr 1975 ist geprägt durch einen weiteren Rückgang der Konjunktur. Viele unserer Büros leiden unter zunehmendem Arbeitsmangel. Der Tiefpunkt der Rezession scheint noch nicht erreicht zu sein. Die Arbeitsbeschaffungsaktionen der öffentlichen Verwaltungen beginnen sich erst langsam auszuwirken.

Der Bundesrat hat auf den 1. Januar 1976 Herrn Walter Bregenzer zum neuen Vermessungsdirektor gewählt. Das lange Interregnum in einer wirtschaftlich schwierigen Zeit stellte Verwaltung und Privatbüros vor zahlreiche Probleme. Der Zentralvorstand gratuliert dem Neuge-

Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

# Rapport annuel du Comité central de la SSMAF pour l'année 1975

#### 1. Généralités

L'année 1975 est marquée par un nouveau recul de la conjoncture. Nombreux sont nos bureaux qui souffrent d'un manque de travail accru. Le point bas de la récession ne semble pas encore avoir été atteint. Les actions pour la création de possibilités de travail engagées par les pouvoirs publics commencent seulement à faire effet. Le Conseil fédéral a nommé M. Walter Bregenzer nouveau directeur fédéral des mensurations cadastrales avec effet au 1er janvier 1976. Le long interrègne a posé à l'administration et aux bureaux privés de nombreux problèmes durant cette période difficile du point de vue