

Zeitschrift: Mensuration, photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

Band: 73-M (1975)

Heft: 7

Artikel: Modèle mathématique et expérimental des écoulements souterrains

Autor: Musy, A.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-227938>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Modèle mathématique et expérimental des écoulements souterrains*

A. Musy

Zusammenfassung

Ein numerisches und mathematisches Modell, um Grundwasser in gesättigten und ungesättigten Böden zu simulieren, ist mit verschiedenen anfänglichen Zuständen und Grenzschichten dargestellt worden. Die partielle Differentialgleichung, welche dieses Problem beschreibt, ist mit der endlichen Elementenmethode gelöst worden. Ein numerisches Computerprogramm bewerkstelligt dieses Problem sowohl für stationäre als auch unstationäre Strömungen. Die numerischen Ergebnisse sind mit experimentalen Messungen verglichen worden. Diese Messungen wurden mit Hilfe der γ -radioaktiven Teilchenabsorption durchgeführt.

L'écoulement de l'eau dans un *milieu poreux saturé* est étudié depuis plus d'un siècle déjà. En 1856, H. Darcy, père de l'hydraulique souterraine moderne, décrit scientifiquement le mouvement de l'eau dans un sol et mit au point une relation fonctionnelle entre la vitesse de l'écoulement de l'eau et la perte de charge des filets liquides. Depuis, de nombreux spécialistes ont entrepris de longues et diverses recherches dans ce domaine.

Ils ont notamment vérifié la relation expérimentale de Darcy, critiqué objectivement la validité des hypothèses de base nécessaires à l'établissement de cette loi, développé enfin d'autres méthodologies susceptibles d'améliorer les connaissances dans ce domaine.

Plusieurs modèles physiques, analogiques ou mathématiques d'écoulement souterrain en milieu saturé furent mis au point par divers instituts de recherche. Au début du siècle déjà, les premiers modèles Hele-Shaw confirmèrent la validité des hypothèses de Darcy sous certaines conditions. La simulation analogique progressa rapidement dès l'apparition sur le marché d'appareils perfectionnés permettant d'interroger systématiquement et automatiquement les divers capteurs électriques. Enfin, le récent développement du calcul par ordinateur contribua largement à l'élaboration de modèles mathématiques complexes, utilisant divers procédés d'analyse numérique.

Le milieu non saturé eut beaucoup moins d'adeptes que son prestigieux voisin, n'intéressant essentiellement que l'agriculture et l'hydrogéologie. La diminution progressive de la surface agricole utile par habitant contraint l'agriculture à se développer et à se moderniser. Or une culture intensive et systématique ne peut s'effectuer sans connaître de manière approfondie le processus de l'écoulement de l'eau dans la tranche de sol non saturée.

* Le rapport est un résumé d'une étude générale élaborée à l'Institut de Génie Rural de l'EPFL dans le cadre d'un travail de thèse intitulé: «Contribution à l'étude, par simulation, des écoulements souterrains en milieu poreux» et présentée au Département de Génie Rural de cette Ecole. Le lecteur intéressé est prié de se référer à cet ouvrage pour d'autres renseignements complémentaires.

C'est en effet dans cette zone que la plante préleve l'eau nécessaire à sa croissance. C'est également au travers de cet horizon que transite toute l'eau d'infiltration et d'évaporation, conditions limites primordiales de la fluctuation du niveau des nappes phréatiques.

L'objet de cette étude n'a pas d'autre but que celui de simuler mathématiquement et numériquement les divers facteurs influençant cet écoulement. Les résultats de cette recherche systématique ont été contrôlés par un modèle physique développé au laboratoire et les profils hydriques simulés confrontés avec les mesures directes observées.

La mise au point d'un tel modèle nécessita cinq phases d'étude:

- l'étude des conditions initiales et limites du modèle,
- l'étude du modèle d'écoulement,
- la résolution numérique des équations mathématiques et des conditions limites,
- l'étude du modèle physique de contrôle au laboratoire,
- l'analyse des résultats obtenus par simulation et expérimentalement.

Analysons brièvement ces diverses étapes:

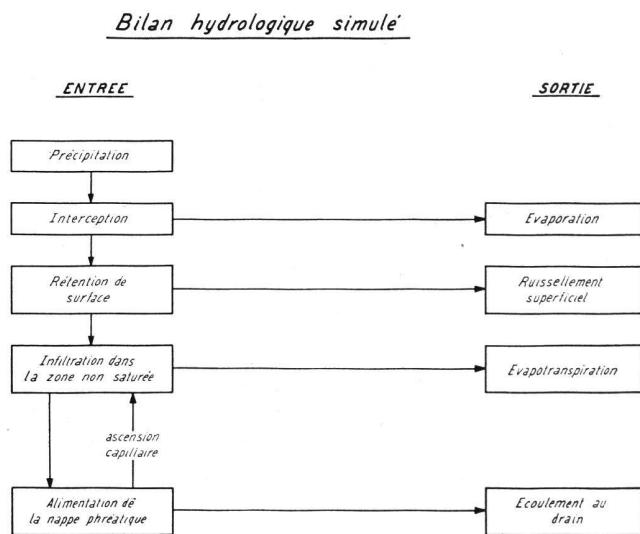
1. Etude des conditions limites du modèle (chap. 3 et 4)

Il existe deux types de conditions limites dans un modèle de simulation de l'écoulement de l'eau souterraine:

- les conditions de surface:
précipitation, interception, rétention de surface, ruissellement superficiel, évaporation, évapotranspiration;
- les conditions de profondeur:
apports extérieurs, pertes souterraines, substratum perméable ou imperméable, alimentation ou pompage de la nappe phréatique.

Les facteurs pris en considération dans cette étude sont présentés dans l'organigramme suivant (Fig. 1):

Figure 1



a) Les précipitations

Le but final de cette étude étant de simuler des conditions réelles d'écoulement, il était nécessaire d'introduire comme précipitation une pluie remarquable vraisemblable, pouvant modifier sensiblement l'infiltration de l'eau dans le sol. Aussi avons-nous:

- collecté dans l'ensemble de la Suisse francophone les données nécessaires à cette étude,
- analysé statistiquement toutes les précipitations journalières afin d'en extraire quelques caractéristiques types,
- développé une nouvelle méthode de calcul par ordinateur de la répartition spatiale des pluies,
- déterminé la précipitation journalière maximale probable (PJMP) correspondant à un temps de retour connu que nous introduisons dans le modèle.

Le calcul de cette PJMP étant effectué sur 24 h, il était nécessaire de transformer cette pluie journalière en précipitation horaire à l'aide d'un facteur de réduction C et de l'équation suivante:

$$P_{t_i} = \left((\text{PJMP}) - \sum_{i=1}^t P_{i-1} \right) \frac{t - t_i}{t_i - (t_i - 1)} \quad (1)$$

où: P_{t_i} = précipitation au temps t_i en mm pour $i > 1$

P_{t_1} = Précipitation de la première heure

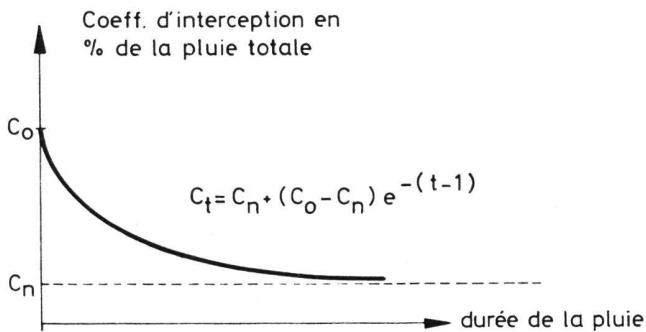
$$P_{t_1} = \frac{(\text{PJMP}) \cdot C}{100}$$

t = durée de la pluie en heure

b) L'interception

Le pourcentage d'eau de pluie retenue par la végétation dépend de nombreux paramètres qu'il est souvent très difficile d'estimer (type de végétation, surface basale ou foliaire des plantes, âge de la végétation, degré de couverture, etc.). Nous avons simplement calculé cette interception en réduisant la quantité d'eau précipitée par un coefficient adapté au type de végétation considérée et variant en fonction du temps de la manière suivante (Fig. 2):

Figure 2



avec: C_t = coeff. d'interception au temps t

C_o = coeff. d'interception pour $t = t_o$

C_n = coeff. d'interception résiduel après une pluie de longue durée ($C_n \rightarrow 0$)

c) L'évaporation – l'évapotranspiration (ETP)

Une multitude de formules permettant le calcul de l'évapotranspiration ou de l'ETP ont été mises au point par de nombreux chercheurs. Le choix, parfois difficile, de l'une ou l'autre d'entre elles, est toujours conditionné par le type et la nature des coefficients numériques qu'il est nécessaire d'introduire dans ce calcul. En ce qui nous concerne, nous souhaitons déterminer l'ETP pour la région considérée dans l'étude pluviométrique, à savoir la

Suisse romande. Nous ne pouvions donc choisir une formule faisant appel à des paramètres très locaux, difficiles à numériser parce que mal connus. Ainsi, les formules de Penman, Bouchet, Turc, Blaney-Criddle ou autres ont été abandonnées au profit d'une expression plus simple et adaptée à la climatologie suisse. Il s'agit de la formule de B. Primault, développée à l'Institut Suisse de Météorologie à Zurich:

$$\text{Etp} = E \cdot c \cdot j \quad (2)$$

où: E = évaporation physique d'une grande surface d'eau libre:

$$E = \frac{103 - H}{100} (S + 2n)$$

avec: H = humidité relative de l'air moyenne en % pendant la période de calcul considérée

S = durée d'insolation effective en heures pendant la période de calcul

n = nombre total de jours de la période considérée

j = coefficient de culture pour un type de végétation

c = facteur correctif en fonction de l'altitude de la station

d) Ruissellement – apports et pertes souterraines

Dans une première étape de recherche, nous avons implicitement supposé le sol horizontal et les limites du modèle imperméables. Le ruissellement superficiel est donc nul, de même que les apports et pertes d'eau souterraine. Remarquons qu'il suffit de changer la forme de l'équation (1) pour tenir compte d'un écoulement de surface. Par ailleurs, la méthode de résolution numérique que nous avons adoptée permet, sans aucune difficulté supplémentaire, de considérer un modèle aux limites perméables.

2. Le modèle mathématique d'écoulement

a) En milieu saturé

L'écoulement d'un fluide compressible, dans un milieu saturé, anisotrope et hétérogène, en régime variable, est régi par l'équation suivante:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) \\ = - \frac{\partial}{\partial t} (\rho P) \end{aligned} \quad (3)$$

où: ρ = densité du fluide

K_x, K_y, K_z = coeff. de perméabilité selon les directions x, y et z

h = charge hydraulique
($h = Z + P/\gamma + V^2/2g$)

P = porosité du sol

Cette relation se déduit de l'analyse classique de l'eau dans un sol saturé en appliquant la loi généralisée de Darcy. Elle se simplifie sous certaines hypothèses et s'écrit, après quelques transformations:

$$\Delta h = \nabla^2 h = 0 \quad (4)$$

équation bien connue de Laplace.

b) En milieu non saturé

On peut également considérer, en milieu non saturé, que l'écoulement de l'eau dans un sol dérive d'un potentiel Φ , à condition toutefois de tenir compte, dans ce dernier, d'un terme de succion χ :

$$\Phi = \varphi + \chi \quad (5)$$

où: φ = potentiel en milieu saturé

χ = potentiel du succion ($\chi \leq 0$)

Ainsi, en exprimant la relation de Darcy en fonction de ce potentiel Φ ($\vec{V} = K(0) \cdot \vec{\nabla} \varphi$) et en appliquant la loi de continuité (div. $\vec{V} = \frac{\partial \theta}{\partial t}$), l'écoulement de l'eau en milieu non saturé s'écrit:

$$\nabla [K(0) \nabla \chi(\theta)] + \frac{\partial K(0)}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (6)$$

ou encore:

$$\nabla [D(0) \nabla \theta] + \frac{dK}{d\theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (7)$$

avec $D(0) = K(0) \cdot \frac{d\chi}{d\theta}$ = coeff. de diffusivité

équation aux dérivées partielles du 2e ordre, non linéaire et non symétrique.

Les variations de $K(0)$ et de $\chi(0)$ sont données par:

$$K = K_s \cdot \left(\frac{\theta - \theta_o}{\theta_s - \theta_o} \right)^\alpha \quad (8)$$

avec: θ = teneur en eau volumique du sol en %

θ_s = teneur en eau volumique du sol en %

θ_o = teneur en eau volumique du sol sec en %

K_s = vitesse de filtration en sol saturé en cm/s

K = vitesse de filtration en fonction de θ en cm/s

α = constante

$$\chi = e^{a\theta+b} + \sum_{i=0}^{N=6} A_i \theta^i \quad (9)$$

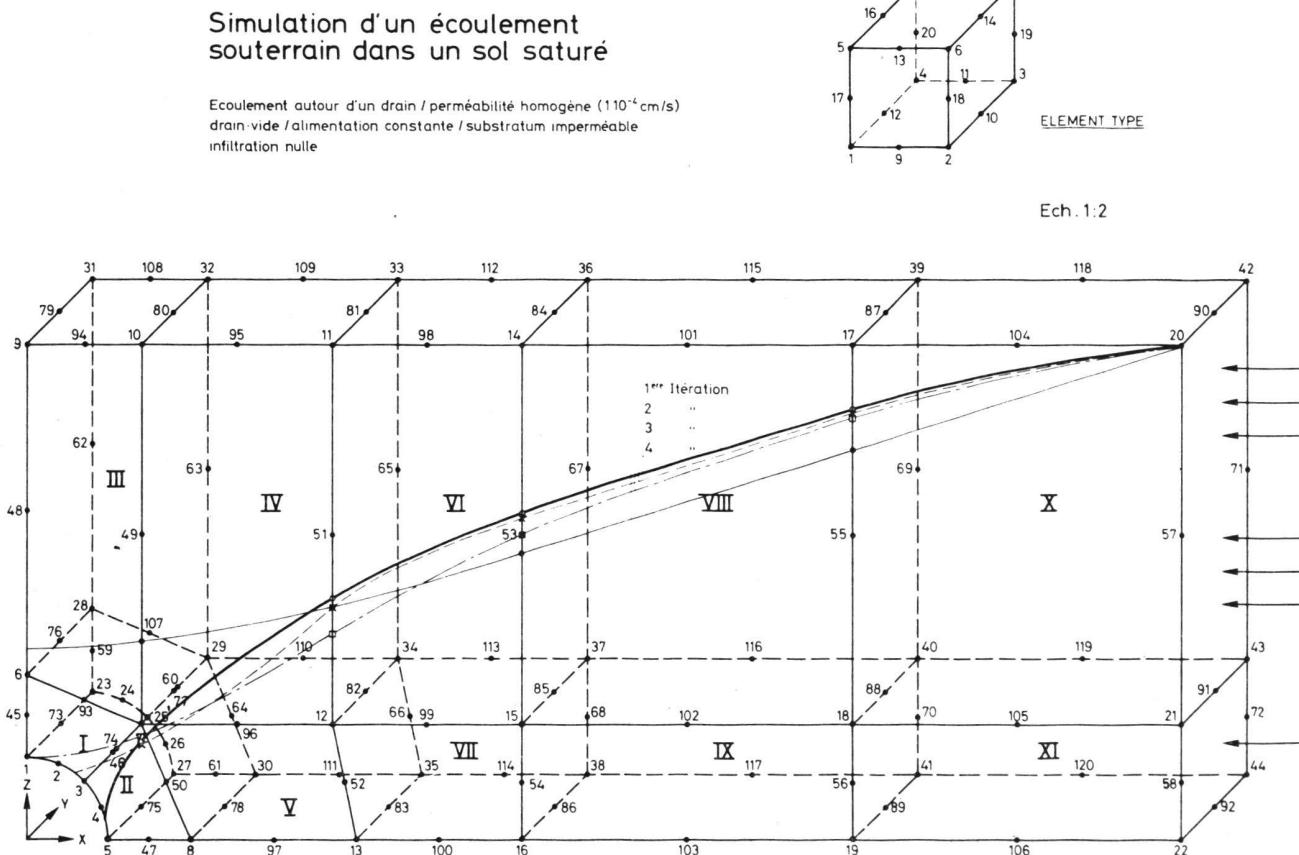
où: θ = teneur en eau volumique du sol en %

a, b, A_i ($i = 0, 6$) = constantes numériques

3. Résolution numérique des équations du modèle

La résolution exacte de l'équation (7) ne peut s'effectuer que sous certaines hypothèses très restrictives. Une solution plus générale, mais approchée, peut être obtenue en utilisant des méthodes d'analyse numérique particulières (différences finies, relaxation, éléments finis, etc.). En ce qui nous concerne, nous avons appliqué la théorie des éléments finis pour résoudre ce type d'équation, et utilisé un modèle numérique tri-directionnel avec des

Figure 3



éléments isoparamétriques pouvant résoudre en régime permanent ou transitoire des équations aux dérivées partielles non linéaires. La précision de la méthode est fonction de la structure du réseau d'éléments finis et de la finesse de résolution des équations non linéaires (critère de précision). Un exemple numérique d'un tel calcul, pour la détermination du rabattement d'une nappe phréatique en milieu poreux saturé, est présenté en figure 3.

4. Le modèle physique

Parallèlement à l'étude théorique et appliquée, nous avons développé au laboratoire un modèle physique d'écoulement de l'eau souterraine en milieu saturé et non saturé. Il s'agit d'une cuve (GAMHUMD) de $3 \times 1.5 \times 0.15$ m dans laquelle nous avons mis en place un limon argileux de caractéristiques connues. La mesure de la densité apparente humide et de l'humidité volumique du sol est réalisée par absorption de particules radioactives «gamma» qu'émet une source de Césium 137 de 300 mcuries d'intensité. La position X, Y du point de mesure est détectée mécaniquement et le déplacement du chariot de mesure peut être préalablement programmé. L'ensemble de ces mesures (X, Y, nombre de particules détectées, temps) est collecté puis transmis via terminal sur l'ordinateur de l'EPFL (CDC 6400) (figure 4). L'analyse numérique et graphique de ces mesures est effectuée par la calculatrice à l'aide de programmes appropriés.

Figure 5

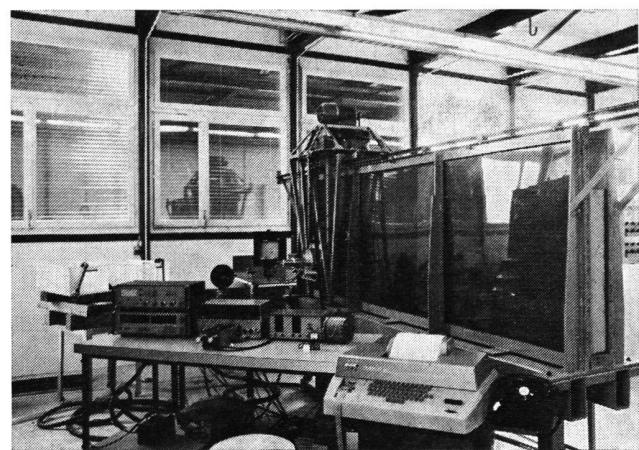
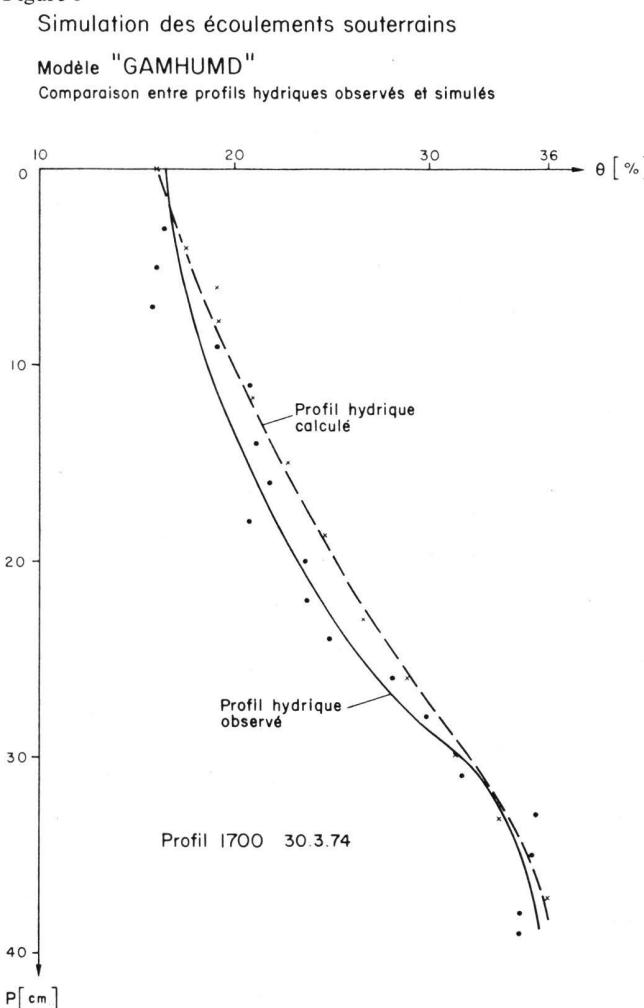


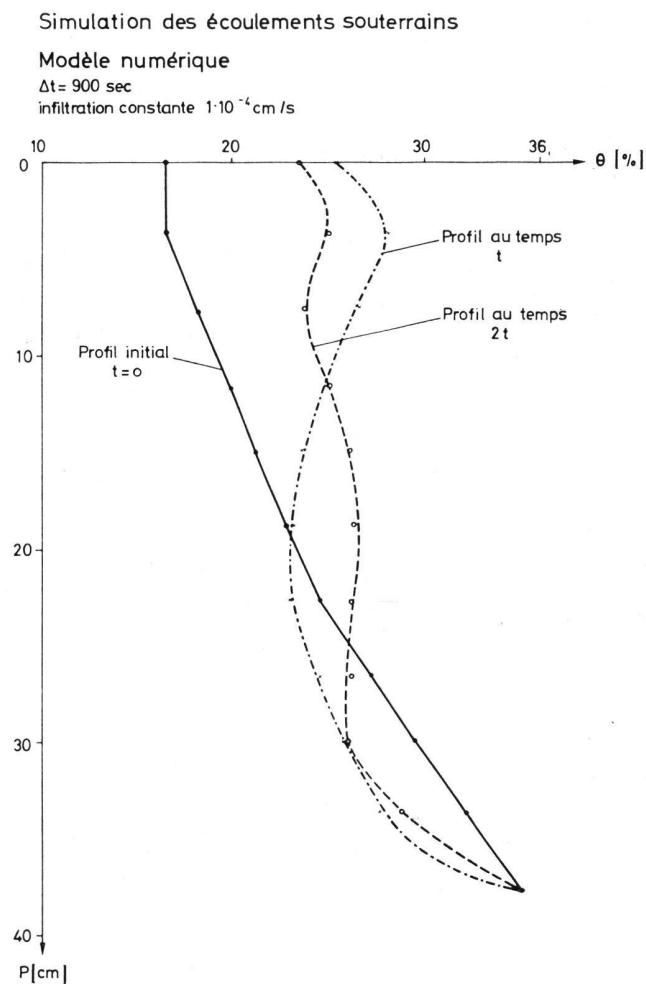
Figure 4

5. Analyse des résultats et conclusions

La concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux en régime permanent (figure 5) ou en régime variable (figure 6) est satisfaisante.

Certes, il serait possible d'améliorer ces résultats en affinant le modèle numérique d'écoulement ou en tenant compte d'autres paramètres secondaires, mais pouvant selon les cas jouer un rôle prépondérant sur le cheminement de l'eau souterraine. Cependant, lors du calcul numérique, il est indispensable d'introduire dans le modèle des coefficients ou des lois expérimentales établies à partir de mesures de laboratoire. Les résultats obtenus

Figure 6



peuvent donc être considérés comme très satisfaisants, si nous songeons aux erreurs de mesure faites lors de la détermination de certaines grandeurs expérimentales (vitesse de filtration par unité de pente, densité apparente sèche ou humide du sol, tension et succion capillaire, répartition spatiale de l'humidité volumique, etc.). Une véritable amélioration de ce modèle de simulation ne peut être envisagée qu'en augmentant simultanément la qualité de la mesure physique de certaines caractéristiques fondamentales avec le nombre des paramètres théoriques pris en considération dans l'analyse mathématique.

Les améliorations foncières dans le cadre de la politique agricole fédérale *

J. C. Piot

Zusammenfassung

Alle Strukturverbesserungen in der Landwirtschaft führen zu einer Modernisierung der Produktionsmittel, zu neuen Produktionstechniken und zu einer dauernden Anpassung an die wirtschaftlichen Gegebenheiten. Es ist aber absolut notwendig, dass die beschränkten Mittel unter ökonomischen Gesichtspunkten eingesetzt werden. Die Kosten der landwirtschaftlichen Bauten müssen den Amortisationsmöglichkeiten des Betriebes angepasst werden. Dies führt zur Forderung nach einfachen, billigen Bauten, die zudem ohne Schwierigkeiten den wechselnden Bedürfnissen angepasst werden können.

Leider ist im neuen Raumplanungsgesetz nichts vorgesehen, um die Erträge aus der Mehrwertabschöpfung bei Umzonungen ausdrücklich für die Vermehrung der vorhandenen, beschränkten Mittel zugunsten der Strukturverbesserungen einzusetzen.

Wie auch der Volksentscheid über das neue Raumplanungsgesetz herauskommen möge, aus den vorhandenen Geldmitteln ist ein Maximum herauszuholen nach der Devise «Einfachheit, Flexibilität, grösstmöglicher Nutzen».

A. Introduction

Dans le 4e rapport du 26 février 1969 sur la situation de l'agriculture suisse et la politique agricole de la Confédération, le Conseil fédéral faisait état de l'intensification qu'il fallait donner aux améliorations foncières, dans le but général d'améliorer les structures agricoles. Il disait entre autres (p. 128): «Les regroupements parcellaires doivent être faits de telle manière qu'ils permettent d'agrandir les exploitations. *Une exécution moins coûteuse et plus rapide des projets, tenant d'avantage compte des aspects économiques, serait souhaitable dans ce domaine comme dans d'autres secteurs des améliorations foncières.*»

Il a dit également un peu plus loin: «Il faudra absolument tenir compte de l'évolution à long terme de la production et de son écoulement lorsqu'il s'agira d'encourager des améliorations foncières qui agissent en premier lieu sur les rendements et moins sur la réduction des frais. Il conviendra autant que possible de ne pas accorder un rang privilégié aux projets de ce genre, particulièrement coûteux au surplus, tels que drainages, irri-

* Exposé, tenu aux journées d'étude du groupe spécialisé des ingénieurs du génie rural et des ingénieurs-géomètres SIA, 21/22 mars 1975, Lucerne.

Remerciements

J'exprime toute ma gratitude à Monsieur le Professeur P. Regamey, Directeur de l'Institut de Génie Rural de l'EPFL, qui m'a habilement conseillé et adroitement dirigé au cours de ce travail. Ma reconnaissance va également à tout le personnel de cet Institut pour sa précieuse collaboration dans l'élaboration de cette recherche.

Adresse de l'auteur: M. Musy, Dr ing. EPFL, Institut de Génie Rural EPFL, Bassenges, 1024 Ecublens-Lausanne.

gations ou autres installations propres à accroître le rendement des vergers.»

En d'autres termes, cela signifie qu'il entendait mettre l'accent sur l'abaissement des coûts de production par le moyen des améliorations foncières, bien que, reconnaissions-le, une augmentation de la production obtenue à des conditions raisonnables peut contribuer également à l'abaissement, même substantiel, des frais de production. Au chapitre des constructions rurales, il était mentionné *le recours aux contributions forfaitaires*, et dit qu'il fallait renoncer à soutenir avec des moyens de l'Etat, les exploitations ne présentant pas un minimum des conditions objectives de viabilité et de développement.

Cette introduction pourrait aussi bien être la conclusion de mon exposé. Cette constatation a pour unique but de souligner la pérennité de l'action dans le secteur des améliorations foncières, qui ne saurait évoluer au gré de la mode, mais qui engage l'avenir pour des générations.

Pour «motiver» les améliorations foncières, il faut d'abord préciser les constantes de certains aspects de la politique agricole qui, même si elle se veut dynamique, rencontre des contraintes matérielles telles que, lorsqu'il s'agit d'investissements coûteux – et les améliorations foncières sont en général des investissements coûteux – il faut lui donner une orientation sinon définitive, du moins à long terme dans les secteurs qui exigent d'importantes mises de fonds.

B. Les constantes de la politique agricole fédérale

La *raison d'être* de l'agriculture suisse se résume comme suit:

- Assurer le ravitaillement du pays en temps de crise.
- Produire dans le pays même et en tout temps une part de nourriture rendant crédible notre politique de neutralité et d'indépendance économique, et politique, tout en contribuant à l'amélioration de notre balance des paiements.
- Maintenir l'équilibre naturel et sauvegarder le paysage par la culture du sol national.

La constitution fédérale, la législation agricole (loi sur l'agriculture, sur le blé, sur l'alcool, sur le sucre, etc.) et les ordonnances d'application fixent le cadre légal des interventions de l'Etat, aussi bien pour la protection à la frontière que pour les mesures internes de soutien à l'agriculture.

Il appartient ensuite au gouvernement de fixer la *politique* qu'il entend suivre, c'est-à-dire d'établir *les choix*,