Zeitschrift: Mensuration, photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF))

Band: 73-M (1975)

Heft: 2

Artikel: Numerische Orientierung photogrammetrischer Aufnahmen als Rückwärtseinschnitte

Autor: Flotron, André

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-227925

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

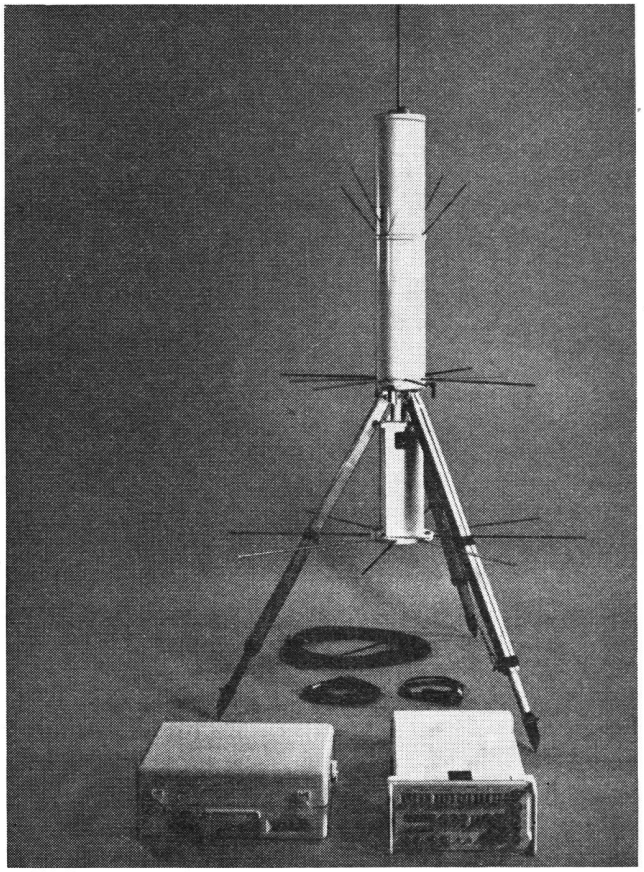
6. Schlussbemerkungen

Mit den heutigen Doppler-Empfängern von Signalen entsprechend ausgerüsteter Satelliten steht den Geodäten ein neues Instrument zur Verfügung, das astronomische Beobachtungen ersetzen oder auch ergänzen kann. Der grosse Vorteil der Methode liegt darin, dass die Beobachtungen weitgehend unabhängig vom Wetter ausgeführt werden können und weniger qualifiziertes Personal erfordern. Die Genauigkeit ist etwa ±1 m. Wie bei astronomisch-geodätischen Ortsbestimmungen ist auch bei dieser neuen Methode der Messanordnung und der Instrumenteneichung die nötige Aufmerksamkeit zu widmen. Für geodätische Auswertungen ist man auf die Herausgabe von genauen Bahnelementen seitens amerikanischer Amtsstellen angewiesen.

Zum Schluss möchte ich Prof. Dr. H. Schmid für die Durchsicht dieses Artikels und für seine wertvollen Ergänzungen herzlich danken.

Literaturverzeichnis

1. *E. H. Rutscheidt:* Worldwide geodetic positioning from satellites with portable Doppler receivers.
   Invited paper 503.1. XIV. FIG-Congress 1974, Washington D.C.
2. *A. Wallenhauer:* Über die Anwendung des Verfahrens zur Integration der Doppler-Frequenzverschiebung von Signalen künstlicher, erdnaher Satelliten für die geodätische Ortsbestimmung.
   Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft Nr. 161, München 1971.
3. *Magnavox,* Research Laboratories, Torrance, Kalifornien: Geoceiver (AN/PRR-14)
4. *R. B. Southard* (US Geological Survey): Antarctic Control Requirements met by Doppler Satellites.
   Personal Paper, FIG-Congress 1974, Washington D.C.
5. *B. K. Meade* (National Geodetic Survey): Geoceiver positions compared with results of precise surveys.
   Personal paper, FIG-Congress 1974, Washington D.C.



Legende zur Abbildung
Feldausrüstung des «Geoceiver»: Antenne, Hauptempfänger und Lochstreifenstanzer (im geschlossenen Koffer). Foto: Magnavox

---

Numerische Orientierung photogrammetrischer Aufnahmen als Rückwärtseinschnitte

André Flotron, Meiringen

Zusammenfassung
Zur Einpassung von Modellen, deren Geländeformen nahe der kritischen Fläche liegen, wurde ein Programm geschrieben. Es erlaubt nebst der rationellen Orientierung von Gebirgsmodellen Neupunkte mit sehr hoher Genauigkeit zu berechnen.

Einleitung

Flugaufnahmen als räumliche Rückwärtseinschnitte zu orientieren ist ungebräuchlich geworden, seit von Gruber das Prinzip einführte, zwei Bilder vorerst gegenseitig und anschliessend das photogrammetrische Modell absolut zu orientieren.

Rückwärtseinschnitte sind als Probiermethode am Auswertegerät viel umständlicher durchzuführen, und sie gelten, vor allem weil der Stereoeffekt nicht benützt werden kann, als ungenauer. Gotthardt hat ein mathematisches Modell nach beiden Orientierungsmethoden fehlertheoretisch durchgerechnet (Zeitschrift für Vermessungswesen, 1942) und findet diese Annahme weitgehend bestätigt. Seinen Berechnungen legt er eine geringe Beobachtungsgenauigkeit zugrunde und beschränkt sie auf Normalwinkelaufnahmen von ebenem Gelände. Sie dürfen deshalb nicht ohne weiteres auf Einpassungen gebirgiger Modelle übertragen werden; ferner schaffen die modernen Aufnahme- und Auswertegeräte wesentlich andere Voraussetzungen als Gotthardt in seiner Untersuchung annahm.

Die bekannten Schwierigkeiten zur gegenseitigen Orientierung grossmassstäblicher Aufnahmen im Hochgebirge und die Möglichkeit, recht umfangreiche Programme mit Kleincomputer zu berechnen, führten zum Anlass, das bereits durch S. Finsterwalder (Die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie, 1899) beschriebene Einpassverfahren wieder zu verwenden.

Berechnungsgang

Aus der Menge aller in einer Photo abgebildeten Geländepunkte sei der Punkt $\mathbf{r}_B = (x_B, y_B, f)'$ als Bild von $\mathbf{R} = (Y, X, H)'$ willkürlich herausgegriffen.

Im Modellraum des in Fig. 1 schematisch dargestellten Auswertegerätes wird der Bildpunkt als Vektor

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_B \frac{z}{f} = (x, y, z)' \qquad (1)$$

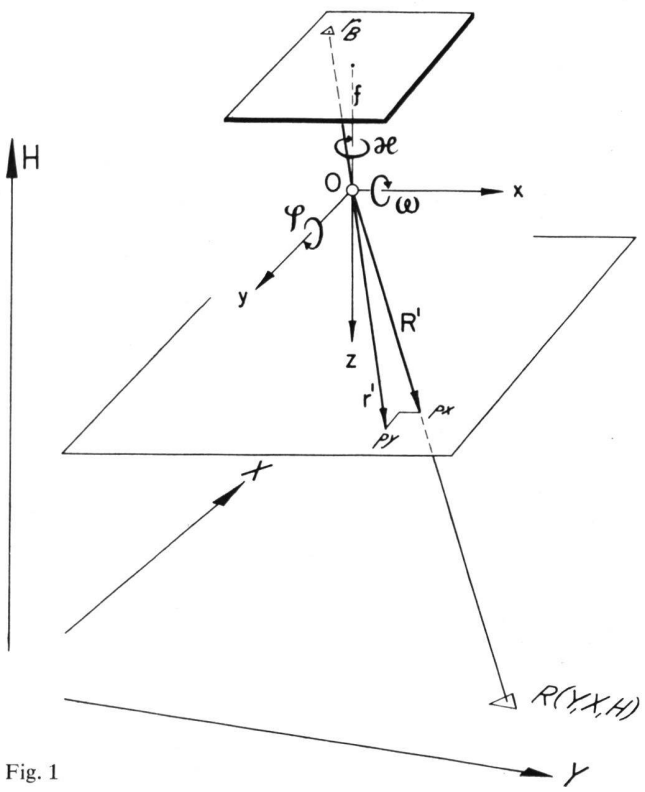


Fig. 1

gemessen, wenn die Kammerachsen mit den Achsen des Modellraumes in z-Richtung identisch und in x/y-Richtung parallel sind. Bei der Bildorientierung wird **r** mit der Drehmatrix $\mathbf{A}_T$ zu **r**′ transformiert, wobei

$$\mathbf{A}_T = \mathbf{A}\varphi \cdot \mathbf{A}\omega \cdot \mathbf{A}\varkappa \tag{2}$$

das Produkt der drei Rotationsmatrizen – in der dem Gerät Wild A 10 entsprechenden Reihenfolge – darstellt. Damit wird

$$\mathbf{r}' = \mathbf{A}_T \cdot \mathbf{r} \tag{3}$$

Im gleichen Modellraum wird der Vektor **R**′ als Projektion des Geländepunktes **R** bezüglich des Aufnahmeortes $\mathbf{O} = (Y_O, X_O, H_O)$, mit dem Massstabsfaktor μ definiert:

$$\mathbf{R}' = (\mathbf{R} - \mathbf{O})\,\mu \tag{4}$$

Bei richtig orientierter Aufnahme müssen im mathematischen Modell die Vektordifferenzen

$$\mathbf{p} = \mathbf{R}' - \mathbf{r}' \tag{5}$$

zu null werden. Jedes Vektorpaar **R**′ – **r**′ gibt Anlass zu drei Komponentengleichungen. Unbekannt sind die drei Translationen des Aufnahmeortes, die drei Rotationen der Aufnahmerichtung und die jedem **R**′-Vektor zugeordnete Massstabszahl. Der Rückwärtseinschnitt ist somit im allgemeinen Fall mit drei Gleichungen (5) eindeutig lösbar; stehen mehr Bestimmungen zur Verfügung, ist die günstigste Einpassung als Ausgleichung zu berechnen.

Mit (3), (4) und (5) können die Beobachtungsgleichungen geschrieben werden:

$$\mathbf{A}_T\,(\mathbf{r} + \mathbf{v}) = (\mathbf{R} - \mathbf{O})\,\mu$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}_T^{-1}\,(\mathbf{R} - \mathbf{O})\,\mu - \mathbf{r}$$

Die inverse Matrix von $\mathbf{A}_T$ ist gleich der transponierten, weil sie als Produkt orthogonaler Matrizen ebenfalls orthogonal ist. Damit wird

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}_T'\,(\mathbf{R} - \mathbf{O})\,\mu - \mathbf{r} \tag{6}$$

Die drei Drehwinkel treten in Gleichung (6) implizite als transzendente Funktionen auf; ein entsprechendes Gleichungssystem ist durch Iteration zu lösen. Da nie viele Überbestimmungen vorliegen werden, ist es einfacher auf die vorgängige Berechnung guter Näherungswerte zu verzichten und dafür den Ausgleichsvorgang bis zur verlangten Genauigkeit zu wiederholen.

Zwecks Linearisierung wird

$$\mathbf{A}\varphi = \mathbf{A}\varphi_0 + \mathbf{A}\mathrm{d}\varphi \quad \mathbf{A}\omega = \mathbf{A}\omega_0 + \mathbf{A}\mathrm{d}\omega \quad \mathbf{A}\varkappa = \mathbf{A}\varkappa_0 + \mathbf{A}\mathrm{d}\varkappa \tag{7}$$

und, ausgehend vom Normalfall der Photogrammetrie

$$\mathbf{A}\varphi_0 = \mathbf{A}\omega_0 = \mathbf{A}\varkappa_0 = \mathbf{E}$$

gesetzt. Mit (2) wird bei Weglassen der Produkte differentieller Grössen

$$\mathbf{A}_T = \mathbf{E} + \mathbf{A}_{dT} = \mathbf{E} + \mathbf{A}\mathrm{d}\varphi + \mathbf{A}\mathrm{d}\omega + \mathbf{A}\mathrm{d}\varkappa$$

$$\mathbf{A}_{dT} = \begin{pmatrix} 0 & -\mathrm{d}\varkappa & \mathrm{d}\varphi \\ \mathrm{d}\varkappa & 0 & -\mathrm{d}\omega \\ -\mathrm{d}\varphi & \mathrm{d}\omega & 0 \end{pmatrix} \tag{8}$$

Mit $\mathbf{O} = \mathbf{O}_0 + \mathrm{d}\mathbf{O} = (Y_0, X_0, H_0)' + (\mathrm{d}Y, \mathrm{d}X, \mathrm{d}H)'$

lauten die Fehlergleichungen

$$\mathbf{v} = (\mathbf{R} - \mathbf{O}_0)\,\mu + \mathrm{d}\mathbf{O} \cdot \mu + \mathbf{A}_{dT}\,(\mathbf{R} - \mathbf{O}_0)\,\mu - \mathbf{r} \tag{9}$$

oder nach den einzelnen Komponenten geschrieben:

$$\begin{aligned} v_x &= (Y - Y_0)\,\mu + \mathrm{d}Y \cdot \mu + \mathrm{d}\varkappa\,(X - X_0)\,\mu \\ &\quad - \mathrm{d}\varphi\,(H_0 - H)\,\mu - x \\ v_y &= (X - X_0)\,\mu + \mathrm{d}X \cdot \mu - \mathrm{d}\varkappa\,(Y - Y_0)\,\mu \\ &\quad + \mathrm{d}\omega\,(H_0 - H)\,\mu - y \\ v_z &= (H_0 - H)\,\mu + \mathrm{d}H \cdot \mu + \mathrm{d}\varphi\,(Y - Y_0)\,\mu \\ &\quad - \mathrm{d}\omega\,(X - X_0)\,\mu - z \end{aligned} \tag{10}$$

Werden im Modellraum die z-Komponenten der Vektoren **R**′/**r**′ gleichgesetzt, wird v_z zu null. Die dritte Gleichung von (10) kann somit als Bedingung in den ersten beiden Gleichungen eingesetzt werden, um den Massstabsfaktor μ zu eliminieren.

$$\text{Mit } x = \frac{(Y - Y_0)}{(H_0 - H)}\,z + px \text{ und } y = \frac{(X - X_0)}{(H_0 - H)}\,z + py \tag{11}$$

entsprechend der Darstellung in Fig. 1 werden nach einigem Umformen und Weglassen der kleinen Grössen zweiter und höherer Ordnung die endgültigen Fehlergleichungen zu

$$v_x = dY \frac{z}{H_0 - H} - dH \frac{x}{H_0 - H} - d\varphi \left(z + \frac{x^2}{z}\right) - d\omega \frac{xy}{z} + d\varkappa \cdot y - px \tag{12}$$

$$v_y = dX \frac{z}{H_0 - H} - dH \frac{y}{H_0 - H} - d\varphi \frac{xy}{z} - d\omega \left(z + \frac{y^2}{z}\right) - d\varkappa \cdot x - py$$

Der weitere Berechnungsgang geschieht nach den bekannten Regeln der Ausgleichsrechnung. Mit den ersten und folgenden Näherungswerten der Unbekannten werden jeweils die vollständigen Rotationsmatrizen aufgebaut und in die ursprünglichen Beobachtungsgleichungen eingeführt. Die Absolutglieder werden somit für jede Iterationsstufe genau bestimmt, die Koeffizienten der Fehlergleichungen sind jedoch stets auf den Normalfall bezogen. Die nach Gleichung (3) entstehenden Korrelationen zwischen den Beobachtungen werden vernachlässigt, dieser Einfluss ist aber unbedeutend, solange die Abweichungen vom Normalfall die durch das Auswertegerät bedingten Schranken nicht überschreiten.

Das Rechenprogramm läuft nach folgendem Schema ab:

- Messen der Rahmenmarken und Bildkoordinaten beider Photos bei Nullstellung der Orientierungselemente am Autographen in einem festen z-Abstand
- Bestimmung von Näherungswerten der Aufnahmestandorte und des Fluglinienazimutes nach Landeskarte und Höhenmesser
- Transformation der Festpunktkoordinaten in das durch die genäherte Flugrichtung bestimmte System
- Aufstellen der Fehler-, Berechnen und Auflösen der Normalgleichungen. Iteration dieses Prozesses bis zum Abbruchkriterium: Die Wurzeln der Restfehlerquadratsummen der n-ten Berechnung sollen nicht mehr als 1 μm von der (n-1)-ten Berechnung abweichen
- Berechnung der Basiskomponenten und der Höhe des z-Wertes im Landeskoordinatensystem aus den Luftstandorten beider Bilder
- Vorwärtseinschnitt der Einpasspunkte aus den Bildkoordinaten als Schlusskontrolle der Einpassung.

Der Programmablauf benötigt auf dem von uns eingesetzten Kleincomputer je nach Punktanzahl und Güte der ersten Näherung 20 bis 40 Minuten Rechenzeit.

Resultate

Das Programm hat sich zur Orientierung «schwieriger» Modelle gut bewährt. Modelldeformationen sind beseitigt, da zur Einpassung nicht die y-Parallaxen, sondern die Restfehler an den unmittelbaren Beobachtungen der Festpunkte minimalisiert werden. Weil zur Bildorientierung auch Punkte ausserhalb des Modellbereichs verwendet werden können, darf die Passpunktdichte kleiner sein als bei der modellweisen Einpassung.

Die berechneten Elemente benötigen keine Nachkorrekturen am Gerät, einzig die Kantungen sind meist um kleine Beträge nachzustellen, weil die zu groben $\varkappa$-Winkelteilungen am A 10 keine genügende Einstellgenauigkeit erlauben.

Berechnung von Neupunkten

Die zur Schlusskontrolle als Vorwärtseinschnitte gerechneten Passpunktkoordinaten stimmten stets erstaunlich genau mit den Sollwerten überein. Das führte dazu, Neupunkte monoskopisch auszumessen und mit diesem Programm zu berechnen.

Zur Beseitigung konstanter Autographenfehler wurden die 20 × 20-mm-Prüfgitter bei der üblich verwendeten Projektionsdistanz mehrmals gemessen und die gemittelten Abweichungen als Korrekturen der Beobachtungen im Programm eingebaut. Ferner wurde mit einem Subprogramm ermöglicht, Differenzen im Filmverzug zwischen der x- und der y-Richtung linear auszugleichen.

Das Verfahren wurde anhand des Testfeldes «Dübendorf» geprüft. Nebst den fünf nach Koordinaten bekannten Einpasspunkten wurden die 103 Neupunkte in zwei Modellen aus 800 m Flughöhe in zwei Durchgängen gemessen. Der Vergleich beider Modelle zeigte zwei grobe Fehler, die durch falsche Identifikation der Punkte bedingt waren. Die Werte der übrigen 101 Punkte wurden gemittelt. Das Geodätische Institut der ETHZ übernahm freundlicherweise die Aufgabe, die Resultate mit den Sollwerten zu vergleichen, die mittleren Fehler zu berechnen und die Histogramme (Fig. 2) zu zeichnen. Die mittleren Fehler betragen:

	m_Y	m_X	m_H
an den Landeskoordinaten	±21 mm	±16 mm	±42 mm
in Promille der Flughöhe	±0,026	±0,020	±0,053
im Bild	±3,9 μm	±3,0 μm	

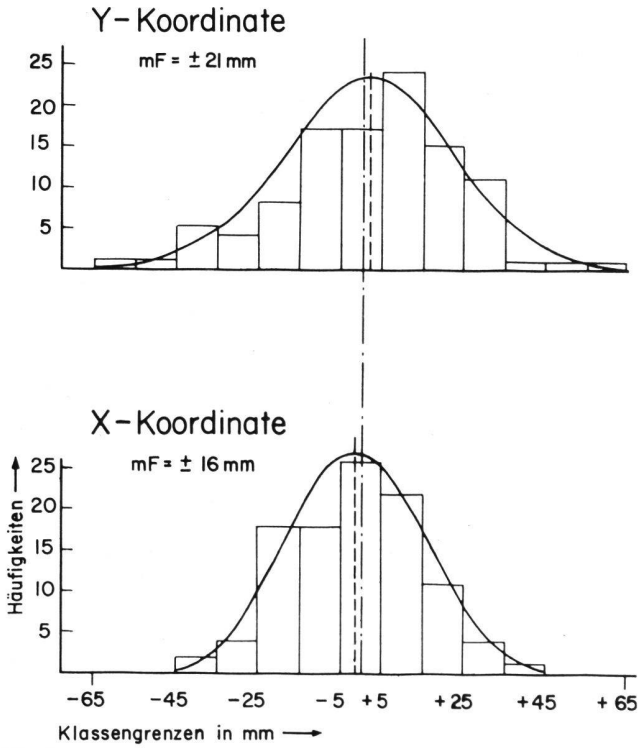


Fig. 2

Der absolut grösste Lagefehler dY/dX beträgt 62 mm.

Die Häufigkeit der Fehlergrössen folgt gut der Normalverteilung; daraus darf geschlossen werden, dass die systematischen Fehlereinflüsse weitgehend beseitigt sind.

Anwendung in der Parzellarvermessung

Diese Ergebnisse zeigen, dass sich das geschilderte Verfahren sehr gut zur Detailpunktbestimmung in der Parzellarvermessung eignen wird. Zur sicheren Identifikation der bemalten Marchsteine sollte die Flughöhe über Grund etwa 600 m betragen. Die mittleren Lagefehler werden somit bei 75 % der Werte des Testfeldes «Dübendorf», das heisst bei ± 20 mm, liegen. Dieses Mass entspricht einem Drittel der Toleranz nahe benachbarter Punkte in der Instruktionszone II.
Im Versuch «Dübendorf» dauerte die Punktberechnung einige Stunden, weil jede Messung einzeln in die Rechenmaschine eingetippt wurde. Wenn die Autographenmessungen direkt (zum Beispiel ab Lochstreifen) in die Rechenanlage gelesen werden, wird der Zeitbedarf zur Berechnung von 100 Punkten kaum eine halbe Stunde betragen.
Da bei dieser Methode bereits vorhandene Auswertegeräte und relativ billige, leicht zu bedienende Tischrechner eingesetzt werden, lassen sich damit auch kleinere Operate der Neuvermessung oder der Nachführung rationell und ökonomisch bearbeiten.

Elektronische Distanzmessung zur Bestimmung der Wurfweite in der Leichtathletik

R. Kägi, H. Chablais

Zusammenfassung

Erstmals wurden mit elektronischen Distanzmessern schweizerischer Herkunft Versuche zur Bestimmung der Wurfweite bei den Leichtathletikdisziplinen Speer, Diskus und Hammer durchgeführt. Es wird berichtet über die Gerätekombination, das Mess- und Auswerteverfahren sowie über Resultate und Erfahrungen.

Spätestens seit den Olympischen Sommerspielen von 1972 in München weiss die Sportwelt, dass es für die *Messung der Wurfweiten in den Disziplinen Speer, Diskus und Hammer* modernere, bequemere und präzisere Methoden gibt als die Messbandmessung. Etwa gleich lang weiss aber auch die Vermessungsfachwelt, dass die elektronische Distanzmessung nicht nur für geodätische Vermessungen zu gebrauchen ist. Damit sei auf das seither bei verschiedenen nationalen und internationalen Leichtathletikveranstaltungen zur Anwendung gelangende integrierte Mess-, Berechnungs-, Übermittlungs- und Anzeigesystem von ZEISS Oberkochen mit dem Reg Elta 14 hingewiesen.
Nachdem sich auch schweizerische Leichtathletikkreise für ein moderneres Messverfahren zu interessieren begannen, wurde an uns konkret die Anfrage herangetragen, ob wir in der Lage wären, eine analoge Messung mit *einheimischen Distanzmessgeräten* durchzuführen. Dank dem Entgegenkommen der Firma WILD, Heerbrugg AG, und dem Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETHZ entschlossen wir uns, am Internationalen Leichtathletikmeeting vom 24./25. August 1974 in Genf (Herren-Länderkampf: Griechenland – Spanien – Schweiz, Damen-Länderkampf: Dänemark – Schweiz) einen entsprechenden Versuch durchzuführen.
Eine direkte Messung der Wurfdistanz mit einem elektronischen Distanzmesser ist bei solchen Anlässen aus organisatorischen und technischen Gründen nicht möglich. Zudem befinden sich im Stade de Champel in Genf die Abwurfstellen für Speer beziehungsweise Hammer und Diskus an entgegengesetzten Enden des Wettkampfplatzes. Eine Bestimmung der Wurfweiten kam somit nur auf *indirekte Art* in Frage, über das Dreieck Abwurfzentrum/Aufschlagstelle/Messinstrument. Trotzdem sollte dabei eine möglichst bewegliche und doch einfache Messanordnung gefunden werden. Um die Durchführung der übrigen Disziplinen nicht zu stören und von einem Instrumentenstandort aus alle drei Wurfarten messen zu können, haben wir das Instrument am vorderen Rand der Tribüne aufgestellt, also einige Meter erhöht über dem Wettkampfgelände.
Wir waren uns von Anfang an bewusst, dass *kein System mit ununterbrochenem Datenfluss* von der Messung bis zur Anzeige zur Anwendung gelangen konnte, da keine schweizerischen Geräte mit automatischer Registrierung existieren und zudem an der Veranstaltung keine elektronische Anzeigetafel für die Wurfdisziplinen zur Verfügung stand. Von seiten der Veranstalter, der Association Genevoise d'Athlétisme, wurden ferner für die Wurfweitenmessung die Ziele gesetzt, eine Genauigkeit der Wurfweite von weniger als ± 1 cm (m. F.) zu erreichen und das Resultat spätestens eine Minute nach Beendigung des Wurfes anzuzeigen.

Auf Grund dieser Gegebenheiten und Bedingungen wurde *folgende Gerätekombination* gewählt:

1. Distanz- und Winkelmessungen:
Infrarot-Distanzmesser WILD Distomat DI 3 auf Skalentheodolit WILD T 16, zwei Geräte parallel zur unabhängigen Kontrolle (zweites Gerät mit Operateur verdankenswerterweise durch WILD, Heerbrugg AG, zur Verfügung gestellt).

2. Zielmarkierung:
Einprismenreflektor/Zielmarke mit Handgriff und Spitze zum Einstecken (Spezialanfertigung WILD).

3. Berechnung der Wurfweiten:
Programmierbarer schreibender Tischrechner Hewlett-Packard 9810 (Maschine mit entsprechendem Programm freundlicherweise vom Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETHZ zur Verfügung gestellt), programmierbarer Taschenrechner Hewlett-Packard HP-65 als Reserve.