

**Zeitschrift:** Mensuration, photogrammétrie, génie rural  
**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) =  
Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF))  
**Band:** 73-F (1975)  
**Heft:** 3-4: Prof. Dr. F. Kobold zum 70. Geburtstag  
  
**Artikel:** La simulation en photogrammétrie  
**Autor:** Bachmann, W.K.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-227547>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

führen, bedeutet das Verfahren unter Umständen auch einen erheblichen rechnerischen Mehraufwand, da dann ein grosser Teil der Normalgleichungen neu aufgestellt werden muss. Für das in Abschnitt 5, Gleichung (3), erwähnte Beispiel funktioniert es gut und mit geringem Aufwand. Für grosse Netzwerke soll es demnächst im Computereinsatz erprobt werden.

7. *Dank.* Den Anstoss zu dieser Arbeit gab ein Briefwechsel mit Herrn T. Vincenty, Cheyenne, Wyoming. Herr Vincenty berichtete über echte Schwierigkeiten durch Gewichtsinhomogenitäten bei grösseren Netzen. (Bei dem kleinen Beispiel des Abschnittes 1 sind die Schwierigkeiten nur aus Demonstrationsgründen konstruiert.) Der Firma Wang sei gedankt, dass sie ihr Computersystem WANG 2200 B für die Berechnungen zur Verfügung stellte. Auf dieser ausserordentlich benutzerfreundlichen Maschine war die Durchrechnung des Zahlenbeispiels samt Simulation der Rundung ein Vergnügen.

#### Literaturverzeichnis

- Bjerhammar, A. (1973): Theory of errors and Generalized Inverses. Elsevier.  
 Borre, K., Meissl, P. (1974): Strength Analysis of Leveling-Type Networks. Report No. 50 of the Danish Geodetic Institute.  
 Golub, G. H., Reinsch, C. (1970): Singular value decomposition and least squares solutions. In Wilkinson-Reinsch, ed., Handbook for Automatic computation, p. 134–151. Springer.  
 Rubinstein, M. F., Rosen, R. (1970): Error Analysis on structural computation. J. Franklin Inst. 290, 37–48.

#### Adresse des Verfassers

o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Peter Meissl,  
 Institut für mathematische und numerische Geodäsie,  
 Technische Hochschule Graz,  
 A-8010 Graz, Technikerstrasse 4

## La simulation en photogrammétrie

W. K. Bachmann, Lausanne

La simulation est une méthode de calcul qui s'est révélée fort utile dans de nombreux domaines. On y a généralement recours lorsqu'on n'est pas à même de traiter un problème par les méthodes mathématiques classiques. En simulant un processus de mesures ou une expérience aléatoire, nous le remplaçons par un autre processus qui lui est similaire. Le plus souvent, la simulation est utilisée en relation avec des expériences où le hasard joue un rôle prépondérant. Prenons un exemple simple en considérant un angle  $X$  dont la valeur est inconnue. En la mesurant  $n$  fois avec un théodolite, nous obtenons une séquence

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad (1)$$

dont les valeurs diffèrent légèrement les unes des autres. Si les mesures ont été effectuées correctement, elles doivent être groupées autour d'une certaine «valeur centrale» et leur histogramme ne comportera qu'un seul maximum. L'expérience montre que si le nombre  $n$  des mesures augmente, à partir d'un certain moment l'allure de l'histogramme ne change pratiquement plus et nous pouvons dès lors considérer la séquence (1) comme échantillon de taille  $n$  extrait d'une population  $X$  ayant une fonction de fréquence  $f(x)$  bien définie. En règle générale, il s'agit d'une population normale  $X \sim N(m; \sigma^2)$  dont la probabilité élémentaire est

$$dp = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} dx \quad (2)$$

L'histogramme consiste dans ce cas en la fameuse courbe de Gauss en forme de cloche. L'équation (2) nous montre que cette distribution est complètement déterminée par les deux paramètres  $m$  et  $\sigma^2$  qui ne sont

rien d'autre que la moyenne et la variance de la population. Nous pouvons estimer leurs valeurs à partir de la séquence (1) moyennant les expressions bien connues

$$\hat{m} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3)$$

et le calcul des probabilités nous permet d'affirmer que ces estimateurs sont sans biais.

Pour étudier le *comportement stochastique* d'une séquence de mesures telle que (1), nous avons deux possibilités, à savoir:

- a) répéter la séquence des mesures un grand nombre de fois, ou
- b) générer la séquence moyennant un processus mathématique approprié, appelé *simulation*.

Il est évident que la deuxième de ces méthodes est plus économique que la première lorsqu'on dispose d'une méthode de simulation efficace suffisamment simple. Mais la simulation d'une population normale  $X \sim N(m; \sigma^2)$ , à paramètres connus, présente quelques difficultés; pour cette raison, on simplifie généralement le problème en cherchant tout d'abord à simuler une *distribution uniforme* dans un intervalle  $(-b; b)$ , où  $b$  désigne une valeur numérique donnée ( $0 < b < \infty$ ). Une fois qu'on a obtenu une telle distribution uniforme, il est alors facile d'en déduire une population normale en appliquant le théorème bien connu de la limite centrale. Pour la génération d'une distribution uniforme, on a différentes possibilités, dont les plus connues sont:

- a) le jeu de «pile ou face»
- b) l'utilisation d'un dé
- c) la roulette
- d) l'utilisation d'une urne avec des boules de différentes couleurs.

Ces méthodes, que nous pouvons appeler «primitives», ont l'inconvénient d'être lentes et de comporter parfois un biais non négligeable, raison pour laquelle elles n'ont

plus guère cours. Aujourd'hui, on préfère les remplacer par des procédures mathématiques appropriées qu'on peut effectuer à une cadence très rapide et avec une sécurité quasi absolue sur des calculatrices.

Mais, en examinant le problème d'un peu plus près, on constate rapidement que même la génération d'une distribution uniforme sur un ordinateur n'est pas chose facile, étant donné qu'elle doit nécessairement faire intervenir *le hasard*. En effet, vu que toutes les calculatrices digitales travaillent avec des programmes qui fixent chaque pas du calcul, le hasard en est exclu, ce qui fait qu'on est dans l'impossibilité de générer des *séquences aléatoires* sur ce type de machines. Pour éviter cette difficulté, on a été obligé de se contenter de *séquences pseudo-aléatoires*, générées par des *programmes de calcul déterministes* qui fournissent des suites de valeurs ayant plus ou moins les caractéristiques d'une *séquence aléatoire*. Des nombreuses publications traitant de ce sujet, nous ne mentionnons que [1], [2], [3], [4] et [5].

Notons cependant qu'il existe pour des *calculatrices de table* des procédures de calcul simples permettant de faire intervenir effectivement le hasard et de générer des séquences de nombres qui sont alors *aléatoires* et non seulement *pseudo-aléatoires*. Nous en avons montré quelques possibilités dans [6] et [7]. Par rapport aux méthodes pseudo-aléatoires, ces derniers processus ont l'avantage d'être absolument sûrs (sans biais) ce qui fait

que les séquences générées n'ont pas besoin d'être testées *a posteriori*.

Mentionnons encore une autre possibilité qui semble de prime abord très tentante: lorsqu'on dispose d'un *coordinatographe* à enregistrement automatique des coordonnées sur cartes (ou bandes), on est tenté de l'utiliser pour générer des distributions uniformes. En effet, en plaçant le microscope du *coordinatographe* en un point quelconque de la table, l'enregistreur nous fournit, dans un système local, les coordonnées cartésiennes  $x$  et  $y$  de ce point, l'unité de la dernière décimale enregistrée étant généralement  $1/100$  ou  $2/100$  de millimètre. Pour gagner de la place sur les cartes perforées, on peut programmer la sortie de façon à ne perforer par exemple que les deux derniers chiffres significatifs de l'une ou des deux coordonnées  $x$  et  $y$ . Si l'on enregistre maintenant «au hasard» un certain nombre de points en les espaçant de quelques centimètres les uns des autres, on doit obtenir une distribution uniforme dans l'intervalle  $\{0,98\}$ , les seules valeurs possibles étant  $0, 2, 4, \dots, 98$  lorsque l'unité de l'enregistrement est de  $2/100$  mm. La figure 1, tirée de la publication [6] page 52, nous montre l'histogramme obtenu pour 5000 enregistrements des deux dernières décimales significatives ( $0, 2, 4, \dots, 98$ ) de la coordonnée  $x$ . Vu que nous avons 50 valeurs équiprobables, chacune d'elles devrait avoir la fréquence  $f_0 = \frac{5000}{50} = 100$ .

Mais, d'après la figure, la fréquence  $f$  varie fortement avec la valeur enregistrée, puisqu'on a

$$f_{\text{maximum}} = 168 \quad f_{\text{minimum}} = 36 \quad (4)$$

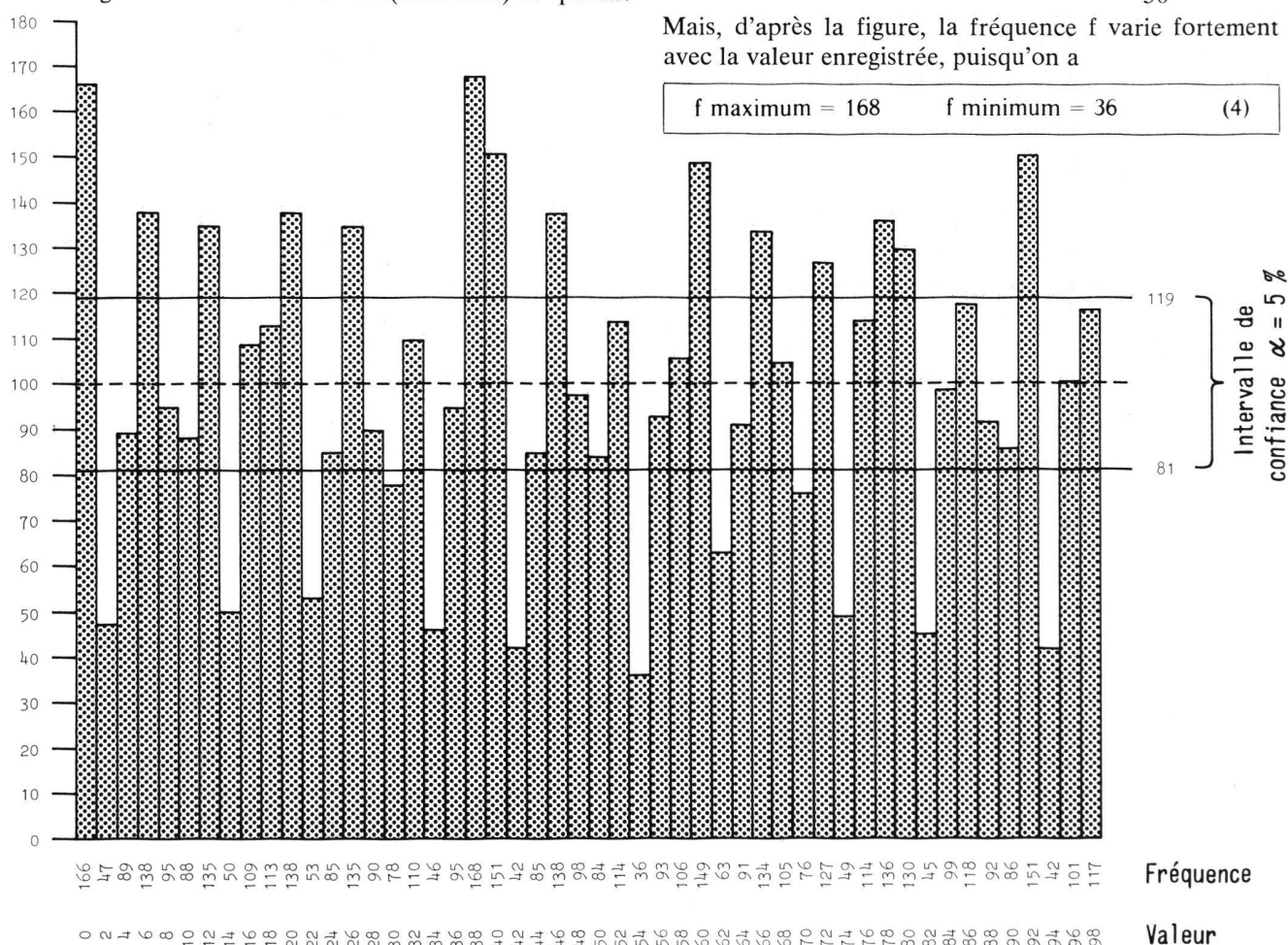


Figure 1 Histogramme des 5000 enregistrements des deux dernières décimales significatives de la coordonnée  $x$  d'un ensemble de points choisis au hasard

Afin de savoir si ces variations de la fréquence sont dues au hasard, il suffit de calculer l'intervalle de confiance de la fréquence  $f$ . En choisissant pour niveau de confiance  $\alpha = 5\%$ , cet intervalle devient

$$81 \leq f \leq 119 \quad (5)$$

voir figure 1. Vu qu'une grande partie des fréquences observées tombe en dehors de cet intervalle, nous devons en conclure que la séquence enregistrée ne provient pas d'une distribution uniforme. Ce manque de régularité est nécessairement dû à un défaut du dispositif d'enregistrement, ce qui a du reste été confirmé par la suite par des mesures directes au micromètre. Notons que de tels vices de construction ont déjà été mentionnés en 1968 par Döhler et Wolfers dans [8]. Si nous avons donné ici cet exemple, c'est dans le but de montrer que la *réalisation physique* d'une séquence de nombres aléatoires est toujours sujette à caution, vu qu'on ne sait jamais d'avance si l'installation utilisée ne présente pas de tares risquant de compromettre tout le processus. Ainsi, dans le cas considéré, la méthode appliquée ne se prête pas à la génération de nombres aléatoires; par contre, il est possible de l'utiliser comme test global du dispositif d'enregistrement.

Nous avons indiqué dans [7] à la page 63 les résultats obtenus avec un autographe Wild A8, qui sont bien meilleurs en ce sens qu'une grande partie des fréquences tombe dans l'intervalle de confiance de niveau  $\alpha = 5\%$ . En utilisant par contre une calculatrice de table pour la génération de nombres aléatoires, on est à l'abri de tous ces risques. Il suffit dans ce cas de s'assurer au préalable que le cycle de calcul utilisé a une durée constante au cours des différentes itérations pour être sûr de la validité du résultat. Comme déjà indiqué plus haut, il est ensuite facile de passer à une population normale. Nous sommes ainsi à même de simuler rapidement avec une calculatrice de table tout échantillon d'une distribution normale, c'est-à-dire toute séquence de mesures (normales) sans biais.

En photogrammétrie et notamment en triangulation aérienne, le problème de la simulation est cependant passablement plus compliqué. En effet, en examinant les erreurs résiduelles d'une bande triangulée, compensée d'après une méthode ou une autre, elles accusent toujours une distribution plus ou moins systématique qui, généralement, varie d'une restitution à l'autre respectivement d'une bande à l'autre. Souvent, on rencontre aussi des «cassures» et d'autres anomalies plutôt mystérieuses.

Il est indéniable que la triangulation aérienne a fait de grands progrès au cours de ces dernières années, grâce aux perfectionnements des instruments et des méthodes de calcul. Mais, malgré cela, nous nous trouvons encore dans la même situation qu'il y a 25 ans, en ce sens que nous ignorons toujours la provenance de ces distributions curieuses et quelque peu intrigantes des erreurs résiduelles.

Rappelons cependant que la Commission A/B de l'OEEPE, présidée par le Professeur Wiser, s'occupe depuis plusieurs années déjà de ce genre de problèmes et que des résultats intéressants ont été obtenus avec

la méthode des déformations et celle des parallaxes latentes; voir [9].

Toutes ces recherches nous révèlent la complexité du problème et nous montrent que de nouveaux progrès ne pourront être réalisés que lorsque le comportement temporel des appareils photogrammétriques et en particulier celui des appareils de restitution sera mieux connu. Si l'on n'a progressé que péniblement dans ce domaine, c'est parce qu'on supposait toujours que les appareils de restitution étaient des «systèmes physiques» *statiques*, donc invariables dans le temps. L'expérience montre cependant que cette affirmation est erronée, en ce sens qu'on est beaucoup plus près de la vérité en considérant ces appareils comme «systèmes physiques» *dynamiques*, dont l'état varie avec le temps. Pour comprendre et améliorer les résultats de la triangulation aérienne analogique, il s'agit donc avant tout d'étudier «la vie», c'est-à-dire le comportement temporel des appareils de restitution et d'élaborer ensuite des méthodes permettant de suivre leur évolution au cours de la restitution, ce qui peut entre autres être fait par la méthode des déformations ou celle des parallaxes latentes, mentionnées plus haut.

En admettant cette hypothèse de travail, les recherches deviennent beaucoup plus faciles et plus transparentes, étant donné que nous pouvons alors appliquer les résultats obtenus par les mathématiciens dans le domaine des *processus stochastiques* et des *fonctions aléatoires*.

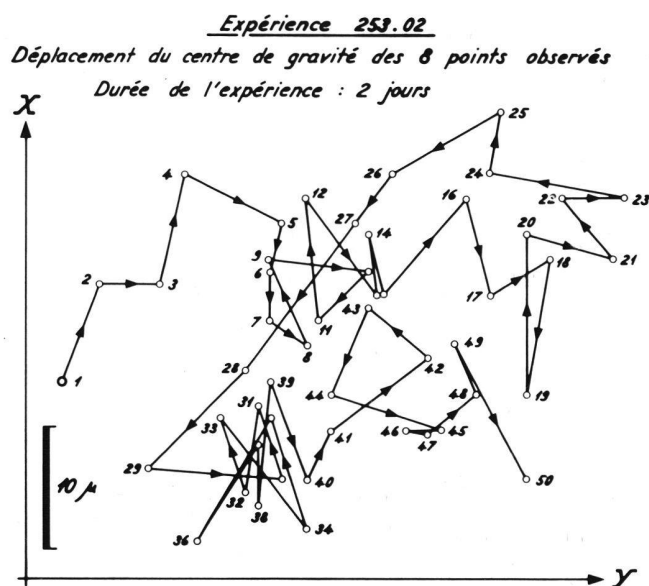


Figure 2

Afin de ne pas nous attirer les foudres des constructeurs, nous tenons à mentionner brièvement l'une des nombreuses expériences que nous avons effectuées dans ce domaine: en maintenant dans un appareil de restitution analogique du 1er ordre la cote  $Z$  du chariot de base constante, nous avons mesuré durant 2 jours les coordonnées  $X$  et  $Y$  de 8 points sur un cliché (observation monoculaire), puis nous avons calculé les coordonnées de leur centre de gravité. La figure 2 nous montre les 50 positions fournies par cette expérience. Vu que l'écart-type d'une observation n'est que de l'ordre de

grandeur de  $\pm 5 \mu$  ( $1 \mu = 1/1000$  millimètre), il est évident que l'état d'ajustage de cette installation s'est sensiblement modifié au cours de ces deux jours et ceci malgré une température relativement constante des locaux ( $\pm 1^\circ$  centigrade).

Vu qu'il serait facile de donner d'autres exemples pratiques, l'hypothèse de travail, émise plus haut, consistant à considérer les appareils de restitution comme systèmes physiques *dynamiques*, ne peut plus être mise en doute.

Pour étudier ou générer les erreurs résiduelles des triangulations aériennes analogiques, on est obligé de tenir compte du fait qu'elles comportent deux composantes additives dont l'une est du type «quasi-systématique», tandis que l'autre est purement accidentelle. Nous caractérisons ce type d'erreurs par l'adjectif «hybride». En ce qui concerne les erreurs accidentelles, leur génération a déjà été indiquée plus haut.

$$X_n = \lambda X_{n-1} + Z_n$$

$\{Z_n\}$  : *distribution discrète*

<i>Valeurs</i>	-1	0	+1
<i>Probabilités</i>	1/3	1/3	1/3

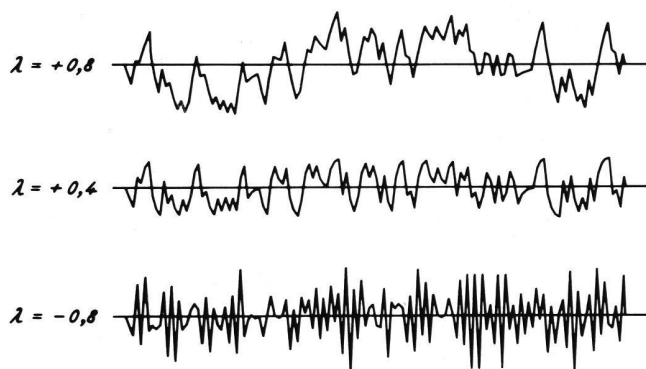


Figure 3 Génération d'erreurs quasi-systématiques par un processus stochastique autorégressif du 1er ordre

Quant à la génération de la composante pseudo-systématique, on connaît actuellement de nombreuses possibilités, les plus simples étant les *processus stochastiques autorégressifs* comportant comme cas particulier les *chaînes de Markov*. A ce sujet, il existe de nombreuses publications dont nous ne mentionnons que [10]. La place dont nous disposons ne nous permettant malheureusement pas d'en dire davantage, nous devons nous borner à ne donner qu'un petit exemple numérique. La figure 3 nous montre trois séquences autorégressives, obtenues à partir d'une même séquence aléatoire en prenant pour paramètres  $\lambda = +0.8$ ,  $+0.4$  et  $-0.8$ . L'allure générale de ces graphiques permet de conclure qu'il est parfaitement possible d'étudier la répartition des erreurs résiduelles des triangulations analogiques au moyen de processus stochastiques autorégressifs. Il serait souhaitable que ces méthodes de simulation soient étudiées de plus près, afin que les questions qu'on se pose depuis de nombreuses années en triangulation aérienne trouvent enfin une réponse.

- [1] Shreider, Yu. A.: «The Monte Carlo Method.» Pergamon Press, New York.
- [2] Maisel, Herbert, und Gnugnoli, Giuliano: «Simulation of Discrete Stochastic Systems.» Science Research Associates, Chicago 1972.
- [3] Gunzenhäuser, R.: «Nicht-numerische Informationsverarbeitung.» Springer-Verlag, Wien 1968.
- [4] Jöhnk, M. D.: «Erzeugen und Testen von Zufallszahlen.» Ed. Physica-Verlag, Würzburg 1969.
- [5] Jansson, Birger: «Random Number Generators.» Victor Pettersons Bokindustri Aktiebolag, Stockholm 1966.
- [6] Bachmann, W. K., und Pradervand, J.-Cl.: «Etude statistique de l'enregistrement de mesures discrètes et Test global d'un enregistreur automatique de coordonnées.» Ed. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suisse), 1974.
- [7] Rohrbach, A., und Pradervand, J.-Cl.: «Génération de nombres et de cheminement aléatoires.» Ed. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suisse), 1973.
- [8] Döhler, M., und Wolfers, K.: «Neue Prüfverfahren für Anlagen zur digitalen Datenausgaben.» B. und L., 1/1968.
- [9] Proceedings of the «Organisation Européenne d'Etudes Photogrammétriques Expérimentales» (OEEPE). Publication officielle No 8.
- [10] Jazwinski, A. H.: «Stochastic Processes and Filtering Theory.» Academic Press, New York 1974.

Adresse des Verfassers

Prof. W. K. Bachmann, Institut de photogrammétrie,  
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne,  
33, av. de Cour, 1007 Lausanne

Das **Lehrbuch** für den Lernenden!  
Das **Handbuch** für den Praktiker!

## Vermessungskunde für Ingenieure und Techniker

von Dipl.-Ing. Emil Bachmann

**2., neubearbeitete Auflage, 304 Seiten, 146 Abbildungen, 42 Tabellen, 120 durchgerechnete Lehrbeispiele.**  
Gebunden Fr./DM 38.—.

«Die vermessungstechnische Fachliteratur ist durch dieses deutschsprachige Werk aus der Schweiz wertvoll bereichert. Dem Verfasser ist es gelungen, den gesamten Wissensstoff auf das Wesentliche und für die Praxis Nutzbringende zu konzentrieren. Der Lernende wird insbesondere die deutlich herausgestellten und vollständig durchgerechneten Beispiele begrüßen. Für den Praktiker ist es ein Nachschlagewerk von bleibendem Wert.»

«Der Vermessungsingenieur»

«Das Buch hat eine andere Zielsetzung als die mehrbändigen Handbücher. Es ist ein Lehr- und Nachschlagewerk mit möglichst einfachen und knappen theoretischen Ableitungen, das dem Vermessungsfachmann ein äusserst nützliches Hilfsmittel bei der Lösung der verschiedensten Probleme sein kann.»

«Der Vermessungsingenieur»

«Das Buch kann dem praktizierenden Ingenieur und Techniker wegen der klaren Fassung, der Konzentration des Stoffes und wegen der aus der lebendigen Praxis entnommenen Beispiele durchaus empfohlen werden.»

«Allgemeine Vermessungs-Nachrichten»

Zu beziehen beim **Archimedes Verlag, CH-8280 Kreuzlingen/Schweiz**, Postfach 180, oder im Buchhandel.