Zeitschrift: Mensuration, photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF))

Band: 73-F (1975)

Heft: 3-4: Prof. Dr. F. Kobold zum 70. Geburtstag

Artikel: Höhenmessungen in Brückensondernetzen

Autor: Eichhorn, G. / Brunken, G.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-227532

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 24.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Höhenmessungen in Brückensondernetzen

G. Eichhorn und G. Brunken, Darmstadt

Einleitung

Die Entwicklung des Bauingenieurwesens ermöglicht es, bei der Projektierung von Verkehrswegen Baukörper zu errichten, die grössere Geländehindernisse scheinbar mühelos überwinden. Die Forderungen nach möglichst einheitlichen Ausbaugeschwindigkeiten für den Verkehr auf Schiene und Strasse führen zwar durch vermehrte Tunnel- oder Brückenstrecken zu erhöhten Baukosten, andererseits begünstigen sie aber den Waren- und Personenverkehr und verringern langzeitlich die Transportkosten. Als beispielhaft für moderne Brückenbauten gilt die Europabrücke südlich von Innsbruck, die 1968 fertiggestellt wurde. Bei einer Länge von 812 m und einem grössten Pfeilerabstand von 198 m misst der höchste Pfeiler 146 m. Ähnliche Dimensionen besitzt auch die Viadotto Italia der Autobahn Salerno–Reggio Calabria. Bei einer Gesamtlänge von 1161 m und einem maximalen Pfeilerabstand von 175 m erreicht ein Pfeiler eine Höhe von 145 m. Sie wurde 1970 dem Verkehr übergeben. Schliesslich gehört in diesen Rahmen auch die Moseltalbrücke bei Winningen, die im Zuge der linksrheinischen Autobahn Ludwigshafen–Krefeld die Hochflächen des Hunsrück mit den Ausläufern der Eifel verbindet. Bei ihr beträgt der Abstand der beiden Widerlager 935 m, und die beiden Pfeiler an den Ufern der Mosel sind 218 m voneinander entfernt. Die maximale Pfeilerhöhe beträgt 125 m, und dazu kommt noch die Stahlkonstruktion der Brücke mit einer Höhe von 8,5 m. Im Grundriss verläuft die Brücke über 592 m in einer Geraden, das Reststück von 343 m in einer Klothoiden mit A = 600. Das Längsgefälle der Brücke beträgt 0,5 ‰.

Die Vorarbeiten für diesen Talübergang begannen im März 1965; der erste Spatenstich erfolgte am 24. März 1969, die Belastungsprobe am 7. Juli 1972, und schliesslich konnte die Brücke im Dezember 1972 dem Verkehr übergeben werden. Die Vermessungsarbeiten für ein derartiges Bauwerk erstrecken sich auf die Absteckung der Bauwerksachsen nach Lage und Höhe, die Überwachung der Baumassnahmen, Beobachtungen während der Belastungsprobe und einige Sondervermessungen. Einige interessante Aspekte für Ingenieurvermessungen wirft dabei die genaue Höhenfestlegung auf, über die im Anschluss an die Arbeiten an der Winninger Brücke berichtet werden soll.

Nivellement

Bei den Vermessungsarbeiten für die Absteckung und Überwachung der Winninger Brücke war eine Lagegenauigkeit zwischen den Widerlagern von ± 1 cm und eine Höhengenauigkeit von ± 3 mm gefordert worden. Zunächst wurde deshalb versucht, die Höhengenauigkeit

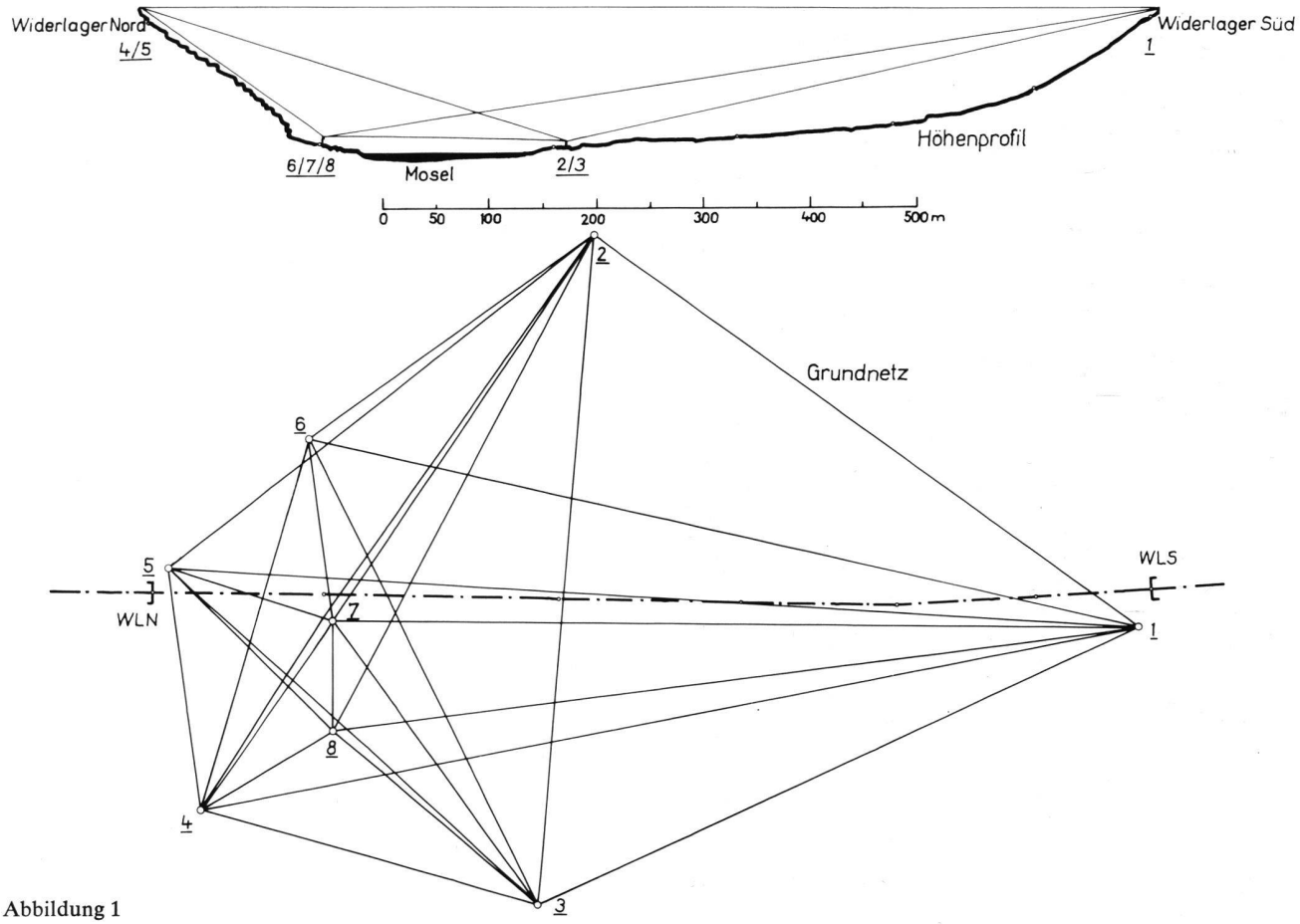


Abbildung 1

durch ein Feinnivellement in unabhängiger Hin- und Rückmessung sicherzustellen. Die Geländeverhältnisse erforderten hierbei einen reinen Nivellementsweg von 14,1 km Länge. Dabei fehlt allerdings die Höhenübertragung über die Mosel hinweg, die in diesem Bereich eine Breite von etwa 200 m besitzt. Deshalb musste zusätzlich eine Talübergangsmessung im Tal ausgeführt werden. Für eine durchgreifende Kontrolle ist es jedoch immer ratsam, wenn das Gesamtnivellement in einer Höhenschleife erkundet und beobachtet wird. Im speziellen Fall der Winninger Brücke wurde deshalb eine zweite Talübergangsmessung vorgesehen. Sie erfolgte über eine Entfernung von rund 950 m etwa von der Lage der beiden Widerlager aus. Der Schleifenschlussfehler bei einer Gesamtlänge von 15,2 km und der Summe aller Höhenunterschiede von etwa 330 m berechnete sich danach zu 0,8 mm. Hierbei ist allerdings zu beachten, dass die Beobachtungen von einem Messtrupp mit gleichbleibendem Messgerät – natürlich mit Ausnahme der Talübergangsmesseinrichtungen – ausgeführt wurden. Obwohl auf Grund des Schleifenschlussfehlers die innere Messgenauigkeit sehr hoch veranschlagt werden kann, würde bereits ein Fehler im Lattenmeter von nur 0,1 mm auf die Lattenlänge von 3 m bei einem maximalen Höhenunterschied von 150 m einen systematischen Höhenfehler von 5 mm bedingen. Hier liegen sicher die Grenzen der Aussagekraft des Nivellements.

Daneben muss gerade bei Ingenieurvermessungen der zeitliche Aufwand für die Beobachtungen und natürlich auch der hohe Personalaufwand des Messtrupps im Hinblick auf die Wirtschaftlichkeit berücksichtigt werden. Im allgemeinen wird ein eingespielter Messtrupp mit mindestens vier Mann in einer Stunde etwa 0,7 km Feinnivellement bewältigen. Damit sind für das reine Nivellement etwa fünf Tage Messzeit zu veranschlagen, dazu kommt für die Beobachtungen der beiden Talübergangsmessungen noch ein weiterer Tag. Aus diesen Gründen erscheint es sinnvoll, die Höhenverbindung zwischen den beiden Widerlagern und die Höheneinschaltung der Brückenpfeiler durch trigonometrische Höhenmessung nicht nur für Kontrollzwecke herzustellen.

Trigonometrische Höhenmessung

Die Absteckung der Achsen derartiger Brückenbauwerke unter Berücksichtigung der geforderten Lagegenauigkeit fordert in jedem Fall die Erkundung, Vermarkung und Beobachtung eines Sondernetzes. Das Höhenprofil im Bereich der Brückenachse und die Anordnung der Punkte des Grundnetzes zu den Brückenbauten ist aus der Figur 1 ersichtlich. In dem Grundnetz waren die Punkte 1 bis 5 durch Pfeiler bebaut, während über den Bodenpunkten 6 bis 8 von Stativen aus zu beobachten war. – Dieses Achteck wurde mit Ausnahme von zwei Seiten vollständig mit einem Wild-T2-Theodoliten – in jeweils vier Sätzen – und einem Wild DI 10 für die Bestimmung eines mittleren Massstabes ausgemessen. Dabei erfolgte sofort im Anschluss an die jeweilige Richtungsbeobachtung die Messung der Zenitdistanzen in je drei Sätzen. Die Beobachtung der Zenitdistanzen diente zunächst nur der Reduktion der gemessenen Schrägentfernungen auf die Horizontale. Alle Richtungsbeobachtungen und Zenitdistanzmessungen konnten an einem Tag ausgeführt werden. Dabei war es gerade für die Zenitdistanzmessung vorteilhaft, dass eine geschlossene Wolkendecke eine direkte Sonneneinstrahlung verhinderte und etwa gleichbleibende Wetterbedingungen vorlagen, so dass für die gegenseitig beobachteten Zenitdistanzen nahezu auch Gleichzeitigkeit angenommen werden kann. Die Ausgleichung des Grundnetzes erfolgte zunächst nur zweidimensional. Dabei ergab sich der mittlere Richtungsfehler einer horizontalen Visur zu ± 4,3^{cc} und der mittlere Streckenfehler zu ± 8,6 mm, während der mittlere Punktfehler mit etwa ± 4 mm zu veranschlagen ist. Mit Hilfe der Koordinaten und der beobachteten Zenitdistanzen liess sich anschliessend das trigonometrische Höhennetz ausgleichen. Das Ergebnis lieferte als mittlere Standardabweichung eines in beiden Richtungen beobachteten Höhenunterschiedes einen Wert von ± 4,7 mm, während die ausgeglichenen Höhen der acht Festpunkte eine Unsicherheit von etwa ± 2,5 mm besassen.

Schliesslich ergab eine dreidimensionale Ausgleichung der reinen Messwerte Abweichungen gegenüber der zweidimensionalen Ausgleichung in den x,y-Koordinaten bis zu 3 mm. Den gleichen Betrag erreichten auch die Abweichungen gegenüber dem Ausgleichungsergebnis des trigonometrischen Höhennetzes. Die Standardabweichungen lagen jeweils in der gleichen Grössenordnung wie bei den getrennten Ausgleichungen. Interessant ist nun der Vergleich zwischen den Ergebnissen des Nivellements und der trigonometrischen Höhenmessung nach der dreidimensionalen Ausgleichung. Bevor er allerdings durchgeführt werden darf, muss den besonderen topographischen Verhältnissen Rechnung getragen werden.

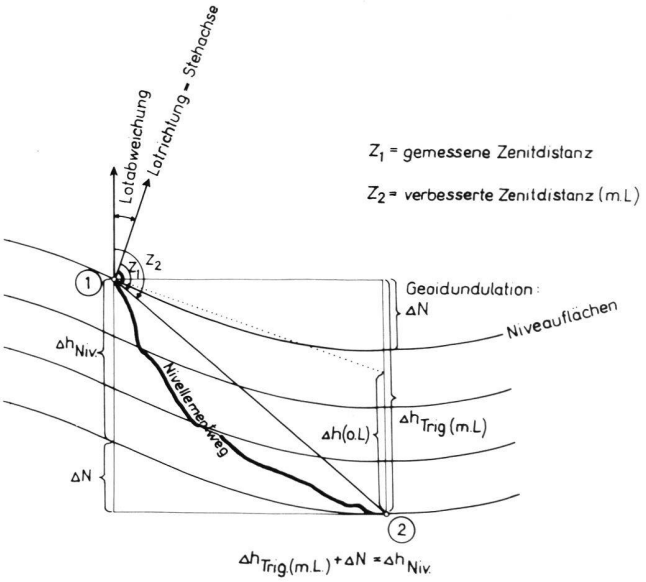


Abbildung 2

Berücksichtigung des Einflusses der Topographie

Die spezielle Talsituation mit den relativ steilen Berghängen aus anstehenden Schiefer- beziehungsweise Grauwacke- und Schieferfelsen erfordert die Berücksichtigung des Einflusses der Topographie auf die Lot-

abweichung und die Geoidundulation. Diese Verhältnisse sind in der Figur 2 angedeutet.
Für die Berechnung des Einflusses der Topographie auf die Lotabweichung wurden mit Hilfe einer Schablone und der entsprechenden topographischen Karte die topographischen Reduktionen nach der Formel:

$$\xi = \frac{f \cdot \delta \cdot \varrho^{cc}}{g} \cdot K \cdot L \; (\Sigma h_N - \Sigma h_S) \text{ bestimmt.}$$

In dieser Formel bedeutet

ξ = die Lotabweichungskomponente in Nord-Süd-Richtung

$f = 6{,}670 \cdot 10^{-11} \left[\frac{m^3}{kg \cdot s^2}\right]$ die Gravitationskonstante

$\delta \approx 2{,}67 \cdot 10^3 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$ die spezifische Dichte von Schiefer

$\varrho = 6{,}366 \cdot 10^5$ [cc]

$g = 9{,}81 \left[\frac{m}{s^2}\right]$ die Schwerebeschleunigung

Damit wird
$\xi^{cc} = 0{,}01156 \cdot K \cdot L \cdot (\Sigma h_N - \Sigma h_S)$

Σh_I = Summe der Meereshöhen in den Kompartimenten der Schabloneneinteilungen.
Die Faktoren K und L sind abhängig von den Radien der Zylinderflächen und den Azimuten der radialen Ebenen der Schablone. Im speziellen Fall gilt für

$$K = \ln \frac{r_k}{r_i} = 0{,}51 \text{ und für } L = \sin A_n - \sin A_{n-1} = 0{,}20.$$

Somit berechnet sich die Nord-Süd-Komponente aus

$$\xi^{cc} = 0{,}001179 \; (\Sigma h_N - \Sigma h_S)$$

und die Ost-West-Komponente der Lotabweichung zu

$$\eta^{cc} = 0{,}001179 \; (\Sigma h_O - \Sigma h_W).$$

Mit Hilfe dieser Komponenten ξ und η wurden die beobachteten Zenitdistanzen entsprechend den jeweiligen horizontalen Richtungen verbessert und das Netz erneut dreidimensional ausgeglichen. Diese Ausgleichung bewirkte in den Höhenunterschieden zwischen den Festpunkten Änderungen bis zu 2,1 mm.
Weiterhin ist nun zu berücksichtigen, dass das Nivellement jeweils nach den Niveauflächen ausgerichtet wird und die Verformung der Niveauflächen auf Grund der Topographie in diesem Bereich etwa gleichförmig angenommen werden kann, das heisst, dass die Niveauflächen ungefähr parallel verlaufen. Die Geoid- beziehungsweise Niveauflächenundulation wirkt dem Einfluss der Lotabweichung bei der trigonometrischen Höhenmessung entgegen, ergibt sich dem Betrag nach allerdings nahezu doppelt so gross, so dass auch nach Berücksichtigung dieser Korrektion bei den Höhenunterschieden gegenüber den Ausgleichungsergebnissen der reinen Messdaten Abweichungen bis zu 2 mm eintreten.

Tabelle 1 Höhenvergleich

Trigonometrische Höhenmessung							Nivellement		
Punkt	Reine Messdaten	mit Lot-abweichung	Δ 1	mit Lotabweich. und Geoidund.	Δ 2	Δ 3	Nivellement	Δ 4	Δ 5
	1	2	1–2	3	1–3	2–3	4	1–4	3–4
	m	m	mm	m	mm	mm	m	mm	mm
1	202,9702	,9704	— 0,2	,9689	+ 1,3	+ 1,5	,9675	+ 2,7	+ 1,4
2	72,1796	,1785	+ 1,1	,1802	— 0,6	— 1,7	,1818	— 2,2	— 1,6
3	72,2044	,2036	+ 0,8	,2049	— 0,5	— 1,3	,2067	— 2,3	— 1,8
4	211,2793	,2803	— 1,0	,2785	+ 0,8	+ 1,8	,2741	+ 5,2	+ 4,4
5	194,4775	,4783	— 0,8	,4768	+ 0,7	+ 1,5	,4746	+ 2,9	+ 2,2
6	73,3088	,3088	0,0	,3094	— 0,6	— 0,6	,3091	— 0,3	+ 0,3
7	72,7836	,7835	+ 0,1	,7840	— 0,4	— 0,5	,7872	— 3,6	— 3,2
8	72,9390	,9390	0,0	,9395	— 0,5	— 0,5	,9412	— 2,2	— 1,7

In der Tabelle 1 sind die verschiedenen Höhen der acht Punkte des Grundnetzes zahlenmässig angegeben und miteinander verglichen.

Besonders bemerkenswert erscheint beim Vergleich, dass die nivellitisch bestimmten Höhenunterschiede kleiner sind als die trigonometrisch errechneten. Aus den systematischen Abweichungen kann gefolgert werden, dass das Lattenmeter des beim Feinnivellement eingesetzten Lattenpaares etwa um 0,03 mm zu lang gewesen sein muss. Eine nachträgliche Kontrolle auf einem Komparator konnte leider nicht mehr durchgeführt werden.

Genauigkeitsbetrachtungen der trigonometrischen Höhenmessung und Untersuchungen bezüglich des Refraktionskoeffizienten

Im Achteck des Brückensondernetzes wurden die Höhenunterschiede von insgesamt 26 Strecken durch trigonometrische Höhenmessung jeweils von den beiden Endpunkten aus beobachtet. Für die Berechnung der einzelnen Höhenunterschiede gilt bekanntlich die Gleichung:

$$\Delta h = s \cdot \tan\alpha + i - z + (1 - k) \frac{s^2}{2r \cos^2\alpha}$$

Daraus liefert das Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$m_{\Delta h}^2 = \tan^2\alpha \cdot m_s^2 + \left(\frac{s}{\cos^2\alpha}\right)^2 \cdot m_\alpha^2 + m_i^2 + m_z^2 + \left(\frac{s^2}{2r\cos^2\alpha}\right)^2 \cdot m_k^2.$$

Bei der nun folgenden Fehlerabschätzung gelten jeweils die nicht benannten Grössen als fehlerfrei.
Soll die Standardabweichung für einen Höhenunterschied ± 2 mm nicht überschreiten, so muss bereits bei einer Steigung von 12,5^g die Horizontalentfernung auf ± 1 cm genau bekannt sein. Im Falle der Steilvisur zwischen den Punkten 4 und 8 von nahezu 50^g muss die Strecke sogar auf ± 2 mm genau festliegen.
Andererseits ist zur Erfüllung der Forderung $m_{\Delta h} \leqq$ ± 2 mm bei geringem Höhenunterschied bei einer Entfernung von 400 m die Messung der Zenitdistanz auf mindestens ± 3^{cc} genau erforderlich. Bei Steilvisuren ist diese Beobachtungsgenauigkeit sogar bereits bei Entfernungen von 200 m einzuhalten.
Grösste Sorgfalt ist in jedem Fall auf die genaue Bestimmung der Instrumenten- und Zielhöhe zu legen. Sie beeinflussen in vollem Umfang die Berechnung des Höhenunterschiedes.
Schwieriger gestaltet sich die Erfassung des jeweils geltenden Refraktionskoeffizienten, wenn der Einfluss nicht durch annähernd gleichzeitige, gegenseitige Zenitdistanzmessung eliminiert werden kann.
Die vorliegenden Messdaten eignen sich nun gut dafür, einige Untersuchungen über den Refraktionskoeffizienten durchzuführen. Als Ausgangsgleichung hierfür dient:

$$\left(k = 1 + \frac{r}{s} \cdot \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\varrho}\right) \cdot \cos\alpha \text{ bzw.}$$

$$m_k = \cos\alpha \cdot \frac{r}{\varrho \cdot s} \cdot m_{(\alpha_1 + \alpha_2)} = \cos\alpha \cdot \frac{r\sqrt{2}}{\varrho \cdot s} \cdot m\alpha.$$

In m_α ist nun einerseits die reine Beobachtungsgenauigkeit enthalten, andererseits muss hierin aber auch die Auswirkung der Unsicherheit in der Bestimmung der Instrumenten- und Zielhöhe gesehen werden. Immerhin würde sich ein Fehler von $m_{(i-z)} = \pm 1$ mm auf verschiedene Entfernungen wie folgt auswirken:

s	100	200	300	400	500 m
$m_\alpha = \varrho \cdot \frac{m_{i-z}}{s}$	6,4	3,2	2,1	1,6	1,3^{cc}

Wird nun angenommen, dass sich ein Höhenunterschied auf m = ± 3^{cc} genau beobachten lässt, so würde sich dies auf die Bestimmung des Refraktionskoeffizienten auswirken mit

$$m_k = \pm \frac{0{,}425}{s\,[\text{hm}]}$$

Daraus folgt, dass es wenig sinnvoll ist, den Refraktionskoeffizienten aus Messungen zu bestimmen, bei denen die Entfernung kleiner als 200 m ist.
Aus der Figur 1 ist zu ersehen, dass von 26 Strecken 15 die Mosel in verschiedener Höhe überqueren, während sieben Strecken in nur geringem Abstand über das Gelände verlaufen. Deshalb ist zu vermuten, dass sich aus den gegenseitigen Messungen auch verschiedene Werte für den Refraktionskoeffizienten berechnen lassen. In Tabelle 2 sind die nach der angegebenen Formel unter Berücksichtigung der Lotabweichungen berechneten Refraktionswerte, die selbstverständlich nur für die bestehende Wetterlage am Messtag eine Aussage erlauben, nach bestimmten topographischen Kriterien zusammengefasst. Bei Beobachtungen parallel zum Tal, die unten oder oben in Bodennähe über das Gelände verlaufen, ergibt sich der Koeffizient zu k = −0,35. Bei grossen Höhenunterschieden an den beiden Berghängen – ohne Überquerung des Flusses – wird k = + 0,02 und bei allen Werten für die 15 Strecken über den Fluss liegt k im Mittel bei k = + 0,27. Hierbei ist der Einfluss bei den Verbindungen im Tal oder zwischen Tal und Berg oder von Berg zu Berg relativ gering.

Tabelle 2 Berechnung des Refraktionskoeffizienten nach der Formel: $k = \left(1 + \frac{r}{s} \cdot \frac{\alpha 1 + \alpha 2}{\varrho}\right) \cdot \cos\alpha$

1. Aus Sichten über den Fluss

Unten Von	— Unten Nach	k	Unten Von	— Oben Nach	k	Oben Von	— Oben Nach	k
2	6	0,28	1	6	0,28	1	4	0,34
2	7	— 0,11	1	7	0,12	1	5	0,20
2	8	0,50	1	8	0,25			
3	6	0,22	2	4	0,30			
3	7	0,24	2	5	0,16			
3	8	0,76	3	4	0,12			
			3	5	0,40			
k_m		0,32			0,23			0,27
m_k		± 0,12			± 0,04			± 0,07
$\frac{dT}{dh}$		0,016			0,003			0,008

2. Aus Sichten über festes Gelände

Unten Von	— Unten Nach	k	Unten Von	— Oben Nach	k
2	3	— 0,34	1	2	0,07
6	7	(— 0,15)	1	3	— 0,10
7	8	(— 1,11)	4	6	0,14
			4	7	— 0,02
Oben	Oben		5	8	0,02
			4	8	(0,16)
4	5	— 0,36	5	7	(0,49)
k_m		— 0,35			0,02
m_k					± 0,04
$\frac{dT}{dh}$		— 0,36			— 0,031

Anmerkung: Die Zahlenwerte für k, berechnet aus Entfernungen unter 200 m, sind in ( ) gesetzt und in der Mittelbildung nicht berücksichtigt.

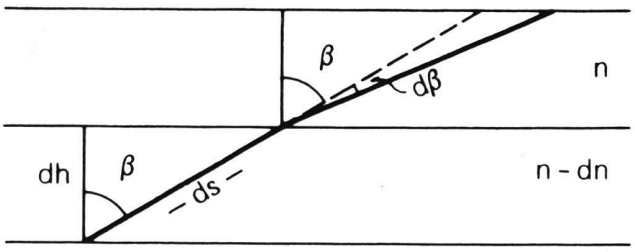
Physikalisch ist der Refraktionskoeffizient in erster Linie eine Funktion der Temperatur und des Luftdruckes. Es gilt:

$$k = \frac{r}{R} = \frac{\text{Erdradius}}{\text{Radius der Lichtkurve}} \quad \text{und}$$

$$d\beta = \frac{ds}{R} = \frac{k}{r} \cdot ds \text{ bzw. } k = r \cdot \frac{d\beta}{ds} \text{ mit}$$

$d\beta$ = Brechungswinkel

An der Grenze einer Luftschicht erfolgt die Brechung nach dem Gesetz von Snellius



$$\frac{\sin(\beta + d\beta)}{\sin\beta} = \frac{n - dn}{n}$$

$$\frac{\sin\beta}{\sin\beta} + \frac{d\beta \cdot \cos\beta}{\sin\beta} = \frac{n}{n} - \frac{dn}{n}$$

$$1 + d\beta \cdot \mathrm{ctg}\beta = 1 - \frac{dn}{n}$$

Aus der Figur folgt weiterhin: $\frac{dh}{ds} = \cos\beta$.

$$\text{Damit wird: } k = r \cdot \left(-\tan\beta \cdot \frac{dn}{n}\right) \cdot \frac{\cos\beta}{dh}$$

$$= -r \cdot \sin\beta \, \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dh}$$

In dieser Gleichung ist n der Brechungskoeffizient der Luft. Für ihn gilt bekanntlich:

$$n_L = 1 + \left(110{,}8 \frac{p}{T} - 15{,}02 \frac{e}{T}\right) \cdot 10^{-6}$$

und für dn:

$$dn_L = \frac{\delta n_L}{\delta T} \cdot dT + \frac{\delta n_L}{\delta p} \cdot dp + \frac{\delta n_L}{\delta e} \cdot de$$

Der Einfluss der Änderung des Dampfdrucks e kann hierbei vernachlässigt werden.

$$dn_L = \left[\left(-\frac{110{,}8 \cdot p}{T^2} + \frac{15{,}02 \cdot e}{T^2}\right) \cdot dT + \frac{110{,}8}{T} \cdot dp\right] \cdot 10^{-6}.$$

Setzt man für T = 288 °K, p = 755 Torr und e = 10 Torr, so wird

$$dn_L = \left[\left(-\frac{110{,}8 \cdot 755}{288^2} + \frac{15{,}02 \cdot 10}{288^2}\right) \cdot dT + \frac{110{,}8}{288} dp\right] \cdot 10^{-6}$$

$$= [(-1{,}00856 + 0{,}00181) \cdot dT + 0{,}38472 \cdot dp] \cdot 10^{-6}$$

$$dn_L = (-1{,}00675 \cdot dT + 0{,}38472 \cdot dp) \cdot 10^{-6} \text{ und}$$

$$k = +\frac{1}{n} \cdot r \cdot \sin\beta \cdot 1{,}00675 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{dT}{dh} - \frac{1}{n} \cdot r \cdot \sin\beta \cdot 0{,}38472 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{dp}{dh}$$

schliesslich ist $n \approx 1$, $r \approx 6380$ km und $\frac{dp}{dh} \approx -\frac{1}{11}$

Damit ergibt sich als Endformel:

$$k = +6{,}42 \cdot \sin\beta \cdot \frac{dT}{dh} + 0{,}22 \cdot \sin\beta.$$

Das heisst, der Einfluss des Luftdrucks ist relativ gering und kann entsprechend der barometrischen Höhenstufe etwa proportional zum Höhenunterschied angenommen werden.

Auf Grund der vorher berechneten Refraktionskoeffizienten kann nun mit Hilfe der Formel für k auf den jeweiligen Temperaturgradienten während der Messung geschlossen werden. Die sich hierbei ergebenden Zahlenwerte sind in Tabelle 2 jeweils in der letzten Zeile ausgewiesen. Es zeigt sich, dass etwa bei den Sichten in Bodennähe ein negativer Temperaturgradient von −8,9 °C/100 m Höhenunterschied angenommen werden kann. Auch bei den Strahlen zwischen den Tal- und

Bergpunkten ist die Luft in Bodennähe wärmer als in höheren Schichten: −3,1 °C/100 m. Dagegen nimmt bei allen Visuren, die über die Mosel verlaufen, die Temperatur der Luft um etwa 1 °C/100 m nach oben zu.

Schlussfolgerungen

Für genaue Höhenmessungen bei Brückenbauwerken an grösseren Talübergängen können aus den dargestellten Erfahrungen folgende Folgerungen gezogen werden:

1. Ist die Höhenmessung nach dem Verfahren des Nivellements gefordert oder vorgesehen, so sollte auf eine durchgreifende Kontrolle – nach Möglichkeit durch die Anlage einer Höhenschleife – nicht verzichtet werden, selbst wenn Talübergangsmessungen einen erheblichen Personal- und Instrumenteneinsatz fordern.
2. Bei grösseren Höhenunterschieden muss zur Verringerung des systematischen Einflusses des Lattenmeters vor und nach der Feldmessung eine genaue Komparierung des Invarbandlattenpaares vorgenommen werden.
3. Wesentlich wirtschaftlicher als ein Nivellement ist jedoch die Höhenmessung nach dem Verfahren der trigonometrischen Höhenbestimmung durchzuführen. Durch eine günstige Netzfiguration können zahlreiche Messungen in verschiedenen Höhen über den Fluss hinweg ausgeführt werden. Gegenseitige und möglichst gleichzeitige Zenitdistanzmessungen erlauben nach einer Ausgleichung die Erzielung einer für alle praktischen Zwecke ausreichenden Millimetergenauigkeit und ersparen langwierige Untersuchungen über die spezielle Grösse des Refraktionskoeffizienten.
   Immerhin streuten im untersuchten Beispiel die Koeffizienten für spezielle topographische Gegebenheiten in den Mittelwerten zwischen + 0,32 und −0,35.
4. In den meisten Fällen dürfte die Berechnung mit den reinen Messergebnissen völlig ausreichen, da die Einflüsse der Lotabweichung und der Geoidundulation gegeneinander gerichtet sind und sich unter Umständen sogar in etwa aufheben können.

Adresse des Verfassers
o. Prof. Dr.-Ing. G. Eichhorn und Dr.-Ing. G. Brunken,
Technische Hochschule Darmstadt, Geodätisches Institut,
Petersenstrasse 13, D-6100 Darmstadt

Der Abstand zweier Niveauflächen aus Vertikalwinkeln

W. Embacher, Innsbruck

Zusammenfassung

K. Ledersteger [1] erhebt bei der trigonometrischen Höhenmessung unter Berücksichtigung der physikalischen Gegebenheiten zwei wichtige Fragen, nämlich die nach der wahren Natur der trigonometrisch abgeleiteten Höhenunterschiede sowie das Problem der Lotabweichungsbestimmung. In einer heuer im Mai eingereichten Dissertation definiert J. Ernst [2] den trigonometrisch bestimmten Höhenunterschied im kleinen Vermessungsbereich als den Abstand zweier Parallelflächen. Bringt man an die gemessenen Vertikalwinkel die relative Lotabweichung an, so kommt man von den Niveauflächen in der Natur auf die oben erwähnten Parallelflächen. Ausserdem muss man den wahren Schleifenschlussfehler berücksichtigen, der eine Folge des Nichtparallelismus der Niveauflächen ist.

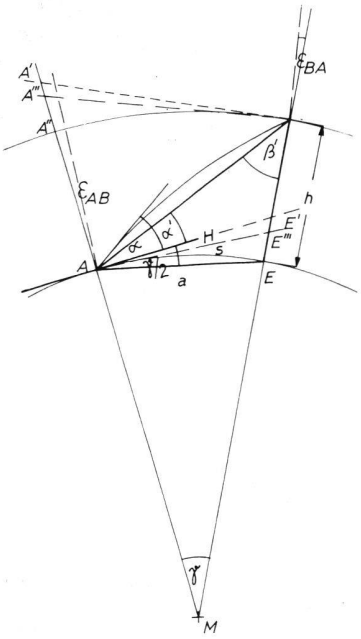


Abb. 1

MA und ME seien die Radien einer gemeinsamen Krümmungskugel, deren Schnitt mit der Zeichenebene der Bogen AE ist (Abb. 1). Die relative Lotabweichung $\varepsilon_{AB} = \varepsilon_{BA}$, welche astronomisch bestimmt wurde, kann sowohl in A als auch in dem auf dem Radius AE liegenden Punkt B angebracht werden. Das heisst, man kann die Lotrichtung in A als Ausgangslot annehmen und durch Anbringen der gesamten relativen Lotabweichung das Lot in B drehen oder umgekehrt B als Ausgangspunkt nehmen. Der Krümmungskreis in der Zeichenebene hat den Radius der Krümmungskugel, auf welche die relative Lotabweichung bezogen wurde. Die Länge dieses Radius ist eine rein geometrische Annahme und braucht mit den in A und B aus Schweregradienten abgeleiteten Krümmungsradien in keiner Beziehung stehen. Im allgemeinen wird man hiefür den mittleren Krümmungsradius der Erde verwenden. Die Auswirkung der relativen Lotabweichung auf die Höhe beträgt bekanntlich

$$\Delta h_{ik} = \frac{\varepsilon_{ik}\, s_{ik}}{\cos^2 \alpha_{ik}}, \qquad 1{,}0$$

und ist in Abbildung 1 als Strecke A'A''' und E'E''' ersichtlich.

Physikalisch nicht sinnvoll erscheint es, zur Berechnung