

<b>Zeitschrift:</b>	Mensuration, photogrammétrie, génie rural
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)
<b>Band:</b>	72-M (1974)
<b>Heft:</b>	11
<b>Artikel:</b>	Contribution à l'étude des méthodes de transformation géométrique : la méthode de combinaison de déformations limitées
<b>Autor:</b>	Durussel, R.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-227110">https://doi.org/10.5169/seals-227110</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Contribution à l'étude des méthodes de transformation géométrique: La méthode de combinaison de déformations limitées

R. Durussel

(Condensé du travail pratique de diplôme d'ingénieur du Génie Rural et de Géomètre de Raymond Durussel, effectué sous la direction du Professeur Pierre Howald, Institut de Géodésie et Mensuration, EPF Lausanne)

## Résumé

La «numérisation» d'anciens plans cadastraux se fait traditionnellement par une transformation de Helmert, en ayant pour points d'ajustage des points connus dans le système géodésique ( $Y, X$ ) et plus ou moins sûrement identifiés sur les plans. La dite transformation de Helmert introduit aux points d'ajustage et à leur environnement immédiat une discordance par rapport à l'état géodésique (écart résiduels). La méthode de combinaison de déformations limitées (CDL) permet d'éliminer précisément les écarts résiduels aux points d'ajustage par déformation élastique et progressive.

## 1. Exposé du problème

Un problème qui se pose fréquemment dans des opérations de mensuration, est celui de la transformation d'un certain état de situation dans un autre. C'est le cas, par exemple, lorsqu'il s'agit d'ajuster un ensemble de points nouvellement déterminés par rapport à une situation déjà donnée, lorsque doivent être combinées des mesures photogrammétriques avec des mesures de contrôle terrestres, ou encore lorsque l'on transforme d'anciens plans cadastraux dans un nouveau système de référence.

La transformation la plus couramment appliquée est celle de Helmert (transformation linéaire conforme). Elle présente cependant un certain nombre d'inconvénients, entre autres celui de laisser des écarts résiduels sur l'ensemble des points ayant servi de base à la transformation (points d'ajustage).

Un problème auquel la méthode de combinaison de déformations limitées (CDL) apporte une solution est celui qui se pose lors de la transformation d'anciens plans cadastraux (obtenus par des méthodes «graphiques») dans un nouveau système de référence par la méthode de Helmert. Cette opération a généralement pour but la numérisation des plans, afin d'obtenir des coordonnées nationales ( $Y, X$ ) pour tous les points. Lors de la numérisation, nous avons donc à faire à deux sortes de points; les *points d'ajustage*, connus aussi bien dans le plan à numériser que par des coordonnées nationales, et les *points ajustés* par la numérisation connus uniquement dans le plan. La transformation de Helmert dote les points d'ajustage de nouvelles coordonnées. Or, ces nouvelles valeurs résultant de la transformation ne sont généralement pas aussi précises que les coordonnées déterminées par mensuration. L'opération a donc «faussé» les points d'ajustage. D'autre part, si l'on conservait simplement les coordonnées originales pour les points d'ajustage et les nouvelles coordonnées pour les points ajustés, cela créerait des discontinuités intolérables.

La méthode de combinaison de déformations limitées prétend donc résoudre le problème suivant: conserver la valeur des coordonnées des points d'ajustage et assurer la continuité entre l'ensemble des points après la numérisation de points d'anciens plans par une transformation de Helmert par exemple.

## Zusammenfassung

Die «Numerisation» von älteren Grundbuchplänen geschieht üblicherweise mit einer Helmerttransformation, für die man Paßpunkte im geodätischen System ( $Y, X$ ) hat, die auf den Plänen identifizierbar sind. Die Helmerttransformation ergibt aber in den Paßpunkten und deren Umgebung Diskrepanzen mit der richtigen geodätischen Lage (Restfehler). Die Methode der Kombination von begrenzten Deformationen erlaubt, diese Restfehler durch eine elastische, progressive Deformation zu eliminieren.

## 2. La méthode de combinaison de déformations limitées (CDL)

L'étude qui nous a amené à définir la méthode de combinaison de déformations limitées était donc axée sur la recherche d'une solution au problème du maintien de la valeur des coordonnées des points d'ajustage lors de la «récupération» d'un ancien plan. Cette recherche nous a fait considérer:

- d'une part des transformations connues, entre autres les transformations conforme linéaire et affine, qui ne nous ont pas satisfaits à plusieurs points de vue,
- d'autre part des solutions originales, dont l'aboutissement est la méthode de combinaison de déformations limitées (CDL).

Le problème a été abordé comme suit:

Soient  $P$  points définis par un plan en coordonnées locales. Soient, parmi ces  $P$  points,  $N$  points connus également en coordonnées nationales ( $Y, X$ ). Ces  $N$  points peuvent servir de points d'ajustage à une transformation de Helmert. Après cette transformation, nous avons  $P$  points dont les coordonnées nationales sont ( $U, V$ ) et parmi ces  $P$  points les  $N$  points d'ajustage se trouvent également dotés des coordonnées ( $U, V$ ) différentes de leurs coordonnées ( $Y, X$ ).

Or, les coordonnées définitives que nous désirons obtenir pour les points d'ajustage doivent être identiques à leurs coordonnées nationales initiales ( $Y, X$ ).

Nous définissons pour chacun des  $N$  points d'ajustage un vecteur que nous exprimons par ses composantes selon les axes de coordonnées:

$$\begin{aligned} v_{Yk} &= Y_k - U_k \quad k = 1, N \\ v_{Xk} &= X_k - V_k \end{aligned} \tag{1}$$

Il est impossible de procéder à une modification des coordonnées des points d'ajustage et des écarts  $v_{Yk}$  et  $v_{Xk}$  d'une manière isolée, car cela entraînerait des discontinuités dans le plan et des modifications inacceptables des distances entre points ajustés et points d'ajustage proches. Il s'agit donc de répartir ces écarts, de déformer le plan autour du point d'ajustage d'une manière dégressive et continue. La modification des coordonnées du point d'ajustage provoque ainsi la modification des coordonnées des points situés autour de lui. Cette modification de coordonnées doit diminuer

lorsque l'on s'éloigne du point d'ajustage et nous avons choisi cette diminution selon une fonction linéaire inversément proportionnelle à la distance au point d'ajustage. La limite de l'influence d'un point d'ajustage est fixée par le point d'ajustage qui lui est le plus proche; en effet ce dernier ne doit subir que sa propre modification de coordonnées.

*Chaque point d'ajustage définit donc une déformation diminuant linéairement et s'annulant à la circonference d'un disque centré en ce point et limité par le point d'ajustage le plus proche.*

Pour un point quelconque  $i$ , le coefficient qui multiplie les écarts  $v_{Yk}$  et  $v_{Xk}$  est:

$$P_{ik} = \frac{D_{\max k} - D_{ik}}{D_{\max k}} \text{ si } D_{ik} < D_{\max k}$$

$$P_{ik} = 0 \quad \text{si } D_{ik} \geq D_{\max k} \quad (2)$$

avec:

$D_{\max k}$  Distance du point d'ajustage  $k$  au point d'ajustage le plus proche; c'est-à-dire, distance maximum d'influence du point d'ajustage  $k$ .

$D_{ik}$  Distance du point d'ajustage  $k$  au point  $i$ .

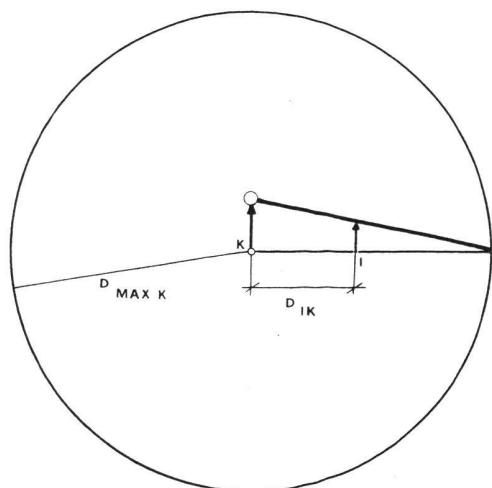


Fig. 1

Or, la transformation de Helmert utilise plusieurs points d'ajustage, cela définit autant de disques d'influence qui se recoupent partiellement. Il s'agit donc de combiner les différentes déformations.

$$v_{Yi} = \sum_{k=1}^N P_{ik} \cdot v_{Yk}$$

$$v_{Xi} = \sum_{k=1}^N P_{ik} \cdot v_{Xk} \quad (3)$$

Illustrons cette méthode par deux dessins, l'un montrant l'effet de la combinaison de déformations limitées sur un ensemble de 2 points d'ajustage, avec la représentation de la déformée d'une droite passant par les points d'ajustage; l'autre montrant la déformation d'une droite ne passant pas par les points d'ajustage dans un cas comportant trois points d'ajustage.

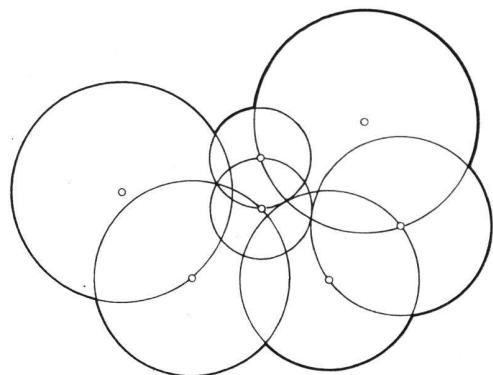


Fig. 2

Ainsi pour un point  $i$  du plan, on a les modifications de coordonnées suivantes:

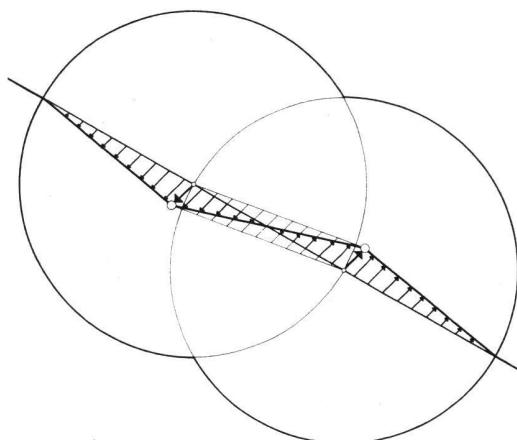


Fig. 3

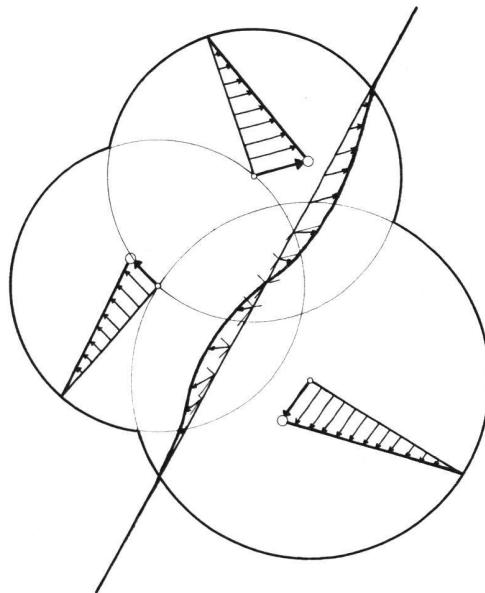


Fig. 4

- Etat après la transformation de Helmert (points d'ajustage et droite)
- Etat après la CDL (points d'ajustage et déformée des droites)
- Ecart (déformation) au point d'ajustage
- Ecart (déformation) à transmettre en un point quelconque
- Composante de l'écart à transmettre

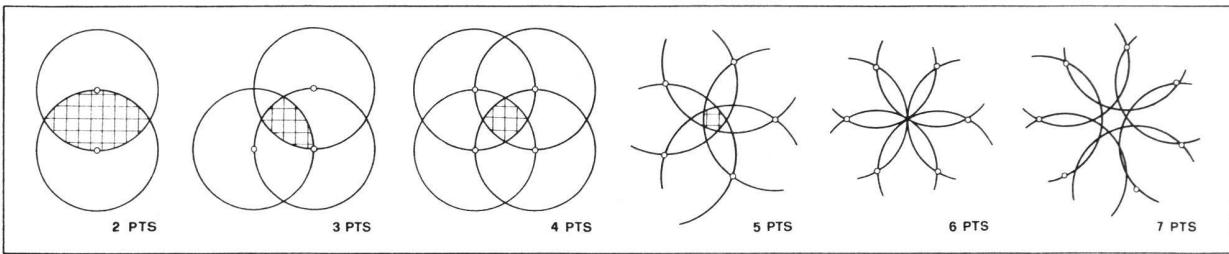


Fig. 5

Un point intéressant est de savoir à combien de disques d'influence peut appartenir un point. Quelques petits croquis nous le montrent:

Nous voyons qu'un point peut être au plus dans 5 disques. Avec 6 points d'ajustage arrangeés au mieux en un hexagone régulier, les 6 disques se touchent seulement en 1 point. Avec 7 points, il n'y a aucune région du plan qui soit couverte par les 7 disques.

L'effet de la méthode CDL sur le résultat d'une transformation de Helmert est le suivant:

1. Les écarts sont annulés aux points d'ajustage.
2. Les points situés à l'intérieur des disques subissent un déplacement différentiel, déplacement provoqué par un ou plusieurs points d'ajustage.
3. Les points situés hors de tout disque ne sont pas influencés.

Il en résulte une déformation «plastique» du plan, limitée à la réunion des disques d'influence.

### 3. Etude d'un cas pratique

Nous avons testé la méthode de CDL sur une zone du quartier de Pierrefleur de la commune de Lausanne, quartier qui comportait l'avantage suivant: un pâté de maisons était connu à la fois par un ancien plan (folio 173 ancien) et une nouvelle mensuration numérique (folio 36 nouveau); l'état des lieux n'avait pour ainsi dire pas été modifié entre-temps.

Nous pouvions donc comparer les coordonnées obtenues par la transformation de Helmert d'une part, les coordonnées obtenues par la même transformation suivie de la méthode de CDL d'autre part, avec les coordonnées de la mensuration numérique.

Nous avons calculé un écart linéaire entre ces coordonnées et avons calculé une moyenne quadratique des écarts, les coordonnées de la mensuration numérique étant considérées comme «justes».

Soient donc:

$(Y, X)$  les coordonnées de la mensuration numérique

$(U, V)$  les coordonnées obtenues après transformation de Helmert

$(R, S)$  les coordonnées après la transformation de Helmert suivie de la méthode de CDL

Les écarts  $F_1$  et  $F_2$  sont définis selon la figure 6:

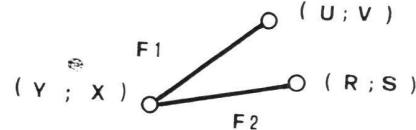


Fig. 6

Nous obtenons la moyenne quadratique des écarts:

$$m_1 = \pm \sqrt{\frac{[F_1^2]}{P}}$$

$$m_2 = \pm \sqrt{\frac{[F_2^2]}{P}}$$

P Nombre des écarts

(4)

Nous avons ainsi testé la méthode sur un échantillon de 80 points avec tout d'abord 19 points d'ajustage (distances entre les points d'ajustage comprises entre 9 et 37 m), puis avec 11 points d'ajustage (distances entre les points d'ajustage comprises entre 33 et 43 m). Les résultats suivants ont été obtenus:

#### Moyenne quadratique des écarts sur coordonnée

	19 points d'ajustage	11 points d'ajustage
Après la tr. de Helmert (cm)	Après la mét. de CDL (cm)	Après la tr. de Helmert (cm)
Sur les points d'ajustage	$\pm 21,3$	$\pm 0,0$
Sur les points d'ajustage et les points ajustés	$\pm 31,8$	$\pm 33,9$
Sur les points ajustés	$\pm 34,6$	$\pm 38,9$
	$\pm 15,8$	$\pm 32,4$
	$\pm 0,0$	$\pm 31,0$
	$\pm 34,3$	$\pm 33,3$

Nous avons également calculé les distances entre les points de coordonnées  $(U, V)$  et  $(R, S)$  et les avons comparées aux distances calculées avec les coordonnées  $(Y, X)$ . Nous avons rapporté les différences aux distances considérées et en avons calculé une moyenne quadratique des écarts relatifs sur les distances.

Cette moyenne se formule ainsi:

$$M_1 = \pm \sqrt{\left[ \frac{(D_{YX} - D_{UV})^2}{D_{YX}} \right] \frac{K}{K}} \quad (5)$$

$$M_2 = \pm \sqrt{\left[ \frac{(D_{YX} - D_{RS})^2}{D_{YX}} \right] \frac{K}{K}}$$

Où  $D_{YX}$ ,  $D_{UV}$ ,  $D_{RS}$  sont les distances calculées avec les coordonnées  $(Y, X)$ ,  $(U, V)$  et  $(R, S)$  et  $K$  le nombre de distances calculées.

Ce test nous donne les résultats suivants:

#### Moyenne quadratique des écarts relatifs sur les distances

	Après la tr. de Helmert (%)	Après la mét. de CDL (%)
19 points d'ajustage (1140 distances calculées)	± 6,52	± 7,12
11 points d'ajustage (759 distances calculées)	± 5,12	± 5,63

L'étude de ce cas ne permet pas de statuer définitivement sur les possibilités d'application de la méthode de CDL. Il serait intéressant de faire toute une série de tentatives d'application sur des plans de différente qualité et sur des ensembles plus importants de points. Nous pouvons cependant déjà dégager les critères suivants:

1. Les points d'ajustage doivent être à des distances suffisantes les uns des autres, de telle manière que l'écart à répartir autour de chaque point d'ajustage puisse l'être

dans un rayon suffisamment grand, afin que des discontinuités locales et une détérioration des distances n'apparaissent pas.

2. Les écarts sur les points d'ajustage doivent être homogènes et ne pas dépasser certaines normes à fixer selon la qualité du plan que l'on numérise. Au-delà de ces normes, la transformation de Helmert devient elle-même problématique et la méthode de combinaison de déformations limitées est inapplicable.

#### 4. Conclusion

La méthode de combinaison de déformations limitées ne peut être utilisée que dans des cas où une numérisation à l'aide de la transformation de Helmert est valable et se justifie (plans de bonne qualité, bien remis à jour, pas de nouvelle mensuration complète envisageable à moyen terme).

Ceci étant, nous croyons pouvoir affirmer que la méthode de CDL, utilisée en complément à une transformation de Helmert, permet une meilleure numérisation en ce sens qu'elle maintient la valeur initiale des coordonnées des points d'ajustage.

Ce fait est important car les points d'ajustage constituent alors un canevas de points où des mensurations partielles ultérieures peuvent, à notre sens, venir s'intégrer d'une manière plus aisée.

Il est probable que la méthode de CDL s'applique dans d'autres cas que la numérisation d'anciens plans, en particulier dans les cas où l'on utilise la transformation de Helmert.

Notons enfin que la méthode de CDL est facilement programmable sur un ordinateur de table moderne.

Schweizerischer Verein für Vermessungswesen  
und Kulturtechnik (SVVK)

Société suisse des Mensurations et Améliorations  
foncières (SSMAF)

#### Protokoll der 71. Hauptversammlung vom 14. Juni 1974, 14 Uhr, Hotel Beau Rivage, Nyon

Vorsitz: H. R. Dütschler  
Anwesend: 89 Mitglieder

#### Traktanden

##### 1. Begrüßung durch den Zentralpräsidenten

Zentralpräsident Dütschler begrüßt die erschienenen Kollegen, ganz speziell die anwesenden Gäste, Ehrenmitglieder und Veteränen, sowie den Präsidenten des VSFT, Herrn Wiesendanger. Ein spezieller Dank gilt den Waadtländer Kollegen, im besonderen H. Thorens, für die sehr kurzfristige Übernahme der Organisation der 71. Hauptversammlung.

Dütschler konstatiert, daß die Hauptversammlung fristgerecht angekündigt und die Traktandenliste im Mitteilungsblatt 5/74 publiziert wurde.

Der vor einer Woche von den Freierwerbenden der Sektion Waadt GF eingegangene Antrag wird unter «Verschiedenes» behandelt.

Hierauf wurden vier Stimmenzähler bestimmt.

#### Procès-verbal de la 71<sup>e</sup> Assemblée générale le 14 juin 1974 à 14 h, Hôtel Beau-Rivage, Nyon

Président: H. R. Dütschler  
Présents: 89 membres

#### Ordre du jour

##### 1. Introduction par le président central

Le président central Dütschler salue les collègues qui se sont déplacés, et tout particulièrement les hôtes présents, membres d'honneur et vétérans, ainsi que le président de l'ASTG, M. Wiesendanger.

Il adresse ses remerciements aux collègues vaudois, en particulier à H. Thorens, qui se sont chargés au dernier moment de l'organisation de la 71<sup>e</sup> Assemblée générale.

M. Dütschler constate que l'Assemblée générale a été convoquée dans les délais et que l'ordre du jour a été publié dans le Bulletin d'information 5/74.

La motion déposée il y a une semaine par le Groupe patronal de la section vaudoise sera développée sous «divers».

Quatre scrutateurs sont désignés.