Zeitschrift: Mensuration, photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF))

Band: 71-M (1973)

Heft: 12

Artikel: Die Bezugssysteme in der Geodäsie

Autor: Schürer, M.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-226413

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Topographen übereinstimmen. Das gilt nicht nur für den hier gezeigten Ausschnitt, sondern auch für den Rest des Grundkartenblattes sowie für weitere durchgerechnete Beispiele. Ferner stimmen die Höhenlinien aus der Prädiktion sehr gut mit denen aus der Interpolation mittels gleitender Schrägebenen überein, obwohl, wie bereits erläutert, mit unterschiedlichen Anzahlen von Punkten für die Berechnung einer Rasterhöhe nach den beiden Interpolationsmethoden gearbeitet wurde. Wegen der Berücksichtigung der weiteren Punktumgebung bei der Prädiktion wird aber das Höhenlinienbild ruhiger und vermag den Geländecharakter besser herauszuarbeiten. Allerdings muß die Verbesserung mit einem erhöhten Rechenaufwand erkauft werden, denn die Rechenzeit für die Interpolation der 36100 Rasterpunkte des Grundkartenblattes (ein 50 m breiter Streifen an den Rändern des Blattes mußte wegen der fehlenden Meßpunkte außerhalb des Blattes von der Höhenlinienzeichnung ausgeschlossen werden) einschließlich der Erzeugung der Steuerbefehle für die Zeichenanlage betrug 87 Sekunden bei der Interpolation mittels gleitender Schrägebene und 394 Sekunden bei der Prädiktion. Der Kernspeicherbedarf für das Beispiel lag unter 128 K Bytes.

Die Rechnungen wurden auf der IBM 370/165 und die Zeichnungen mit dem Mikrofilmplotter von Calcomp der Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung, Bonn, ausgeführt.

Literatur

[1] CALCOMP: A General Purpose Contouring Program. California Computer Products, Anaheim, California, 1971.

[2] *R.A. Hirvonen:* On the Statistical Analysis of Gravity Anomalies. Publ. Isostatic Inst. Int. Assoc. Geod., No. 37, Helsinki, 1962.

[3] *A.M. Jaglom:* Einführung in die Theorie der stationären Zufallsfunktionen. Akademie-Verlag, Berlin, 1959.

[4] *K.R. Koch:* Digitales Geländemodell und automatische Höhenlinienzeichnung. Zeitschrift für Vermessungswesen, 98. Jg., S. 346–352, 1973.

[5] *K. Kraus:* Automatische Berechnung digitaler Höhenlinien. Zeitschrift für Vermessungswesen, 96. Jg., S. 233–239, 1971.

[6] *K. Kraus:* Rationalisierung der tachymetrischen Geländeaufnahme und Automatisierung der Weiterverarbeitung zur großmaßstäbigen Karte. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 80. Jg., S. 3–16, 1973.

[7] *S. Lauer:* Über die stochastischen Eigenschaften lokaler Schwereanomalien und ihre Prädiktion. Dissertation, Bonn, 1971.

[8] *S. Lauer:* Anwendung der skalaren Prädiktion auf das Problem des digitalen Geländemodells. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Reihe I, Nr. 51, S. 105–116, 1972.

[9] *M. Moritz:* Neuere Ausgleichungs- und Prädiktionsverfahren. Zeitschrift für Vermessungswesen, 98. Jg., S. 137–146, 1973.

[10] *P. Whittle:* Prediction and Regulation. The English Universities Press, London, 1963.

Die Bezugssysteme in der Geodäsie

M. Schürer

Zusammenfassung

Die dreidimensionale Geodäsie hat zur Klärung der Definitionen der verschiedenen geodätischen Bezugssysteme beigetragen. Es werden die natürlichen Systeme von den geodätischen unterschieden; erstere sind physikalisch, letztere rein geometrisch definiert. Die gegenseitigen Beziehungen werden aufgezeigt.

Sommaire

La géodésie à trois dimensions a contribué à la clarification des définitions des différents systèmes géodésiques de référence. On distingue systèmes naturels et systèmes géodésiques; alors que les premiers sont définis physiquement, les seconds le sont purement géométriquement. On présente les relations entre ces systèmes.

1. Einleitung

Die neueren Entwicklungen in der Geodäsie (die modernen Methoden der Entfernungsmessung und der Satellitengeodäsie, theoretisch fundiert durch die dreidimensionale Geodäsie) haben auch zur Klärung der Grundlagen beigetragen, und diese Grundlagen der mathematischen Geodäsie sollen im Lichte der neueren Theorien mit besonderer Betonung des Dreidimensionalen im folgenden dargelegt werden. Wenn teilweise bekannte und elementare Begriffe in diesem Zusammenhang nochmals erklärt werden, möge man dies mit dem Streben nach Vollständigkeit entschuldigen.

Etwas überspitzt formuliert, ist die mathematische Geodäsie die Wissenschaft von den geodätischen Bezugssystemen. Die natürliche Unterscheidung zwischen Lage- und Höhebestimmungen wie auch die verschiedenen Meßmethoden für Horizontal- und Vertikalwinkel und der unangenehme Einfluß der Refraktion auf die Vertikalwinkelmessungen haben in der klassischen Geodäsie zu einer natürlichen Aufteilung nach Lage- und Höhenkoordinaten geführt, die aus praktischen Gründen immer ihre Berechtigung haben wird. Die dreidimensionalen Systeme lassen diese Aufspaltung der Koordinaten meist auch noch erkennen.

2. Natürliche globale Systeme

Als natürliche globale Koordinaten eines Punktes bieten sich die Breite Φ, die Länge λ und die geopotentielle Kote C der durch den Punkt gehenden Niveaufläche des Schwerepotentials der Erde an. Breite und Länge müssen mit Hilfe eines astronomischen Bezugssystems bestimmt werden. Die Breite Φ ist identisch mit der Deklination des Zenitpunktes, die Länge λ mit dem Stundenwinkel eines noch zu definierenden Nullmeridians. Das astronomische System ist ein sphärisches Polarkoordinatensystem, dessen Polachse mit der Rotationsachse der Erde zusammenfällt. Da diese und die Lote im Erdkörper nahezu festliegen, bleiben auch Breiten und Längen der einzelnen Beobachtungspunkte praktisch konstant. Die geopotentielle Kote C, das ist die Potentialdifferenz gegenüber einer ausgezeichneten Niveaufläche des Schwerepotentials, dem Geoid, bestimmt man aus:

$$C = \int_0^P g dh,$$

wo das Integral längs eines Nivellementsweges vom mittleren Meeresniveau an zu berechnen ist. g ist die Schwerebeschleunigung, dh die jeweilige differentielle Nivellementshöhe. Äquivalent zu dieser dritten Koordinate ist die dynamische Höhe $h_d = \frac{C}{\gamma_{45}}$, wo γ_{45} die Normalschwere unter 45° Breite ist.

Die drei Größen Φ, λ und C bzw. h_d sind Feldgrößen des Schwerefeldes der Erde, damit aber noch nicht Koordinaten im strengen Sinne, da die Metrik fehlt. Elementar ausgedrückt heißt dies, daß beispielsweise aus den drei Feldgrößen zweier Punkte ohne Kenntnis der Metrik sich weder ihr Abstand noch ihre gegenseitige Richtung bestimmen lassen. Marussi hat in einer fundamentalen Arbeit [1] gezeigt, daß die Metrik sich eindeutig aus dem Eötvös'schen Tensor

$$W = \begin{vmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{vmatrix}$$

bestimmen läßt (W_{ik} sind die partiellen kovarianten zweiten Ableitungen der Potentialfunktion nach den Koordinatenrichtungen). Die Komponenten dieses Tensors lassen sich prinzipiell mittels Drehwaage und Gravimeter messen.

Hotine hat die Gedanken Marussis in einem tiefgründigen Werk [2] ausgearbeitet. Das Koordinatensystem (λ, Φ, C) [bei Hotine (ω, Φ, N)] ist krummlinig und schiefwinklig. Die Koordinatenflächen $C =$ konst. sind die (im allgemeinen nichtparallelen) Niveauflächen; die Koordinatenlinien $\lambda =$ konst., $\Phi =$ konst. heißen Isozenitale und dürfen nicht mit den Lotlinien verwechselt werden. Sie stehen im allgemeinen nicht senkrecht auf den Niveauflächen und bilden daher mit den Lotlinien kleine Winkel.

Die beiden Fundamentalrichtungen: Lot und Rotationsachse, liegen auch in einer starr angenommenen Erde nicht fest. Das Schwerefeld der Erde ist die Resultierende aus der Newtonschen Gravitationsanziehung der Massen der Erde und der Zentrifugalkraft, hervorgerufen durch die Rotation. Dieses Schwerefeld erleidet durch die Anziehung des Mondes und der Sonne zeitlich veränderliche Störungen, die man als Gezeiten bezeichnet. Die dadurch verursachten Geoidhebungen und -senkungen haben eine Amplitude von 39 cm, die Lotschwankungen eine solche von 0.″025 und die Schwerebeschleunigung eine von 0,12 mgal. Durch die Gezeitenkräfte wird der Erdkörper deformiert, wodurch sekundäre Störungen des Gravitationsfeldes entstehen, die nun noch von den elastischen Eigenschaften des Erdkörpers abhangen. Die sekundären Störungen sind von derselben Größenordnung wie die primären.

Die Störungen in der Lotrichtung und in der Schwere sind jedoch im gesamten klein und können, wenn überhaupt notwendig, rechnerisch berücksichtigt werden. Die Höhenschwankung der Niveauflächen wird von selbst eliminiert, wenn man sich beim Nivellieren immer wieder auf die Mittellage der Niveauflächen bezieht. Diese verschieben sich in größeren Bereichen nahezu parallel.

Da die Rotationsachse der Erde nicht genau mit ihrer Hauptträgheitsachse zusammenfällt und sich zudem die Trägheitsverhältnisse durch die Gezeiten und die meteorologischen und tektonischen Massenverschiebungen zeitlich verändern, ändert sich auch die Lage der Rotationsachse im Erdkörper. Diese Änderungen sind unter dem Namen «Polhöhenschwankung» oder «Polbewegung» bekannt. Der momentane Pol durchläuft in 432 Tagen einen Kreis von etwa 10 m Radius, entsprechend einer Polhöhenschwankung von 0.″3. Dadurch werden sowohl die Breiten wie auch die Längen und Azimute beeinflußt.

Um zu zeitlich invarianten geographischen Koordinaten zu gelangen, befreit man erstens die Lotrichtungen von den Störungen durch die Gezeitenkräfte und ersetzt zweitens die Rotationsachse durch eine zum Erdkörper feste Richtung, den sogenannten OCI: Origine conventionnelle internationale (englisch CIO: Conventional international origin), festgelegt durch die konventionellen Breiten der fünf Breitenstationen:

Mizusawa	$\Phi = + 39°08'03.''602$
Kitab	01. 850
Carloforte	08. 941
Gaithersburg	13. 202
Ukiah	12. 096

Ebenen durch die ungestörten Lote parallel zu der Rotationsachse der Erde sollen als astronomische Meridiane, parallel zum OCI als geographische Meridiane bezeichnet werden. Dementsprechend soll auch zwischen astronomischen und geographischen Längen, Breiten und Azimuten unterschieden werden.

Jetzt erst können auch der astronomische und der geographische Nullmeridian definiert werden. Der geographische Meridian von Greenwich (oder besser der geographische Nullmeridian, der durch die konventionellen Längen zahlreicher Zeitinstitute festgelegt ist) schneidet den geographischen Erdäquator (Ebene senkrecht zum OCI) in einer Geraden, deren Richtung als Nullrichtung bezeichnet werden soll und die nun anstelle des Lotes zur Definition des astronomischen Nullmeridians herangezogen wird. Der astronomische Nullmeridian liegt parallel zur Nullrichtung und zur momentanen Rotationsachse der Erde. Die astronomische Länge von Greenwich ist deshalb streng genommen weder null noch konstant.

Das natürliche globale System wird insbesondere bezüglich der dritten Koordinate oft modifiziert. Ersetzt man die etwas unanschaulichen Isozenitalen durch die Lotlinien als Koordinatenlinien und beläßt die Niveauflächen als Koordinatenflächen, so erhält man ein orthogonales Koordinatensystem. Die Lotlinien müssen durch ihre Richtungen, die sie beim Durchstoßen des Geoids besitzen, λ_0 und Φ_0 charakterisiert werden. Die Differenzen $\lambda - \lambda_0$ und $\Phi - \Phi_0$ werden durch die Lotkrümmung verursacht.

Man kann auch die Niveauflächen durch Parallelflächen zum Geoid und damit die geopotentiellen Koten durch die anschaulicheren orthometrischen Höhen h_0 ersetzen (Abstände der betrachteten Punkte vom Geoid, gemessen auf den Normalen zum Geoid). Logischerweise sollte man in diesem Falle die Normalen zum Geoid als Koordinatenlinien wählen, die weder mit den Isozenitalen noch mit den Lotlinien zusammenfallen. In der Regel behält man jedoch die Isozenitalen beziehungsweise die Lotlinien als Koordinatenlinien bei. Mißt man aber die orthometrischen Höhen längs der Isozenitalen beziehungsweise längs der Lotlinien, dann sind die Flächen gleicher Höhen strenggenommen keine Parallelflächen mehr. Die Unterschiede sind aber so gering, daß sie vernachlässigt werden können.

Schwerwiegender ist der Einwand, daß weder die λ_0 und Φ_0 der Lotlinien noch die orthometrischen Höhen

$$h_o = \frac{C}{g_m},$$

wo g_m ein Mittelwert der Schwere längs der Lotlinie ist, hypothesenfrei bestimmt werden können. Es muß die Verteilung der Massen über dem Geoid bekannt sein. Dieser Einwand hat den sonst so anschaulichen Begriff des Geoids etwas in Mißkredit gebracht, und es fehlt nicht an Versuchen, diesen Begriff zu umgehen.

Molodenski hat zum Beispiel die Normalhöhe eingeführt, definiert durch

$$h_n = \frac{C}{\gamma}$$

wo $\bar{\gamma}$ der Mittelwert der Normalschwere in der Lotlinie ist. Gehen wir von der Erdoberfläche um die Normalhöhe in die Tiefe, dann erreichen wir eine Fläche, die Molodenski das Quasigeoid nennt. Das Quasigeoid fällt auf den Meeresoberflächen mit dem Geoid zusammen, ist aber in den Kontinenten keine Niveaufläche mehr. Das System von Molodenski hat seine Bedeutung vor allem in der physikalischen Geodäsie erlangt.

3. Das natürliche lokale System

Jedem Punkt auf der Erde läßt sich ein natürliches lokales kartesisches Koordinatensystem zuordnen, dessen z-Achse in die Richtung des Lotes zu legen ist. Die xy-Ebene fällt mit der Tangentialebene an die Niveaufläche zusammen. Ebenen durch das Lot heißen Vertikale. Der Vertikal parallel zur Rotationsachse der Erde ist der Ortsmeridian. Die x-Achse wird gewöhnlich in den Ortsmeridian nach Norden gelegt, die y-Achse nach Osten. Der Winkel zwischen dem Ortsmeridian und einem Vertikal durch ein Beobachtungsobjekt ist das Azimut des Objekts, von Norden über Osten, positiv gezählt.

Die Schwankungen des Lotes und die Polbewegung verursachen Drehungen der natürlichen lokalen Systeme. Die Beobachtungen in den natürlichen lokalen momentanen Systemen müssen deshalb auf mittlere Systeme mit dem OCI und den mittleren Loten reduziert werden. Es betrifft dies die beobachteten Breiten, Längen, Azimute und Zenitdistanzen.

4. Geodätische globale Systeme

Eine vollständige Loslösung der Geodäsie vom Schwerefeld der Erde strebt die dreidimensionale Geodäsie an. Die Fixpunkte werden als Eckpunkte eines Polyeders betrachtet oder als Punkte, deren räumliche Koordinaten in irgendeinem geometrisch einfach definierten Koordinatensystem zu bestimmen sind, das wir im Gegensatz zu den natürlichen Koordinatensystemen als geodätisches bezeichnen wollen. Das einfachste geodätische System ist wohl ein kartesisches Koordinatensystem, dessen z-Achse parallel zum OCI und dessen x-Achse parallel zur Nullrichtung liegen. Der Nullpunkt des Systems wird durch die Koordinaten eines konventionell gewählten Fixpunktes bestimmt, und zwar derart, daß er in die Nähe des Schwerpunktes der Erde zu liegen kommt. Erst mit Hilfe der Satellitengeodäsie ist es nun möglich geworden (wenn auch noch nicht mit sehr großer Genauigkeit, jedoch prinzipiell einwandfrei), Koordinaten von Fixpunkten in diesem System zu bestimmen. Die angenähert elliptische Form der Erde und die klassische Zweiteilung der geodätischen Messungen in Lagemessungen und Höhenbestimmungen haben es schon früh nahegelegt, ein krummliniges geodätisches Koordinatensystem, mit einem abgeplatteten Rotationsellipsoid als Basisfläche (Referenzellipsoid), zu definieren, wobei die Rotationsachse parallel zum OCI gelegt wird. Diese Ausgangsbasis kann auf verschiedene Weise zu einem dreidimensionalen System erweitert werden. Die gebräuchlichste Erweiterung verwendet die Normalen auf das Ellipsoid als dritte Koordinatenlinien und mißt auf ihnen die ellipsoidischen Höhen. Flächen gleicher ellipsoidischer Höhe sind Parallelflächen zum Ellipsoid. Die Richtung der Normalen bestimmt die geodätische Länge L und die Breite B. Flächen gleicher Länge sind die geodätischen Meridianebenen, Flächen gleicher Breite sind Kreiskegel.

Mathematisch eleganter ist die Erweiterung des Basisellipsoides durch konfokale Ellipsoide mit der Länge der kleinen Halbachse als Parameter. Die orthogonalen Trajektorien dieser Ellipsoide können als krummlinige Koordinatenlinien (Hyperbeln) mit der geodätischen Länge L und der reduzierten Breite β als Parameter genommen werden. Flächen gleicher Länge sind wieder die Meridianebenen, Flächen gleicher reduzierter Breite sind einschalige Rotationshyperboloide.

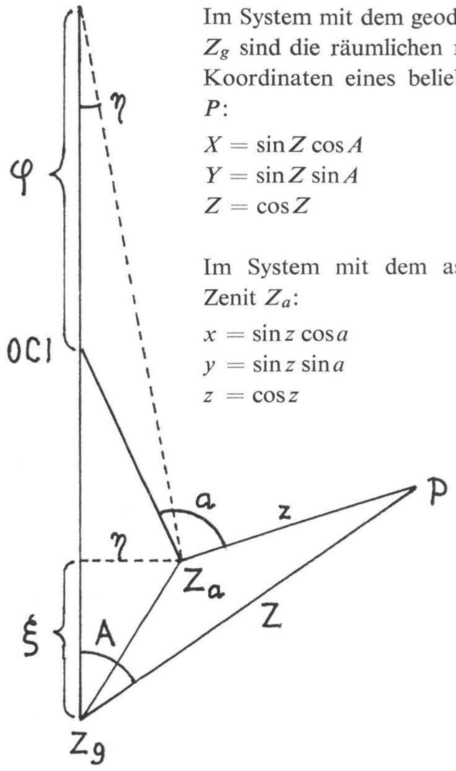
Schließlich kann die Erweiterung auch physikalisch inspiriert sein, indem das Basisellipsoid als Niveaufläche eines normalen Schwerefeldes betrachtet wird, außerhalb derselben keine weiteren Massen vorkommen sollen. Das Normalschwerefeld ist damit eindeutig bestimmt. Die Niveauflächen dieses Normalschwerefeldes sind weder Ellipsoide noch Parallelflächen und können, wie die Fläche $W =$ konst. des tatsächlichen Schwerefeldes, als Koordinatenflächen angesehen werden.

Die Wahl eines Rotationsellipsoides als Basisfläche für ein mathematisches Koordinatensystem ist keineswegs notwendig. Die abgeplattete Erdgestalt kann als aus einer Gleichgewichtsfigur einer inhomogenen, rotierenden Flüssigkeit entstanden betrachtet werden, die in einem früheren Stadium erstarrte. Vor allem hat Ledersteger [3] immer wieder darauf hingewiesen, daß die Gleichgewichtsfigur einer heterogenen Flüssigkeit kein Ellipsoid sein kann, sondern durch Sphäroide verschiedener Ordnung angenähert werden muß. Auch hat man früher als Potential der Normalschwere die ersten Glieder der Kugelfunktionsentwicklung des Schwerepotentials genommen. Die Flächen $W =$ konst. der ersten Glieder dieser Kugelfunktionsentwicklung sind gerade solche Sphäroide. Die mathematische Behandlung der geodätischen Probleme in den daraus hergeleiteten Koordinatensystemen ist jedoch recht kompliziert. Zudem ist vom theoretischen Standpunkt aus zu sagen, daß auch die Sphäroide nur Approximationen für die heterogenen Gleichgewichtsfiguren sind. Wenn man das Erdpotential nach ellipsoidischen (anstatt sphärischen) Harmonischen entwickelt, stellt aber das erste Glied (ein Ellipsoid) ebenfalls schon eine sehr gute Approximation dar, und eine Verallgemeinerung durch höhere Glieder drängt sich nicht auf.

Die effektiv benutzten geodätischen Systeme unterscheiden sich in den angenommenen Dimensionen und Mittelpunktslagen ihrer Referenzellipsoide. Bei fehlerfreier Bestimmung der fundamentalen Azimute sollten jedoch die kleinen Achsen aller Ellipsoide unter sich parallel sein.

5. Das geodätische lokale System

Den globalen geodätischen Systemen können lokale zugeordnet werden. Im geodätischen System mit Parallelflächen steht die z-Achse des zugehörigen lokalen Systems senkrecht auf dem Basisellipsoid und trifft die Richtungssphäre im geodätischen Zenit. Durch die z-Achse wird parallel zum OCI die geodätische Meridianebene gelegt, von der aus die geodätischen Azimute gemessen werden. Da eine der beiden Fundamentalrichtungen, das OCI, dem geodätischen wie dem natürlichen System angehört, lassen sich leicht Beziehungen zwischen diesen beiden Systemen aufstellen.



Im System mit dem geodätischen Zenit Z_g sind die räumlichen rechtwinkligen Koordinaten eines beliebigen Punktes P:

$$X = \sin Z \cos A$$
$$Y = \sin Z \sin A$$
$$Z = \cos Z$$

Im System mit dem astronomischen Zenit Z_a:

$$x = \sin z \cos a$$
$$y = \sin z \sin a$$
$$z = \cos z$$

Die Transformation vom ersten auf das zweite System erfolgt durch drei Rotationen:
ξ um die y-Achse
η um die x-Achse und
$-\gamma = -\eta \operatorname{tg}\Phi$ um die z-Achse
ξ und η sind die Lotabweichungen.

$$\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -\eta\operatorname{tg}\Phi & -\xi \\ \eta\operatorname{tg}\Phi & 1 & -\eta \\ \xi & \eta & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} \quad \text{oder}$$

$$\sin z \cdot \cos a = \sin Z \cdot \cos A - \eta\operatorname{tg}\Phi \cdot \sin Z \cdot \sin A - \xi\cos Z$$
$$\sin z \cdot \sin a = \sin Z \cdot \sin A + \eta\operatorname{tg}\Phi \cdot \sin Z \cdot \cos A - \eta\cos Z$$
$$\cos z = \cos Z + \xi\sin Z \cdot \cos A + \eta\sin Z \cdot \sin A$$

und nach einer leichten Umformung:

$$a - A = \eta\operatorname{tg}\Phi + (\xi\sin A - \eta\cos A)\cos\operatorname{tg}Z$$
$$z - Z = -\xi\cos A - \eta\sin A$$

Die erste Gleichung ist die bekannte Laplace-Bedingung.

6. Das hybride System der topographischen Koordinaten

Logisch unbefriedigend, praktisch aber zweckmäßig ist das hybride System der topographischen Koordinaten. Die Lagekoordinaten entnimmt man einem geodätischen System, die Höhe aber dem natürlichen System mit den orthometrischen Höhen (oder den ausgeglichenen Nivellementshöhen, die angenähert den orthometrischen Höhen gleich sind).

7. Die Beziehungen zwischen den verschiedenen Systemen

Die Hauptaufgabe der höheren Geodäsie ist die Bestimmung der Form und Lage der Niveauflächen des Schwerefeldes der Erde. Beobachtbar sind einerseits die Lotrichtungen in Oberflächenpunkten (durch astronomische Bestimmung der Länge und Breite) und die geopotentiellen Koten (durch geometrisches Nivellement und Schweremessungen längs des Nivellementsweges), andererseits die rein geometrischen Koordinaten – rechtwinklige oder daraus ableitbare ellipsoidische – (durch Horizontal- und Höhenwinkelmessungen oder mittels der geometrischen Satellitengeodäsie).

Die klassischen Methoden der Horizontal- und Höhenwinkelmessungen sind naturgemäß beschränkt auf die Kontinente, und zudem sind die Höhenwinkel mit der unsicheren Refraktion behaftet. Die geometrische Satellitengeodäsie gestattete erstmals eine weltweite Vermessung.

Die natürlichen Koordinaten können regional oder global mit den geometrisch bestimmten Koordinaten verglichen werden, indem man letztere unter Annahme bestimmter Werte a und e für das Basisellipsoid und B_o, L_o und H_o für den Nullpunkt der Vermessung, in ellipsoidische Koordinaten umrechnet. Die natürliche geopotentielle Kote muß dabei noch in die orthometrische Höhe h_o umgewandelt werden. Die beobachteten Breiten und Längen sind auf das Geoid zu reduzieren. Beide Reduktionen erfordern aber die Kenntnis der Dichteverteilung in der Erdkruste, und hypothetische Annahmen hierüber sind unvermeidlich – die Crux der höheren Geodäsie. Die Annahmen über die Ausgangselemente, das sogenannte geodätische Datum, können verbessert werden durch die Bedingungen:

$\Sigma (H - h_o)^2 = \text{Min.}$ oder $\Sigma (\xi^2 + \eta^2) = \text{Min.}$,
wo $\xi = \Phi - B$ und $\eta = (\lambda - L) \cdot \cos\Phi$

H, L und B sind Funktionen von a, e, H_o, L_o und B_o, deren Verbesserungen durch obige Bedingungen erreicht werden können.

Mit der Bewältigung dieser mehr oder weniger versteckt angedeuteten Probleme wäre auch eine der Hauptaufgaben der höheren Geodäsie gelöst.

Literatur

[1] *Marussi:* Fondements de Géométrie Différentielle Absolue du Champ Potentiel Terrestre. Bulletin Géodésique, No 14, pp. 411–439, 1949.

[2] *Hotine:* Mathematical Geodesy, essa monograph 2, Washington 1969.

[3] *Ledersteger:* Astronomische und physikalische Geodäsie. In Hdb. der Vermessungskunde von Jordan/Eggert/Kneissl, Band V, 1969.