**Zeitschrift:** Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) =

Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF))

**Band:** 71-M (1973)

Heft: 9

**Artikel:** Contrôle de la triangulation de IVe ordre et détermination de nouveaux

points fixes par mesures de directions et de distances

**Autor:** Frund, J. / Horisberger, J.-L.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-226400

# Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

# Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 29.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# Contrôle de la triangulation de IVe ordre et détermination de nouveaux points fixes par mesures de directions et de distances

J. Frund et J.-L. Horisberger

#### Résumé

L'introduction de la mensuration cadastrale numérique, le niveau de précision toujours plus élevé exigé pour les opérations géométriques des remaniements parcellaires, ont amené les soussignés à rechercher de nouvelles solutions pour la détermination de points fixes en utilisant les moyens de mesure et de calcul offerts par la technique moderne: Appareil pour la mesure électronique des distances, ordinateur de grande capacité, calculateur programmable de table. La mise en œuvre de tels équipements exige un contrôle de la qualité et de l'homogénéité des points fixes. Deux exemples d'application, fruit de la collaboration entre un bureau technique privé et un institut universitaire, montrent les avantages procurés par l'emploi d'appareils aujourd'hui à la portée de chacun.

#### Zusammenfassung

Die Einführung der numerischen Grundbuchvermessung und die immer höhere Genauigkeit der Meßverfahren bei der Güterzusammenlegung veranlassen die Verfasser, nach neuen Lösungen für die Bestimmung von Fixpunkten zu suchen. Sie berücksichtigten dabei die neuen Meß- und Rechnungsmethoden wie elektronische Distanzmesser und Computer großer Kapazität sowie Tischcomputer. Der Einsatz solcher Ausrüstungen fordert eine Kontrolle der Qualität und der Homogenität der Festpunkte. Zwei Anwendungsbeispiele als Ergebnis der Zusammenarbeit zwischen einem privaten technischen Büro und einem Hochschulinstitut zeigen die Vorteile, die sich aus der Anwendung moderner Geräte ergeben.

#### 1. Introduction

En mensuration numérique et dans les travaux géométriques des remaniements parcellaires, le respect de la précision imposée est souvent difficile. Ni le soin le plus extrême dans les mesures, ni l'emploi de méthodes rigoureuses pour les calculs, ne permettent de respecter toujours les tolérances.

Ces problèmes de précision résultent souvent de la mauvaise concordance existant entre les points de la triangulation de IVe ordre utilisés comme points de base. A l'époque de la détermination de ces points, nos prédécesseurs disposaient certes d'instruments de mesures angulaires suffisamment précis, mais leurs moyens de calcul étaient rudimentaires, comparés à ceux que nous offrent aujourd'hui les ordinateurs. Les modes de calcul utilisés jadis, simple résolution de triangles ou compensation point par point par la méthode des moindres carrés, ne garantissaient pas une précision homogène dans un secteur donné. Ils favorisaient au contraire une rapide propagation des erreurs.

En de nombreuses régions, de lents mouvements de terrainprovoquant de légers déplacements des bornes trigonomé, triques, ont encore aggravé les défauts initiaux de la triangulation

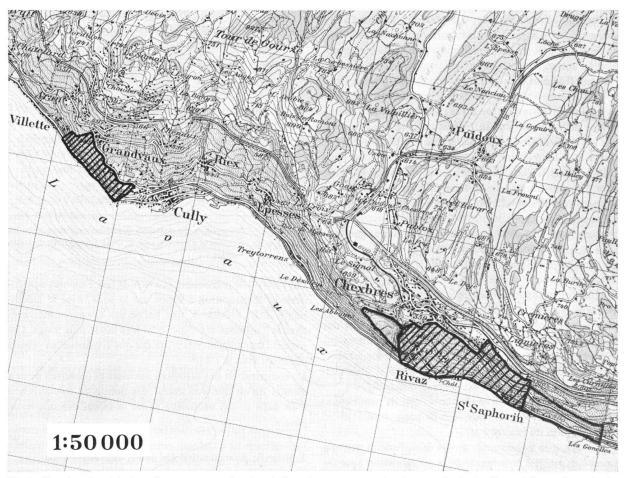


Fig. 1 Situation des périmètres. Les nouveaux points fixes à déterminer se trouvent dans les zones hachurées (Reproduit avec l'autorisation du Service typographique fédéral du 18.6.1973)

Lorsque les nouveaux points fixes de la mensuration parcellaire sont déterminés par polygonation avec tachéomètre autoréducteur, il est malaisé de localiser des discordances jusqu'à environ 30 cm dans la position relative des points de référence. Il n'en est plus de même si le praticien recourt à un équipement de mesure électronique de distances. Quelques mesures complémentaires permettent alors d'obtenir non seulement une excellente détermination des nouveaux points, mais également un contrôle facile de la triangulation de base.

Le but de cet article est tout d'abord de faire connaître deux exemples d'application de la mesure électronique des distances au contrôle de la triangulation et à la détermination d'un réseau complémentaire de points fixes dans le cadre d'opérations de remaniement parcellaire, puis de définir les méthodes de calcul les plus appropriées compte tenu des moyens à disposition.

## 2. Réseaux de points fixes des syndicats CCPRS et CGV

Les syndicats d'améliorations foncières «Chardonne–Chexbres–Puidoux–Rivaz–St-Saphorin» (sigle CCPRS) et «Cully–Grandvaux–Villette» (sigle CGV) groupent respectivement 110 et 30 ha de vignes en terrasses. Les deux périmètres présentent des caractéristiques topographiques analogues: terrain très accidenté, forte pente atteignant parfois 100% et coteaux s'étageant entre 375 et 500 à 600 m d'altitude.

Le plan cadastral des communes de Chexbres, Rivaz, St-Saphorin d'une part, de Cully, Grandvaux et Villette d'autre part, est du 3º groupe. Cette dénomination, propre au canton de Vaud, désigne les mensurations exécutées conformément à l'ancien régime vaudois, donc antérieures aux prescriptions fédérales. Les plans des communes précitées ont été établis entre 1882 et 1911 dans le système de la projection de Bonne. Ils ont été levés à la planchette cadastrale sur la base de points trigonométriques aujourd'hui disparus. La densité des objets que ces plans figurent (murs, escaliers, etc.) et la qualité du levé original sont telles qu'il est judicieux de chercher à les conserver sous une forme ou sous une autre. Leur mise à jour sur la base du réseau des bornes et leur petit format (54×75 cm) en rendent cependant l'utilisation peu pratique.

D'entente avec le Service cantonal des Améliorations foncières et la Direction du Cadastre, il a été décidé d'établir, par assemblage des plans existants dans le système de la projection cylindrique à axe oblique, des films au format  $70 \times 100$  cm, utilisables d'abord comme plans techniques pour le remaniement parcellaire et destinés ensuite à remplacer le plan cadastral actuel. Cet assemblage nécessite des points d'ajustage levés à partir de nouveaux points fixes qui devront pouvoir également servir aux opérations suivantes:

- détermination des éléments planimétriques et altimétriques nécessaires à l'étude des travaux collectifs,
- balisage, piquetage et levé du nouvel état de propriété,
- implantation et levé des ouvrages de génie rural,
- conservation du nouvel état.

Pour déterminer les nouveaux points fixes, l'adjudicataire a renoncé d'emblée à la méthode de la polygonation avec tachéomètre autoréducteur. Les difficultés topographiques et la mauvaise concordance présumée des points de triangulation lui ont fait préférer la méthode du levé polaire avec mesure électronique des distances. Ne disposant pas du matériel nécessaire, il s'est assuré le concours de l'Institut de Géodésie et Mensuration de l'EPFL, lequel a utilisé les réseaux mis à sa disposition pour quelques essais et études complémentaires.

Après définition des réseaux et repérage des nouveaux points, nous avons établi un programme détaillé des mesures en fonction de l'équipement disponible, soit un Distomat DI10 monté sur un théodolite Wild T2, cinq réflecteurs avec trépieds et le matériel de signalisation (voyants et jalons).

Une équipe de trois personnes, un ingénieur-géomètre et deux aides expérimentés, s'est révélée suffisante. Le premier aide participait au transport des instruments de station en station, mettant en place les réflecteurs les plus proches. Le deuxième aide plaçait réflecteurs, voyants et jalons sur les points éloignés, d'après le programme prévu.

En règle générale, les directions horizontales et les angles verticaux ont été mesurés en une ou deux séries, selon que les points visés se trouvaient à moins ou plus de 500 m de la station.

Connaissant les difficultés rencontrées lors des travaux d'implantation de l'autoroute du Léman sur les coteaux de Lavaux et pour pouvoir localiser les discordances présumées de la triangulation de IVe ordre, nous avons pris entre les points de base toutes les distances mesurables au DI10. Précaution judicieuse, car une rapide comparaison des distances calculées avec les coordonnées officielles et des distances mesurées a fait apparaître des différences importantes, particulièrement dans le CCPRS. Voici, pour cette entreprise, quelques-uns des écarts constatés:

No Point	No Point	Distance calculée	Distance mesurée	Différence
		m	m	cm
△ 155	△ 159	1406,165	1406,390	- 22,5
△ 155	△ 163	1801,939	1802,157	-21,8
△ 155	△ 160	334,710	334,726	-1,6
△ 159	△ 160	1080,976	1081,207	-23,1
∧ 160	△ 163	1492,461	1492,658	-19,7
△ 160	△ 162	220,220	220,233	- 1,3

Tableau 1 Comparaison de quelques distances calculées avec les coordonnées officielles et mesurées avec le DI 10 entre points de triangulation de IVe ordre

Par surcroît de précaution, et à titre de test, l'Institut de Géodésie et Mensuration a repris par la suite, avec le Géodimètre AGA modèle 6, une partie des distances mesurées avec le Distomat ainsi que quelques côtés plus longs. Ces mesures supplémentaires n'ont fait que confirmer les valeurs obtenues avec le DI10.

La comparaison des distances calculées et mesurées nous a montré qu'un nouveau calcul des points de triangulation était dans ce cas nécessaire avant le calcul des nouveaux points.

## 3. Nouvelle détermination des points de triangulation

Deux méthodes ont été utilisées pour le nouveau calcul des coordonnées et altitudes des points de triangulation:

- la première comporte le calcul point par point des coordonnées et altitudes provisoires sur la base d'un point et d'une orientation arbitraires, puis ajustage par transformation de Helmert en planimétrie et translation en altimétrie sur les coordonnées officielles;
- la seconde consiste à calculer l'ensemble des points sous la forme d'un réseau mixte (voir § 3.2).

Nous ne traiterons ici que de la seconde méthode. La première, en effet, est bien connue du lecteur. D'un emploi facile lorsqu'un calculateur programmable de table est à disposition, elle peut être suffisante pour résoudre le problème posé.

## 3.1 Définition des réseaux mixtes

Les distances et les directions mesurées nous ont permis de définir un réseau mixte pour chacune des deux entreprises. Le réseau du CCPRS comprend 9 points de triangulation de IVe ordre et 1 point nouveau, celui du CGV 8 points de triangulation et 1 point nouveau. Dans chaque cas, l'introduction d'un point nouveau améliore les liaisons entre points de triangulation et structure mieux le réseau. La figure 2 montre le canevas adopté pour chacun des deux réseaux.

#### 3.2 Calcul des réseaux mixtes et résultats

Les programmes utilisés pour le calcul des réseaux mixtes ont été établis par l'Institut de Géodésie et Mensuration. Ils sont adaptés à l'ordinateur CDC CYBER de l'EPFL et comportent les phases suivantes:

- calcul des coordonnées compensées de tous les points du réseau avec toutes les directions et distances mesurées (réseau libre);
- ajustage des coordonnées compensées par transformation de Helmert sur les coordonnées officielles des points de triangulation avec élimination des points insuffisamment cohérents en position relative (les numéros des points conservés sont suivis de la lettre «H» dans le tableau 2 cidessous);
- calcul des altitudes compensées dans un réseau basé sur un seul point fixe arbitraire;
- ajustage altimétrique des altitudes compensées sur les altitudes officielles des points de triangulation avec élimination des points insuffisamment cohérents (les numéros des points conservés sont suivis de la lettre «A» dans le tableau 2 ci-dessous).

Les erreurs moyennes à craindre  $\mu_Y$ ,  $\mu_X$  et  $\mu_H$  sur les coordonnées et altitudes définissent l'ordre de grandeur de la précision interne des deux réseaux. Dépassant rarement 1 cm, ces valeurs montrent l'excellente qualité des nouvelles mesures et garantissent la validité du contrôle.

Les écarts  $V_Y$ ,  $V_X$  et  $V_H$  entre les coordonnées nouvelles et les coordonnées officielles nous amènent aux constatations suivantes:

 dans le CCPRS, la position relative des points de triangulation est mauvaise, ce qui nous conduit à adopter les coordonnées nouvelles pour la suite des opérations. Les altitudes concordent bien, celles des points 158, 161 et 164 exceptées;

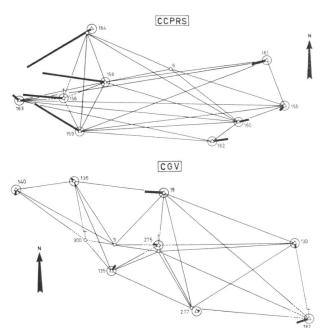


Fig. 2 Réseaux mixtes pour le nouveau calcul des points de triangulation et écarts planimétriques après transformation de Helmert

#### LEGENDE :

point de triangulation avec cercle d'erreur moyenne ±1cm et déplacement résiduel après transformation de Helmert

O point nouveau

	situation		0	200	400 m	
ECHELLES	déplacem	ents	0 3	6 cm		
No Point	$\mu_Y$ cm	$\mu_X$ cm	$\mu_H$ cm	V <sub>Y</sub> cm	V <sub>X</sub> cm	$V_H$ cm
100	1	Réseau C	CCPRS			
△ 155 H/A	$\pm$ 0,7	$\pm 0,5$	$\pm$ 0,5	- 1,0	-1,0	-0,4
<sup>+</sup> 156	$\pm 1,0$	$\pm 0,5$	-	- 9,1	+0,9	_
△ 158	$\pm$ 0,6	$\pm$ 0,4	$\pm$ 0,6	-14,1	+2,1	+4,5
△ 159 A	$\pm$ 0,5	$\pm 0,6$	$\pm$ 0,7	-10,0	+6,4	-0,6
△ 160 H/A	$\pm$ 0,6	$\pm 0,4$	fixe	+ 2,3	+0,4	+0,2
△ 161 H	$\pm$ 0,8	$\pm 0.8$	$\pm 1,8$	- 3,5	-0,9	-5,0
△ 162 H/A	$\pm 1,0$	$\pm$ 0,8	$\pm$ 0,3	+ 3,5	+0,4	-0,1
△ 163 H/A	$\pm$ 0,8	$\pm$ 0,7	$\pm 1,3$	- 1,3	+1,2	+0,8
△ 164	$\pm 0,7$	±1,0	$\pm$ 0,7	-14,7	-8,6	-6,2
		Réseau	CGV			
△ 19 A	$\pm$ 0,3	$\pm$ 0,3	$\pm$ 0,7	- 4,2	+0,3	-0.8
$\triangle$ 130 H/A	$\pm$ 0,4	$\pm 0,5$	$\pm$ 0,9	+ 0,2	-1,1	-0,6
△ 135 H/A	$\pm$ 0,3	$\pm$ 0,4	$\pm$ 0,7	+ 0,9	+1,1	-3,7
$\triangle$ 136 H/A	$\pm 0.3$	$\pm$ 0,3	$\pm$ 0,8	- 0,5	+0,5	+3,8
△ 140 H/A	$\pm 0,5$	$\pm$ 0,5	$\pm 1,0$	- 0,1	-1,0	+4,3
∆ 182 A	$\pm 0.8$	$\pm$ 0,7	$\pm$ 1,1	- 2,7	-0.8	-0.8
∆ 275 H/A	$\pm 0,5$	$\pm$ 0,5	$\pm 0,7$	- 1,1	+0,3	-2,0
△ 277 H	±0,4	±0,3	fixe	+ 0,6	+0,1	- 8,1

Tableau 2

- dans le CGV, à l'exception du point 19, les coordonnées planes officielles sont excellentes et peuvent être conservées. Les altitudes officielles en revanche sont moins bonnes et les nouvelles valeurs sont à adopter.
- 3.3 Commentaires sur l'échelle de la triangulation de IVe ordre

Pour chacun des réseaux, la transformation de Helmert fournit un facteur d'échelle qui est le rapport entre l'unité de longueur de la triangulation de IVe ordre et celle de l'appareil de mesure électronique de distances. Ainsi, pour chaque côté mesuré, on a la relation:

Dc = Dm(E+1) + V

avec:

Dc Distance compensée, après transformation de

Helmert

Dm Distance mesurée

E+1 Facteur d'échelle

V Erreur résiduelle

En ne considérant d'abord que les distances mesurées au DI10, puis uniquement celles données par le Géodimètre 6, nous avons obtenu pour *E* les valeurs suivantes:

	Distomat DI10	Géodimètre 6
CCPRS CGV	$-$ 11,0 $\pm$ 1,2 cm/km $+$ 1,8 $\pm$ 0,6 cm/km	$-$ 10,8 $\pm$ 0,6 cm/km $+$ 1,4 $\pm$ 0,5 cm/km

L'échelle des deux appareils étant pratiquement identique, nous avons introduit toutes les distances mesurées dans le calcul des réseaux. Ce dernier calcul a fourni les valeurs de *E* suivantes:

CCPRS	$E = -11.0 \pm 0.6 \text{ cm/km}$
CGV	$E=+$ 1,5 $\pm$ 0,5 cm/km

Nous constatons ainsi, dans deux régions très proches l'une de l'autre (moins de 6 km) et, qui plus est, situées dans un même secteur de la triangulation de IVe ordre, une très grande variation de l'échelle définie par les coordonnées officielles. Dépassant les limites admissibles, cette différence confirme une fois de plus la nécessité d'un contrôle et, le cas échéant, d'un nouveau calcul des points trigonométriques devant servir à la détermination de nouveaux points fixes.

## 4. Calcul des nouveaux points fixes

La méthode utilisée pour la détermination des nouveaux points fixes a peu d'importance, si les points de base ont été préalablement contrôlés et leurs coordonnées éventuellement corrigées, et si les mesures sont faites avec un théodolite de triangulation et un appareil de mesure électronique des distances. C'est ce que nous nous proposons de montrer maintenant.

#### 4.1 Définition des méthodes de calcul

Avant le début des mesures, il importe de choisir la méthode de calcul. Ce choix, influencé naturellement par les conditions locales, pourra se faire parmi les moyens suivants:

- compensation par les moindres carrés d'un réseau mixte global (global en ce sens qu'il inclut tous les points à déterminer);
- compensation d'un réseau mixte partiel comprenant les stations seules, les autres points étant tous déterminés par double levé polaire à partir des stations;
- polygonation combinée avec du levé polaire;
- levé polaire seul.

Cette liste n'est pas exhaustive et il est évident que ces méthodes peuvent être combinées.

La partie du périmètre concerné du CCPRS (voir fig. 1) comportant près de 60 points nouveaux, nous avons choisi de les déterminer par levé polaire, méthode la plus simple du point de vue des calculs et la plus économique parce que nécessitant le moindre nombre de stations et de mesures.

Pour le syndicat CGV, nous avons décidé d'appliquer à titre de test chacune des quatre méthodes ci-dessus. Les points nouveaux sont au nombre de 28, soit environ 1 point par hectare, densité suffisante pour la détermination des points d'ajustage du plan cadastral. Ce nombre pourra facilement s'augmenter en fonction des besoins futurs du remaniement parcellaire.

Afin d'obtenir des résultats aussi précis que possible, pouvant fournir une base de comparaison valable entre les différentes méthodes de calcul, nous avons intentionnellement multiplié le nombre des stations et des mesures. Nous avons ainsi stationné sur 7 points de triangulation et 21 points nouveaux, mode de faire évidemment guère applicable dans la pratique en raison de l'augmentation de la durée des mesures et, par conséquent, du coût de l'opération.

Les temps de calcul, en revanche, sont pratiquement identiques pour chacune des quatre méthodes en admettant que l'on dispose des moyens appropriés, soit un ordinateur de grande capacité pour le calcul des réseaux ou un calculateur programmable de table tel que l'Hewlett-Packard 9100 B ou l'Olivetti P602 pour les calculs de polygonation et de levé polaire.

4.2 Comparaison des résultats des diverses méthodes de calcul appliquées au périmètre CGV

Toutes les mesures de directions et de distances ont été introduites dans la compensation du réseau global. Les coordonnées et altitudes résultant de ce *premier calcul* ayant toutes une erreur moyenne à craindre inférieure à 0,8 cm, elles ont été admises comme base de comparaison pour les autres modes de détermination.

Pour le *deuxième calcul*, nous avons éliminé une partie des mesures et retenu seulement celles effectuées depuis 7 points de triangulation et 12 points nouveaux, choisis de telle manière que tous les autres points puissent être déterminés ensuite par levé polaire. Ce calcul a donc comporté deux phases:

- compensation du réseau partiel formé par les 19 stations,
- détermination par double ou triple levé polaire des 16 points restants pour lesquels les coordonnées et altitudes adoptées ont été la simple moyenne arithmétique des deux ou trois valeurs obtenues.

Comparant les résultats de ce deuxième calcul à ceux du premier, nous constatons qu'ils sont équivalents, les écarts enregistrés n'étant pas significatifs par rapport aux erreurs moyennes. En effet, 90% des écarts sur les coordonnées sont inférieurs à 1 cm, l'écart maximum n'excédant pas 2 cm. Les deux histogrammes ci-dessous donnent la répartition des différences planimètriques  $f_s$  et altimétriques  $f_h$  ( $f_h$  en valeur absolue).

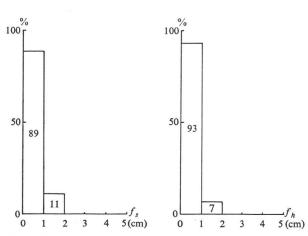


Fig. 3 Comparaison premier calcul-deuxième calcul

Le *troisième calcul* ne conserve que les mesures nécessaires à la définition d'un réseau polygonométrique, complété par du levé polaire à partir des points de polygone. La comparaison des résultats avec ceux du réseau global montre que plus de 90% des écarts sont inférieurs à 2 cm, l'écart maximum ne dépassant pas 3 cm. La répartition des différences est donnée par les histogrammes de la figure 4.

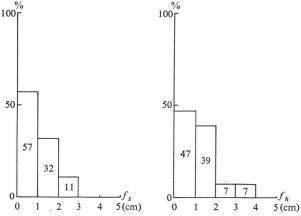


Fig. 4 Comparaison premier calcul-troisième calcul

Dans le *quatrième calcul*, nous avons déterminé tous les points par double ou triple levé polaire. Une première «génération» a été déterminée directement depuis les points de triangulation. Les coordonnées et altitudes de ces points (moyenne arithmétique de deux ou trois levés) ont servi ensuite au calcul d'une deuxième génération de points. Au

total, quatre générations de points successives ont été nécessaires pour le calcul des 28 points nouveaux. Comme le montre la figure 5, l'écart maximum par rapport au premier calcul est de 3 cm en plan, de 4 cm en altitude.

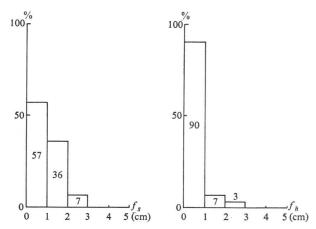


Fig. 5 Comparaison premier calcul-quatrième calcul

Si l'on compare les figures 4 et 5, on voit que la répartition des écarts planimétriques est parfaitement similaire. Les différences altimétriques, elles, sont plus favorables dans le cas de la polygonométrie. Ceci provient du fait que, le long d'une polygonale, toutes les différences de niveau sont déterminées dans les deux sens, alors que, dans le cas du levé polaire, elles ne sont mesurées que dans un seul sens, simplification particulièrement défavorable lorsque le terrain est accidenté. Ces différences peuvent être toutefois sensiblement diminuées en adoptant une moyenne pondérée pour les altitudes.

#### 5. Conclusion

Les quatre méthodes utilisées pour la détermination de nouveaux points fixes fournissent des résultats non pas équivalents, mais tous suffisants en regard de la précision nécessaire en mensuration parcellaire ou dans les travaux géométriques des remaniements parcellaires. Le critère de précision n'est donc pas déterminant à priori pour le choix de la méthode. Ce choix se fera donc plutôt en fonction de considérations d'ordre économique ou pratique: durée des mesures, topographie, couverture végétale, densité des constructions, moyens de calcul à disposition, etc.

La liberté de choix n'est cependant possible, rappelons-le, que lorsque le réseau des points de base est homogène: ceci implique donc le contrôle préalable de la triangulation. Tel que nous l'avons exécuté, ce contrôle ne permet que de déceler et de corriger d'éventuelles erreurs de position relative. Les nouvelles coordonnées et altitudes obtenues ne garantissent qu'une *bonne concordance locale* des points de IVe ordre. Le problème de l'intégration de ces résultats dans l'ensemble de la triangulation existante reste ouvert.