

**Zeitschrift:** Mensuration, photogrammétrie, génie rural  
**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) =  
Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF))  
**Band:** 71-F (1973)  
**Heft:** 4

**Artikel:** Einfluss von Lotabweichungen und Geoidhöhen auf die Absteckung des  
Gotthard-Strassentunnels  
**Autor:** Elmiger, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-226197>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 25.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Einfluß von Lotabweichungen und Geoidhöhen auf die Absteckung des Gotthard-Straßentunnels

A. Elmiger, Zürich

## Zusammenfassung:

Am Beispiel des 16,3 km langen Gotthard-Straßentunnels wird gezeigt, welchen Einfluß Lotabweichungen und Geoidhöhen auf die Grundlagenvermessung für die Tunnelabsteckung und auf die Absteckung selbst ausüben.

Einige Resultate: Im kombinierten Triangulations-Polygonnetz ergeben sich Änderungen in Lage bis 7 cm, in Höhe bis 33 cm, und der Netzmaßstab ändert sich um 9 cm auf die ganze Tunnellänge. Die mittleren Fehler nach der Ausgleichung fallen im Lagenetz auf 73 %, im Höhenetz sogar auf 35 %, wenn die geometrischen Modellfehler Lotabweichungen und Geoidhöhen berücksichtigt werden. Dagegen ändert sich der tatsächliche Durchschlagfehler in Querrichtung in Stollenmitte nur um 3 cm.

## Résumé:

Par l'exemple du tunnel routier du St. Gothard avec une longueur de 16,3 km l'auteur démontre l'influence des déviations de la verticale et des hauteurs du géoïde sur le réseau de base pour l'implantation du tunnel et sur l'implantation elle-même.

Quelques résultats: Dans le réseau les points se déplacent jusqu'à 7 cm horizontalement et jusqu'à 33 cm en hauteur, sans tenir compte d'une variation de l'échelle du réseau correspondant à 9 cm sur la longueur du tunnel. Les erreurs moyennes après la compensation se réduisent à 73 % dans le réseau horizontal et même à 35 % dans la compensation altimétrique, si l'on introduit les erreurs du modèle géométrique (déviations de la verticale, atteignant 53<sup>cc</sup> et ondulations du géoïde). Par contre l'influence sur l'implantation du tunnel est moins grande: Pour le milieu du tunnel l'erreur de jonction en direction latérale se réduit de 3 cm seulement.

## 1. Gotthard-Straßentunnel

### 1.1. Bauobjekt

Der Gotthard-Straßentunnel bildet das Kernstück der Nationalstraße N2, der wichtigsten Nord-Süd-Verbindung im schweizerischen Nationalstraßennetz von Basel nach Chiasso. Der Tunnel ist 16,3 km lang, liegt auf etwa 1100 m Höhe über Meer und verbindet die beiden Orte Göschenen nördlich und Airolo südlich des Gotthardpasses. An der gleichen Stelle wurde, mit etwas anderer Linienführung vor fast genau hundert Jahren der Eisenbahntunnel durch den Gotthard gebaut. Während dieser, abgesehen von einer Krümmung bei den Portalen, vollständig geradlinig verläuft, wurde der neue Straßentunnel aus geologischen Gründen in einem weiten, flachen Bogen nach Westen ungefähr unter die bestehende Paßstraße verlegt; zudem werden so die vier vorgesehenen Lüftungsschächte kürzer und besser zugänglich. Figur 1 zeigt den Verlauf des Tunnels und gibt einen Überblick über die Topographie am Gotthard.

Der Tunnel wird zunächst zweiseitig für Gegenverkehr gebaut. Parallel zum Haupttunnel, in 30 m Abstand und in der Achse einer zweiten, später zu erstellenden

Tunnelröhre, wird ein 2,6 m breiter Sicherheitsstollen erstellt, der mit dem Hauptstollen alle 250 m eine Querverbindung aufweist.

Im September 1973 waren die beiden Stollen bis zu folgenden Punkten vorgetrieben:

	Hauptstollen	Sicherheitsstollen
Nordseite	3,3 km	5,5 km
Südseite	3,3 km	5,2 km

Wie allgemein bekannt sein dürfte, sind beim Bau verschiedene Schwierigkeiten aufgetreten, und der Durchstich des Tunnels dürfte bis etwa 1977 auf sich warten lassen.

### 1.2. Grundlagenvermessung für die Absteckung des Tunnels

#### a) Organisation und Durchführung der Arbeiten

Der Netzentwurf für die Grundlagenvermessung stammt vom Ingenieurbüro W. Schneider AG in Chur. Mit der Durchführung der Arbeiten wurden die beiden Büros W. Schneider, Chur und K. Weißmann, Zürich (neu: Swissair-Photo + Vermessungen AG) beauftragt. Es wurde vereinbart, dass das Büro Schneider die Grundlagenvermessung mißt und berechnet, während die eigentlichen Absteckungsarbeiten des Tunnels von beiden Büros gemeinsam durchgeführt werden. Als Experte für alle diese Arbeiten wurde vom Eidg. Amt für Straßen- und Flußbau Prof. Dr. F. Kobold vom Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETHZ bezeichnet.

#### b) Netzplan

Grundlage für die Absteckung des Tunnels war das in Figur 2 dargestellte Netz. Es verbindet die beiden Portalpunkte Göschenen und Airolo, sowie die vier Zwischenangriffsstellen – in der Figur mit A, B, C, D bezeichnet – welche als Entlüftungsschächte ausgebaut werden. Zur Absteckung der Angriffsstellen ist in deren Nähe eine Gruppe von meist zwei Fixpunkten vorgesehen, von denen aus nach Bedarf und bei allfälliger späterer Verschiebung der Angriffspunkte weitere Fixpunkte bestimmt werden können.

Das Netz ist eine Kombination eines klassischen Richtungsnetzes mit einem im Prinzip doppelt geführten Polygonzug, welcher hauptsächlich zur Übertragung des Maßstabes dient. Der Polygonzug verbindet die beiden Portalpunkte und die vier Zwischenangriffsstellen und verläuft ungefähr entlang der Paßstraße, wodurch die Punkte leicht zugänglich sind. Im südlichen Teil wurden später noch weitere Distanzen im Triangulationsnetz gemessen, als sich in einer ersten Auswertung der Messungen in diesem Netzteil kleinere Zwänge bemerkbar machten, deren Ursache, wie sich im folgenden

zeigen wird, hauptsächlich in der Vernachlässigung der Lotabweichungen und Geoidhöhen liegt.

Obwohl das Netz grundsätzlich als freies, lokales Netz aufgefaßt werden kann, ist die Verbindung mit der Landestriangulation hergestellt, indem eine Anzahl Punkte in beiden Netzen identisch ist. Zudem wurden verschiedene besonders interessierende Punkte der Landestriangulation, die in der Figur nicht eingezeichnet sind, an das Netz angeschlossen. Es ergeben sich so nützliche Kontrollen für den Maßstab der beiden Netze sowie die Möglichkeit, das lokale Netz in das Landesnetz einzupassen.

Über den Gotthardpaß verläuft eine Linie des eidgenössischen Landesnivellements, an welches die beiden Portalpunkte und ein Punkt auf der Paßhöhe durch Nivellement angeschlossen sind. Da im Netz neben Richtungen und Distanzen auch alle Höhenwinkel gemessen wurden, ergibt sich eine unabhängige Kontrolle der Höhenübertragung von Portal zu Portal.

### c) Messung und Berechnung

Das Netz wurde im Sommer 1967, einzelne Ergänzungen 1968, gemessen. Für die Richtungs- und Höhenwinkel-messung wurde ein Theodolit Kern DKM-3 benutzt, für die Distanzmessung ein Geodimeter NASM-6. Alle Beobachtungen wurden zentrisch ausgeführt. Bei der Messung der Richtungen wurde bei drei bis vier Richtungssätzen im Durchschnitt ein mittlerer Fehler am Richtungsmittel von  $\pm 1,8''$  erreicht. Höhenwinkel wurden im Prinzip zweimal zu verschiedenen Tageszeiten beobachtet.

Die Berechnungen führte das Büro W. Schneider in Zusammenarbeit mit dem Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH durch [1, 2]. Die Arbeitsgänge seien kurz skizziert:

- Kontrolle der Messungen, Mittelbildung, Dreiecks-widersprüche.
- Reduktion der beobachteten schiefen Distanzen ins Projektionssystem. Für die erste Phase, die Reduktion der schrägen Entfernungen auf das Ellipsoid bzw. eine Kugel mit mittlerem Krümmungsradius, sind gute Punkthöhen nötig. Diese ergaben sich aus einer Höhenausgleichung mit gemessenen Höhenwinkeln und schiefen Distanzen als Beobachtungen.
- Lageberechnung: Zunächst war das Gewichts-verhältnis zwischen Richtungen und Distanzen abzuschätzen. Dies könnte so geschehen, dass man die Beobachtungen aufteilt in Richtungen und Distanzen, d. h. Netze ausgleicht in denen nur Richtungen bzw. nur Distanzen auftreten und das Verhältnis der Gewichte zwischen Richtungen und Distanzen so lange variiert, bis sich ein im Rahmen der statistischen Unsicherheit gleicher mittlerer Fehler der Gewichtseinheit ergibt. Im vorliegenden Fall läßt sich aber mit Distanzen allein kein brauchbares Netz bilden und so wurde ein entsprechender Vergleich für die beiden Fälle reines Richtungsnetz und kombiniertes Richtungs-Distanznetz durchgeführt. In der definitiven Netzausgleichung wurden alle Richtungen bzw. alle Distanzen unter sich mit gleichem Gewicht versehen. (Werte siehe Abschnitt 5.1) Hierbei wurden die Landeskoordinaten von zwei Punkten (Schilt und Motto del Toro) festgehalten, d.h. das lokale Netz dem Landesnetz in Lagerung und Maßstab angepaßt.

Nach der Ausgleichung ergab sich für die gemittelte Horizontalrichtung ein mittl. Fehler von  $\pm 3,7''$ , für eine beobachtete und reduzierte Distanz ein Wert von  $\pm 1,8$  cm.

Diese Werte sind höher als auf Grund der Messgenauigkeit zu erwarten wäre. Die Vermutung liegt auf der Hand, die Ursache in der Vernachlässigung der Lotabweichungen und Geoidhöhen zu suchen, d. h. in den Fehlern des den Berechnungen zugrundegelegten geometrischen Modells, die in den folgenden Abschnitten betrachtet werden sollen.

- Die definitiven Punkthöhen ergaben sich schließlich aus einer Netzausgleichung mit gemessenen Höhenwinkeln bei drei Festpunkten mit aus dem Landes-nivellement bestimmten Punkthöhen; die maßgebenden Punkthöhen sind also über die Ausgleichung in das Landesnivellement eingezwängt.

## 2. Geometrisches Modell und Berechnungs-methoden

Konventionelle geodätische Netzberechnungen, wie sie im vorangegangenen Abschnitt skizziert worden sind, stützen sich auf ein geometrisches Modell, das besonders in bezug auf Lotabweichungen und Geoidhöhen von der Wirklichkeit abweicht. Die im wesentlichen bekannten Zusammenhänge seien dem Leser zunächst kurz in Erinnerung gerufen, wobei das konventionelle und das dreidimensionale Berechnungsverfahren betrachtet werden.

Beim üblichen, *konventionellen Verfahren* trennt man die Lage- von der Höhenberechnung und führt beide in zwei grundsätzlich verschiedenen Bezugssystemen durch: Bezugssystem für die Lage ist ein Ellipsoid, auf welches die Oberflächenpunkte mit Hilfe der Flächennormalen projiziert werden.

Die *Lageberechnung* kann dann auf dem Ellipsoid selbst oder – einfacher und üblicher – nach einer Projektion des Ellipsoides in der Projektionsebene durchgeführt werden. Beim ersten Übergang, von der Oberfläche auf das Ellipsoid, ergeben sich an den gemessenen Richtungen kleine Korrekturen (wegen Torsion sowie durch Übergang vom Normalschnitt auf die geodätische Linie), und für die Reduktion der schief gemessenen Distanzen setzt man Punkthöhen über dem Ellipsoid voraus, die aber im allgemeinen nicht bekannt sind. Für die Höhe ist nämlich nicht das Ellipsoid sondern das Geoid Bezugsfläche. Als Niveaufäche der Lotlinien (auf Höhe des Meeresspiegels) geht das Geoid von den Richtungen der Schwerkraft aus, von physikalisch gegebenen Größen also, die mit den geometrisch definierten Flächennormalen des Ellipsoides nicht übereinstimmen. Die Unterschiede – siehe Figur 3 – sind die Lotabweichungen.

Messungen mit einem Theodolit beziehen sich aber bekanntlich, sofern der Theodolit horizontiert ist, auf die Lotlinie. Die Lotabweichungen, die Abweichungen der Lotrichtungen von den Flächennormalen, sind im allgemeinen nicht bekannt und müssen daher in den üblichen Lageberechnungen vernachlässigt werden. Distanzmessungen dagegen haben direkt keine Beziehung zur Lotrichtung.

Will man die schiefen Distanzen aber auf das Ellipsoid (und nachher in die Projektionsebene) reduzieren – ein Problem, das bei einer dreidimensionalen Berechnung

wegfällt – so braucht man hierzu ellipsoidische Punkthöhen. Die üblichen Meereshöhen, aus Nivellement oder trigonometrisch bestimmt, beziehen sich aber grundsätzlich auf das Geoid, und die Höhenunterschiede Geoid-Ellipsoid, in der Figur 3 mit N bezeichnet, sind im allgemeinen unbekannt, sodaß sich bei der Distanzreduktion mit Meereshöhen notwendigerweise Fehler ergeben.

**Höhenrechnung:** Würden sich die gemessenen Höhenwinkel auf die Flächennormalen beziehen, so erhielte man ellipsoidische Höhen. Die Messungen beziehen sich aber auf die Lotlinie, und so erhält man aus einer Höhenausgleichung, ob diese nun direkt über gemessene Höhenwinkel oder über Höhendifferenzen erfolgt, Höhen über dem Geoid (praktisch im Rahmen gewisser Näherungen: Geoidkurve zwischen zwei Nachbarpunkten wird ersetzt durch Kreis, Lotkrümmung zwischen Oberflächen- und Geoidpunkten wird vernachlässigt), also genau das, was man für praktische Bedürfnisse wie z. B. eine Stollenabsteckung will. Dagegen ergibt sich aus einer Höhenausgleichung mit auf die Lotlinie bezogenen Messungen ein falsches d. h. zu ungünstiges Bild über die Genauigkeit der Messungen. An ellipsoidischen Höhen ist man nur aus wissenschaftlichen Gründen, oder wenn man räumliche Distanzen streng reduzieren will, interessiert, an sich aber im allgemeinen nicht, da ellipsoidischen Höhen keine physikalische Bedeutung zukommt.

Die Frage des geometrischen Modells ist an sich unabhängig davon, ob die Berechnung konventionell, wie oben dargestellt, oder *dreidimensional*, d. h. Lage und Höhe gemeinsam durchgeführt wird. Da sich Lage- und Höhenrechnung gegenseitig beeinflussen – z. B. haben schiefe Distanzen auf Lage und Höhe einen Einfluß – erhält man bei dreidimensionaler Berechnung in einem Schritt eine strenge Lösung, während beim konventionellen Verfahren Lage und Höhe iterativ bestimmt werden müßten. Bei dreidimensionaler Rechnung bevorzugt man im allgemeinen ein eindeutiges für Lage und Höhe identisches Koordinationssystem, z. B. ein lokales oder globales kartesisches System bzw. ein ellipsoidisches, doch können auch gemischte Systeme verwendet werden z. B. Ellipsoid und Geoid, etc., wie dies z. B. beim dreidimensionalen allgemeinen Ausgleichungsprogramm des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie der ETHZ [7] als eine Möglichkeit vorgesehen ist.

### 3. Lotabweichungen

Diese könnten in bekannter Weise durch astronomische Längen- und Breitenbeobachtungen und Vergleich entsprechender astronomischer und geodätischer Werte bestimmt werden, eine Methode, die auf Hochgebirgspunkten mit einigem Aufwand verbunden ist. Auf den Punkten des betrachteten Gotthardnetzes liegen keine astronomischen Beobachtungen vor, abgesehen von einer Breitenbestimmung auf dem Gotthardpaß aus dem Jahre 1896 (Punkt Gotthard-Hospiz, identisch mit dem Netzpunkt Lago dei Banchi). Dagegen sind auf dem Geoidprofil St. Gotthard zahlreiche Breiten bestimmt worden, die allerdings nicht direkt verwendet werden können, da das Profil östlich vom betrachteten Netz verläuft. Ferner ist auf einem Punkt des Geoidprofils – Airolo, ca. 2 km östlich vom Netzpunkt gleichen Namens in Figur 2 –

auch eine Länge bestimmt, womit eine einzige Ost-Westkomponente der Lotabweichung in der näheren Umgebung des Netzes gegeben ist.

Zur Bestimmung von Lotabweichungen auf allen Netzpunkten bieten sich, als Ersatz für eine direkte astronomische Bestimmung, folgende Methoden an:

1. Bestimmung aus gemessenen Höhenwinkeln und Horizontalrichtungen in einer dreidimensionalen Ausgleichung, die neben Koordinaten und Höhen auch Lotabweichungen als Unbekannte enthält. Ein entsprechendes Computerprogramm, das auch für allgemeine Lage- und Höhenausgleichungen benützt werden kann, liegt am Institut der Geodäsie und Photogrammetrie vor und ist in [7] dokumentiert. Da aber keine astronomischen Lotabweichungen eingeführt werden können, ist dieser Weg im vorliegenden Fall etwas unsicher.
2. Berechnung aus Maßen und anschließende Interpolation: Zur Berechnung von Lotabweichungen aus der Anziehung der topographischen Maßen unter Berücksichtigung der Isostasie wurde vom Verfasser am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie ebenfalls ein Computerprogramm entwickelt, zu dem Angaben in [5, 6] zu finden sind.

Normalerweise müßten die aus Maßen gerechneten Lotabweichungen in astronomisch bestimmte Stützwerte interpoliert werden. Da jedoch hier praktisch nur Stützwerte vorliegen, die sich auf die Nord-Süd-Komponente beziehen, ist eine solche Interpolation nicht sehr sinnvoll. Sie ist auch nicht unbedingt nötig, da in einem kleinen Netz nur die Variation der Lotabweichungen, d. h. die relativen Lotabweichungen maßgebend sind, sofern diese nicht vollständig falsch orientiert sind. Die aus Maßen gerechneten Lotabweichungen beziehen sich nicht auf ein Referenzellipsoid, dessen Lagerung im allgemeinen durch Vorgabe einer astronomischen Breite und Länge und eines Azimutes im Nullpunkt definiert wird, sondern auf eine „mittlere Erdkugel“, auf deren Definition hier nicht eingegangen werden muß. Sofern das verwendete Referenzellipsoid vernünftig gelagert ist, d. h. sich dem Geoid im betrachteten Gebiet gut anpaßt, können die aus Maßen gerechneten Lotabweichungen in guter Näherung als Lotabweichungen in bezug auf dieses Ellipsoid betrachtet werden. Tabelle 1 gibt einen Anhaltspunkt über die Güte dieser Näherung.

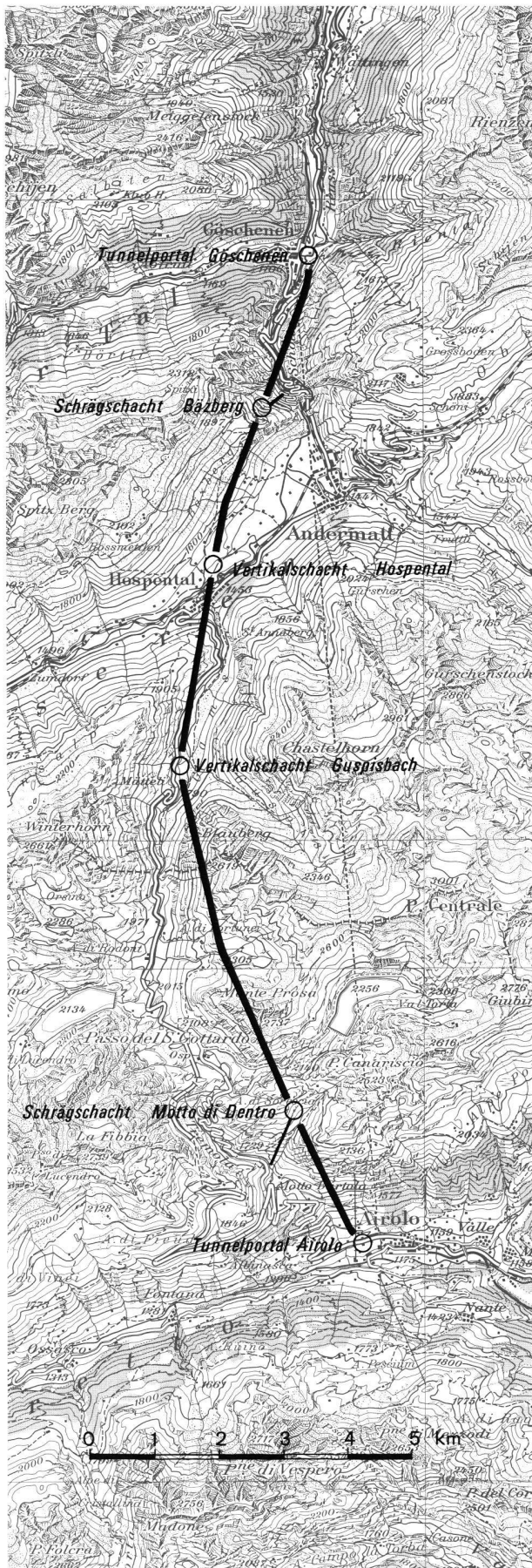
**Tab. 1:** Astronom. und aus Maßen gerechnete Lotabweichungen (Einheit: alte, sexagesimale Sekunden)

Punkt	Lotabweichung				Differenz	
	Astronom.		aus Maßen		$\Delta\xi$	$\Delta\eta$
	$\xi$	$\eta$	$\xi_m$	$\eta_m$	$\xi - \xi_m$	$\eta - \eta_m$
Airolo	-4''9	+4''0	-6''8	+4''1	+1''9	-0''1
Gotthard-Hospiz	-5''5		-6''6		+1''1	

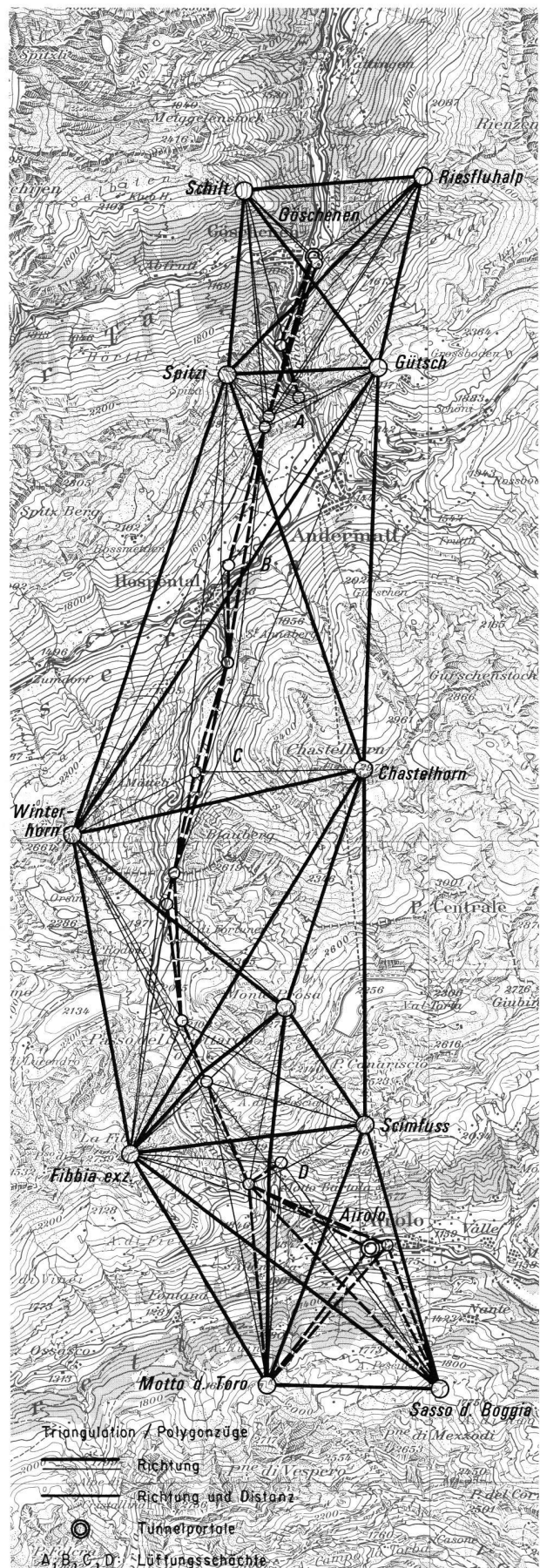
Der Vergleich zeigt:

- Die Lagerung des Systems relativer Lotabweichungen (aus Maßen gerechnet) ist um höchstens  $2'' \sim 6''$  falsch.





**Fig. 1:**  
Topographie, Tunnelachse 1 : 100'000  
Reproduziert mit Bewilligung der Eid. Landestopographie vom 5.10.73



**Fig. 2:**  
Netzplan der Grundlagenvermessung 1 : 100'000

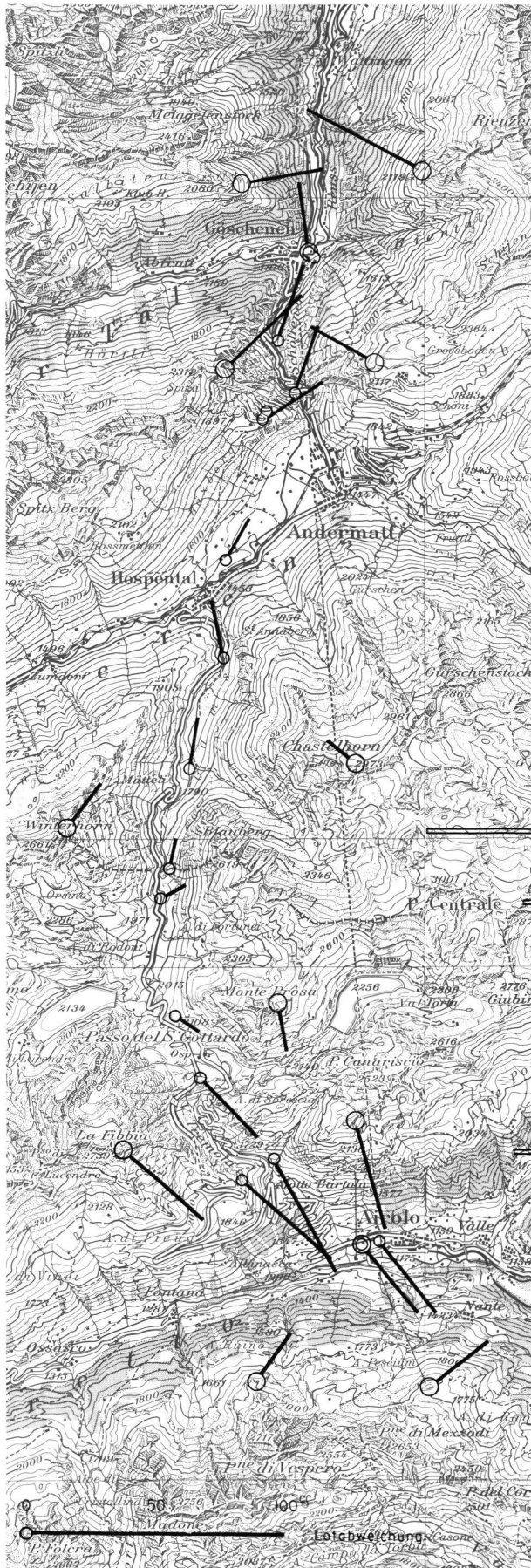


Fig. 4:  
Lotabweichungen aus Maßen

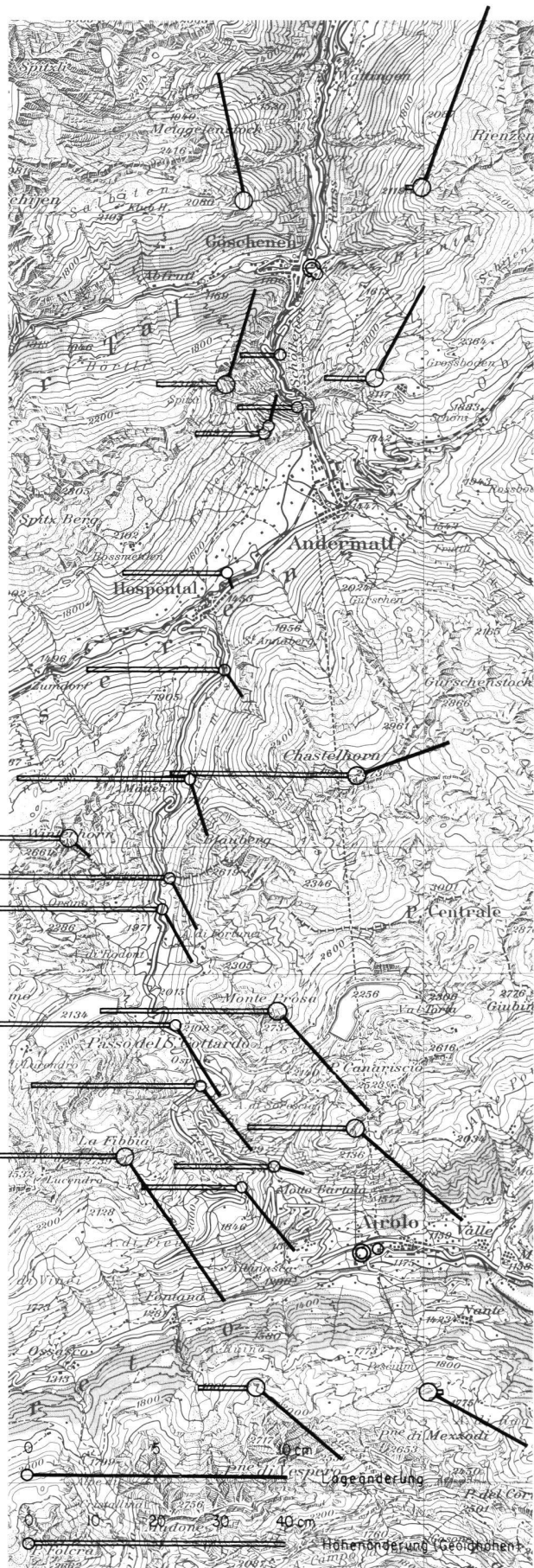


Fig. 8:  
Lage- und Höhenänderungen durch Einführung von  
Lotabweichungen und Geoidhöhen



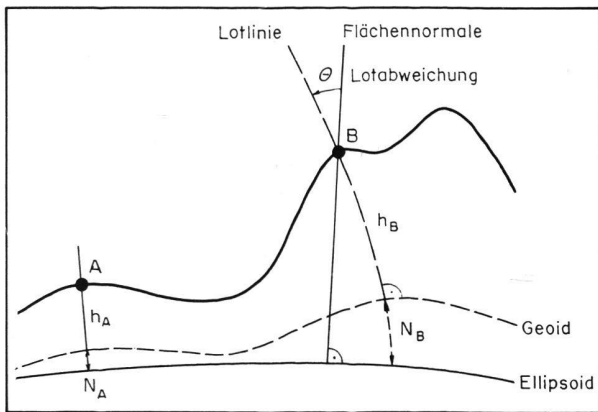


Fig. 3: Ellipsoid, Geoid, Lotabweichungen

- Die Differenzen  $\Delta\xi$  variieren nur um  $0''8$ . (Im parallel verlaufenden Gotthard-Geoidprofil [8] nur  $1''3$  auf die Distanz Göschenen–Airolo.) Der Einfluß der Restfehler, die normalerweise durch Interpolation erfaßt werden, ist also höchstens  $1''3$  oder ca.  $4''$ .

Zusammenfassend kann festgestellt werden:

Die aus Maßen gerechneten Lotabweichungen können in brauchbarer Näherung als Lotabweichungen in bezug auf unser Rechnungsellipsoid betrachtet werden. Ihre Genauigkeit, im Sinne von mittleren Fehlern, ist absolut etwa  $\pm 2''$  bez.  $\pm 6''$ , relativ (Nachbargenauigkeit) aber wesentlich besser, nämlich etwa  $\pm 0''4$  bis  $\pm 1''0$  vgl. [5]. Die so gerechneten Lotabweichungen sind in Figur 4 aufgezeichnet und können durch Vergleich mit der Topographie (siehe Fig. 1) auf ihre Plausibilität hin überprüft werden. Da sie aus der Anziehung der Topographie gerechnet sind, müssen sie ungefähr den Geländeformen entsprechen. Der Vergleich zeigt, daß dies der Fall ist: Richtung und Betrag der Lotabweichungen drücken hauptsächlich die Großformen des Geländes aus, während die nähere Umgebung der Punkte (bis zu etwa 10 km) weniger ins Gewicht fällt. Die Lotabweichungen verlaufen nördlich des PASSES ungefähr nach Norden, südlich davon ungefähr nach Süden. (Man beachte, daß die Lotabweichungen als Zenitabweichungen definiert sind.) Der größte Lotabweichungsbetrag ist  $53''$ .

#### 4. Einfluß der Lotabweichungen und Geoidhöhen auf die Messungen

##### 4.1. Einfluß der Lotabweichungen auf Richtungs- und Höhenwinkelmessungen

Gegenüber den Sollmessungen, die sich auf die Flächennormalen des Ellipsoides beziehen, sind die tatsächlichen Messungen, welche von der Lotrichtung ausgehen, um folgende Beträge verfälscht (siehe Fig. 5)

Nach Abzug der Beträge  $dr$  und  $dh$  beziehen sich die Messungen auf die Flächennormalen.

Die Richtungseinflüsse sind, neben dem Lotabweichungsbetrag, vom Höhenwinkel zum Zielpunkt abhängig, während in die Höhenwinkel die volle Komponente der Lotabweichung in Richtung zum Zielpunkt als Fehler in den gemessenen Höhenwinkel eingeht. In einem Tunneltriangulationsnetz lassen sich, besonders bei Portal- und Zwischenangriffspunkten, steile Visuren nicht vermeiden.

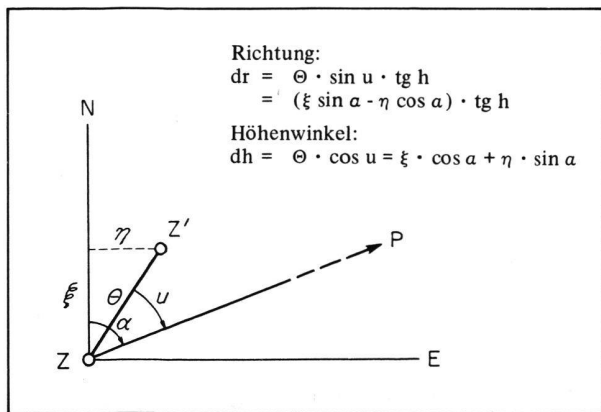


Fig. 5:

- Einheitskugel im Stationspunkt, Blick von oben:
- Z: Zenitpunkt der Flächennormalen im Stationspunkt
- Z': Zenitpunkt der Lotrichtung
- $\Theta$ : Lotabweichung (Zenitabweichung), Komponenten:  $\xi, \eta$
- h: Höhenwinkel zum Zielpunkt P
- $\alpha$ : Azimut zum Zielpunkt
- u: Azimut Zielpunkt - Azimut Lotabweichung

Im vorliegenden Netz gehen die Visurneigungen bis  $36^\circ$  ( $\tan h = 0,64$ ). Bei einer maximalen Lotabweichung von  $53''$  betragen die größten Einflüsse auf die Messungen

bei den Richtungen	$25''$
an den Höhenwinkeln	$48''$

d. h. Beträge, welche mindestens 10mal größer sind als die eigentliche Meßgenauigkeit.

Die so berechneten Korrekturen an Richtungen und Höhenwinkeln sind natürlich nicht ganz frei von kleinern Fehlern, da die Lotabweichungen selbst ja nicht genau bekannt sind. Bei einer Unsicherheit (mittl. Fehler) der relativen Lotabweichungen (Nachbargenauigkeit) von höchstens  $\pm 1'' = \pm 3''$  beträgt die Unsicherheit an den Richtungskorrekturen höchstens  $\pm 2''$ , im Durchschnitt aber wesentlich weniger. Während so die Gesamtheit der

Tab. 2: Statistische Angaben zu den Dreieckschlüssen mit und ohne Lotabweichungskorrekturen

	ohne Lotabweichungskorrekturen	mit Lotabweichungskorrekturen
Anzahl Widersprüche		126
Max. Widersprüche	$23.0''$	$18.6''$
Mittl. Widerspruch	$\pm 8.8''$	$\pm 7.2''$
Durchschn. Widerspr.	6.9	5.8
Mittl. Richtungsfehler nach Ferrero	$\pm 3.6$	$\pm 2.9$
Mittelwert $\mu$	$-1.1''$	$-1.7''$
Streuung $\sigma$	$\pm 8.8''$	$\pm 7.0''$
Chi-Quadrat-Test:		
Anzahl Klassen k		9
Anzahl Freiheitsgrade $f = k - 2 - 1$		6
$\chi^2$ empirisch	4.65	2.64
Normal S = 75 %		7.84
Normal S = 90 %		10.64

Messungen verbessert, d. h. von einem systematischen Fehler befreit wird, können einzelne Messungen, wie immer bei statistischen Ereignissen, natürlich auch verschlechtert werden. Dies zeigt sich in einfacher Weise bei den

### Dreieckschlüssen.

Sie sind ein einfaches Mittel, um Richtungsmessungen vor einer Ausgleichung auf grobe Fehler zu prüfen, und geben Einblick in die tatsächliche, äußere Genauigkeit der Richtungen. Die Gegenüberstellung der statistischen Angaben über die Dreieckschlüsse mit und ohne Lotabweichungskorrekturen in Tab. 2 zeigt, daß die Genauigkeit der Richtungen durch Einführung von Lotabweichungskorrekturen spürbar verbessert wird.

Figur 6 zeigt die Histogramme der Dreieckswidersprüche (mit einer Klassenbreite von  $4^{\text{cc}}$ ) für die beiden Fälle und die entsprechenden Normalverteilungskurven mit Mittelwert und Streuung aus der zugehörigen Stichprobe. Die Verbesserung durch Einführung von Lotabweichungen ist offensichtlich.

Ob die Annahme einer Normalverteilung berechtigt ist, ergibt sich aus einem *Chi-Quadrat-Test*, vgl. [9]:

$$\text{Testgröße ist der Ausdruck } \chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i^{\text{ist}} - n_i^{\text{soll}})^2}{n_i^{\text{soll}}},$$

der ein Maß für die Größe der Abweichung von einer Normalverteilung darstellt; der Wert  $n_i$  (ist bzw. soll) ist die Anzahl der in der Klasse  $i$  tatsächlich auftretenden

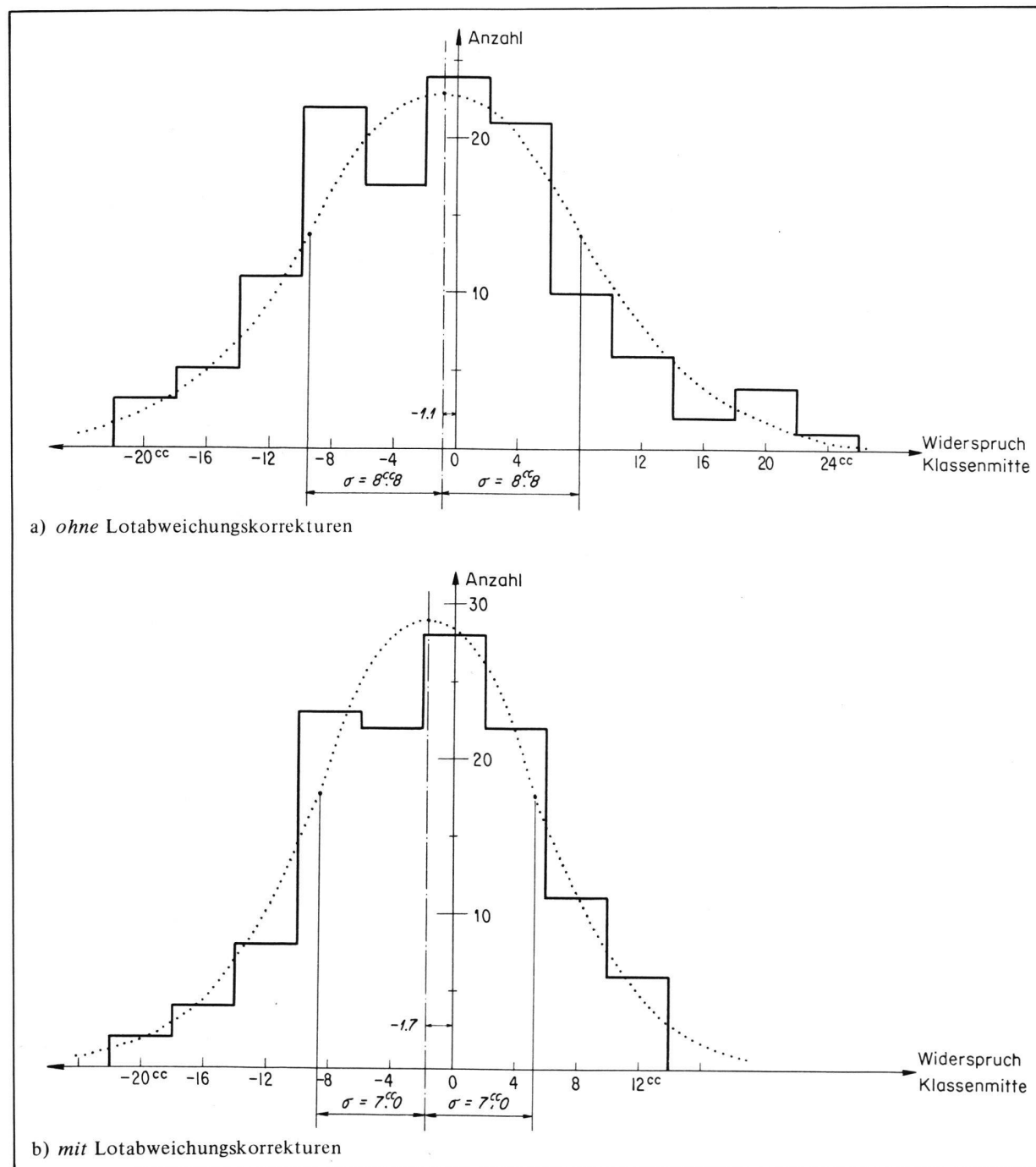


Fig. 6: Histogramme der Dreieckswidersprüche

bzw. in einer Normalverteilung theoretisch zu erwarten den Fälle. (Die äußersten Klassen mit kleinen  $n_i$  sind zusammengefaßt.) Stammt die Stichprobe aus einer Normalverteilung, so sind bei einer bestimmten Sicherheitswahrscheinlichkeit – hier 75 % bzw. 90 % – und gegebenem Freiheitsgrad  $f$  die angegebenen Werte für  $\chi^2$  von 7,84 bzw. 10,64 zu erwarten. Die empirisch bestimmten Werte für  $\chi^2$  sind hier wesentlich kleiner. Der Test ergibt also: Beide Stichproben sind mit einer Normalverteilung ziemlich gut verträglich; wenn man Lotabweichungskorrekturen einführt, ist die Übereinstimmung mit einer Normalverteilung aber besser.

#### 4.2 Einfluß der Geoidhöhen auf die Distanzreduktion

##### a) Reduktionsmethode

Zur Reduktion der gemessenen schiefen Distanzen auf das Ellipsoid könnte man von gemessenen Höhenwinkeln ausgehen, welche durch Lotabweichungen und Meßfehler verfälscht sind. Geht man von Punkthöhen aus, welche aus Messungen und Ausgleichungen entstanden sind, so sind beide Einflüsse auch hier vorhanden, doch ergibt sich hier eine bessere Kompensation, besonders der Meßfehler. Die Lotabweichungen wirken sich hier, wie in Abschnitt 2 angedeutet, so aus, daß man, statt den für eine strenge Reduktion erforderlichen ellipsoidischen Höhen genähert (orthometrische) Höhen über dem Geoid erhält.

Die Distanzreduktion, ausgehend von Punkthöhen, kann in einfacher Weise wie folgt geschehen:

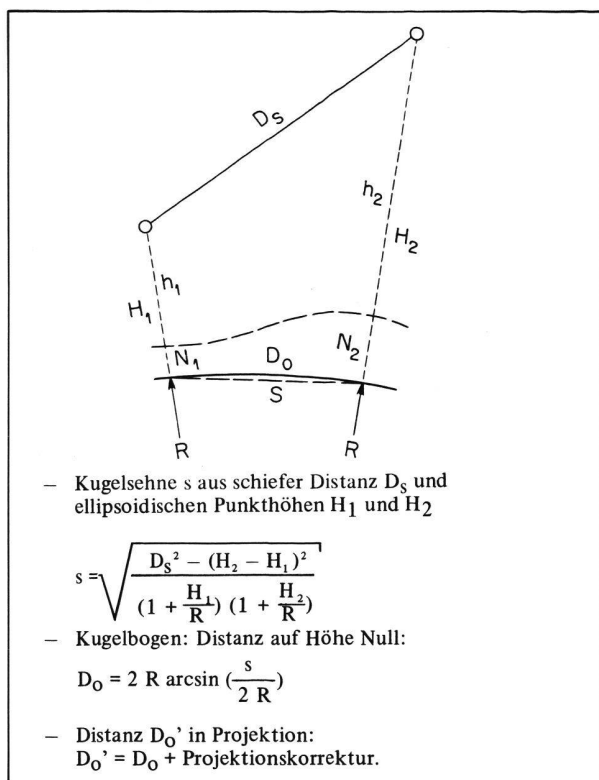


Fig. 7

Wenn man sich mit einer Genauigkeit der Reduktion von 1 cm begnügt, was praktisch immer ausreicht, genügt bei Distanzen unter 10 km die Reduktion auf eine Kugel mit mittlerem Krümmungsradius  $R = \sqrt{M N}$ . Wählt man den

strengen ellipsoidischen Wert für  $R$ , der von der Breite und dem Azimut der Strecke abhängt, so können die gleichen Formeln für eine Reduktion auf das Ellipsoid benutzt werden.

Verwendet man statt der nicht bekannten ellipsoidischen Höhen  $H$  Meereshöhen  $h$  über dem Geoid, so läßt sich der dadurch begangene Fehler an der reduzierten Distanz abschätzen zu

$$\Delta D = \Delta N \cdot \sin \beta$$

Der Fehler ist also hauptsächlich vom Höhenwinkel  $\beta$  und der relativen Geoidhöhe  $\Delta N = N_2 - N_1$  (Differenz der Geoidhöhen zweier benachbarter Punkte) abhängig. Bei steilen Höhenwinkeln – in unserem Falle erreichen sie Neigungen bis 35° – kann also die relative Geoidhöhe  $\Delta N$  bis zur Hälfte als Fehler in die reduzierte Distanz eingehen.

##### b) Bestimmung der Geoidhöhen

Die Höhen  $N$  des Geoides über dem Ellipsoid ergeben sich als Differenz: ellipsoidische Punkthöhen (die vorläufig unbekannt sind) minus Meereshöhen über dem Geoid. Die ellipsoidischen Punkthöhen werden in Abschnitt 5.3 aus einer Höhenausgleichung bestimmt, mit Höhenwinkeln die, wie vorstehend ausgeführt, auf die Ellipsoidnormalen reduziert sind. Die Meereshöhen ergeben sich aus einer entsprechenden Ausgleichung mit gemessenen Höhenwinkeln. Ferner werden in den beiden Portalpunkten Göschenen und Airolo die Meereshöhen gleich den ellipsoidischen Höhen gesetzt, sodaß in diesen beiden Punkten die Werte  $N$  gleich Null sind. Vgl. Fig. 8. Zur Interpretation der angegebenen Höhen  $N$  sei noch beigefügt, daß sie nur in grober Näherung als eigentliche Geoidhöhen betrachtet werden können, da sie aus einem Vergleich von Meereshöhen mit ellipsoidischen Höhen bestimmt sind. Die Meereshöhen beziehen sich aber nur genähert auf das Geoid, da sie aus Oberflächenmessungen hergeleitet sind, die sich auf Oberflächenlotabweichungen beziehen. Wie aus den Berechnungen aus Maßen hervorgeht, erreichen die Lotkrümmungen (Unterschiede der Lotabweichungen im Oberflächen- und im Geoidpunkt) Beträge von etwa der halben Größe der Lotabweichung selbst. Eine strengere Berechnung mit Berücksichtigung der Lotkrümmungen würde daher die relativen Geoidhöhen auf etwa die Hälfte reduzieren. (statt 33 cm etwa 15 bis 20 cm). Eine Bestätigung dieses Sachverhalts ergibt sich im parallel verlaufenden Stück des Geoidprofils St. Gotthard [8].

In unserem Zusammenhang geht es jedoch nicht um die Bestimmung von möglichst genauen Geoidhöhen an sich, sondern nur um die Fehler der verwendeten Punkthöhen, welche oben genähert als Geoidhöhen bezeichnet wurden. Für diesen Zweck sind die angegebenen Zahlen, was sonst auch ihre Bedeutung sein mag, maßgebend.

##### c) Einfluß auf die Distanzreduktion

Die größten Geoidhöhendifferenzen zwischen benachbarten Punkten treten im südlichen Netzteil, in der Gegend von Airolo auf, und erreichen Beträge bis 16 cm. Bei einem Höhenwinkel der entsprechenden schiefen Distanz von 23° beträgt der Fehler an der reduzierten Distanz (Airolo-Fieud) bei Nichtberücksichtigung der Geoidhöhen 5,8 cm. Auch hier handelt es sich um Beträge, welche die Meßgenauigkeit – für das benutzte Geodimeter etwa  $\pm 1$  cm – spürbar verfälschen können.



Wesentlich ist besonders der Umstand, daß die Fehler sich im allgemeinen mit gleichen Vorzeichen auswirken, also systematisch wirken. Dies ist dann der Fall, wenn die Neigungen der gemessenen Distanzen gleichsinnig zu den Geoidneigungen verlaufen (steigendes Geoid- steigende Visur und umgekehrt). Dies ist z. B. entlang des Polygonzuges über den Paß der Fall. Hier sind, wenn die Geoidhöhen vernachlässigt werden, die Höhendifferenzen (vgl. Figur 7) zu klein und demzufolge die reduzierten Distanzen zu groß. Bei richtiger Reduktion der Distanzen über den Paß wird die Gesamtlänge des Tunnels von Portal zu Portal um 9 cm kürzer. Dies ist bei einem ungefähr gestreckten Stollen von 16 m Länge praktisch ohne Bedeutung. Dagegen ergibt sich bei Nichtberücksichtigung der Geoidhöhen ein zu ungünstiges Bild über die Genauigkeit der gemessenen Distanzen. (Man vergleiche Abschnitt 5.2.)

## 5. Einfluß auf die Netzausgleichungen

### 5.1 Grundlagen

Wir gehen vom konventionellen Berechnungsverfahren aus, bei dem Lage und Höhe getrennt behandelt werden. Erfasst man nämlich die gegenseitige Beeinflussung von Lage und Höhe iterativ, so erhält man – gleiche Bezugssysteme vorausgesetzt – praktisch dieselbe Lösung wie bei einer 3-dimensionalen Ausgleichung. Hierbei kann man sich, wie in Abschnitt 1 bereits erwähnt, praktisch immer mit folgenden Iterationsschritten begnügen:

- erste Höhenrechnung, welche gute Näherungshöhen für die Distanzreduktionen liefert.
- Lageberechnung mit Richtungen und reduzierten Distanzen.
- Höhenrechnung mit Höhenwinkeln. Diese kann als definitiv betrachtet werden und auch eine Wiederholung der Lageberechnung erübrigt sich.

Wir stellen nun die beiden geometrischen Modelle oder Zustände einander gegenüber

Modell 1: ohne Korrekturen wegen Lotabweichungen und Geoidhöhen,

Modell 2: mit Berücksichtigung dieser Fehler.

Zustand 1 wurde in Abschnitt 1 bereits kurz dargestellt. Im folgenden geht es daher besonders um Zustand 2 und um die Gegenüberstellung der Ergebnisse. Alle Berechnungen wurden mit dem bereits erwähnten Programm Netz-3D [7] ausgeführt.

Die folgenden Angaben gelten für beide Zustände:

- Aufteilung der Beobachtungen für Lage- und Höhenrechnung: Die Distanzen wurden, wie üblich, nur in die Lageberechnung eingeführt, obwohl sie, da schief gemessen, auch die Höhe beeinflussen. Ebenso werden die Höhenwinkel nur für die Höhenrechnung benutzt, obwohl sie theoretisch auch zur Lagebestimmung beigezogen werden könnten. Diese Aufteilung des Beobachtungsmaterials auf Lage- und Höhenberechnung ist der Grund, warum eine 3-dimensionale Berechnung nicht streng zu den gleichen Koordinaten führt.
- Gewichte: Zur Festlegung der Gewichte wurden folgende mittlere Beobachtungsfehler a priori ange-

nommen, wobei nicht deren Größe an sich, sondern nur ihr Verhältnis maßgebend ist:

	mittl. F.	Gewicht
Richtung (Satzmittel)	$\pm 3^{\text{cc}}$	1
Distanz (1 Messung, reduziert)	$\pm 15 \text{ mm}$	0.04
Höhenwinkel (Mittel)	$\pm 3^{\text{cc}}$	1

Mit den Rechnungseinheiten cc und mm ergeben sich die angegebenen Gewichte, wenn als Gewichtseinheit  $\pm 3$  (cc, mm) verwendet wird. Alle Richtungen und Distanzen wurden mit unter sich gleichem Gewicht versehen, obwohl besonders in Zustand 1 die nicht berücksichtigten Korrekturen die Beobachtungen sehr ungleich – in Abhängigkeit von den Visurneigungen – verfälschen. Die Höhenwinkelgewichte werden noch reduziert wegen Unsicherheit der Instrumenten- und Signalthöhe ( $\pm 2 \text{ mm}$ ) und des Refraktionskoeffizienten ( $\pm 0.03$ ). Der erste Einfluß wirkt sich stärker bei kurzen Distanzen aus, der zweite stärker bei langen Visuren. Das Optimum liegt im vorliegenden Fall etwa bei 1 km, wo das tatsächliche Gewicht eines Höhenwinkels 0.64 beträgt.

### 5.2 Lageberechnung

Als Festpunkte werden die beiden Portalpunkte Göschenen und Airolo eingeführt mit Koordinaten, die sich aus einer Netzausgleichung in Zustand 1 mit Anschluß an die Landeskoordinaten ergeben. (Siehe Abschnitt 1) Es handelt sich also um ein freies Netz (mit der notwendigen und hinreichenden Anzahl Elemente für Lagerung und Maßstab); der Maßstabsfaktor der gemessenen Distanzen bezieht sich damit auf die Landes-triangulation.

Tabelle 3a zeigt einige Resultate für die Lageberechnung der beiden Zustände.

Tab. 3a: Lageberechnung

Größe	Modell 1 ohne Korr.	Modell 2 mit Korr.
Überbestimmung:	192	192
Mittl. Fehler:		
– Gewichtseinheit (=Richtung)	$\pm 3.7^{\text{cc}}$	$\pm 2.7^{\text{cc}}$
– Distanz	$\pm 18.6 \text{ mm}$	$\pm 13.6 \text{ mm}$
Größte Verbesserung nach der Ausgleichung:		
– Richtung	$9.4^{\text{cc}}$	$5.9^{\text{cc}}$
– Distanz	$36.7 \text{ mm}$	$22.2 \text{ mm}$
Maßstabsfaktor	$-0.8 \text{ mm/km}$	$+4.9 \text{ mm/km}$
	$\pm 1.8$	$\pm 1.3$

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit sinkt also spürbar.\* Ferner sinken die größten Richtungs- und Distanzverbesserungen, die ohne Lotabweichungskorrekturen besonders bei steilen Visuren auftreten. Die Änderung des Maßstabsfaktors – 9 cm auf die ganze

\* Man könnte hier versucht sein, statistisch zu prüfen, ob sich die beiden mittleren Fehler signifikant unterscheiden. Eine solche Untersuchung ist jedoch nicht am Platz, da es sich nicht um zwei unabhängige statistische Stichproben handelt, sondern um die Auswirkung eines systematischen Fehlers auf eine Stichprobe.

Tunnellänge bezogen — ist in erster Linie auf die Berücksichtigung der Geoidhöhen zurückzuführen. Auffallend ist ferner die gute Übereinstimmung der erhaltenen mittleren Richtungsfehler nach der Ausgleichung mit den entsprechenden Werten aus Dreieckschlüssen (Formel von Ferrero, Tab. 2).

Figur 8 zeigt schließlich die Lageverschiebungen der Punkte nach Einführung der genannten Korrekturen im Sinne Modell 1 + Verschiebung = Modell 2, wobei die beiden Portalpunkte als fest betrachtet werden. Die größte Lageverschiebung (Punkt Riesfluhalp) beträgt 7,4 cm. Stellt man diese Verschiebung der entsprechenden Punktefehlerellipse gegenüber, so zeigt sich, daß die Verschiebung über 4 mal größer ist als der mittlere Punktefehler in der entsprechenden Richtung. Die Einführung von Lotabweichungen und Geoidhöhen ist also für die Punktbestimmung in einem solchen Netz praktisch von Bedeutung. Die Realität der bestimmten Verschiebungen ist außer Zweifel, denn ihre Genauigkeit (wegen Unsicherheit der verwendeten Lotabweichungen und Geoidhöhen) ist wesentlich höher als die Genauigkeit der Punktbestimmung im Netz, welche von der Meßgenauigkeit abhängt.

Vergleicht man das Bild der Verschiebungsvektoren mit jenem der Lotabweichungen selbst (Figur 4), so kann die Ähnlichkeit der Bilder im Ganzen nicht übersehen werden: Die Verschiebungen — durch Berücksichtigung der geometrischen Modellfehler — verlaufen nördlich des Passes ungefähr nach Norden, südlich davon ungefähr nach Süden, also etwa wie die Lotabweichung selbst.

### 5.3 Höhenberechnung

Die Ausgleichung der Höhenwinkel im Modell 2 soll uns einerseits ellipsoidische Höhen liefern, welche für eine strenge Reduktion der Distanzen auf das Ellipsoid nötig sind und andererseits Aufschluß geben über die wirkliche Genauigkeit der Höhenwinkel, welche im Modell 1 durch die Lotabweichungen verfälscht wird.

Hiebei ist die Wahl der Festpunkte so zu treffen, daß die Resultate nicht durch Zwänge verfälscht werden. Es soll ja der Einfluß der Lotabweichungen abgeklärt werden. Problemlos ist in dieser Hinsicht eine freie Netzausgleichung mit nur einem Festpunkt. Im Zustand 1 ist es aber erwünscht, mehrere (im vorliegenden Fall drei) durch Nivellement bestimmte Höhen als fest in die Höhenausgleichung einzuführen, d. h. das Höhennetz in diese einzuzwängen, damit man möglichst gute Meereshöhen erhält. Der Versuch zeigt, daß dadurch der mittl. Gewichtseinheitsfehler praktisch nicht verändert wird,

während die Höhen um höchstens 5 cm anders werden. Im Zustand 2 müssen, da von vorneherein keine ellipsoidischen Höhen bekannt sind, solche willkürlich angenommen werden. In unserem Fall wurden die Meereshöhen der beiden Portalpunkte als ellipsoidische Höhen betrachtet. Ein Vergleich mit dem Geoidprofil im Gott-hard, welches etwas östlich der Stollenachse verläuft, zeigt, daß dies berechtigt ist: die entsprechenden Punkte des Profils (gleiche Breite wie die Portalpunkte) weisen etwa gleiche Höhen des Geoids über dem Ellipsoid auf.

Tabelle 3b zeigt wiederum die wichtigsten Resultate

Hier geht der mittl. Fehler der Gewichtseinheit noch wesentlich stärker zurück als bei der Lageberechnung: er verkleinert sich um einen Faktor von 2,9! Nach Berücksichtigung der geometrischen Modellfehler erhält man ein zutreffenderes Bild über die tatsächliche Meßgenauigkeit der Höhenwinkel: sie beträgt bei einer mittleren Visurlänge von 1 km  $\pm 4,8^{\text{cc}}$ , was mit anderen Erfahrungen etwa übereinstimmt.

Figur 8 zeigt neben den Lageänderungen auch die Höhenänderungen, die sich im Modell 2 gegenüber Modell 1 ergeben. Sie sind etwa 4 mal größer als die Lageänderungen; sie sind aber, wie unter 4.2. schon erwähnt wurde, nur für die Reduktion der schiefen Distanzen von Bedeutung.

## 6. Einfluß auf die Tunnelabsteckung

Für den Praktiker stellen sich besonders die folgenden Fragen:

1. Wie groß ist der Einfluß der Vernachlässigung von Lotabweichungen und Geoidhöhen auf die Absteckung selbst?
2. Ändern sich, bei Berücksichtigung dieser Fehler, die Prognosen für die zu erwartende Genauigkeit der Absteckung, wobei besonders der Durchschlagpunkt interessiert?

Hiebei ist zu beachten, daß es bei vielen Absteckungen meist nicht um eine absolute Genauigkeit sondern nur um die relative, d. h. Nachbargenauigkeit geht. So kann man sich, um ein Beispiel zu nennen, gut vorstellen, daß es praktisch ohne Bedeutung ist, wenn ein Tunneldurchschlag um einen größeren Betrag neben der koordinatenmäßig definierten Stelle stattfindet, sofern die beiden Vortriebe nur so genau zusammentreffen, daß Knicke oder Unstetigkeiten in der Linienführung vermieden werden können. Diese Wahrung der Nachbargenauigkeit gilt für alle Teile eines Bauwerks, bei Stollen z. B. auch beim Zusammentreffen von Hauptstollen mit Schräg- oder Vertikalschächten.

### 6.1 Koordinatenänderungen der Angriffspunkte

Angriffstellen des Tunnels sind die beiden Portalpunkte Nord und Süd, ferner die Austrittspunkte der vier Lüftungsschächte, von denen aus (oder zu denen hin vom Hauptstollen her) Vertikal- und Schrägschächte vorgetrieben werden. Maßgebend für die Absteckung sind die Koordinatenänderungen, welche diese Punkte relativ zu den Portalpunkten erleiden, wenn Lotabweichungen und Geoidhöhen eingeführt werden. Die größten Verschiebungen der vier Zwischenpunkte A, B, C, D (Fig. 2 und 8) betragen in den beiden Hauptrichtungen des Tunnels

Längsrichtung: 1.6 cm, Querrichtung: 0.7 cm

Tab 3b: Höhenberechnung

Größe	Modell 1 ohne Korr.	Modell 2 mit Korr.
Festpunkte	3	2
Überbestimmung	177	176
Mittl. Fehler Gewichtseinheit	$\pm 8,5^{\text{cc}}$	$\pm 2,9^{\text{cc}}$
Mittl. Fehler Höhenw. Dist. 1 km	$\pm 13,7^{\text{cc}}$	$\pm 4,8^{\text{cc}}$
Max. Verbesserung nach der Ausgleichung	$38^{\text{cc}}$	$17^{\text{cc}}$
Max. Höhenänderung		$33 \text{ cm}$ $\pm 1 \text{ cm}$

Dies sind Beträge, die für die Absteckung eines Bauwerkes dieser Größe praktisch ohne Bedeutung sind. Bei den Randpunkten des Netzes treten dagegen wesentlich größere Verschiebungen auf, so z. B. beim Punkt Riesfluhalp, 2 km östlich des Portalpunktes Nord gelegen, der sich relativ zu diesem um 7,4 cm verschiebt. Für die Absteckung selbst sind solche Verschiebungen aber nur insofern von Bedeutung, als sich dadurch eine andere Orientierung der Anschlußsätze auf den Portalpunkten – für die Richtungsübertragung in den Stollen hinein – ergibt.

## 6.2 Durchschlagfehler

Betrachten wir zuerst die Wirkung der zufälligen Fehler auf den Durchschlag, um nachher den Einfluß der untersuchten systematischen Fehler zu ihr ins Verhältnis setzen zu können.

### 6.2.1 Mittlerer Durchschlagfehler

Beim zu erwartenden Durchschlagfehler – ausgedrückt in den drei Komponenten Längsrichtung, Querrichtung und Höhe – ist die Querrichtung am kritischsten. Längenfehler sind umso weniger von Bedeutung, je gestreckter der Stollen verläuft, und eine befriedigende Genauigkeit in der Höhe ist in einem horizontalen Stollen durch Nivellieren relativ einfach zu erreichen.

In einem ungefähr gerade Stollen wird der Querfehler hauptsächlich durch die Genauigkeit der Richtungsübertragung bestimmt. Hierbei wirken sich die zufälligen Fehler in beiden Teilen – Grundlagenvermessung und unterirdische Absteckung durch Polygonzüge – aus, während die systematischen Fehler (durch Vernachlässigung von Lotabweichungen und Geoidhöhen bedingt) sich nur oberirdisch und bei der Orientierung der Anschlußrichtungen auf den Portalpunkten auswirken, wogegen sie bei den horizontalen Visuren im Tunnel nicht zur Auswirkung gelangen.

Im folgenden betrachten wir den mittleren Querfehler beim Durchschlag, d. h. die Querkomponente der *mittleren Durchschlagfehlerellipse*. Sie kann definiert werden als relative Fehlerellipse zweier Durchschlagspunkte, die faktisch identisch sind, die aber von den beiden Portalen her unabhängig bestimmt werden, wobei diese durch die Grundlagenvermessung oberirdisch verbunden sind, sodaß das Ganze – Grundlagenvermessung und zwei unterirdische Polygonzüge – in bezug auf Fehlerfortpflanzung als ein System betrachtet werden kann.

Für die weitere Betrachtung unterscheiden wir die folgenden oberirdischen Netze:

- Kombiniertes Netz, wie es in Abschnitt 1 und Fig. 2 dargestellt ist.
- Reines Triangulationsnetz: Als solches betrachten wir das in Fig. 2 dick ausgezogene Netz, in welches die beiden Portalpunkte durch die im Netz vorhandenen Richtungen einbezogen sind.
- Nur Polygonzüge, wie sie im kombinierten Netz enthalten sind.

Das kombinierte Netz besteht also aus den Netzen b) und c) sowie den gegenseitigen Verbindungsrichtungen.

Die unterirdische Absteckung erfolgt mit Hilfe von Polygonzügen von den beiden Portalpunkten aus. Wesentlich für die Fehlerfortpflanzung sind die Anzahl und die Längen der Polygonseiten, welche durch die Linienführung des Stollens und die möglichen Sichtweiten

gegeben sind. Zur Abschätzung des mittleren Querfehlers beim Durchschlag kann die tatsächliche, aus Geraden und Übergangskurven bestehende Linienführung im Grundriß durch eine gerade Linienführung ersetzt werden. Die Längen der Polygonseiten werden aber in Übereinstimmung mit der tatsächlichen Linienführung wie folgt gewählt:

Portal Nord – Durchschlagspunkt N	Portal Süd – Durchschlagspunkt Süd
2 x 200 m	2 x 200 m
3 x 1200 m	2 x 1000 m
3 x 1200 m	2 x 1400 m
1 x 300 m	2 x 1200 m
	1 x 300 m

Als mittleren Fehler der Gewichtseinheit wählen wir den gerundeten Wert  $\pm 4.0$  (cc, mm) – aus der Ausgleichung in Zustand 1 hatte sich  $\pm 3.7$  ergeben – d. h.  $\pm 4$  cc für die Richtungen (ober- und unterirdisch) und  $\pm 20$  mm für die Distanzen.

#### a) Anteile der Grundlagenvermessung und der unterirdischen Absteckung am mittleren Durchschlagfehler.

Der Anteil der Grundlagenvermessung ergibt sich, wenn wir in der Fehlerfortpflanzung des ganzen Systems – aus Grundlagenvermessung und unterirdischen Polygonzügen bestehend – die unterirdische Absteckung, von den beiden Portalpunkten aus, als fehlerlos annehmen. Wir erhalten dann die in Tab. 4, Kol. 1 angegebenen Anteile am mittleren Querfehler für die drei Varianten der Grundlagenvermessung. Betrachten wir umgekehrt nur die unterirdische Absteckung als fehlerhaft, so ergibt die Fehlerfortpflanzung für zwei freie Polygonzüge einen mittleren Querfehler beim Durchschlag von 201 mm, wenn wieder ein mittlerer Richtungsfehler von 4 cc angenommen wird.

#### b) Totaler mittlerer Querfehler

Addiert man die beiden Anteile, wie wenn sie voneinander unabhängig wären, so erhält man die Werte in Tab. 4, Kol. 3, als erste, grobe Abschätzung des totalen mittleren Querfehlers. Die genauen Werte erhält man aus einer Fehlerfortpflanzung im ganzen System, bestehend aus entsprechender Grundlagenvermessung und unterirdischer Absteckung. Beim kombinierten Netz erhält man so einen totalen mittleren Querfehler beim Durchschlagspunkt von 198 mm (Kol. 4). Ein Vergleich mit Kol. 3 zeigt, daß sich die gegenseitige Abhängigkeit (Korrelation) von ober- und unterirdischer Vermessung in bezug auf den Durchschlagsfehler günstig, im Sinne einer Verkleinerung des Wertes ohne Berücksichtigung der Korrelation, auswirkt.

In allen Fällen ist der Anteil der Grundlagenvermessung am totalen mittleren Querfehler relativ klein; *ausschlaggebend für die Genauigkeit des Durchschlages ist die unterirdische Absteckung.*

Im Fall c), wo man nur die oberirdischen Polygonzüge als Grundlagenvermessung verwendet, ist der Anteil der Grundlagenvermessung am größten. Daraus darf aber nicht geschlossen werden, daß Polygonzüge für eine Grundlagenvermessung schlecht geeignet sind. Im vorliegenden Fall wurden nämlich die Polygonzüge nicht als selbständiges Vermessungselement angelegt; sie sollen im kombinierten Netz besonders zur Maßstabsübertragung dienen. Sie enthalten unter anderem eine sehr kurze

Seite, was natürlich ungünstig für die Richtungsübertragung ist. (Hiezu dient im kombinierten Netz die Triangulation).

Tab. 4: Mittl. Durchschlagfehler in Querrichtung für  $m_e = 4.0$  cc

Grundlagen- vermessung	Anteil Grundl.	Anteil unterird.	Total	
	1	2	3	4
a) Komb. Netz	45 mm		(206 mm)	198 mm
b) Nur Triangulation	82 mm	201 mm	(217 mm)	206 mm
c) Nur Polygon- züge	113 mm		(231 mm)	220 mm

### 6.2.2 Einfluß der Modellfehler auf den tatsächlichen Durchschlagfehler

Durch Gegenüberstellung zweier Berechnungen in den beiden Modellen 1 und 2 ergibt sich schließlich der tatsächliche Einfluß der Korrekturen wegen Lotabweichungen und Geoidhöhen auf den Durchschlagpunkt, wobei wir uns wiederum auf die Querrichtung beschränken.

Die Tab. 5 zeigt die Richtungsänderung an der ersten Polygonseite vom Portalpunkt aus in den Stollen hinein, die absolute Lageänderung der beiden Durchschlagpunkte Nord und Süd, sowie ihre Differenz, den tatsächlichen Einfluß auf den Querfehler.

Tab. 5: Einfluß der Korrekturen (Lotabw., Geoidhöhen) auf die unterirdische Absteckung

Netz	Richtungsänderung		Durchschlagpunkt		
			Lageänderung Durchschlag		Ände- rung Quer- fehler
	Nord	Süd	Nord	Süd	
	cc	cc	mm	mm	mm
Komb. Netz	- 1.8	- 0.7	+ 22	- 9	+ 31
Nur Triang.	- 2.3	+ 0.7	+ 28	+ 9	+ 19
Nur Polygon- züge	- 8.8	+ 1.5	+ 107	+ 19	+ 88

### 6.3 Zusammenfassung

1. Die geometrischen Modellfehler Lotabweichungen und Geoidhöhen verfälschen den tatsächlichen Durchschlagfehler in Querrichtung beim kombinierten Netz nur um 3 cm. Da aber ein mittlerer Durchschlagfehler in Querrichtung von etwa 20 cm erwartet werden muß, ergibt sich durch Einführung dieser Korrekturen praktisch kaum eine spürbare Verbesserung der Absteckung. In einem reinen Triangulationsnetz ist das Ergebnis ähnlich. Etwas ungünstiger ist die Auswirkung der systematischen Fehler, wenn als Grundlagenvermessung nur die oberirdischen Polygonzüge verwendet werden. Dies hängt jedoch damit zusammen, daß im vorliegenden Fall die Polygonzüge

von Anfang an im Hinblick auf ein kombiniertes Netz disponiert wurden, in dem sie hauptsächlich zur Übertragung der Distanzen dienen. Es ließen sich natürlich Polygonzüge finden, die besser geeignet wären, als selbständige Grundlagenvermessung zu dienen (möglichst wenige und lange Seiten).

2. Die oberirdische Vermessung hat am totalen mittleren Durchschlagfehler nur einen kleinen Anteil; er beträgt beim kombinierten Netz in Querrichtung nur etwa  $\pm 4,5$  cm gegenüber einem totalen zu erwartenden mittleren Fehler von  $\pm 20$  cm, der hauptsächlich auf die Unsicherheit der unterirdischen Absteckung zurückgeht. Es spielt deshalb praktisch kaum eine Rolle, wenn der Anteil der oberirdischen Vermessung durch Berücksichtigung der systematischen Fehler noch etwas verkleinert wird. An der Genauigkeitsprognose für den zu erwartenden Durchschlagfehler ändert sich also praktisch nichts, wenn man Lotabweichungen und Geoidhöhen in der Berechnung berücksichtigt.

## 7. Ergebnisse und Schlußfolgerungen

Bei der Grundlagenvermessung und bei der Absteckung des Straßentunnels Gotthard hat die Einführung der geometrischen Modellfehler – Lotrichtungen statt Flächennormalen und ellipsoidische Punkthöhen statt Meereshöhen über dem Geoid – im wesentlichen folgende Wirkung:

### 1. Netz

- In erster Linie erhält man besseren Aufschluß über die tatsächliche Genauigkeit der Messungen, die in einem wesentlich günstigeren Licht erscheint, wenn man diese systematischen Fehler berücksichtigt. So fällt z. B. der mittlere Fehler der Gewichtseinheit in der Lageausgleichung von  $\pm 3.7$  auf  $\pm 2.7$  (cc, mm) und in der Höhenausgleichung sogar von  $\pm 8.4$  cc auf  $\pm 2.8$  cc. Diese Verbesserung ist reell und nicht etwa durch statistische Unsicherheit zu erklären.
- Die ausgeglichenen Koordinaten im Netz ändern sich in Lage um Beträge bis 7 cm, in Höhe sogar bis 33 cm. Zu beachten ist allerdings, daß die Höhenänderungen darauf zurückgehen, daß man ein anderes Bezugssystem für die Höhen, nämlich das Ellipsoid statt des Geoides, eingeführt hat, und daß ellipsoidische Höhen praktisch nur bei der Reduktion der schiefen Distanzen eine Rolle spielen. An den reduzierten Distanzen ergeben sich aber immerhin Änderungen bis zu 6 cm, und der Maßstab des Netzes ändert sich um 9 cm auf die Tunnellänge von 16.3 km.

### 2. Durchschlagfehler

- Der tatsächliche Durchschlagfehler in Querrichtung – der Durchschlag wird in Stollenmitte angenommen – ändert sich um nur 3 cm, wenn die systematischen Fehler berücksichtigt werden. Bei einem Tunnel von 16,3 km Länge fällt diese Korrektur praktisch kaum ins Gewicht. Dies mag damit zusammenhängen, daß im untersuchten Netz sich die Einflüsse der Lotabweichungen weitgehend kompensieren, als Folge der ungefähren Symmetrie des Netzes und der Lotabweichungen in bezug auf die Tunnelachse. Das Netz als Ganzes – Netzform und Wahl der Punkte im Ge-



lände – kann daher als sehr günstig beurteilt werden. Es mag beigefügt werden, daß die Topographie die Sache im vorliegenden Fall etwas erleichtert hat. Man könnte sich leicht ein Gelände vorstellen, wo sich ein ähnlich günstiges Netz weniger gut aufbauen ließe, und wo mit einem größern Einfluß der geometrischen Modellfehler, besonders der Lotabweichungen, auf den Durchschlag zu rechnen wäre.

#### Folgerungen

Bei der Anlage und Berechnung von Grundlagenvermessungen für Tunneltriangulationen hat man damit folgende Möglichkeiten:

- Ist es zu kompliziert oder zu aufwendig, Lotabweichungen zu bestimmen und einzuführen, so muß bei der Anlage des Grundlagentetzes für eine Stollenabsteckung darauf geachtet werden, daß möglichst kleine Lotabweichungen auftreten – durch Wahl von Gipfel- oder Talpunkten und Vermeidung von Hangpunkten – oder daß sich ihre Einflüsse möglichst gut kompensieren, indem das Netz entsprechend angelegt wird, z. B. als Flächennetz oder Netz mit ungefähr symmetrischem Aufbau.
- Können Lotabweichungen und eventuell Geoidhöhen aber mit tragbarem Aufwand bestimmt und eingeführt werden – in der Schweiz hat man überall die Möglichkeit, Lotabweichungen aus Maßen zu rechnen – so können auch einfachere Netzformen für die Grundlagenvermessung benutzt werden. So lassen sich z. B.

einfache oder mehrfache Polygonzüge praktisch immer relativ leicht anlegen, wobei man noch den Vorteil hat, leicht zugängliche Punkte wählen zu können.

Ferner zeigt das hier vorliegende Beispiel, daß es praktisch unmöglich ist, den tatsächlichen Einfluß der begangenen Vernachlässigungen auf die Absteckung vernünftig abzuschätzen. Der Aufwand, den eine strenge Behandlung des Problems erfordert, fällt im allgemeinen kaum ins Gewicht, besonders wenn man ihn ins Verhältnis zur gesamten Bausumme des entsprechenden Objektes setzt. Bei Bauwerken, die eine bestimmte Größe überschreiten, dürfte es daher immer am Platze sein, das strengere Berechnungsverfahren zu wählen, um damit jede Unsicherheit auszuschalten.

Beizufügen wäre, daß die Kompensation systematischer Fehler nicht das einzige Kriterium bei der Anlage und Beurteilung eines Stollentriangulationsnetzes ist. Wesentlich ist unter anderem auch immer eine gute Zuverlässigkeit des Netzes (Überbestimmung, Kontrollen), sowie die Möglichkeit, das Netz auch bei Projektänderungen, Punktverschiebungen, Ausfallen von Punkten oder Visuren etc. trotzdem verwenden zu können. Ferner ist neben Lotabweichungen und Geoidhöhen noch an andere systematische Fehler zu denken; erwähnt sei nur die Seitenrefraktion, die rechnerisch sehr schwer erfaßt werden kann, und die daher, sofern dies überhaupt möglich ist, durch eine entsprechende Netzform oder Meßanordnung ausgeschaltet werden sollte.

#### Literatur:

- [1] *Ingenieurgesellschaft Ingenieurbüro W. Schneider AG, Chur, Vermessungsbüro K. Weißmann, Zürich*: N2 Gotthard-Straßentunnel. Grundlagenvermessung, Resultate und Bericht. Chur, Mai 1969.
- [2] *P. Gerber*: Bericht der Netzberechnung Straßentunnel Gotthard. Interner Bericht, Institut f. Geodäsie u. Photogrammetrie, ETHZ, Dez. 1968.
- [3] *F. Kobold*: Altes und Neues zur Tunnelabsteckung durch den St. Gotthard. Festschrift „50 Jahre Wild Heerbrugg“, 1971.
- [4] *A. Elmiger*: Stollenabsteckung mit Geodimeter-Polygonzügen und Vergleich mit der Methode der Triangulation. Schweiz. Zeitschrift f. Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie, Sept./Okt. 1965.
- [5] *A. Elmiger*: Studien über Berechnung von Lotabweichungen aus Massen, Interpolation von Lotabweichungen und Geoidbestimmung in der Schweiz. Mitt. Nr. 12 aus dem Inst. f. Geodäsie und Photogrammetrie ETHZ, 1969.
- [6] *A. Elmiger*: Lotabweichungen im Schweizerischen Triangulationsnetz 1. Ordnung. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik, Fachblatt 3/1972.
- [7] *A. Elmiger*: Algol-Programm Netz-3D: Vermittelnde Netzausgleichung in Lage und Höhe oder dreidimensional. Computerprogramme Nr. 1, Inst. f. Geodäsie und Photogrammetrie ETHZ, Dez. 1972.
- [8] *Schweiz. Geodät. Kommission*: Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz. Band 20, S. 16. Bern, 1939.
- [9] *E. Kreyszig*: Statistische Methoden und ihre Anwendungen. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1968.