

<b>Zeitschrift:</b>	Mensuration, photogrammétrie, génie rural
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)
<b>Band:</b>	71-F (1973)
<b>Heft:</b>	1
<b>Artikel:</b>	Ergebnisse einer Blocktriangulation nach der Bündelmethode : Block Gramastetten
<b>Autor:</b>	Schenk, T.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-226179">https://doi.org/10.5169/seals-226179</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Ergebnisse einer Blocktriangulation nach der Bündelmethode: Block Gramastetten

DK 528.735.2

T. Schenk, Zürich

## Zusammenfassung

Es werden die bei der Blockausgleichung Gramastetten erhaltenen Genauigkeiten mitgeteilt. Im ersten Teil sind folgende, zur definitiven Ausgleichung nötigen Vorarbeiten beschrieben: Komparatormessungen (mittlerer Fehler [m. F.] aus Doppelmessungen  $\pm 1,0 \mu\text{m}$ ), Transformation Komparator-Bildkoordinatensystem, Vereinigung der Luftbilder und Mitteilung der gemeinsamen Punkte (m. F.  $\pm 3,0 \mu\text{m}$ ), Streifenbildung aus den Bildkoordinaten (m. F. der Restparallaxen  $\pm 1,2 \mu\text{m}$ ), Mitteilung der Modellverknüpfungspunkte (m. F. Lage  $\pm 1,6 \mu\text{m}$ , m. F. Höhe  $\pm 6,0 \mu\text{m}$ ) und schliesslich die provisorische Blockausgleichung mit Polynomen.

Der zweite Teil enthält die Resultate der Bündelausgleichung. Man wählte vier verschiedene Passpunktverteilungen. Die Genauigkeit konnte anhand von Kontrollpunkten überprüft werden. Bei einem Bildmaßstab von 1 : 10000 wurde ein mittlerer Lagefehler von  $\pm 8 \text{ cm}$  erreicht; die Höhengenauigkeit betrug weniger als 0,1% der Flughöhe ( $\pm 14 \text{ cm}$ ). Abschliessend werden die durch die Bündelausgleichung erzielten Genauigkeiten mit den Resultaten verglichen, wie sie für das gleiche Beispiel von der OEEPE mitgeteilt wurden.

## Résumé

L'article présente les résultats de l'aérotriangulation obtenus du bloc Gramastetten. La première partie s'occupe des travaux préliminaires: après la restitution de comparateur les mesures ont été transformées en coordonnées-images. La formation des rubans a été suivie par une compensation polynomiale provisoire.

Les résultats sont discutés dans la deuxième partie. On a choisi quatre distributions différentes de points d'appuis. Le tableau II donne pour les quatre épreuves les erreurs moyennes quadratiques calculées au moyen des écarts résiduels constatés aux points de contrôle, après la compensation finale (méthode des faisceaux des rayons).

Finalement, ces résultats sont comparés avec ceux publiés dans le «Rapport sur l'essai Gramastetten» par la OEEPE.

## I Block Gramastetten: Übersicht und technische Daten

Das Aufnahmegerüst Gramastetten (Oberösterreich) erstreckt sich über etwa 60 km<sup>2</sup>. Die Höhen variieren von 270 m bis 620 m ü. M.; das Gebiet weist hügeligen Charakter auf und ist zudem mäig bewaldet.

Sämtliche photogrammetrisch ausgemessenen Punkte (vgl. Abb. 1) waren signalisiert und terrestrisch vermessen. Damit lassen sich die mittels Photogrammetrie erzielten Genauigkeiten überprüfen. Am nördlichen Blockrand wurde zusätzlich auf einem Gebiet von annähernd 4 km<sup>2</sup> ein Testfeld mit 27 vermessenen Punkten eingerichtet (in Abb. 1 schraffiert dargestellt).

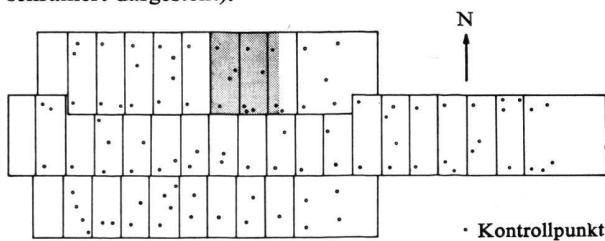


Abb. 1

Das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen in Wien stellte das Aufnahmematerial freundlicherweise zur Verfügung. Um die Originalfilmnegative zu schonen, stellte man Kopien auf Glasplatten her, die in der Folge ausschließlich verwendet wurden.

Untenstehende Zusammenstellung enthält einige weitere Angaben:

Datum des Bildfluges	22. September 1966, 13 Uhr
Flugdisposition	2 Streifen zu je 10 Aufnahmen 1 Streifen zu 19 Aufnahmen (insgesamt 39 Aufnahmen)
Überdeckungsverhältnisse	60% Längs- und 30% Querüberdeckung
Aufnahmekammer	Wild RC5
Objektiv	Universal-Aviogon Nr. 341, $f = 152,63 \text{ mm}$
Bildformat	23 cm $\times$ 23 cm
Bildträger	Film. Gemessen wurde auf Glasdiaplatten
mittlere Flughöhe	1500 m über Grund
Bildmaßstab	1 : 10000

## II Arbeitsablauf

Bevor wir näher auf den Arbeitsablauf der Blockausgleichung Gramastetten eingehen, sei kurz an das Prinzip der Bündelmethode erinnert (vgl. auch [1]): Durch das Projektionszentrum eines Luftbildes und durch seine Bildpunkte wird ein Strahlenbündel definiert. Die Aufgabe der Bündelausgleichung besteht darin, den Zustand der einzelnen Bündel im Moment der Aufnahme zu rekonstruieren. Das heißt nichts anderes als daß sich die entsprechenden Strahlen in einem Punkt – dem dazugehörigen Bodenpunkt – schneiden und daß gewisse Bodenpunkte (Paßpunkte) einen vorgegebenen Koordinatenwert erreichen müssen.

Zur Wiederherstellung des Aufnahmestandortes genügt ein gewisses Minimum von Punkten. Werden darüber hinaus weitere Punkte verwendet, treten Widersprüche auf, die sich darin bemerkbar machen, daß sich die neu entstehenden Strahlen nicht schneiden. Da die Schnittbedingung jedoch erzwungen wird, muß das ganze Strahlenbündel deformiert werden. Dies geschieht mittels der Methode der kleinsten Quadrate, indem man an den gemessenen Bildkoordinaten solche Verbesserungen zuteilt, die die Deformationen der Strahlenbündel minimalisieren.

In [1] wurde gezeigt, wie sich die eben geschilderten Bedingungen mathematisch beschreiben und in Form eines Computerprogramms berechnen lassen. Wie man leicht einsieht, sind die Beobachtungsgleichungen nicht linear (wegen der räumlichen Drehung), sie müssen also – um Fehlglei-

chungen zu erhalten – linearisiert werden, was durch eine Taylor-Entwicklung geschieht. Von den Unbekannten muß man daher Näherungen kennen. Unbekannt sind die sechs Orientierungsparameter (drei Drehungen, drei Koordinaten) eines jeden Luftbildes sowie die Koordinaten der unbekannten Bodenpunkte.

Es sind verschiedene Wege denkbar, um Näherungen zu gewinnen. Als bequemste Lösung nimmt man für  $\varphi$ ,  $\omega$  und  $\chi$  Null an und entnimmt die Koordinaten den Projektionszentren sowie den unbekannten Bodenpunkten der Karte. Hier wird jedoch ein anderer Weg eingeschlagen, ein Weg der zunächst unnötig kompliziert erscheint, der sich aber bei allen am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH-Z durchgeführten Blockausgleichungen als vernünftig erwiesen hat und der seit gut zehn Jahren am Coast and Geodetic Survey in Amerika beschritten wird.

Dem ersten Lösungsweg haften vor allem zwei Nachteile an: Die Näherungen sind zu ungenau<sup>1</sup>, die Blockausgleichung muß daher mehrmals wiederholt werden, was besonders bei großen Blöcken ein entscheidender Nachteil ist. Weit mehr ins Gewicht fällt jedoch die Tatsache, daß das umfangreiche Datenmaterial ungeprüft in die Ausgleichung eingeht und sich daher Fehler in den Daten nur mühsam lokalisieren lassen. Daß trotz formaler Datenkontrolle noch Fehler auftreten, ist kaum vermeidbar, man denke zum Beispiel nur an Identifikationsfehler, an Punktnumerierungsfehler und andere.

Aus den eben geschilderten Umständen ergibt sich der Wunsch nach besseren Näherungen und nach vermehrter Kontrolle aller Ausgangsdaten. Das wird durch folgende Vorprogramme erreicht: in einem ersten Zwischenschritt werden die bereinigten Bildkoordinaten (vgl. II 2.) mit dem Streifenbildungsprogramm STRIP zu einem Streifen vereinigt, worauf sich eine provisorische Blockausgleichung mit Polynomen anschließt. Diese erlaubt eine Kontrolle der Paßpunkte sowie der Streifenüberlappungspunkte und liefert zudem gute Näherungen für die unbekannten Bodenpunkte.

### 1. Komparatormessungen

Die Bündelstrahlen gehen definitionsgemäß durch das Projektionszentrum und durch die Bildpunkte. Die Bündelmethode verlangt also Bildkoordinaten, die man mit einem Komparator bestimmt.

Das gesamte Aufnahmematerial Gramastetten wurde an der *Schweizerischen Schule für Photogrammetrie-Operateure, St. Gallen*, durch Herrn Kovács am Wild-Stereo-Komparator STK ausgemessen. Wie erwähnt, standen Diapositive auf Glasplatten zur Verfügung. Alle Punkte wurden zweimal unabhängig registriert. Der aus den Doppelmessungen errechnete mittlere Fehler am Mittel beträgt  $\pm 1,0 \mu\text{m}$ .

Der gesamte Meßaufwand betrug 25 Stunden, also etwa 40 Minuten pro Modell. Dabei waren im Modell durchschnittlich acht Punkte zu messen sowie zusätzlich die vier Rahmenmarken. Die Punkte – alle signalisiert und gut sichtbar –

wurden unmittelbar nach dem ersten Durchgang nochmals gemessen; dies nicht aus Genauigkeitsgründen, sondern als Kontrolle.

### 2. Bildkoordinatenbereinigung

Die mit dem Komparator gemessenen Punkte beziehen sich auf das Komparatorkoordinatensystem, welches durch die  $X$ - und  $Y$ -Führungsschienen des Komparators definiert ist. Diese Koordinaten sind für die weitere Berechnung ungeeignet, sie werden deshalb in das sogenannte Bildkoordinatensystem transformiert, dessen Ursprung im Bildhauptpunkt liegt. Dieser wird im Schnittpunkt der Rahmenmarkenverbindungen angenommen.

Die Transformationsparameter lassen sich auf Grund der vier Rahmenmarken, die ja in beiden Systemen bekannt sind, berechnen. Die Art der Transformation steht frei. Da sich der Film unregelmäßig verzerrt, setzt man oft eine affine Transformation an. Damit lassen sich bis zu einem gewissen Grad die Filmschrumpfung berücksichtigen und zusätzlich Komparatorfehler, wie zum Beispiel Nichtsenkrechtheit der Führungsschienen sowie ungleiche und unregelmäßige Maßstäbe. Voraussetzung zur affinen Transformation sind allerdings Soll-Koordinaten der Rahmenmarken, die über jeden Zweifel erhaben sind. Es soll hier wieder einmal betont werden, daß dies nicht der Fall ist, wenn die Soll-Koordinaten aus den Kalibrierungsdaten der Herstellerfirmen abgeleitet werden, denn sie genügen den hohen Anforderungen der analytischen Photogrammetrie nicht mehr. Es bleibt nichts anderes übrig, als die Parameter der inneren Orientierung der Meßkammer auf Grund eines Testfeldes selber zu bestimmen, und zwar unmittelbar vor oder nach jedem Bildflug.

Im vorliegenden Beispiel war man auf die Kalibrierungsdaten der Herstellerfirma angewiesen. Zur Bestimmung der Soll-Koordinaten stehen die vier Distanzen der Rahmenmarken sowie die beiden Diagonalen zur Verfügung. Die Berechnung erfolgte mit dem Programm Netz-3D (vgl. [2]). Als Transformationsansatz wählte man sowohl eine affine wie auch eine Ähnlichkeitstransformation, um die Auswirkung auf die Blockausgleichung feststellen zu können.

Gleichzeitig mit der Transformation werden die Bildkoordinaten um den Einfluß der Verzeichnung und der Refraktion korrigiert. Eine Korrektur infolge Erdkrümmung erfolgt nicht, da dieser Einfluß nicht im eigentlichen Sinn systematischer Natur ist, sondern durch die Wahl eines kartesischen Blockkoordinatensystems zweckmäßiger erfaßt werden kann.

### 3. Vereinigung der Bilder und Mittelung der mehrfach gemessenen Punkte

Die Ausmessung der Luftbilder geschieht am Stereokomparator modellweise, ähnlich dem Prinzip Basis innen/Basis außen. Daher kommen alle Bilder, – mit Ausnahme des ersten und des letzten Bildes eines Streifens – zweimal vor. Im vorliegenden Programmschritt gilt es, die zusammengehörenden Bilder zu vereinigen und die dabei doppelt vorkommenden Punkte zu mitteln. Der aus den Differenzen gerechnete mittlere Fehler beträgt  $\pm 3,0 \mu\text{m}$ . Dieser Wert resultiert nun nicht mehr ausschließlich aus den Meßfehlern

<sup>1</sup> Bei einer gewöhnlichen Triangulation genügen im allgemeinen der Karte entnommene Näherungen. Bei der Aerotriangulation ist dies deshalb nicht der Fall, weil die Normalgleichungen ungleich schlechter konditioniert sind. Der Grund liegt in den ungünstigeren Strahlenschnitten.

des Komparators; der größere Anteil stammt aus den Einflüssen der Filmschrumpfung, die sich bei einem Punkt, der in zwei verschiedenen Modellen enthalten ist, bemerkbar machen.

#### 4. Berechnung von Modellkoordinaten

Gemäß der oben dargelegten Strategie zur Berechnung von guten Näherungen für die Bodenpunkte sowie zur Überprüfung des Datenmaterials folgt jetzt die Streifenbildung (Folgebildanschluß). Mit den so entstehenden Modellkoordinaten läßt sich eine provisorische Blockausgleichung mit Polynomen durchführen.

Zur relativen Orientierung eines Bildpaars genügen bekanntlich fünf Punkte. Im allgemeinen sind mehr Punkte gemessen, es entstehen also Widersprüche, die wiederum mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate beseitigt werden. Minimalisiert werden dabei die Abstände der sich entsprechenden und jetzt nicht mehr in einem Punkt (Modellpunkt) schneidenden Strahlen. Den kürzesten Abstand der windschiefen Geraden nennt man – analog zum Ausdruck bei der relativen Orientierung am Auswertegerät – Restparallaxe.

Der aus allen Modellen gebildete Mittelwert der Restparallaxen beträgt beim Block Gramastetten  $\pm 1,2 \mu\text{m}^2$ . Dieses Resultat darf als sehr gut angesehen werden; es läßt auf gute Bildqualität schließen.

#### 5. Mitteilung der Modellverknüpfungspunkte

Bei der eben geschilderten Streifenbildung kommen die zwei, benachbarten Modellen gemeinsamen Punkte doppelt vor. Im vorliegenden Zwischenschritt gilt es, diese Punkte zu vergleichen und zu mitteln. Aus den Differenzen können wiederum mittlere Fehler berechnet werden; diese betragen für die Lage  $\pm 1,6 \mu\text{m}$  und für die Höhe  $\pm 6,0 \mu\text{m}$ .

Die Lagegenauigkeit ist nur unbedeutend größer als der Mittelwert der Restparallaxen. Daß die Höhengenauigkeit der Lagegenauigkeit unterlegen ist, scheint selbstverständlich, man muß sich nur die Strahlenschnitte vorstellen.

#### 6. Provisorischer Blockausgleich mit Polynomen

Dieser Zwischenschritt dient vor allem zur Berechnung von Näherungswerten für die unbekannten Bodenpunkte. Darüber hinaus werden aber auch die Paßpunkte kontrolliert sowie die bis anhin nicht geprüften Streifenüberlappungspunkte.

Das Ergebnis dieser Blockausgleichung ist sehr gut, wir kommen im nächsten Abschnitt kurz darauf zu sprechen.

#### 7. Zusammenstellung der Resultate der Zwischenschritte

Tabelle 1 enthält noch einmal die bei den Zwischenschritten erreichten Genauigkeiten. Wir wiederholen, daß die Zwischenschritte das Endresultat der Bündelausgleichung theoretisch in keiner Art und Weise beeinflussen. Sie dienen aus-

Mittlerer Fehler aus Doppelmessungen am STK (am Mittel)	$\pm 1,0 \mu\text{m}$
Mittlerer Fehler aus doppelt gemessenen Punkten bei der Vereinigung der Luftbilder	$\pm 3,0 \mu\text{m}$
Mittlerer Restfehler der Parallaxen bei der Streifenbildung	$\pm 1,2 \mu\text{m}$
Mittlerer Fehler der Modellverknüpfungspunkte	
Lage	$\pm 1,6 \mu\text{m}$
Höhe	$\pm 6,0 \mu\text{m}$

Tabelle 1

schließlich der Beschaffung von guten Näherungskoordinaten der Bodenpunkte sowie einer durchgreifenden Kontrolle der umfangreichen Daten<sup>3</sup>.

### III Bündelausgleichung

Durch all die in Abschnitt II beschriebenen Vorprogramme waren die Ausgangsdaten umfassend kontrolliert, zudem standen sehr gute Näherungskoordinaten für die Bodenpunkte zur Verfügung. Es überrascht deshalb nicht, daß bereits der erste Durchgang der definitiven Blockausgleichung nach der Bündelmethode erfolgreich verlief. Dadurch spart man nicht nur Rechenzeit, sondern vor allem Arbeitszeit.

Wie eingangs erwähnt, standen etwa 100 terrestrisch vermessene und regelmäßig über das Blockgebiet verteilte Punkte (im folgenden als Kontrollpunkte bezeichnet) zur Verfügung (vgl. Abb. 1). Die Paßpunkte wurden aus diesen Kontrollpunkten ausgewählt, unabhängig davon, ob es sich dabei um Triangulationspunkte oder um zusätzlich bestimmte Punkte handelt.

Folgende Paßpunktanordnungen wurden durchgerechnet:

1. Versuch mit 6 Vollpaßpunkten (vgl. Abb. 2)
2. Versuch mit 14 Vollpaßpunkten (vgl. Abb. 3)
3. wie 2., aber zusätzlich mit 14 Höhenpaßpunkten (vgl. Abb. 4)
4. Versuch mit 30 Vollpaßpunkten (vgl. Abb. 5)

Jeder der vier Versuche wurde mit folgenden zwei Sätzen von Bildkoordinaten durchgerechnet:

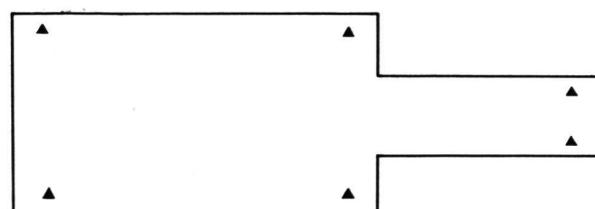


Abb. 2 6 Vollpaßpunkte

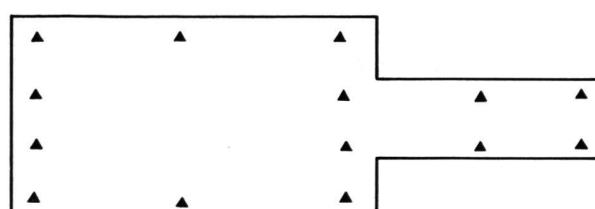


Abb. 3 14 Vollpaßpunkte

<sup>2</sup> Die Streifenkoordinaten sind im Bildmaßstab berechnet. Damit lassen sich die mittleren Fehler von Modellpunkten direkt mit denjenigen von Bildpunkten vergleichen.

<sup>3</sup> Der als klein anzusehende Block Gramastetten enthält bereits 1000 Komparatormessungen und etwa 150 zu bestimmende Bodenpunkte. Die Anzahl der unbekannten beträgt  $39 \times 6 + 150 \times 3 = 684$ .

Versuch	Anzahl Paßpunkte			Mittlere Gewichtseinheitsfehler [µm]			Quadratische Mittelwerte [cm]			Maximalwerte [cm]		$\frac{M_p}{m_p}$	$\frac{M_H}{H}$
	Lage u. Höhe			$m_x$	$m_y$	$m_p$	$M_x$	$M_y$	$M_p$	$M_H$	$M_{p\max}$	$M_{H\max}$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1a	6		2,5	3,6	4,4	16,2 11,0	20,6 24,3	26,2 26,7	203	67	355	6,0	
1b	6		2,3	3,6	4,3	11,4 4,4	20,8 16,7	23,7 17,2	21,3	44	368	5,5	
2a	14		3,1	5,0	5,9	8,3 6,9	10,9 12,2	12,9 14,0	24	42	58	2,4	0,16
2b	14		2,6	4,7	5,4	5,5 3,4	7,8 8,5	9,5 9,1	22	23	59	1,8	0,15
3a	14	14	5,3	7,9	8,4	6,4 6,4	7,6 7,5	9,9 9,9	17	29	44	1,2	0,11
3b	14	14	4,2	6,9	8,1	5,3 3,7	7,0 8,8	8,8 9,6	14	28	40	1,1	0,09
4a	30		4,9	6,5	8,1	4,4 2,8	7,9 7,0	9,0 7,5	15	21	40	1,1	0,10
4b	30		3,9	6,1	7,2	3,8 3,2	7,1 7,4	8,0 8,0	14	21	41	1,1	0,09
Polynom-ausgleich 14						4,9	8,5	9,8	41	23	87		

Tabelle 2

- a) Bildkoordinaten, die affin aus den Komparatorkoordinaten transformiert wurden
- b) Bildkoordinaten, die mit einer Ähnlichkeitstransformation bestimmt wurden.

Während bei den ersten drei Versuchen die Paßpunkte entlang dem Blockrand liegen, wählte man bei Versuch 4 eine gleichmäßige Verteilung über das ganze Blockgebiet.

In Tabelle 2 sind die Ergebnisse dieser Versuche aufgeführt. Die Zahlen unmittelbar unter jedem Versuch beziehen sich auf das Testfeld (vgl. Abb. 1); sie sind in der oberen Zahlenreihe, die sich auf die Kontrollpunkte bezieht, nicht enthalten.

In den Kolonnen 4 und 5 ist der mittlere Gewichtseinheitsfehler nach der Ausgleichung,  $m_x$  beziehungsweise  $m_y$ , aufgeführt, und in Kolonne 6 steht der daraus berechnete mittlere Punktfehler  $m_p = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$ . Sämtliche Bildkoordinaten sind mit dem gleichen Gewicht<sup>4</sup> versehen;  $m_p$  bezieht sich daher auf irgendeinen gemessenen Bildpunkt.

### 1. Lagegenauigkeit

Die durch die Photogrammetrie erreichte Punktgenauigkeit lässt sich anhand der Kontrollpunkte überprüfen. Aus den Koordinatendifferenzen terrestrisch minus photogrammetrisch bestimmte Punkte wurden die quadratischen Mittelwerte  $M_x$  und  $M_y$  berechnet (Kol. 7 und 8 in Tabelle 2). Die nächste Kolonne enthält den daraus berechneten mittleren Lagefehler  $M_p = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ .

In den quadratischen Mittelwerten sind auch die Einflüsse etwaiger systematischer Fehler enthalten. Sie charakterisieren die Punktgenauigkeit besser als der mittlere Gewichtseinheitsfehler, weil dieser besonders bei wenig Paßpunkten eigentlich nur die innere Blockgenauigkeit angibt.

In Kolonne 13 ist der Quotient  $M_p/m_p$  aufgeführt ( $M_p = M_p/\text{Bildmaßstab}$ ). Die ausgeglichenen Bodenkoordinaten sind eine Funktion der beobachteten Bildkoordinaten. Ihre mittleren Punktfehler müssen daher mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz bestimmt werden. Aus numerischen Gründen (vgl. [1]) kommt jedoch eine Teilinvertierung des Normalgleichungssystems nicht in Frage, geschweige denn eine volle Inversion. Man kennt daher die Kofaktoren, die mit  $m_p$  zu multiplizieren sind, nicht. Andererseits ist deren Größe aus Untersuchungen an theoretischen Blöcken bekannt. So darf man für eine gegebene Paßpunktverteilung einen Mittelwert schätzen und ihn mit dem in Kolonne 13 enthaltenen Wert vergleichen. Stimmen die beiden Werte nicht überein, so ist das systematischen Restfehlern, die sozusagen unbemerkt durch die Ausgleichung geschlüpft sind, oder Spannungen im vorhandenen Festpunktnetz zuzuschreiben.

Bei den beiden ersten Versuchen ist der zu erwartende Wert bedeutend kleiner (zwischen 1,0 und 1,5). Es liegt der Fall

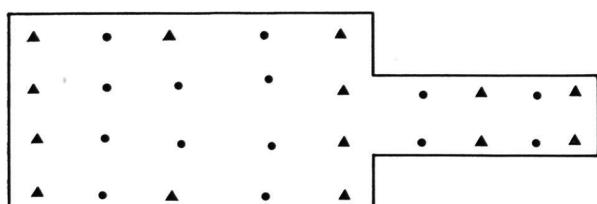


Abb. 4 14 Vollpaßpunkte und 14 Höhenpaßpunkte

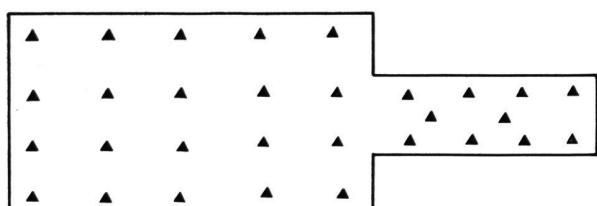


Abb. 5 30 Vollpaßpunkte

<sup>4</sup> Das Programm BUEND lässt für die Bildkoordinaten verschiedene Gewichte zu. So ist es zum Beispiel möglich, die Punkte am Bildrand mit kleineren Gewichten zu versehen.

vor, wo der mittlere Gewichtseinheitsfehler eine zu optimistische Schätzung der erreichten Genauigkeit angibt. Diese Erscheinung ist auch bei anderen Blöcken zu beobachten; sie beruht, wie erwähnt nebst systematischen Fehlern an den Bildkoordinaten, auch auf Zwängen im vorhandenen Paßpunktnett. Die beiden Einflüsse sind übrigens eng miteinander verbunden, denn die systematischen Fehler an den Bildkoordinaten bewirken ja eine Deformation des Blockes, so daß eine Einpassung auf die vorhandenen Festpunkte nicht mehr ohne Zwang möglich ist. Es ist somit äußerst schwierig, zu beurteilen, ob diese Zwänge nun vom Festpunktnett herrühren oder von systematisch verfälschten Bildkoordinaten.

Bei den Versuchen 3 und 4 stimmen die Werte in Kolonne 13 mit den erwarteten Werten etwa überein. Das Paßpunktnett hat also die systematischen Fehler aufgefangen. Deshalb sind auch die mittleren Gewichtseinheitsfehler entsprechend höher ausgefallen.

Bis jetzt sind wir immer davon ausgegangen, daß die Kontrollpunkte fehlerlos sind. Würde man unter sonst gleichen Voraussetzungen den ganzen Versuch im Bildmaßstab 1:5000 wiederholen, so würden dadurch die photogrammetrisch bestimmten Punkte etwa um einen Faktor 2 besser; das heißt, man könnte mit  $M_p$ -Werten von  $\pm 4$  cm bis  $\pm 5$  cm rechnen. In diesem Fall stellt sich die Frage, welcher der beiden Werte (photogrammetrisch oder terrestrisch) bestimmt denn überhaupt besser ist.

Die durch die Ähnlichkeitstransformation hergeleiteten Bildkoordinaten (Versuche b) führen durchwegs zu etwas besseren Resultaten als die mittels affiner Transformation gefundenen Koordinaten (Versuche a). Der Unterschied ist allerdings unbedeutend, obwohl zwischen den Bildkoordinaten Differenzen bis zu  $17 \mu\text{m}$  auftreten! Dieses auf den ersten Blick erstaunliche Ergebnis – man würde doch eher eine Überlegenheit der affinen Transformation vermuten – ist natürlich zurückzuführen auf die Schwierigkeit der Bestimmung von Sollkoordinaten für die Rahmenmarken aus den Kalibrierungswerten (vgl. II 2.).

Die Lagegenauigkeit nimmt von Versuch 3 zu Versuch 4 um knapp 1 cm zu, obwohl bei Versuch 4 mehr als doppelt so viele Lagepaßpunkte vorhanden sind. Setzt man  $M_p$  in Beziehung zur Anzahl der Paßpunkte, so schneidet Versuch 3 am besten ab.

Wie die letzte Zeile in Tabelle 2 zeigt, sind die Ergebnisse der provisorischen Blockausgleichung mit Polynomen (mit dem Programm von Schut berechnet, vgl. [3]) sehr gut ausgefallen. Man muß jedoch bedenken, daß es sich dabei ebenfalls um eine voll analytische Blocktriangulation handelt; bei der «normalen» Polynomausgleichung wird man die Modellkoordinaten nicht rechnerisch aus Bildkoordinaten bestimmen, sondern an einem Auswertegerät messen. Abschnitt IV zeigt die Auswirkungen auf die Genauigkeit, die dadurch entstehen.

## 2. Höhengenauigkeit

Kolonne 10 in Tabelle 2 zeigt die erreichte Höhengenauigkeit  $M_H$ . In Kolonne 14 ist deren Verhältnis zur Flughöhe  $H$  ausgedrückt. Es ist klar, daß beide Werte mit zunehmender Anzahl von Höhenpaßpunkten abnehmen.

Bezüglich der Verteilung von Höhenpaßpunkten sind nur die beiden letzten Versuche als «vernünftig» anzusehen. Geraade aus diesem Grund ist das Resultat bei Versuch 2 bemerkenswert: hier liegen überhaupt keine Paßpunkte im Blockinnern vor. In den beiden letzten Versuchen wird die Grenze von 0,1% erreicht, die Höhengenauigkeit darf daher als gut angesehen werden.

Beim Block Gramastetten wurden die Landeskoordinaten (Lage und Höhe) nicht in ein kartesisches Koordinatensystem transformiert. Die Höhengenauigkeit enthält daher einen systematischen Anteil infolge der nicht berücksichtigten Erdkrümmung. Der Einfluß macht sich vor allem beim Versuch 1 und 2 bemerkbar; bei den beiden andern Versuchen wird er durch die Höhenpaßpunkte praktisch aufgehoben.

## 3. Verteilung der Restfehler

In Abbildung 6 sind die Differenzen zwischen terrestrisch und photogrammetrisch bestimmten Punkten für den Versuch 3b in Form eines Histogrammes festgehalten. Die Klassengröße beträgt 5 cm, und die Verteilung entspricht, ohne dies hier statistisch zu begründen, einer Normalverteilung.

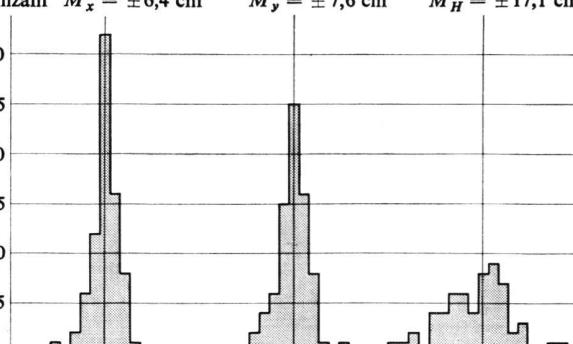
Abbildung 7 zeigt für den gleichen Versuch die Verteilung der Differenzen im Block. Daraus sind systematische Einflüsse erkennbar, die an verhältnismäßig kleine Gebiete gebunden sind. Es ist deshalb angebracht, von relativer oder Nachbargenauigkeit zu sprechen, ein Begriff, den man vor allem bei Grundbuchvermessungen gern bevorzugt. So beträgt zum Beispiel die relative Genauigkeit im Testfeld (vgl. Abb. 1)  $\pm 7,7$  cm für die Lage und  $\pm 13$  cm für die Höhe.

## IV Vergleich mit dem OEEPE-Versuch Gramastetten

Der mittlere Streifen vom Block Gramastetten war Gegenstand einer experimentellen Untersuchung der OEEPE (Organisation Européenne d'Études Photogrammétriques Expérimentales). Der Zweck lag vor allem darin, einen Streifen mittlerer Länge mit möglichst vielen verschiedenen Auswertegeräten zu messen.

Die Streifenbildung erfolgte analog (mit den Universalgeräten A 7 und C8), semi-analytisch und analytisch. Die so gebildeten Streifen wurden quadratisch auf die vorhandenen Paßpunkte ausgeglichen (vgl. Abb. 8). Hierauf stellte man die quadratischen Mittelwerte der Differenzen zu den Kontrollpunkten fest.

Abb. 6 Verteilung der Koordinatendifferenzen bei Versuch 3b  
Anzahl  $M_x = \pm 6,4$  cm       $M_y = \pm 7,6$  cm       $M_H = \pm 17,1$  cm



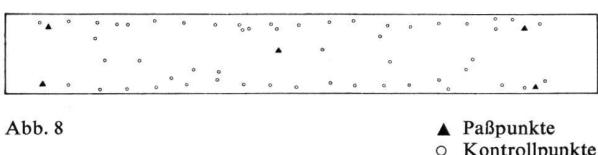
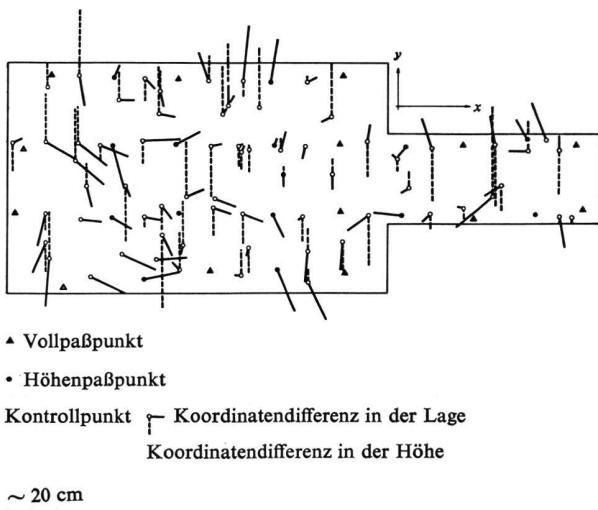


Tabelle 3 zeigt zusammenfassend die in [4] mitgeteilten Werte. Die analytische Streifenbildung ging von Bildkoordinaten aus, gemessen an einem Zeiss-(PSK-) und Wild-(STK-)Komparator. Vergleicht man diese Werte mit den durch die Bündelausgleichung erhaltenen, so ist ein Genauigkeitsgewinn festzustellen, der der strengeren Ausgleichungsmethode zuzuschreiben ist. Die Verbesserung gegenüber den anderen Methoden (semi-analytisch und analog) ist hauptsächlich auf das überlegene Meßmittel (Komparator gegenüber Auswertegerät) zurückzuführen.

## V Schlußbemerkungen

Die in Tabelle 2 mitgeteilten Ergebnisse zeigen die Leistungsfähigkeit der Bündelmethode. Es wäre aber ohne weiteres denkbar, noch bessere Resultate zu erhalten, indem

Methode der Streifenbildung	$M_P$ [cm]	$M_H$ [cm]
analog	49	54
semi-analytisch	44	48
analytisch	26	38
Bündelmethode	19	38

Tabelle 3

man gewisse Parameter der inneren Orientierung der Meßkammer ebenfalls als Unbekannte einführt und durch die Ausgleichung bestimmen läßt. Solche Versuche wurden von Müller bereits mit Erfolg durchgeführt (vgl. [5]). Dabei sollte aber eine gewisse Vorsicht am Platze sein, denn die bei einem Block gefundene beste Kombination von neu eingeführten Unbekannten läßt sich nicht ohne weiteres auf andere Blöcke anwenden, da die systematischen Fehler und ihre Auswirkungen von Fall zu Fall verschieden sind. Liegen daher keine Kontrollpunkte vor, so tappt man beim Versuch, systematische Fehler zu eliminieren, mehr oder weniger im dunkeln.

Die hier gefundenen Resultate dürfen sich aber auch ohne das zusätzliche Einführen von Parametern der inneren Orientierung oder nachträgliche Interpolation sehen lassen, besonders wenn man bedenkt, daß die Originalfilme nach sechs Jahren auf Glasplatten kopiert wurden, daß also der Einfluß von Filmschrumpfung und Verzug der Emulsion größer ist.

Eine überschlagsmäßige Berechnung der Grundkosten ergab beim Block Gramastetten einen Aufwand von rund 35 Franken pro Modell. Von diesem Betrag entfallen etwa drei Viertel auf die Messung der Punkte (Operateur und Komparatormiete), und der Rest betrifft die eigentlichen Rechenkosten (Rechenzeit und Arbeitszeit).

Abschließend sei erwähnt, daß alle Computerprogramme, die am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH-Z bei einer Blockausgleichung nach der Bündelmethode angewendet werden, in [6] ausführlich beschrieben und dokumentiert sind.

Es bleibt mir zum Schluß die angenehme Pflicht, der *Schweizerischen Schule für Photogrammetrie-Operateure St. Gallen*, insbesondere Herrn I. Kovács, zu danken für das zur Verfügung gestellte, ausgezeichnete Meßmaterial.

## Literatur

- [1] T. Schenk: Arbeiten und Entwicklungen zur analytischen Photogrammetrie am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH-Z. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtchnik 3/72, S. 82-89.
- [2] A. Elmiger: ALGOL-Programm Netz-3D. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH-Z. Computerprogramme Nr. 1, Dezember 1972.
- [3] G.H. Schut: A FORTRAN-Program for the adjustment of strips and of blocks by polynomial transformations. NRCC-9265, Februar 1968.
- [4] OEEPE: Rapport sur l'essai «Gramastetten». Nr. 7, Juni 1972.
- [5] H. Bauer, J. Müller: Höhengenauigkeit bei der Blockausgleichung und Bündelausgleichung mit zusätzlichen Parametern. Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr. G. Lehmann, Oktober 1972, S. 7-44.
- [6] T. Schenk: FORTRAN-Programme zur analytischen Blockausgleichung nach der Bündelmethode. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH-Z. Computerprogramme Nr. 2, Dezember 1972.