

Zeitschrift: Mensuration, photogrammétrie, génie rural
Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) =
Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF))
Band: 70-F (1972)
Heft: 4

Artikel: Konzeptionelle und fehlertheoretische Betrachtungen zur Erstellung
eines geodätischen Weltsystems mit Hilfe der Satellitengeodäsie
Autor: Schmidt, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-225007>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 24.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Konzeptionelle und fehlertheoretische Betrachtungen zur Erstellung eines geodätischen Weltsystems mit Hilfe der Satellitengeodäsie

H. Schmidt

Zusammenfassung

Es werden die Möglichkeiten der bisherigen Satellitengeodäsie gezeigt und im Hinblick auf die Aufstellung eines geodätischen Weltsystems untersucht. Sodann werden die in naher Zukunft zu erwartenden praktischen Resultate erörtert.

Résumé

On démontre les possibilités de la géodésie aux satellites en usage et les conséquences sur un système mondial sont traités. Les résultats pratiques qu'on attend dans un délai assez court sont discutés.

Das Meßproblem der Geodäsie befaßt sich, gemäß Helmerts Definition der Aufgabe der Geodäsie, als Wissenschaft mit der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche. Da diese Definition in Helmerts Abhandlung über «Die mathematischen und physikalischen Theorien der Höheren Geodäsie» gegeben ist, folgt, daß Helmert dem Begriff «Ausmessung» qualitativ gesehen sowohl einen geometrischen wie auch physikalischen, das heißt potentialtheoretischen Inhalt unterlegte. Um für den Zweck dieser Betrachtungen eine etwas mehr gegliederte Aufgabenstellung der Geodäsie zu erhalten, kann man in grundsätzlicher Übereinstimmung mit der zitierten Definition sagen, daß es die Aufgabe der Geodäsie ist,

einmal die Geometrie der Erdoberfläche zu bestimmen – dies schließt natürlich auch die Topographie des Meeresbodens und die Form der Oberfläche aller wesentlichen Wassermassen ein –, und zum anderen eine mathemati-

sche Beschreibung des Schwerefeldes der Erde zu liefern, wobei unter Vernachlässigung der Lufthüllenmasse dieses Kraftfeld von der Erdmasse erzeugt wird, die durch deren Oberfläche begrenzt wird.

Somit stehen beide Teilaufgaben entweder direkt oder indirekt in Abhängigkeit von der Gestalt der Erde, und die Forderung ist vertretbar und in idealem Sinne sogar notwendig, daß sich die Lösungen beider Probleme auf ein einheitliches Koordinatensystem beziehen müssen.

Trotz der mit einer solchen Konzeption stillschweigend akzeptierten statischen Natur der geodätischen Hauptaufgaben ist es wohl bekannt, daß der dynamische Charakter des Universums, das heißt die von der Erde bei der Umkreisung der Sonne ausgeführten Bewegungen, eine meßmethodische Kopplung der geodätischen Messungen mit dem Bezugssystem der metrischen Astronomie nötig machen. Damit wird aber gesagt, daß abgesehen vom Maßstab das geodätische Bezugssystem mit dem Rektaszension-Deklinationssystem der metrischen Astronomie als dreidimensionales euklidisches Koordinatensystem vorgegeben ist. Dabei wird das astronomische System als in Ruhe befindlich angenommen, es bezieht sich also auf eine bestimmte Epoche. Da für alle praktischen Belange die Fixsterne im Unendlichen liegen, ist das astronomische System unempfindlich gegenüber Translationen. Sein mit dem Mittelpunkt der astronomi-

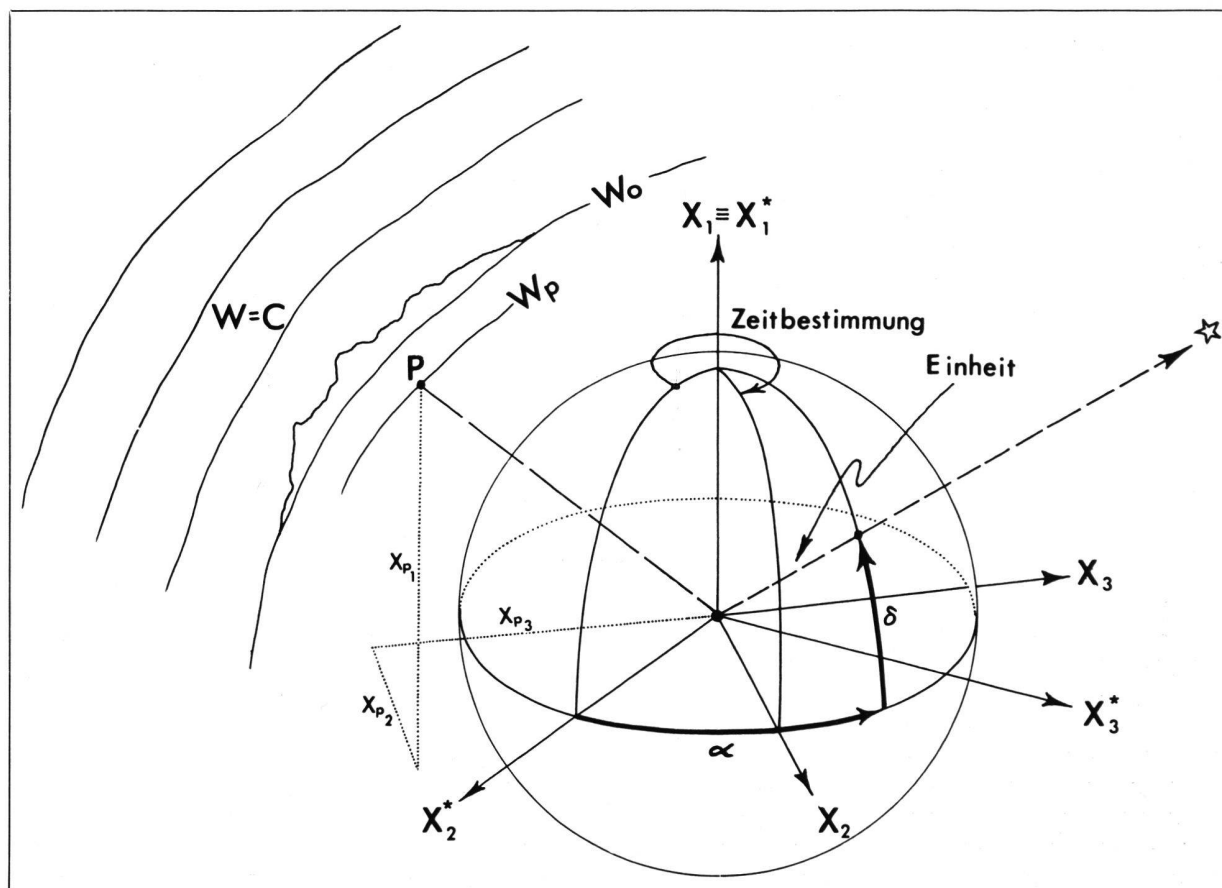


Abb. 1

schen Einheitskugel definierter Koordinatenursprung kann deshalb ohne weiteres mit dem Schwerpunkt der Erde identifiziert werden. Die Orientierung dieses Koordinatensystems für die Zwecke der Geodäsie wird dadurch erreicht, daß eine der drei Systemachsen die Richtung der Erddrehachse für eine bestimmte Epoche definiert (zum Beispiel für die mittlere Pollage der Jahre 1903–1905, gewöhnlich als «Internationaler konventioneller Pol» bezeichnet). Die beiden anderen Achsen liegen dann in der Äquatorialebene der Erde. Wenn man das System als raumfest betrachtet, beschreibt eine der Koordinatenebenen, die nun auch die Richtung der Erddrehachse enthält, an der astronomischen Einheitskugel den Nullmeridian der Rektaszension. Läßt man jedoch das Koordinatensystem als ein erdfestes System an der Erddrehung teilnehmen, dann dient diese Koordinatenebene als eine der Bezugsebenen für erdfeste Koordinaten. Beide Koordinatensysteme unterscheiden sich in ihrer Orientierung also nur durch einen um die Erddrehachse auflaufenden Winkel, der mit Hilfe der Universal-Zeit 1 (UT 1) als instantane Erdumlaufperiode gemessen wird. Dieser grundsätzliche Zustand ist in Abbildung 1 dargestellt.

Um den Massenschwerpunkt der Erde ist die Einheitskugel des astronomischen Systems beschrieben. Die Koordinatenrichtungen sind x_1^* , x_2^* , x_3^* . Das astronomische Bezugsbündel ist schematisch durch die Richtung nach einem einzelnen Stern angedeutet. Das um den Erdrotationswinkel verdrehte x -System ist das geodätische, geozentrische Weltkoordinatensystem, in dem die Gestalt der physikalischen Erdoberfläche festzulegen ist, schematisch durch die dreidimensionale Lage eines Punktes P angedeutet. Die Bestimmung des Schwerfeldes ist dann nach Bruns in der Aufgabe zu sehen, alle Niveauflächen $W = \text{const.}$ zu bestimmen, wobei für die angewandte Geodäsie vor allem die Schar von Niveauflächen von besonderem Interesse ist, welche die Topographie der Erdoberfläche einschließen. Traditionell wird dabei dem Geoid, W_0 , das heißt jener Äquipotentialfläche besondere Aufmerksamkeit geschenkt, die sich weitgehendst der Meeresoberfläche anpaßt. Grundsätzlich könnte man aber auch sagen, daß die zuvor genannten beiden Hauptaufgaben der Geodäsie gelöst wären, wenn man für jeden Punkt im Raum seine geozentrischen Koordinaten X_1, X_2, X_3 und als Funktion eines solchen Ortes die entsprechenden Komponenten des Schwerevektors,

$$\frac{\delta g}{\delta X_1}, \frac{\delta g}{\delta X_2}, \frac{\delta g}{\delta X_3}$$

angeben könnte. Bei dieser Konzeption ist es auffallend, daß die Einführung einer Bezugsfläche, wie sie als Rotationsellipsoid so im Vordergrund der klassischen Geodäsie steht, zunächst nicht als unerlässlich erscheint. Tatsächlich werden wir sehen, daß dies für die Lösung der ersten Teilaufgabe der Bestimmung der Geometrie der physikalischen Erdoberfläche auch nicht erforderlich ist, wenn die Aufgabe ausschließlich mit Hilfe der Satellitentiangulation gelöst wird. Für den zweiten Teil, die Bestimmung des Schwerfeldes, ist diese Frage in gewisser Hinsicht etwas anders gelagert. Während man der Aufgabe der Bestimmung der Gestalt, das heißt der Geometrie des Erdkörpers, mit der Einführung eines dreidimensionalen, euklidischen Koordinatensystems vom konzeptionellen Standpunkt gerecht wird, verlangt bereits das Konzept der ungestörten Satellitenumlaufbahn,

fußend auf den drei Keplerschen Gesetzen der Planetenbewegungen, die Annahme eines homogenen oder zumindest eines aus homogenen Schichten bestehenden kugelförmigen Bezugskörpers, im Einklang mit einem Schwerepotential von der Form

$$V = \frac{KM}{r} \quad (1)$$

Entwickelt man in üblicher Weise das Schwerepotential der Erde nach einer Reihe von Kugelfunktionskoeffizienten, so erhält man den bekannten Ausdruck für das Potential V als

$$V = \frac{KM}{r} \left(1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n J_n P_n \cos \theta - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n (J_{nm} \cos m\lambda + K_{nm} \sin m\lambda) P_{nm} \cos \theta \right) \quad (2)$$

wobei J_n die zonalen und J_{nm} , K_{nm} die tesseralen Koeffizienten bezeichnen. Da die mit J_2 ausgedrückte Abplattung der Erde die dominante Abweichung von der Kugelgestalt darstellt, wird mit der Bestimmung des entsprechenden Rotationsellipsoides ein für die Erschaffung eines geodätischen Weltsystems wichtiger Beitrag geliefert. Mit Rücksicht auf die bisher entwickelten Gedankengänge ist die Oberfläche dieses Bezugskörpers als zweidimensionale, gekrümmte Fläche zu betrachten, die in den dreidimensionalen Raum des geozentrischen Bezugssystems eingebettet ist. Sie gibt damit, wie Abbildung 2 andeutet, die Möglichkeit, die cartesischen, dreidimensionalen Lagekoordinaten X_1, X_2, X_3 in die ellipsoidischen Koordinaten der Breite (φ), Länge (λ) und ellipsoidischen Höhe (h) umzurechnen.

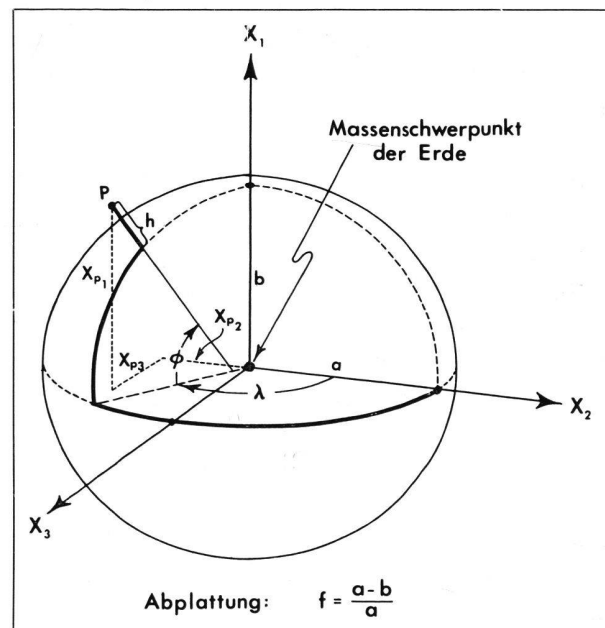


Abb. 2

Diese Koordinatentransformation ist eine Voraussetzung für die Verbindung der Meßresultate, die mit Hilfe der Satellitengeodäsie erstellt, und denen, die bei der Ausführung kontinentaler Triangulations- und Nivellementsnetze erhalten werden.

Das mit diesen einführenden Gedankengängen skizzierte geodätische Weltsystem wird also von einem dreidimensionalen, euklidischen Koordinatensystem gebildet, dessen Ursprung im Schwerpunkt der Erde liegt und dessen Orientierung gegen das System der metrischen Astronomie mit

Hilfe einer der instantanen Erddrehung entsprechenden Zeitmessung und den Polablagemessungen in strengem geometrischen Zusammenhang steht. In diesem dreidimensionalen Lösungsraum ist die analytische Beschreibung des Erdschwerefeldes zu lösen, wobei auch eine sich geometrisch als Rotationsellipsoid ergebende, aber potential-theoretisch bedeutungsvolle Bezugsfläche abgeleitet wird, die zum Träger der geodätischen ellipsoidischen Koordinaten Breite, Länge und Höhe wird. Diese Bezugsfläche dient somit den in der klassischen Geodäsie dem Datumsellipsoid zukommenden Aufgaben, vornehmlich als Bezugsfläche für die Berechnung kontinentaler Triangulationsnetze und zur Bestimmung der Geoidundulationen. Dieses System ist soweit wie nur irgend möglich ohne zusätzliche hypothetische Annahmen, das heißt also soweit wie möglich ausschließlich aus Messungen abzuleiten.

Wir wollen uns nun zunächst mit den Möglichkeiten der in den letzten zehn Jahren entwickelten Satellitengeodäsie befassen, um zu erkennen, inwieweit diese Methode uns dem soeben umrissenen Ziel der Aufstellung eines geodätischen Weltsystems vom theoretischen Standpunkt aus näher gebracht hat, und danach die heute vorliegenden und in der nahen Zukunft zu erwartenden praktischen Resultate betrachten.

Für das Verständnis der Methode der sogenannten dynamischen Satellitengeodäsie ist es dabei wichtig, sich klarzumachen, daß nicht der Satellit selbst, sondern die zeitkorrelierte Form seiner Umlaufbahn die für die Geodäsie bedeutungsvolle Information darstellt. Der Satellit selbst ist dabei nur ein materialisierter Punkt dieser Bahn, der zu diskreten Augenblicken beobachtet wird, um damit die Geometrie seiner Umlaufbahn als Funktion der Zeit zu bestimmen. Ebenso wichtig ist es, sich zu vergegenwärtigen, daß auf Grund der zur Anwendung kommenden Gesetze der Himmelsmechanik alle bei der Bestimmung der geometrischen Form der Satellitenumlaufbahn in Erscheinung tretenden Orte, seien sie Satellitenpositionen oder Beobachtungsstationen, sich grundsätzlich in ihrer Lage auf den Massenschwerpunkt der Erde beziehen. Dieser Punkt ist also keine zu bestimmende Größe, sondern ergibt sich als natürlicher Koordinatenursprung aus dem grundsätzlichen Konzept der zur Anwendung kommenden Bahngleichungen.

Der Grundgedanke der dynamischen Satellitengeodäsie geht nun von der Möglichkeit aus, ein Modell einer Satellitenumlaufbahn als Funktion einer sich auf die Erddrehung beziehenden Zeit zu berechnen. Rein formalistisch ist dazu nur nötig, ein zum Beispiel durch Kugelfunktionen ausgedrücktes Schwerefeld anzunehmen, das man im Einklang mit der Form eines zur Zeit des Experimentes bestbekannten Geoides ableitet, also im einfachsten Fall aus einem Normalellipsoid, dessen große Halbachse und Abplattung mit Annäherungswerten angenommen werden. Zusätzlich verschafft man sich die Ortskoordinaten von einer Anzahl Punkte der physikalischen Erdoberfläche, wie sie von früheren geodätischen Messungen vorliegen, und interpretiert sie als Näherungswerte für Positionen, die sich auf den Massenschwerpunkt der Erde beziehen. Damit hat man sich ein Modell sowohl für die geometrische Anordnung einer Anzahl Punkte, die später als Satellitenbeobachtungsstationen in Erscheinung treten, wie auch für das durch eine angenommene Massenverteilung der Erde erzeugte Schwere-

feld geschaffen. Führt man nun ferner für den Satelliten bestimmte Anfangsbedingungen ein, das heißt seinen für eine diskrete Zeit auf den Erdmassenschwerpunkt bezogenen Ort und seinen dazugehörigen Geschwindigkeitsvektor, dann kann man die Umlaufbahnkurve zum Beispiel mittels numerischer Integration auf Grund von Differentialgleichungen berechnen, die aus den Newtonschen Gesetzen im Einklang mit den für das Schwerefeldmodell angenommenen Parametern aufgestellt werden. Es ist dabei nötig, zusätzliche Parameter zur Berücksichtigung der Schwerefelder der Sonne und des Mondes, des restlichen Luftwiderstandes sowie des Strahlungsdruckes der Sonne und des Erdgegenseins einzuführen. Damit erhöht sich die Komplexität dieser Rechnungen, ohne jedoch den Grundgedanken der geodätischen Auswertung zu beeinflussen. Nach der Berechnung der Satellitenumlaufbahn als Funktion der Zeit ist es einfach, gewisse geometrische Größen zu berechnen, wie sie zu einer bestimmten Zeit zwischen einem Satellitenbahnort und gewissen Beobachtungsstationen bestehen. Solche Größen können zum Beispiel entweder Richtungen oder Entfernungen zwischen Beobachtungs- und Satellitenort oder die Differenzen der Entfernungen nach benachbarten Bahnorten sein, also Größen, die mit optisch elektronischen Meßmethoden beobachtet werden können. Nimmt man vorübergehend an, daß solche Messungen fehlerfrei ausgeführt werden könnten, dann kann man erwarten, daß die gemessenen Werte mit den entsprechenden berechneten Werten bis zu dem Grade übereinstimmen, bis zu dem die für die Rechnungen angenommenen Ausgangswerte den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen. Diese Aussage beruht auf der Tatsache, daß die «berechneten» Meßwerte ausschließlich Funktionen der Parameter sind, die zur Festlegung des eingangs beschriebenen Modells zur Anwendung kommen. In Wirklichkeit werden sich Differenzen zwischen den berechneten und beobachteten Größen ergeben. Die Idee der Lösung beruht darauf, diese Differenzen durch geeignete Änderungen der ursprünglich angenommenen Modellparameter möglichst zum Verschwinden zu bringen. Da die Messungen – im Idealfall frei von systematischen Fehlern – mit unregelmäßigen Fehlern behaftet sind, wird die Berechnung der wahrscheinlichsten Parameterverbesserungen aus einer Ausgleichung erhalten, die die Summe der gewogenen Quadrate der Verbesserungen an den Meßwerten zu einem Minimum macht. Da das Schwerepotential mathematisch mit einem dreifachen Integral gegeben ist, das also über die gesamte Erde ausgedehnt werden muß, verlangt die praktische Lösung nicht nur überschüssige Beobachtungen, sondern auch eine möglichst dichte und gleichmäßige Verteilung der Meßwerte über die Erde. Außerdem muß gefordert werden, daß sich die beobachteten Satellitenbahnen annähernd gleichmäßig über den Inklinationsbereich verteilen. Eine andere, wohl auf eine Anregung von *Arnold* (1963) zurückgehende Entwicklung ersetzt die Beschreibung des Schwerefeldes durch Kugelfunktionen mit dem Potential einer dünnen Schicht unbekannter Dichte. Dieser Lösungsweg, für den *Koch* (Bonn) in Zusammenarbeit mit dem «Geodetic Research and Development Laboratory» des «National Geodetic Survey» der USA Pionierarbeit leistet, ist vom geodätischen Standpunkt ansprechender, da das Problem vom Gesichtspunkt der Grenzwertaufgabe der physikalischen Geodäsie her angefaßt wird und die Lösung

zu einem Oberflächenintegral führt, dessen Integrand hauptsächlich von der Dichteverteilung der Oberflächenelemente beeinflusst wird, die unter die Satellitenbahn zu liegen kommen. Außerdem ist dieser Lösungsweg an sich geeigneter, um Meßwerte der Oberflächenschwere mit Satellitendaten zu vereinen. Durch die geeignete Auswahl der Größe der Oberflächenelemente kann also diese Methode den verfügbaren Satellitenbeobachtungen und Oberflächenschwerdaten besser angepaßt werden. In beiden Methoden müssen jedoch die Integrale durch Summationsausdrücke entweder einer endlichen Anzahl von Kugelfunktionskoeffizienten oder einer endlichen Anzahl von Durchschnittsdichtewerten ersetzt werden, das heißt, praktische Kompromisse sind nötig, deren Auswirkung auf die Bestimmung der überaus großen Anzahl von Einzelparametern infolge der zwischen ihnen zweifellos bestehenden Korrelationen nicht ohne weiteres abgeschätzt werden kann. In der Praxis wird die an sich schon sehr große Zahl der zu bestimmenden Parameter weiter vermehrt, indem es nötig wird, gewisse systematische Fehler der Meßverfahren durch zusätzlich zu bestimmende Größen einzuführen.

Vom konzeptionellen Standpunkt her muß jedoch die Tatsache betont werden, daß die dynamische Satellitengeodäsie eine Methode liefert, die die eingangs genannten Aufgaben der dreidimensionalen Bestimmung von Oberflächenpunkten sowie der Beschreibung des Erdschwerefeldes in einem auf den Massenschwerpunkt bezogenen System ermöglicht. Im allgemeinen wird es dabei nötig, in bezug auf das astronomische Bezugssystem Richtungsmessungen nach dem Satelliten und rein geometrische Bahnvermessungen mittels Entfernungs- oder Entfernungsdifferenzmessungen zwischen Beobachtungsstation und Satellit auszuführen. Mit der Möglichkeit, die zwischen den Beobachtungsstationen bestehende Geometrie unter Anwendung der rein geometrischen Methode der Satellitentriangulation zu bestimmen, begegnet man bis zu einem gewissen Grade den dem gerade erwähnten Lösungsweg anhaftenden Mängeln und schaltet vor allem von vornherein die Korrelation aus, die zwischen den das Schwerefeld beschreibenden Parametern und den Stationskoordinaten besteht.

Die Methode beruht auf der gleichzeitigen Beobachtung des Satelliten und eines entsprechenden Teiles des Fixsternhimmels von mindestens zwei Beobachtungsstationen. Die räumliche Richtung zwischen diesen Beobachtungsstationen wird dabei unter Anwendung photogrammetrischer Gesichtspunkte auf rein geometrischer Grundlage, das heißt ohne jeden Bezug auf die Richtung und Größe der Schwerkraft errechnet. In einer die Erde umspannenden Anordnung solcher Stationen können aus diesen Richtungen die dreidimensionalen Ortslagen der Beobachtungsstationen berechnet werden, wobei sich das gewählte Koordinatensystem wie bei der Methode der dynamischen Satellitengeodäsie, allerdings mit einem unabhängig einzuführenden Koordinatenursprung, auf die einer bestimmten Epoche zugeordnete Orientierung der Erdachse relativ zum System der metrischen Astronomie bezieht. Da die Meßmethode grundsätzlich auf einer Interpolation der beobachteten Satellitenbahnpunkte in die Rektaszension-Deklinationenwerte der mit dem Satelliten gleichzeitig aufgenommenen Sterne beruht, ist die Messung als Relativmessung systematischen Fehlern weniger ausgesetzt. Dabei ist erwähnenswert, daß

dieser Interpolationsprozeß auch den Haupteffekt der Refraktion eliminiert, wodurch die Methode bis zu einem hohen Grade nicht vom Problem der Wellenausbreitung beeinflusst wird. Natürlich kann die absolute Genauigkeit der Methode höchstens die des astronomischen Bezugssystems erreichen.

Da wie erwähnt die Sterne sich praktisch im Unendlichen befinden, können die entsprechenden Richtungsmessungen nicht zur Maßstabsbestimmung herangezogen werden. Der Maßstab der geometrischen Satellitentriangulation wird vielmehr entweder durch Entfernungsbestimmungen nach dem Satelliten zum Beispiel durch die Messung der Lichtlaufzeit von kurzzeitigen Lasersignalen gemessen, oder aus den Ergebnissen von langseitigen Polygonzügen abgeleitet, wie solche zwischen Satellitenbeobachtungsstationen auf dem Festlande ausgeführt werden können.

Das aus der Satellitengeodäsie zu erwartende geodätische Weltsystem ist demnach eine Kombination der Resultate der dynamischen und der geometrischen Satellitengeodäsie. Die Vereinigung der beiden Resultate muß in bezug auf diejenigen Parameter geschehen, die beiden Lösungen gemeinsam sind, offensichtlich die Orte der Satellitenbeobachtungsstationen. Es ergibt sich somit die Forderung, die Satellitentriangulationsmessungen sowie die zur dynamischen Lösung erforderlichen Satellitenbahnbeobachtungen von möglichst vielen und vor allem den beiden Verfahren gemeinsamen Stationen auszuführen. Kleine Exzentrizitäten zwischen entsprechenden Beobachtungsstationen können durch klassisch geodätische Messungen bestimmt werden. Vom mathematischen Standpunkt ist die statistisch strenge Kombination beider Lösungen einfach, da sich wie erwähnt beide Resultate bezüglich der Orte der Beobachtungsstationen auf den gleichen Koordinatenrahmen beziehen mit dem einzigen Unterschied, daß bei der dynamischen Lösung der Massenschwerpunkt der Erde als Ursprung definiert ist, während bei der rein geometrischen Lösung der Koordinatenursprung willkürlich gewählt werden kann oder, gleichbedeutend, unabhängig vorgegeben werden muß, zum Beispiel durch die Wahl einer der Stationen als Koordinatenursprung. Eine solche Entscheidung ist aber nur zu treffen, wenn aus der Satellitentriangulation selbst ein quantitatives Resultat zu berechnen ist. Dabei ist, wie zuvor erwähnt, auch noch die Einführung zumindest eines unabhängigen Maßstabes erforderlich. Man erkennt aus diesen Verhältnissen, daß der der Satellitentriangulation eigene Informationsinhalt sich nur auf die Richtungen zwischen den Beobachtungsstationen bezieht, was auch aus der Tatsache hervorgeht, daß ursprünglich nur absolute Richtungen gemessen werden. Nach der Einführung eines Maßstabes erscheint der Informationsinhalt der Lösung in Form von Koordinatendifferenzen zwischen den Stationen, und erst nach Festhalten eines Koordinatenursprungs wird das entsprechende Normalgleichungssystem, wenn es bezüglich der Stationskoordinaten als variable Größe aufgestellt wurde, invertierbar. Es ist ohne Schwierigkeit und von verschiedenen Gesichtspunkten aus möglich, zu zeigen, daß die quantitative und qualitative Vereinigung beider Lösungen durch die Summierung der beiden Normalgleichungssysteme zustande gebracht wird. Diese numerische Operation wird bewerkstelligt, ehe in der Satellitentriangulationslösung ein bestimmter Koordinatenursprung eingeführt

wird, und kann entweder ohne oder mit zusätzlichen Maßstabsbedingungen ausgeführt werden. Im ersten Falle, das heißt ohne zusätzliche Maßstabsbestimmung, bewirkt die geometrische Satellittriangulation, daß die endgültigen Stationskoordinaten die aus der Satellittriangulation resultierenden Stationsrichtungen respektieren. Bei der Verschmelzung nach Einführung zusätzlicher Maßstabsbestimmungen ergibt sich eine interessante Lösung, wobei der in der dynamischen Lösung wirkende Maßstab als Funktion des Produktes aus Gravitationskonstante und Erdmasse nun dem rein geometrisch definierten Maßstab der Satellittriangulation gegenübersteht. Ein sich möglicherweise ergebender Maßstabsunterschied dürfte ein interessantes Nebenprodukt bei der Aufstellung eines kombinierten geodätischen Weltsystems bringen.

Nach der Erstellung der Kombinationslösung werden für 45 ziemlich gleichmäßig über die Erdoberfläche verteilte und etwa 4000 km voneinander entfernte Stationen die dreidimensionalen, auf den Massenschwerpunkt bezogenen Lagekoordinaten vorliegen. Das Schwerefeld der Erde ist, wenn wir Kugelfunktionen als mathematisches Hilfsmittel für seine Darstellung wählen, bis etwa zum 15. Koeffizientenpaar bestimmt, das heißt, die kürzesten wiedergegebenen Geoidundulationen sind etwa 1200–1500 km lang. Die nur mit der Grundperiode J_2 erhaltene Darstellung führt dabei zur Einführung eines Referenzellipsoides mit der Bestimmung seiner großen Halbachse und seiner Abplattung. Diese Figur dient einmal zur Berechnung der Amplitude der Geoidundulationen, zum anderen bietet sie sich als Träger der ellipsoidischen geodätischen Koordinaten und damit als Bezugsfläche für die Reduktion klassischer Triangulationen an.

Wir wollen uns nun die diesen Gedankengängen entsprechenden praktischen Meßprogramme, die bis jetzt zur Ausführung kamen, vor Augen führen. Zur Zeit des Abschusses des ersten künstlichen Erdsatelliten waren die geodätischen Wissenschaftler, zumindest in den USA, wenig vorbereitet, diese neue Errungenschaft für ihre Belange auszunutzen. Es ist deswegen erklärlich, daß das erste bedeutungsvolle Programm durch die Initiative der Astronomen zustande kam und unter der tatkräftigen Führung von *Whipple* vom Smithsonian Institut, Astrophysikalisches Observatorium, als ein weltweites Beobachtungsprogramm durchgezogen wurde. Aus dieser Sachlage ist es auch verständlich, daß die grundsätzliche Konzeption dieses Programmes geophysikalischen Charakters war und den geodätisch-geometrischen Belangen wenig Aufmerksamkeit schenkte. Dies kommt wohl klar zum Ausdruck durch die nur 15 Beobachtungsstationen, die innerhalb eines Gürtels von ungefähr $\pm 35^\circ$ Breite mit Ausnahme einer Station in Norwegen verteilt sind. Die Beobachtungsmethode für die Bestimmung der Satellitenbahn war optischer Natur, das heißt, es wurden zeitkorrelierte Richtungen zu dem von der Sonne beleuchteten Satelliten in bezug auf den mitphotographierten Teil des Fixsternhimmels gemessen. Infolge der relativ großen Objektivöffnung der zur Anwendung kommenden Aufnahmekammern konnten auch sehr viele kleine Satelliten beobachtet werden, wie zum Beispiel der etwa fußballgroße erste amerikanische Satellit. Der nicht besonders hohen Meßgenauigkeit der Methode wurde mit einer überwältigenden Menge von Beobachtungsdaten entgegengewirkt.

Die bisher erhaltenen Gesamtergebnisse dieses Programms sind in den beiden Veröffentlichungen unter dem Titel «Smithsonian Standard Earth» 1966 beziehungsweise 1969 herausgegeben worden.

Während das geophysikalische Resultat, die Bestimmung des Schwerefeldes, berechtigten Anspruch auf wertvolle Information machen kann, sind die geometrischen Parameter, die Stationskoordinaten, weniger sicher. Vom statistischen Standpunkt ist die Lösung nicht völlig streng und kann deshalb nicht ohne subjektive Gewichtsannahmen mit anderen Resultaten kombiniert werden. Vor allem sind aber nur drei Stationen dem noch zu erwähnenden geometrischen Weltnetz gemeinsam, was eine bedeutungsvolle Kombinationslösung sehr in Frage stellt.

Eine weitere völlig dynamisch konzipierte, auf der Dopplermessmethode fußende und wohl in jeder Hinsicht bemerkenswerte Lösung wurde mit Unterstützung vom USA-Verteidigungsministerium von *Anderle* beim Naval Weapons Laboratory in Zusammenarbeit mit dem Applied Physics Laboratory ausgeführt. Das primäre Interesse des Verteidigungsministeriums an der Bestimmung des Schwerefeldes ist offensichtlich, werden doch alle Artilleriegeschosse, vor allem weitfliegende Raketen, in ihrer freien Flugbahn weitgehendst vom Erdschwerefeld beeinflusst. Das Programm stützt sich auf über 100 ziemlich gleichmäßig über die Welt verteilte Stationen. Die Anzahl der zur Verfügung stehenden Transitsatelliten, meist in polaren Umlaufbahnen, ist mehr als genügend, da diese Satelliten als Navigationshilfen für das Verteidigungsprogramm laufend zur Verfügung gestellt werden.

In diesem Programm wurden nun auch Dopplermessungen auf fast allen Stationen des geometrischen Weltnetzes ausgeführt, so daß eine Kombinationslösung in fast idealer Form möglich sein wird. Der Nutzen dieser Lösung bleibt aber dem militärischen Sektor der USA vorbehalten, da die entsprechende dynamische Lösung Geheimhaltungsvorschriften unterliegt.

Die beiden dynamischen Programme wurden durch zwei geometrische weltweite Programme ergänzt. Das sogenannte Secor-Programm wurde vom Verteidigungsministerium durchgeführt und beruht auf der Entfernungsmessung zwischen Bodenstationen und dem einen Transponder tragenden Satelliten. *Rinner* (Graz) hat auf die dieser Trilaterationsmethode anhaftende ungünstige Fehlerfortpflanzung aufmerksam gemacht. Da das Programm sich nur auf eine die Äquatorialzone bedeckende Folge von Drei- und Vierecken stützt, wirkt sich dieser ungünstige Einfluß besonders aus. Der begrenzte Wert dieses Programms beruht jedoch hauptsächlich auf der Tatsache, daß die Feldbeobachtungen von einer Reihe nicht erfaßbarer, in sich wechselnder systematischer Fehler beeinflusst sind. Das Resultat hat meiner Meinung nach kaum eine Chance, zur Erstellung eines Weltnetzes beizutragen. Man kann bestenfalls hoffen, daß diese Messungen eine Interpolation von zusätzlichen, ursprünglich nicht im Weltnetz vorgesehenen Stationen ermöglichen.

Das andere und in weltweitem Sinne einzige bisher zur Ausführung gekommene rein geometrische Programm ist unter den Namen Pageos oder BC-4 Worldwide Geometric Satellite Triangulation Program bekannt geworden.

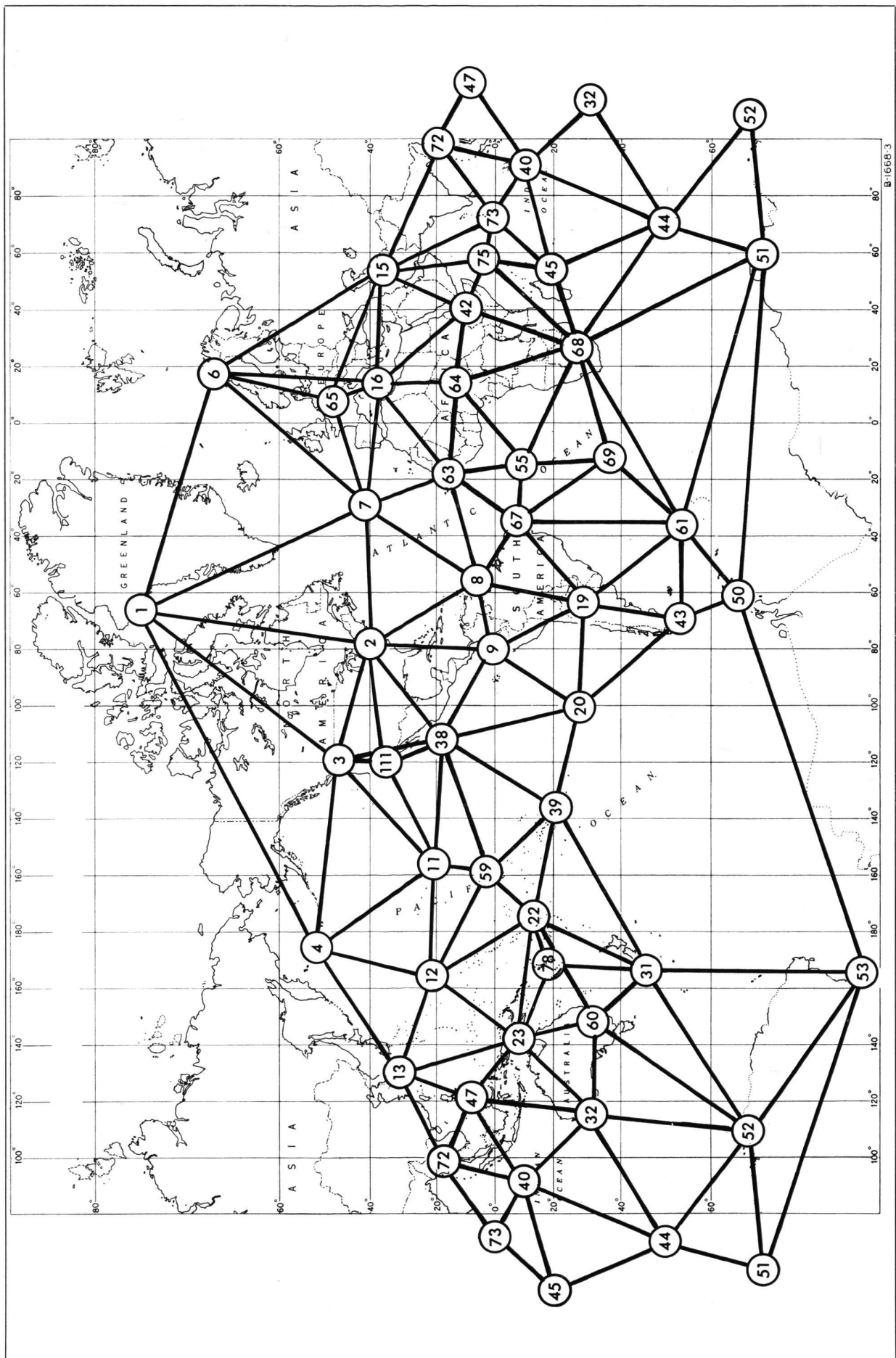


Abb. 3

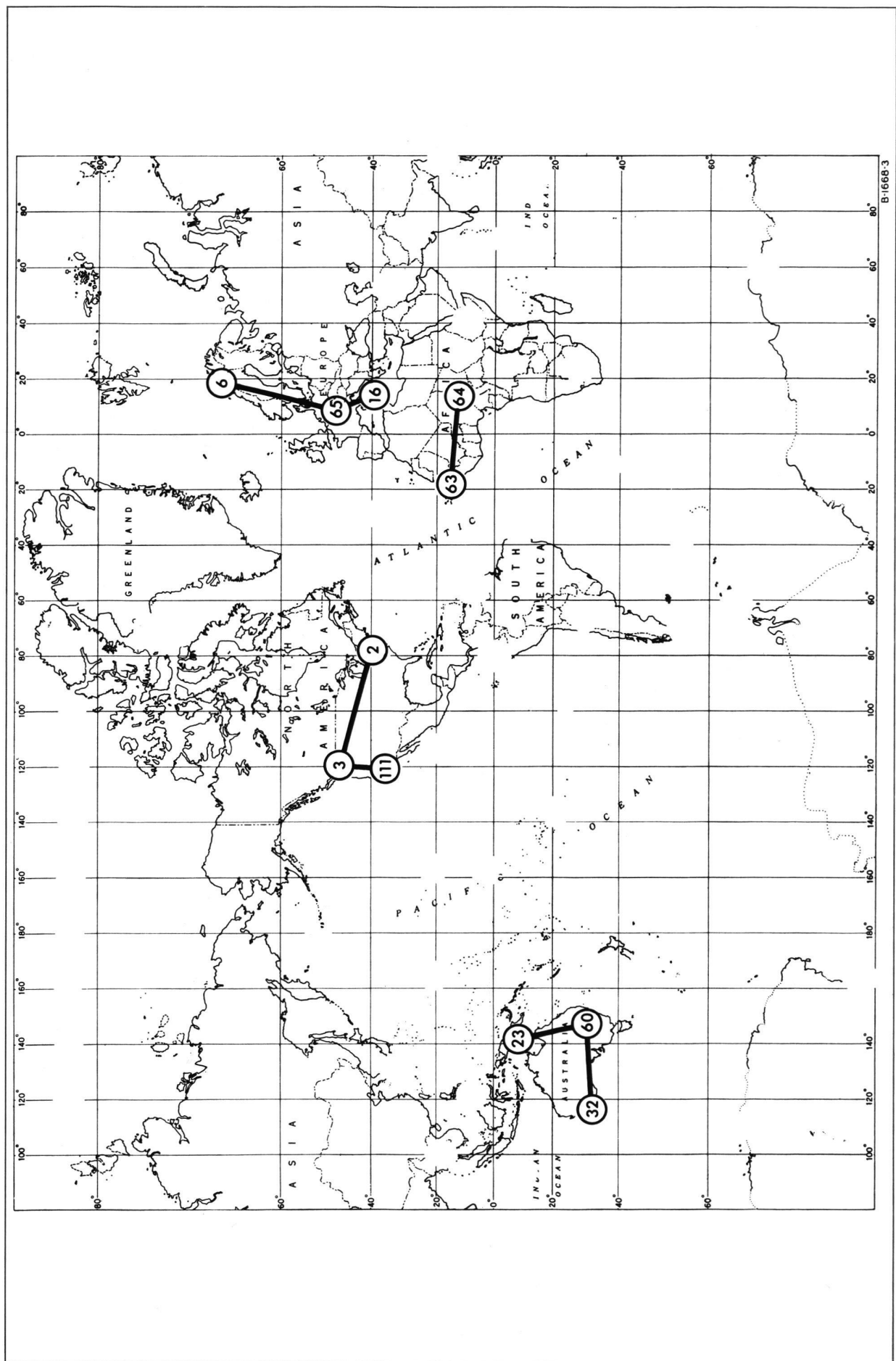


Abb. 4

Dieses Programm wurde in Zusammenarbeit mit dem USA-Verteidigungsministerium und dem National Geodetic Survey (früher Coast & Geodetic Survey) des Handelsministeriums durchgeführt. NASA lieferte den kugelförmigen Ballonsatelliten von 30 m Durchmesser, der praktisch der gleiche ist wie der Echo-I-Satellit, und schoß ihn im Juni 1966 in eine nominal polare, etwa 4600 km über der Erdoberfläche liegende Umlaufbahn. Seine Lebenszeit wird zurzeit bis etwa zum Jahr 2020 dauernd geschätzt. Die gesamte technische Leitung für dieses Programm liegt beim National Geodetic Survey. Außer für den Satelliten und dessen Abschluß belaufen sich die Kosten auf rund 20 Millionen Dollar. Davon wurden 78% vom Verteidigungsministerium, die restlichen 22% vom Handelsministerium finanziert.

Das in Abbildung 3 dargestellte Netz enthält 45 so gleichmäßig wie möglich angeordnete Stationen, deren Verteilung vor allem durch die Lage der Inseln in den Weltmeeren bestimmt ist, ein Grund für die 4000–4500 km langen Stationsentfernungen.

Der meßtechnisch wohl bedeutendste internationale Beitrag wurde mit der Erstellung von sechs unabhängigen Maßstabslinien erbracht, die in Abbildung 4 gezeigt werden. In Europa beteiligten sich Norwegen, Schweden, Dänemark, Deutschland, Österreich und Italien an der Messung der Maßstabslinie von Tromsö in Norwegen über Hohenpeißenberg südlich von München bis nach Catania auf Sizilien. Die gemeinsamen Anstrengungen mehrerer Länder ermöglichten die Bestimmung der Maßstabslinie von Fort Lamy in der Mitte von Afrika nach Dakar an dessen Westküste. In den USA wurde eine Ost-West-Maßstabslinie gemessen. Schließlich haben die australischen Behörden mit großem Aufwand zwei Maßstabslinien zwischen den drei den australischen Kontinent umgürtenden Satellitenstationen gemessen. Nach der Auswertung dieser Messungen weisen alle diese Maßstäbe mittlere Genauigkeiten von mindestens 1:2 Millionen auf.

Die Beobachtungen im Weltnetz wurden im November 1970 und die Auswertung im Juli 1972 beendet.

Insgesamt wurden 3600 photogrammetrische Aufnahmen erfolgreich ausgeführt, von denen 2496 ausgewertet wurden. Gleichzeitig stehen uns von sieben verschiedenen Satelliten Dopplerbeobachtungen über einen Zeitraum von insgesamt 21 Wochen zur Verfügung. Dieses Beobachtungsmaterial, das von 40 Stationen stammt, von denen 23 mit Stationen im geometrischen Netz übereinstimmen, wird wie bereits erwähnt in einer Kombinationslösung verwendet werden.

Um noch eine Darstellung des Fehlerhaushaltes für die im *Pageos*-Weltnetz zur Anwendung kommende photogrammetrische Methode zu geben, erscheint es zunächst einmal notwendig, das dieser Methode zugrunde liegende Meßkonzept etwas zu erläutern.

Der Zweck der geometrischen Satellittriangulationsmethode ist wie bereits erwähnt die dreidimensionale Lagebestimmung einer Anzahl von Punkten auf der physikalischen Erdoberfläche ausschließlich aus geometrischen Messungen. Dabei wird das Prinzip der Richtungsbeobachtung angewandt und Richtungen von den zu bestimmenden Stationen nach dem Satelliten gemessen. Dabei werden keine Annahmen oder Voraussetzungen in bezug auf irgendwelche Eigenschaften oder Kenntnisse der Satellitenbahn gemacht. Der Satellit dient lediglich als ein Hochzielpunkt, der von

mindestens zwei Stationen gleichzeitig beobachtet werden muß. Das Prinzip der Methode der geometrischen Satellittriangulation beruht dann darauf, eine Vielzahl von Einzelrichtungen nach Satelliten in einer dreidimensionalen Triangulation zu vereinen, wobei wegen der großen Entfernungen zwischen den zu triangulierenden Stationen diese gegenseitig nicht sichtbar sind. Die dazu auf den zu triangulierenden Stationen benötigten Satellitenrichtungen erhält man, indem man die in Einzelbilder aufgelösten Satellitenspuren in den Rahmen der zusätzlich photographierten Sterne interpoliert.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, das geometrische Prinzip dieser Triangulationsmethode darzustellen. Väisäläs Vorschlag, der der in den dreißiger Jahren von Hopmann und Lohmann angewandten Methode für die Flugbahnbestimmung von Geschossen entspricht, beinhaltet eine durchsichtige geometrische Erklärung. Zwei zusammengehörige, von den Endpunkten einer Strecke ausgehende Strahlen beschreiben eine Ebene im Raum, deren räumliche Orientierung aus den Richtungskosinus der beiden Strahlen berechnet werden kann (Abb. 5). Wenn zwei solche Ebenen bestimmt werden, kann die räumliche Richtung der Strecke als die Schnittgerade dieser beiden Ebenen berechnet werden (Abb. 6).

Wenn man nun zwei, von einer Station *A* ausgehende Richtungen \overrightarrow{AB} und \overrightarrow{AC} in der gerade beschriebenen Weise bestimmt hat, so kann man die Form und die räumliche Orientierung des Stationsdreiecks *ABC* erhalten, wenn man die Richtungen \overrightarrow{AB} und \overrightarrow{AC} mit einer Ebene schneidet, deren räumliche Lage durch Beobachtungen eines fünften Satellitenortes von der Station *B* und *C* aus erhalten wird (Abb. 7). Somit sieht man, daß fünf Ebenen für die eindeutige Bestimmung der räumlichen Orientierung eines Stationsdreiecks nötig und hinreichend sind. Jede dieser Ebenen enthält die Orte zweier Stationen und eines Satelliten-

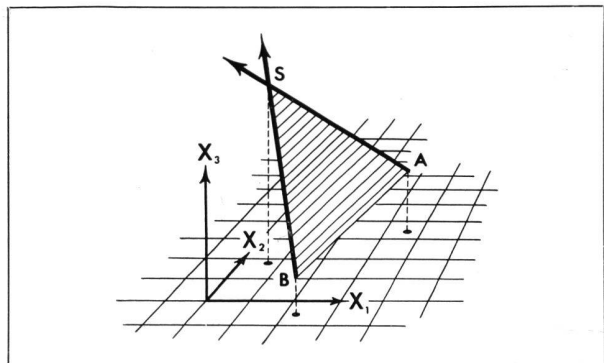


Abb. 5

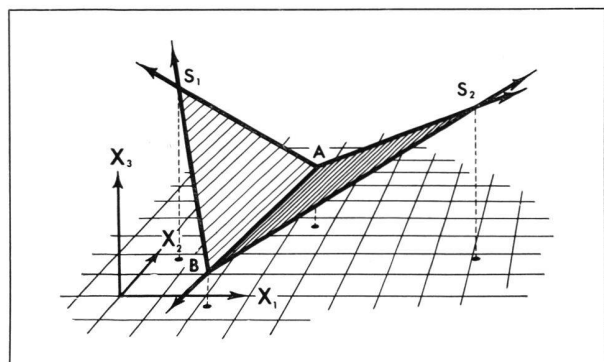


Abb. 6

bahnpunktes. Entsprechend sind also die Orte von fünf Satellitenbahnpunkten zusammen mit den Orten der drei Stationen A, B, C, das heißt also $(5 + 3) \times 3 = 24$ Unbekannte zu bestimmen.

Da jedes Paar gleichzeitig ausgeführter Satellitenbeobachtungen – oder, in anderen Worten, die Festlegung zweier sich im Raum schneidender Strahlen – Anlaß zu vier Gleichungen gibt, sind $5 \times 4 = 20$ Bestimmungsgleichungen vorhanden. Somit müssen zusätzlich $24 - 20 = 4$ unabhängig bestimmte, geometrische Bezugsgrößen gegeben sein. Von den verschiedenen, theoretisch möglichen Annahmen bieten sich dazu von selbst die drei Koordinaten einer der Stationen an, die grundsätzlich beliebig, zum Beispiel als der Koordinatenursprung, angenommen werden können. Ähnlich logisch ist es, als die vierte Annahme die Länge einer der Seiten des Stationsdreieckes zu wählen, womit der Maßstab der Satellittriangulation festgelegt wird. Insoweit es sich lediglich um die Erklärung des geometrischen Prinzips der Satellittriangulation handelt, genügt es, wenn diese Seitenlänge als Längeneinheit eingeführt wird.

Die Tatsache ist von Interesse, daß drei der notwendigen fünf Ebenen mit nur einem Satellitendurchgang erhalten werden können, wenn der beobachtete Satellitenort etwa über der Mitte des Stationsdreieckes liegt (Abb. 8). In einem solchen Falle ergibt sich das eindeutige Resultat mit der Bestimmung von $(3 + 3) \times 3 = 18$ Unbekannten, zu deren Berechnung $7 \times 2 = 14$ Bestimmungsgleichungen vorliegen. Wiederum müssen natürlich, wie zuvor, vier unabhängig bestimmte, geometrische Parameter zusätzlich eingeführt werden.

Vom Gesichtspunkt der numerischen Photogrammetrie kann das geometrische Prinzip der Satellittriangulation damit erklärt werden, daß die unbekannten Orte der Triangulationsstationen und die unbekannten Orientierungen der

Aufnahmekammern auf diesen Stationen den Aufnahmebedingungen der klassischen Luftphotogrammetrie entsprechen. Die unbekannten Satellitenbahnorte entsprechen den relativen Kontrollpunkten des Stereomodells, und die Sterne übernehmen die Rolle der absoluten Kontrollpunkte mit der Einschränkung, daß sie nicht zur Maßstabsbestimmung herangezogen werden können, da sie praktisch im Unendlichen liegen.

Das geometrische Konzept der photogrammetrischen Satellittriangulation muß jedoch vor allem für fehlertheoretische Betrachtungen im Hinblick auf die Tatsache interpretiert werden, daß auf jeder Station die Sterne (absolute Kontrollpunkte) zur Bestimmung der zur Rekonstruktion des photogrammetrischen Bündels notwendigen Elemente der inneren Orientierung, *zusammen mit* der Bestimmung der drei Rotationselemente der äußeren Orientierung, benutzt werden. Die Strahlenschnittbedingung, wie sie sich für jeden von mehr als einer Station aufgenommenen Satellitenbahnpunkt ergibt, wird grundsätzlich zur Bestimmung der drei Translationselemente der äußeren Orientierung (Bestimmung der Ortskoordinaten der Stationen) herangezogen. Damit wird die ungünstige Korrelation zwischen den Rotations- und Translationselementen der äußeren Orientierung, die für die Lufttriangulation typisch ist, vermieden, ein Vorteil, der sich in der günstigen Fehlerfortpflanzungscharakteristik der Satellittriangulation widerspiegelt und ohne den die Methode nicht sinnvoll wäre.

Der geometrische Inhalt der Satellittriangulation, in völliger Übereinstimmung mit den entsprechenden Überlegungen auf dem Gebiete der allgemeinen numerischen Photogrammetrie, wird damit auf eine Vielheit einzelner Strahlen zurückgeführt, deren Richtungen aus den entsprechenden Photogrammen bestimmt werden müssen. Somit muß die idealisierte Bedingung erfüllt werden, daß die drei Punkte – Objektpunkt (Satellit), Projektionszentrum (Triangulationsstation) und Bildpunkt (photographisches Abbild des Satelliten) – auf einer Geraden liegen. Diese Bedingung ist das geometrische Grundelement der Satellittriangulation, genauso wie es das notwendige und hinreichende Kriterium für jedwede photogrammetrische Triangulation ist.

Es ist wohl offensichtlich, daß nach der räumlichen Festlegung des ersten Stationsdreieckes der Bestimmung weiterer Stationen als Eckpunkte eines, sich an das erste Dreieck anschließenden Dreiecksnetzes nichts im Wege steht. Die Möglichkeit einer Maßstabsbestimmung vorausgesetzt, zum Beispiel durch unmittelbare Messung einer Seite in einer der räumlichen Triangulationsfiguren können somit die Orte einer Anzahl Punkte auf der physikalischen Erdoberfläche in einem einheitlichen dreidimensionalen Bezugssystem bestimmt werden.

Ganz unabhängig von den Abmessungen der einzelnen räumlichen Triangulationsfiguren verlangt, wie bereits erwähnt, der der Satellittriangulation unterliegende geometrische Grundgedanke die, zumindest im Prinzip, gleichzeitig ausgeführten Richtungsmessungen nach dem Zielpunkt – in unserem Falle dem Satelliten – von zumindest zwei Stationen aus.

Die damit klar herausgestellte Aufgabe einer Richtungsbestimmung – im Gegensatz zu einer bloßen Winkelmessung – bedingt, daß die photogrammetrische Orientierung der Aufnahmebündel in jedem Falle relativ zu einem ein-

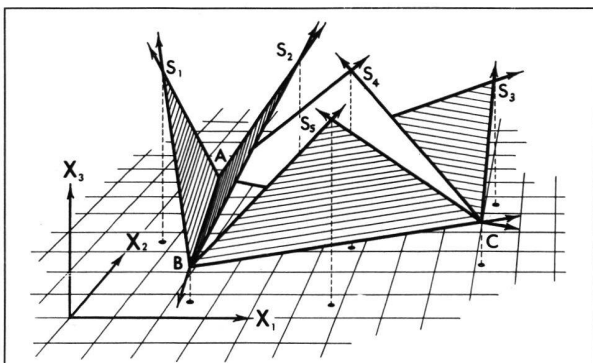


Abb. 7

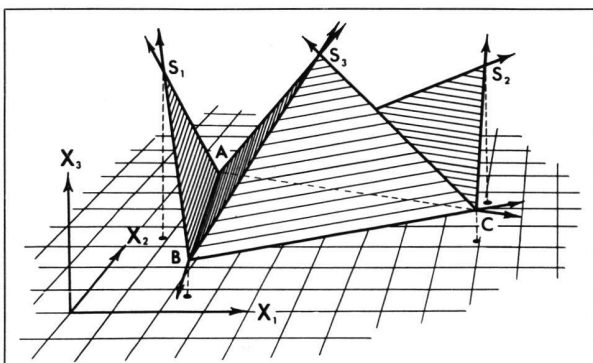


Abb. 8

Ein räumliches Koordinatensystem, in das die Richtung nach einem, sich genügend über den lokalen Horizont erhebenden Zielpunkt bezogen werden kann, ist das Rektaszensions-Deklinationssystem. Dieses die gesamte Erde umgebende Bezugssystem ist sowohl vom qualitativen wie quantitativen Standpunkt aus geeignet, da eine große Anzahl von genau vermessenen Bezugspunkten zur Verfügung steht. Besonders das Vorhandensein einer großen Anzahl solcher absoluten Kontrollpunkte ist für das photogrammetrische Meßprinzip wichtig, da die photogrammetrische Methode, bedingt durch die physikalische, chemische Natur ihrer zahlreichen Komponenten und Arbeitsvorgänge, nur dann höchsten Genauigkeitsansprüchen gerecht wird, wenn der entsprechende Meß- und Auswertevorgang als ein engmaschiges Interpolationsverfahren ausgeführt werden kann. Es soll deshalb hier besonders erwähnt werden, daß der Anspruch der Satellitentriangulation, ein von physikalischen Hypothesen freies und von systematischen Fehlern praktisch unbeeinflußtes Resultat zu gewährleisten, in erster Linie auf der Tatsache beruht, daß die photogrammetrische Richtungsbestimmung bei der Satellitentriangulation nicht nur mit Hilfe einer geometrischen Interpolation innerhalb des rekonstruierten photogrammetrischen Bündels erfolgt, sondern in gleichem Maße eine Interpolation in den physikalischen Vorgang der astronomischen Refraktion darstellt. Damit wird aber auch gesagt, daß die absolute Genauigkeit einer photogrammetrischen Satellitentriangulation hauptsächlich von der Qualität des Rektaszensions-Deklinationssystems, besonders aber von dessen Freiheit von systematischen Fehlern, abhängt.

Die Satellitenbilder beziehen sich dabei auf eine willkürliche Zeitfolge, die jedoch allen den Stationen gemeinsam sein muß, die einen bestimmten Satellitendurchgang beobachten, wie dies zum Beispiel von selbst geschieht, wenn das Satellitenbahnstück durch die Aufnahme einer Reihe aus dem Satelliten ausgestrahlter Lichtblitze fixiert wird.

Grundsätzlich wird es deshalb nötig, die Stationsorte mit Hilfe der Bedingung zu bestimmen, daß die einem bestimmten Satellitendurchgang zugeordneten Satellitenrichtungs-bündel sich der von Natur aus kontinuierlichen Satellitenbahn möglichst gut anschmiegen. Da es sich dabei nur um kurze Bahnstücke handelt (etwa 2% der Umlaufbahn), kann man die beobachtete Bahnkurve als Teil einer den Keplerschen Gesetzen unterliegenden Ellipsenbahn auf-fassen, was voraussetzt, daß sich die Satellitenrichtungen auf ein Inertialsystem beziehen, wie es das Rektaszension-Deklinationssystem genügend genau darstellt.

Eine solche Darstellung des Fehlerhaushaltes setzt einmal voraus, daß die entsprechenden systematischen Fehler genügend klein sind, zum anderen, daß das angewandte mathematische Modell für die Nachbildung des photographischen Aufnahmeprinzips genügend wirklichkeitsnah ist.

Abb. 9

Weiterhin muß die Voraussetzung erfüllt sein, daß die photographierten Abschnitte der Satellitenbahn von Natur aus einen solchen Charakter haben, der es gestattet, sie im qualitativen Sinne als Interpolationswerkzeug zu benutzen. Alle diese Annahmen müssen innerhalb solcher Genauigkeitsgrenzen zutreffen, daß der Einfluß der verbleibenden Unvollkommenheiten auf die Triangulationsberechnungen, im Vergleich zur Fortpflanzung der unregelmäßigen Fehler der angeführten fünf grundsätzlichen Fehlerquellen, größenordnungsmäßig klein bleibt.

Natürlich müssen auch alle weiteren sekundären Korrekturen wie Polbewegung, astronomische und parallaktische Refraktion, Satellitenphasenwinkel und Lichtlaufzeit der geometrischen und physikalischen Wirklichkeit mit einer solchen Genauigkeit entsprechen, daß die Auswirkung ihrer systematischen Restfehler gleichermaßen vernachlässigbar klein ist.

Die fehlertheoretisch strenge Behandlung der geometrischen Satellitentriangulationsmethode führt auch unter diesen Gesichtspunkten zu einem in sich korrelierten Matrizeschema. Die einzelnen Aufnahmen sind, was die photogrammetrische Reduktion anbelangt, unkorreliert, insoweit es sich um die Verarbeitung der gemessenen Stern- und Satellitenbildkoordinaten handelt. Für alle in ein Satellitentriangulationssystem eingeführten Aufnahmen steht jedoch nur eine, in einer gewissen Verteilung erscheinende, begrenzte Anzahl von Referenzsternen zur Verfügung. Folglich erscheinen gleiche Sterngruppen nicht nur mehrmals auf ein und derselben Aufnahme, bedingt durch die Sternbildregistrierung vor, während und nach dem Satellitendurchgang, sondern solche gleichen Sterngruppen werden auch auf mehreren Aufnahmen registriert. Bei der Beobachtung des Weltnetzes wurden Sterne bis zur 8. Größenordnung mit maximalem mittlerem Positionsfehler von $\pm 0,4$ aus dem SAO-Sternkatalog ausgewählt. Damit stehen etwa 20000 Sterne zur Verfügung. Mit einer mittleren Häufigkeit von etwa 100 dieser Sterne pro Aufnahme ergibt sich für die etwa 2500 im Weltnetz auszuwertenden Platten, daß jeder Stern auf ungefähr 10–15 Aufnahmen erscheint. Da strenggenommen bei der Auswertung für jeden beobachteten Stern sich nur ein Paar von Verbesserungen ergeben darf, sind die mathematischen Rekonstruktionen aller photogrammetrischer Aufnahmebündel und ihrer Orientierungen derart korreliert, daß sie eigentlich in einem Guß ausgeglichen werden sollten, selbst wenn man für die Sternorte in Unkenntnis bestehender Korrelationen unabhängige Gewichtsmatrizen akzeptiert.

Bei der räumlichen Triangulation der Aufnahmestationen werden nun die Satellitenrichtungen zur Rekonstruktion der Geometrie der aufgenommenen Satellitenbahnkurven verwendet. Die dabei zur Anwendung kommende Strahlenschnittbedingung – entweder direkt oder indirekt über die Anschmiegung an ein räumliches Bahnmodell – besitzt eine zusätzliche Orientierungsinformation, ähnlich der relativen Orientierung in der klassischen photogrammetrischen Auswertung. Da aber alle die Satellitenrichtungen bestimmen photogrammetrischen Bündelparameter und deren Orientierungsgrößen korreliert sind, ergibt sich mithin auch eine Korrelation zwischen allen aufgenommenen Satellitendurchgängen; das heißt, die Bestimmung der Orte der Beobachtungsstationen sollte zusammen mit der Bestimmung

aller aufgenommenen Satellitenbahnkurven aus einer gemeinsamen Ausgleichung erhalten werden, unter Einbezug der für die Gesamtheit aller rekonstruierten photogrammetrischen Bündel und deren Orientierungen bestehenden Varianz-Kovarianz-Matrix.

Die Auswertung der etwa 2500 im Weltnetz verfügbaren Photogramme verlangt die Berechnung von annähernd 50000 Interpolationsparametern. Für die etwa 1200 aufgenommenen Satellitendurchgänge müßten mehr als 7000 Satellitenbahnparameter bestimmt werden. Eine gleichzeitige Ausgleichung einer derartig großen Zahl unter sich korrelierter Unbekannten ist, auch mit den zurzeit zur Verfügung stehenden größten Rechenautomaten, weder ökonomisch vertretbar noch hinsichtlich der notwendigen Rechenschärfe verwirklichtbar.

Man ist deshalb zu Zugeständnissen gezwungen. Vom fehlertheoretischen Standpunkt aus ist die für jede einzelne Aufnahme getrennt auszuführende Bestimmung der photogrammetrischen Interpolationsparameter wohl der schwerwiegendste Kompromiß, denn diese Parameter bestimmen die absoluten Richtungen der interpolierten Satellitenbilder und sind somit von ausschlaggebender Bedeutung für die Bestimmung der räumlichen Orte der Beobachtungsstationen. Im Einklang mit den den Sternaten zugeordneten Gewichten werden dabei aus jeder einzelnen Bündelrekonstruktionsausgleichung, unabhängig von der Anzahl der Abbildungen eines bestimmten Sternes, für jeden Stern ein paar Verbesserungswerte für die entsprechenden Sternkatalogdaten erhalten. Somit werden nach der Ausführung aller in Betracht zu ziehenden Bündelrekonstruktionen für jeden Stern so viele Paare von Verbesserungswerten vorhanden sein, wie entsprechend oft das Abbild eines solchen Sternes auf verschiedenen Platten gemessen wurde.

Ausgehend von dem Gedanken, daß jede Ausgleichung prinzipiell ein allgemeines arithmetisches Mittel darstellt, bietet sich die Möglichkeit an, für jeden Stern ein bestimmtes Paar von Verbesserungen als das arithmetische Mittel der individuellen Verbesserungswerte zu berechnen. Es muß nur durch eine iterative Gewichtsbehandlung dafür gesorgt werden, daß der Gewichtseinheitsfehler aller Bündelrekonstruktionen nach der Ausgleichung sich gleich groß ergibt. Man könnte dann die Mittelwerte entsprechender Verbesserungen den ursprünglich gegebenen Sternortsdaten zuschlagen und die Berechnung aller Bündelrekonstruktionen wiederholen.

Die Bedeutung einer solchen Lösung hängt davon ab, inwieweit die «verbesserten Sternkoordinaten» in ihrer Gesamtheit ein Bezugssystem darstellen, das dem ursprünglich zur Verfügung stehenden Sternkatalog überlegen ist. In der Auswertung des Weltnetzes werden die «verbesserten Sternortkoordinaten» für die etwa 20000 zur Anwendung kommenden Sterne mitberechnet, um die sich ergebenden verbesserten Rektaszensions- und Deklinationswerte den Astronomen zur kritischen Beurteilung vorlegen zu können. Eine Wiederholung der Berechnung der Bündelnachbildungen ist jedoch aus finanziellen Gründen zurzeit nicht beabsichtigt.

Wie anfänglich erwähnt, müssen die unregelmäßigen Fehler der den Stern- und Satellitenaufnahmen zugeordneten Zeitbestimmungen in Betracht gezogen werden. In der Ausgleichung, die für die Nachbildung der einzelnen Aufnahme-

bündel ausgeführt wird, geschieht dies automatisch durch die Einführung von Verbesserungen für die Rektaszensionswerte. Da Rektaszension und UTI geometrisch gesehen dasselbe aussagen, ist es nur nötig, die Gewichte für die eingeführten Rektaszensionswerte unter Berücksichtigung der den Aufnahmeaugenblicken anhaftenden Zeitunsicherheiten zu berechnen. Für das im Weltnetz eingesetzte Aufnahmeinstrumentarium beträgt dieser unregelmäßige Zeitfehler weniger als eine Millisekunde, insoweit die Registrierungen der Verschlusssmomente betrachtet werden. Da jedoch die zur Verfügung stehende UTI an sich kaum besser als ± 2 ms ist (was sich als ein systematischer Orientierungsfehler für die einzelne Aufnahme auswirkt), ist die Annahme einer Unsicherheit von ± 3 ms in der Zeitbestimmung der Sternbilder in bezug auf alle diese Beobachtungen realistisch. Die dieser Zeitunsicherheit entsprechende Richtungsungenauigkeit von $\pm 0,045$ ist etwa eine Größenordnung kleiner als die photogrammetrische Meßgenauigkeit des BC-4-Systems mit dem 450-mm-Objektiv und deshalb vernachlässigbar.

Ein ähnlicher Schluß kann für den Einfluß der unregelmäßigen Fehler des Synchronisationsverfahrens auf die Satellitenabbildungen gezogen werden. Durch laufende Zeitkontrollen werden die Aufnahmemomente auf den einzelnen Stationen zu mindestens ± 100 μ s relativ zueinander festgelegt. Für den Echo-Satelliten mit einer Geschwindigkeit von $8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ergibt sich bei einer minimalen Entfernung von 1000 km die kritischste Situation, wobei 100 μ s einer Richtungsänderung von $\pm 0,16$ entsprechen. Für den Pageos-Satelliten, der im Weltnetz benutzt wurde, ergibt sich auf Grund seiner größeren Entfernung und folglich auch geringeren Umlaufgeschwindigkeit für einen Zeitfehler von ± 100 μ s eine maximale Richtungsunsicherheit von $\pm 0,04$. Obwohl vernachlässigbar klein, wird in der später noch zu erwähnenden und vornehmlich der Ausschaltung der Szintillation dienenden Ausgleichung mittels Kurvenglättung mit Polynomen eine Rechenoperation benutzt, die etwa bestehende unregelmäßige Zeitfehler in den Synchronisationsbestimmungen mit ausgleicht.

Wie bereits erwähnt, werden die zwischen den einzelnen rekonstruierten Sternrichtungsbündeln bestehenden Korrelationen vernachlässigt. Somit werden für jede einzelne Aufnahme die Parameter eines Interpolationsmodells getrennt bestimmt, natürlich einschließlich der diesen Parametern zugeordneten Varianz-Kovarianz-Matrix, die für die weitere Auswertung von grundsätzlicher Bedeutung ist.

Im nun folgenden Auswerteschritt werden die Orte der Beobachtungsstationen bestimmt. Ihre räumliche Lage wird durch die Bedingung festgelegt, daß die von diesen Stationen ausgehenden Satellitenrichtungsbündel zur Bestimmung der Geometrie aller aufgenommenen Satellitenbahnkurven führen müssen. Da jedes Satellitenrichtungsbündel grundsätzlich durch die Interpolation der entsprechenden Satellitenabbildungen in das zugeordnete Interpolationsmodell erhalten wird und diese Interpolationsmodelle untereinander nun nicht mehr korreliert sind, folgt, daß die einzelnen Satellitenbahnbestimmungen ebenfalls untereinander unkorreliert sind. Dadurch wird eine wesentliche Vereinfachung des Auswerteprozesses erreicht, da die entsprechenden Bahnbestimmungen nacheinander ausgeführt werden können und lediglich dafür zu sorgen ist, daß ihr akku-

mulativer Einfluß auf die Bestimmung der Stationsorte gewährleistet wird.

Wie erwähnt, enthält die Strahlenschnittbedingung, auf der die Bestimmung der Geometrie der beobachteten Satellitenbahnkurven beruht – entweder direkt oder indirekt über die Anschmiegung an ein räumliches Bahnmodell –, grundsätzlich zusätzliche Informationen für die Bestimmung der Parameter der entsprechenden Interpolationsmodelle. Daraus geht hervor, daß nicht nur die Ortskoordinaten der einbezogenen Stationen und die die Geometrie der Satellitenbahn beschreibenden Parameter als Unbekannte, sondern auch alle Parameter aller einbezogenen Interpolationsmodelle als zu verbessernde Größen in die Endausgleichung eingeführt werden müssen, letztere unter Berücksichtigung ihrer zuvor erwähnten individuellen Varianz-Kovarianz-Matrizen.

Das sich somit ergebende Normalgleichungssystem ist $\mathbf{B}\mathbf{v} = \mathbf{\Delta}$ mit einer Gewichtsverteilung \mathbf{P} von Null bis Unendlich. Bezeichnet man mit \mathbf{v}_l den Vektor der Verbesserungen an den gemessenen Satellitenbildkoordinaten, mit \mathbf{v}_0 den Verbesserungsvektor für die zuvor berechneten Bündelinterpolationsparameter $\mathbf{0}$, mit \mathbf{v}_{x_s} den Verbesserungsvektor für angenäherte Satellitenbahnorte und schließlich mit \mathbf{v}_x den Verbesserungsvektor für die angenäherten Stationskoordinaten, dann kann man das entsprechende Normalgleichungssystem gemäß Abbildung 10 schreiben. \bar{X} sind zusätzliche Bedingungen, wie sie zwischen den zu triangulierenden Stationen bestehen können, zum Beispiel als gemessene Stationsentfernungen für die Maßstabsbestimmung. Abbildung 10 zeigt das Normalgleichungssystem nach Einführung der entsprechenden Bedingungen. Mit \mathbf{K} sind die entsprechenden Korrelatenvektoren bezeichnet. Das bis auf die Satellitenbahnorts- und Stationskoordinaten reduzierte System ist im unteren Teil der Abbildung 11 angegeben.

Da die Bildpunktkoordinaten eine Funktion der Interpolationsparameter $\mathbf{0}$ sowie der Ortskoordinaten der zu triangulierenden Satellitenbahnpunkte X_s und der betreffenden Beobachtungsstationen X sind, kann man, da die einzelnen Bündelrekonstruktionen unkorreliert sind, den Verbesserungsvektor der Interpolationsparameter \mathbf{V}_0 in Form eines zusätzlichen Verbesserungsvektors der Bildkoordinaten \mathbf{v}_l ausdrücken und eine entsprechende Kovarianzmatrix $\sigma_l = (\sigma_l + \mathbf{B}_0\sigma_0\mathbf{B}_0^T)$ vor der Triangulationsausgleichung für jede Station getrennt berechnen. Nach Invertierung ist $(\sigma_l)^{-1}$ als Gewichtsmatrix \mathbf{P}_l für die fiktiven Satellitenbildpunkte in die Ausgleichung der räumlichen Triangulation einzuführen. Für sieben fiktive Satellitenbildpunkte ergibt sich dabei eine 14×14 -Matrix.

Wie im unteren Teil der Abbildung 11 erkenntlich, ist dieser Rechnungsgang nur streng, wenn auf der rechten Seite des reduzierten Normalgleichungssystems – also in dem Vektor der Absolutglieder – der Ausdruck $\mathbf{\Delta}_0$ mitgeführt wird, das heißt also, daß eine strenge Eliminierung der $\mathbf{0}$ -Parameter nicht möglich ist. Da man aber in der ersten Iterationsschleife die aus den Einzelbündelausgleichungen erhaltenen $\mathbf{0}$ -Werte als Näherungswerte in die Triangulationsausgleichung einführt, ist $\mathbf{\Delta}_0$ zunächst ein Nullvektor. Damit ist gesagt, daß bis auf Glieder höherer Ordnung in $\mathbf{\Delta}_0$ die Eliminierung der $\mathbf{0}$ -Parameter möglich ist. Da überdies der Einfluß des aus der Schnittbedingung resultie-

Normalgleichungssystem für

$$Bv = \Delta \quad P = 0 + \infty$$

v_l	v_o	v_{x_s}	v_x	k_l
$-P_l$				I
	O			B_o^T
		O		$B_{x_s}^T$
			O	B_x^T
I	B_o	B_{x_s}	B_x	O

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta_l \end{bmatrix}$$

Zusätzliche Bedingungen

\bar{O} Lösungsvektor der Einzelkammer-
ausgleichung } mit P_o

\bar{X} Erhalten aus unabhängigen
Vermessungen } mit P_x

Abb. 10

Mit $\Delta_o = \bar{O} - O^o$ und $\Delta_x = \bar{X} - X^o$

v_l	v_o	v_{x_s}	v_x	k_l	k_o	k_x
$-P_l$				I		
	O			B_o^T	I	
		O		$B_{x_s}^T$		
			O	B_x^T		I
I	B_o	B_{x_s}	B_x	O		
	I				σ_o	
		I				σ_x

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta_l \\ \Delta_o \\ \Delta_x \end{bmatrix}$$

$$\sigma_o = P_o^{-1}$$

$$\sigma_x = P_x^{-1}$$

Nach der Elimination von v_l v_o k_l k_o und k_x

v_{x_s}	v_x
$-B_{x_s}^T (\sigma_l + B_o \sigma_o B_o^T)^{-1} B_{x_s}$	$-B_{x_s}^T (\sigma_l + B_o \sigma_o B_o^T)^{-1} B_x$
$-B_x^T (\sigma_l + B_o \sigma_o B_o^T)^{-1} B_{x_s}$	$-P_x - B_x^T (\sigma_l + B_o \sigma_o B_o^T)^{-1} B_x$

$$= \begin{bmatrix} B_{x_s}^T (\sigma_l + B_o \sigma_o B_o^T)^{-1} (\Delta_l - B_o \Delta_o) \\ P_x \Delta_x + B_x^T (\sigma_l + B_o \sigma_o B_o^T)^{-1} (\Delta_l - B_o \Delta_o) \end{bmatrix}$$

Abb. 11

renden Orientierungsbeitrages in unserem Fall wegen der überwiegenden Zahl absoluter Kontrollpunkte (etwa 100 Sterne je Platte) sehr gering ist, kann die Eliminierung dieser Parameter im Hinblick auf die dadurch erreichte wesentliche Vereinfachung der Triangulationsausgleichung verteidigt werden.

Danach verbleiben die mit Hilfe der Strahlenschnittbedingung zu bestimmenden Unbekannten: einmal die Ortskoordinaten der Beobachtungsstationen und zum anderen die die Geometrie der Satellitenbahnkurven beschreibenden Parameter. Vom konzeptionellen Standpunkt bedeutet das, daß sich die einem bestimmten Satellitendurchgang zugeordneten Satellitenrichtungsbündel der den Keplerschen Gesetzen unterworfenen Satellitenbahnkurve im Sinne einer

Ausgleichung so gut wie möglich anschmiegen müssen. Dieser Anschmiegsprozeß wird einmal vom geometrischen Inhalt des ersten Keplerschen Gesetzes bestimmt, wonach die Bahnkurve, soweit sich die Berechnungen auf ein Inertialsystem beziehen, durch die Gleichung einer Ellipse ausgedrückt wird.

Zum anderen muß der Anschmiegsprozeß dem dynamischen Inhalt des zweiten Keplerschen Gesetzes gerecht werden, nach dem die wahre Anomalie eine Funktion der Zeit ist. Für den Ansatz dieser Rechnungen erscheint es zweckmäßig, die wahre Anomalie durch eine Reihenentwicklung nach Exzentrizität und mittlerer Anomalie auszudrücken. Grundsätzlich kann man sagen, daß das erste Keplersche Gesetz die Anschmiegsung der Richtungsbündel

senkrecht zur Bahnkurve und das zweite die längs der Bahnkurve bewerkstelligt. Das dritte Keplersche Gesetz kann nicht zur Anwendung kommen, denn einmal ist die Umlaufzeit des beobachteten Satelliten nicht bekannt. Zum anderen ist der Satellit mit seinem für Ballonsatelliten typisch ungünstigen Verhältnis zwischen Masse und Oberfläche dem Einfluß von Störkräften, wie Restwiderstand der Atmosphäre und Strahlungsdruck der Sonne, ausgesetzt, und seine Umlaufperiode würde deshalb in geometrischem Sinne nur beschränkte Information liefern. Alle Rechnungsansätze müssen jedoch weiterhin berücksichtigen, daß sich die Satellitenabbildungen und deren zugeordnete Zeiten auf Aufnahmeaugenblicke beziehen und diese Information deshalb zeitlich wegen der Lichtlaufzeit und geometrisch wegen der während der Lichtlaufzeit erfolgten Erddrehung verbessert werden muß, ehe diese Daten unter Anwendung der Gesetze der Himmelsmechanik weiter behandelt werden können.

Die praktische Ausführung einer Bahnbestimmung durch Bündelanschniegung begegnet noch zwei weiteren Schwierigkeiten. Eine relativ große Anzahl von Satellitenbildern muß in die Ausgleichung einbezogen werden, um den Szintillationseffekt genügend zu reduzieren. Im Weltnetz werden durchschnittlich 300 Satellitenabbildungen je Aufnahme verwendet. Da alle entsprechenden 300 Richtungen aus ein und derselben Gruppe von Interpolationsparametern abgeleitet werden, sind sie korreliert, was dazu führt, daß für jedes in die Anschmiegungsausgleichung einzuführende Satellitenrichtungs-bündel eine 600×600 , völlig gefüllte Varianz-Kovarianz-Matrix zu berücksichtigen ist. Wird der Satellitendurchgang von mehr als zwei Stationen beobachtet, führt dies rasch zu unerwünscht großen Anforderungen an die Speicherkapazität der Rechenanlage. Entscheidender ist jedoch die Tatsache, daß der von den meteorologischen Verhältnissen während der Aufnahme abhängige Szintillationseffekt auf den beobachtenden Stationen beträchtlich verschieden sein kann. Um zu verhindern, daß dieser «noise» in der Triangulationsausgleichung zwischen den jeweils einen bestimmten Satellitendurchgang beobachtenden Stationen ausgemittelt wird, müssen die den einzelnen Richtungs-bündeln zugeordneten Gewichtsmatrizen unter Berücksichtigung der mittleren stationsgebundenen Szintillation berechnet werden. Diese Größe ist jedoch bei der bisher diskutierten Auswertemethode zunächst unbekannt.

Anstelle der Bündelanschniegung könnte man die Bestimmung der Satellitenbahnkurve auch mittels Glättung der räumlichen Koordinaten der triangulierten Satellitenbahnpunkte mit geeigneten Polynomen als Funktion der Zeit ausführen. Eine solche Lösung setzt voraus, daß die Satellitenbahnkurve durch eine Folge kurzzeitiger Blitze signalisiert wird, deren zeitliche Folge genügend genau bekannt ist. Nur dann werden auf den einzelnen Aufnahmen Bildpunkte erhalten, die zur Triangulation der entsprechenden Satellitenbahnpunkte führen. Erhält man dagegen, wie zurzeit aus praktischen Gründen notwendig, auf den einzelnen Beobachtungsstationen die Satellitenbahnbilder, indem man die Bahnspur des kontinuierlich beleuchteten Satelliten unter Benutzung von Rotationsblenden photographisch in Einzelpunkte zerlegt, muß man erst in einer Iterations-schleife über angenäherte Satellitenbahnorte die notwen-

gen korrespondierenden Lichtlaufzeiten errechnen. Grundsätzlich wäre damit die Information vorhanden, auf jedem zu einem bestimmten Satellitendurchgang gehörenden Photogramm Bildpunkte zu interpolieren, die die «geometrische Gleichzeitigkeitsbedingung» erfüllen. Diese Interpolation ist aber vom fehlertheoretischen Standpunkt anfechtbar, da die Lage der einzelnen Abbildungen eben von der auf den verschiedenen Stationen unterschiedlichen und größtmäßig unbekannten Szintillation beeinflusst ist. Außerdem haftet dieser Lösung vom rechentechnischen Standpunkt wiederum der Nachteil an, daß alle Satellitenrichtungen auf den ausgewählten Photogrammen korreliert sind, was zu entsprechenden Varianz-Kovarianzen führt, deren Behandlung eine untragbare Zahl von Speicherplätzen erfordert.

Die theoretischen und praktischen Schwierigkeiten des soeben diskutierten Lösungsweges werden umgangen, wenn man den der Auswertung zugrunde liegenden Gedanken-gang abwandelt, indem man zunächst die Auswertung für jede einzelne Aufnahme soweit wie möglich getrennt ausführt.

Der auch vom fehlertheoretischen Standpunkt vertretbare Grundgedanke fußt auf der Tatsache, daß die auf einer Beobachtungsstation ausgeführten Messungen, also die photogrammetrische Aufnahme der Sternbilder und der Satellitenbahn zusammen mit entsprechenden Zeitmessungen, selbstgenügsam sind, das heißt, die erhaltene Information ist völlig unabhängig und unbeeinflusst von der Tatsache, daß derartige Messungen auch von anderen Stationen ausgeführt wurden. Für die Überführung dieser Meßdaten in zeitkorrelierte Satellitenrichtungen ist nur noch die Annahme nötig, daß die photographierte Satellitenbahnkurve von Natur aus kontinuierlich ist.

Auf Grund der im vorhergehenden dargestellten geometrisch-dynamischen Eigenschaften der Satellitenbahnabschnitte sollte man, unter Berücksichtigung einmal der zentralperspektivischen Projektionsgesetze und zum anderen des Einflusses der Lichtlaufzeit und der entsprechenden Richtungsabberation infolge der Erddrehung, aus angenäherten Satellitenbahndaten die Form der Satellitenbahnkurve auf dem Photogramm in Richtung der Satellitenbahn und normal dazu bestimmen können. Eine solche Darstellung wird zu einer unendlichen Reihe führen, deren höhere Glieder man jedoch vernachlässigen kann. Danach wäre die Glättung der photographisch registrierten Satellitenorte durch eine auf einer Ausgleichung beruhenden Anschmiegung an die erhaltene theoretische Bahnkurvenprojektion auszuführen. Eine andere, hier gewählte Möglichkeit ist, die Glättung der Satellitenbildorte mit Polynomen vorzunehmen. Genauso wie man für die triangulierten Orte diskreter Flugbahnpunkte eine polynomische Glättung als Funktion der Zeit in Betracht ziehen kann, so kann man die auf dem einzelnen Photogramm registrierte Folge zeitkorrelierter Flugbahnpunkte einer solchen Glättung unterwerfen, woraus man die Lage einer ausgeglichenen Flugbahnspur auf dem Photogramm als Funktion der Aufnahmezeit erhält. In fehlertheoretischer Hinsicht ist die Anwendung einer polynomischen Glättung um so mehr vertretbar, wenn zwischen der in der Natur kontinuierlichen Flugbahn und der entsprechenden Satellitenbildfolge das denkbar einfachste Projektionsmodell besteht. Man wird deshalb die gemes-

senen Satellitenbildkoordinaten zunächst mit Hilfe der Parameter der Bündelrekonstruktion, wie sie aus einer Ausgleichung gestützt auf die Referenzsterne und deren Abbildung erhalten wurden, auf das Konzept der strengen Zentralperspektive zurückführen, das heißt auf das Konzept einer idealen Photographie. Danach berechnet man unter Anwendung des Ausgleichsprinzips die sich am besten anschmiegenden Polynome. Diese Ausgleichung hat, insofern der gerade erwähnte zentralperspektivische Charakter der Abbildungen der Satellitenbahnpunkte gewährleistet ist, die Aufgabe, die unregelmäßigen Fehler der Komparatormessungen, der unregelmäßigen Schichtschumpfung und den Einfluß der Szintillation auszumitteln und liefert zusätzlich mit den entsprechenden statistischen Größen eine Angabe über die Genauigkeit der errechneten Glättungspolynome.

Tafel 1 zeigt für sechs verschiedene Beobachtungsstationen die verbleibenden Restfehler, wenn Glättungspolynome ersten bis sechsten Grades angewendet werden, wobei x in Richtung der Satellitenspurspur und y senkrecht dazu liegt.

Man ersieht, daß die nötige Genauigkeit der Polygonanschmiegung mit einem Polynom fünften Grades entlang der Satellitenbahn und mit einem solchen vierten Grades normal zur Spurrichtung erhalten wird. Auf der anderen Seite zeigt sich, daß durch die Wahl eines höheren Grades (zumindest bis zum elften) bei der gewählten Anzahl von Einzelbildern kein unerwünschter Effekt einer «Überglättung» eintritt. Dies ist insofern von Bedeutung, als man aus einem durch Ausgleichung erhaltenen Polynom n^{ten} Grades nur $(n + 1)$ geglättete Größen entnehmen kann, andernfalls die entsprechende Kovarianzmatrix singulär wird, während man mit der Entnahme von weniger als $(n + 1)$ solcher Größen den verfügbaren Informationsinhalt nicht vollkommen ausschöpft.

Für die Auswertung des Weltnetzes werden Polynome sechsten Grades für die Glättung in x und y angewendet, wonach sieben fiktive Richtungen in die endgültige Triangulationsrechnung eingeführt werden können, vorausgesetzt, daß die Spur des mit anderen Stationen gemeinsamen Satellitenbahnstückes völlig über das entsprechende Photogramm läuft.

Mit den ausgleichenden Polynomen erhält man also den ausgeglichenen Ort der Satellitenspurspur als Funktion der Aufnahmezeit. Diese Information erweist sich als sehr praktisch, da nun der Einfluß aller Zeitkorrekturen wie Uhrstand und Lichtlaufzeit überaus einfach anzubringen ist. Man braucht eben nur nach der Berechnung der einer ausgewählten Satellitenbahnzeit zugeordneten Aufnahmezeit mit Hilfe der einem bestimmten Photogramm zugeordneten Polynome die entsprechenden Koordinaten x , y des entsprechenden fiktiven Satellitenabbildes zu berechnen. Wendet man dieses Verfahren auf alle Photogramme an, die einen bestimmten Satellitendurchgang registriert haben, so erhält man auf diesen fiktive Satellitenabbildungen, die der «geometrischen Gleichzeitigkeitsbedingung» entsprechen. Eine angenäherte Triangulation entsprechender Satellitenbahnpunkte ist allerdings nötig, um die im Prinzip für jeden auf einer bestimmten Aufnahme registrierten Satellitenbahnpunkt unterschiedliche Lichtlaufzeit zu berechnen. Dabei ist fehlertheoretisch beachtenswert, daß ein Fehler von ± 3 km in der Berechnung der angenäherten

Glättung von 380 fiktiven Satellitenabbildungen durch Polynome vom 1. bis 11. Grad; x in Richtung der Satellitenspurspur, y normal dazu.

	Grad des Polynoms	σ_x [μm]	σ_y [μm]		σ_x [μm]	σ_y [μm]
Beob.-station 1	1	404,166	215,720	Beob.-station 4	494,437	57,121
	2	53,445	1,853		53,362	0,209
	3	1,267	0,289		1,571	0,039
	4	0,090	0,006		0,099	0,000
	5	0,003	0,001		0,004	0,000
	6	0,000	0,000		0,000	0,000
Beob.-station 2	1	461,861	133,736	Beob.-station 5	356,618	82,163
	2	54,919	0,964		51,751	0,223
	3	1,479	0,166		1,116	0,077
	4	0,099	0,004		0,085	0,001
	5	0,004	0,000		0,003	0,000
	6	0,000	0,000		0,000	0,000
Beob.-station 3	1	226,233	169,385	Beob.-station 6	145,585	157,387
	2	50,510	0,229		48,951	0,476
	3	0,709	0,204		0,458	0,184
	4	0,076	0,002		0,070	0,000
	5	0,002	0,000		0,001	0,000
	6	0,000	0,000		0,000	0,000

Für die Werte σ_x , σ_y der Polynome des siebenten bis elften Grades ergaben sich Nullbeträge wie bereits für den sechsten Grad.

Tafel 1

Entfernung Station-Satellit nur einen Zeitfehler von $\pm 10 \mu\text{s}$ verursacht. Mit der Bestimmung der Koeffizienten der Glättungspolynome erhält man auch die mittlere Streuung der Einzelbilder und damit die Varianz-Kovarianz der Polygonparameter. Da die bestimmten Zeiten entsprechenden fiktiven Satellitenbildorte als Funktionen der Glättungspolynomparameter berechnet werden, erhält man aus der entsprechenden Fehlerfortpflanzungsrechnung auch deren Varianz-Kovarianz-Matrix, die fehlertheoretisch streng die Korrelationen beinhaltet, die auf Grund der polynomischen Glättung zwischen den einzelnen fiktiven Satellitenabbildungen bestehen. Führt man, wie es zum Beispiel im Weltnetz geschieht, sieben solcher fiktiven Satellitenabbildungen ein, muß man eine diesen Punkten zugeordnete 14×14 -Kovarianzmatrix mitberechnen.

Nunmehr stehen für jede auf einer Beobachtungsstation ausgeführten Satellitenbahnmessung folgende Auswertedaten zur Verfügung:

1. Die das Interpolationsmodell ausdrückenden Bündelparameter, deren Orientierungsgrößen und die diesen – im vorliegenden Falle sind es zwanzig – zugeordnete 20×20 -Varianz-Kovarianz-Matrix, die sich auf einen a priori eingeführten Gewichtseinheitsfehler bezieht.
2. Die Koordinatenpaare der ausgewählten fiktiven Satellitenabbildungen – im vorliegenden Falle sieben Paare – zusammen mit deren 14×14 -Varianz-Kovarianz-Matrix, die sich ebenfalls auf den soeben erwähnten Gewichtseinheitsfehler bezieht.

Der letzte Auswerteschritt, die Berechnung der dreidimensionalen Geometrie der Beobachtungsstationen, läuft grundsätzlich nun darauf hinaus, die den fiktiven Satellitenabbildungen entsprechenden räumlichen Richtungen für die Triangulation der entsprechenden Satellitenbahnpunkte und aller Aufnahmeorte durch eine Ausgleichung derart zu bestimmen, daß die Summe der Quadrate der gewogenen Verbesserungen der fiktiven Satellitenbildkoordinaten zum Minimum gemacht wird. Die den Satellitenrichtungsbün-

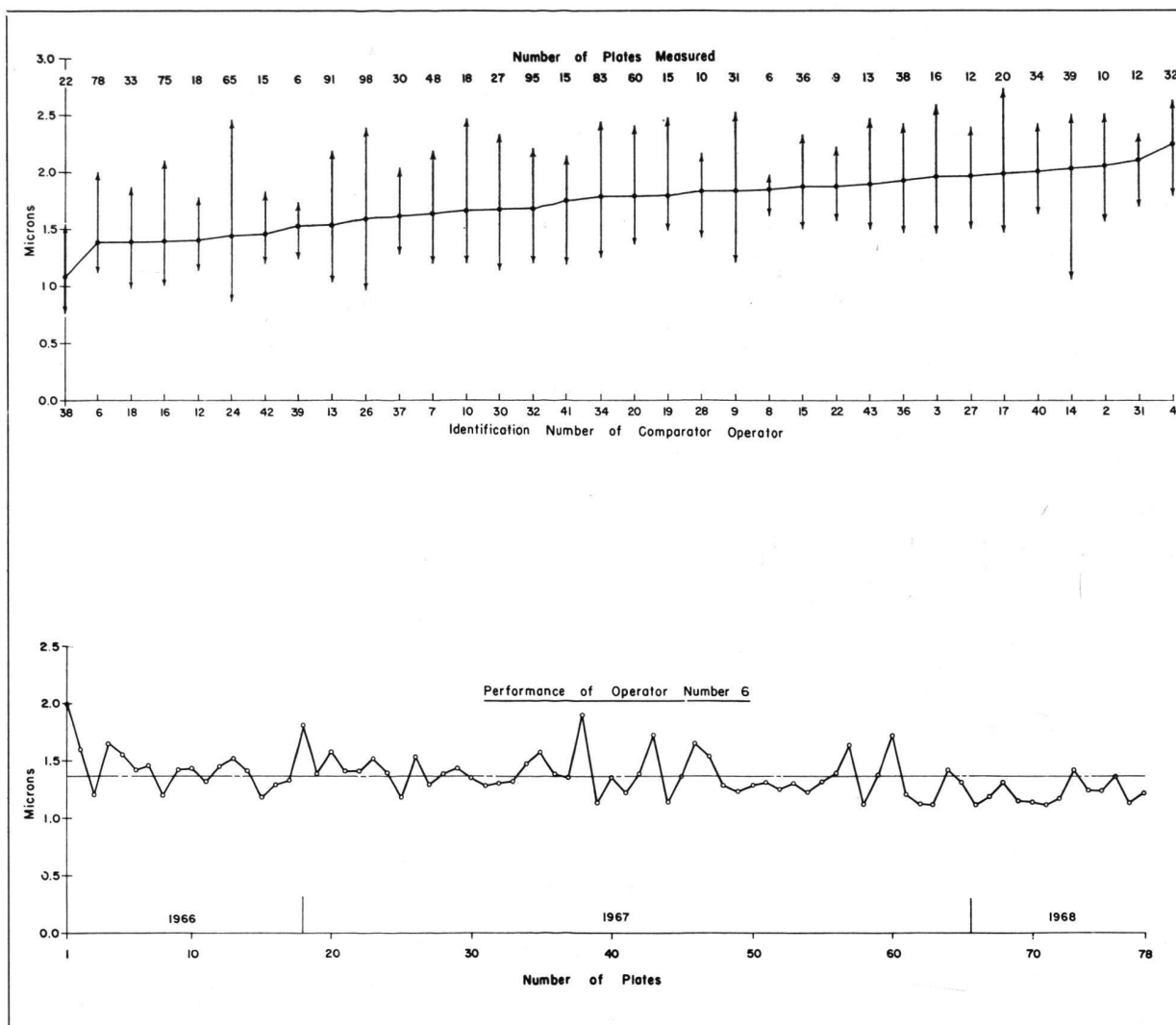


Abb. 12

den zugeordneten stationseigenen Gewichtsmatrixen werden dabei durch das Zusammenwirken der entsprechenden Varianz-Kovarianzen der Interpolationsparameter und der den Plattenkoordinaten der fiktiven Satellitenabbildungen zugeordneten Varianz-Kovarianz bestimmt.

Sind a priori zusätzliche Kenntnisse über die Geometrie der Beobachtungsstationen vorhanden, wie zum Beispiel deren räumliche Entfernung untereinander – wie zur Maßstabsbestimmung nötig –, Lagekopplungen zwischen benachbarten Stationen (Exzentrizitäten) oder dergleichen, so können solche Informationen nach der Berechnung der entsprechenden Funktionsgewichte, natürlich bezogen auf den a priori ausgewählten Gewichtseinheitsfehler, ohne Schwierigkeiten in die Ausgleichung eingeführt werden. Dies gilt auch für den Fall, wenn zum Beispiel durch Laserentfernungsmessungen zwischen Beobachtungsstation und Satelliten zusätzliche geometrische Informationen verfügbar wären.

Im Weltnetz werden vor allem die in den USA, Europa, Afrika und Australien gemessenen räumlichen Polygone zwischen Weltnetzstationen zur Maßstabsbestimmung derart eingeführt (Abb. 4).

Diese grundsätzlichen, den Fehlerhaushalt der geometrischen Satellitentriangulation kennzeichnenden Gedanken-

gänge sollen nun noch durch einige quantitative Angaben vervollständigt werden.

Zunächst zur Genauigkeit der Komparatormessungen: Die Angaben beziehen sich auf das Ergebnis der Ausmessung von 1210 Photogrammen, das heißt der knappen Hälfte des Beobachtungsmaterials des Weltnetzes.

Auf jedem Photogramm wurden durchschnittlich 100 Fixsterne vor, während und nach dem Satellitendurchgang und dieser selbst photographisch registriert. Im ganzen werden dabei durch Wiederholungsbelichtungen etwa 500–800 Sternabbildungen aufgenommen. Dazu kommen etwa 300 Satellitenabbildungen, so daß auf jedem Photogramm die Koordinaten von wenigstens 800 Bildpunkten zu messen sind. Um diese Messungen in der für die Auswertung der Weltnetzbeobachtungen vorgesehenen Zeitspanne ausführen zu können, werden sechs Komparatoren gleichen Typs eingesetzt. Ferner ist zu berücksichtigen, daß die Messungen von einer Gruppe von Beobachtern ausgeführt werden. Jedes Photogramm wird in zwei, um etwa 180° unterschiedlichen Lagen auf dem Komparator gemessen. Mit der Bestimmung von zwei Verschiebungen, zwei Maßstabsfaktoren und einer Rotation wird die eine Gruppe der Messungen mit Hilfe einer Ausgleichung der anderen angepaßt. Die innere Genauigkeit des Meßvorganges (Präzision der Kom-

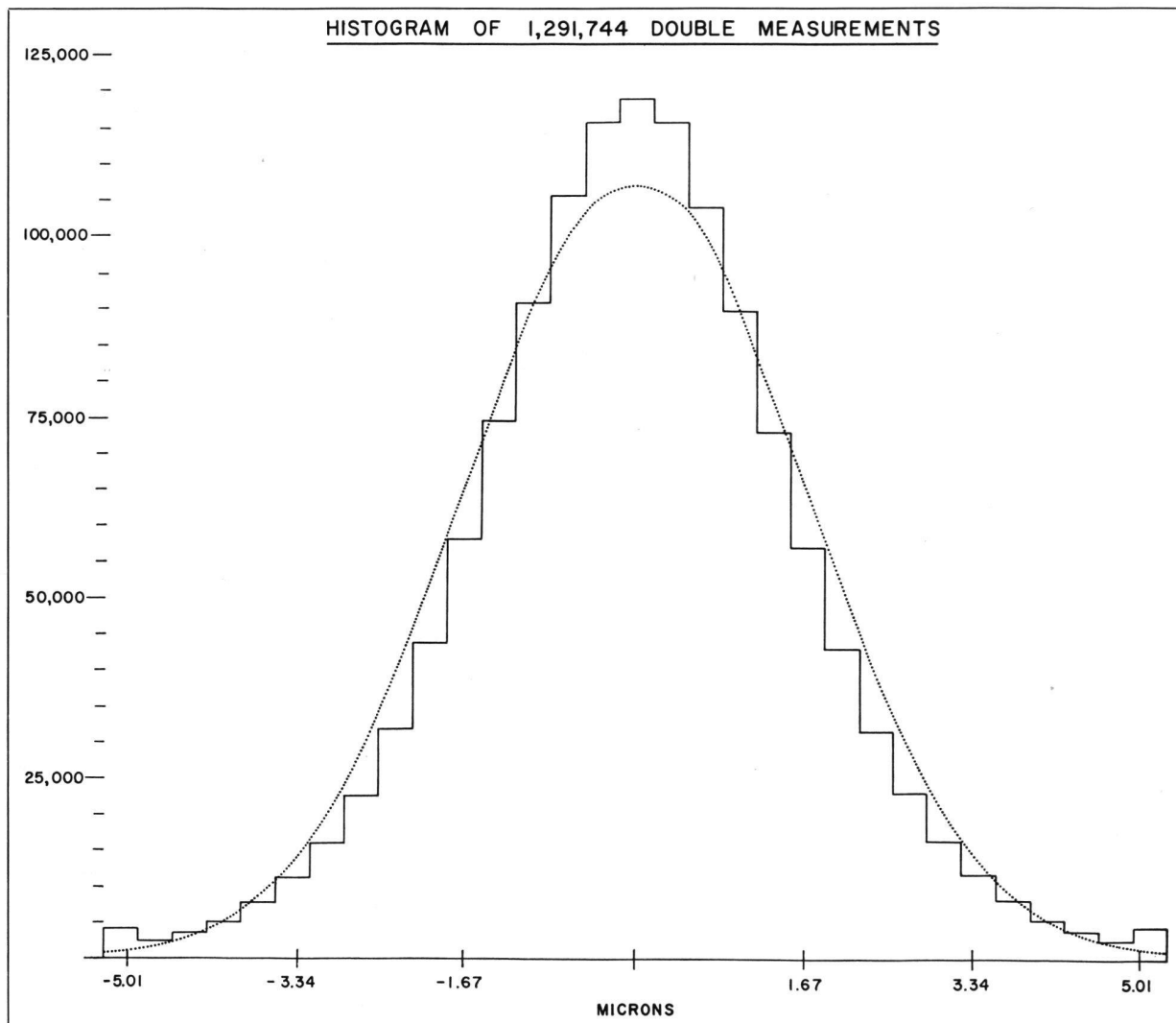


Abb. 13

paratormessungen) kann dann auf Grund der verbleibenden Differenzen entsprechender Doppelmessungen beurteilt werden. Für die ausgewählten Photogramme ergab sich aus den dazugehörigen 1 291 744 Doppelmessungen der mittlere Fehler für das arithmetische Mittel einer Doppelmessung zu $\pm 1,63 \mu\text{m}$. Dabei wurde kein bedeutsamer Unterschied in der Meßgenauigkeit der Koordinaten x und y festgestellt. Es ist interessant, die Resultate der einzelnen Plattenmessungen nach Operateuren zu gruppieren. Die Abbildung 12 zeigt die für jeden der 34 Komparatoroperateure getrennt berechneten mittleren Meßgenauigkeitsmaße nach anwachsenden Absolutbeträgen aufgetragen. Die Zahl über den oberen Pfeilspitzen bezieht sich auf die Anzahl der je Operateur gemessenen Photogramme. Die Pfeilhöhen zeigen den Bereich an, über den sich die mittleren Fehler der einzelnen Plattenmessungen je Operateur verteilen. Danach liegt die von den einzelnen Operateuren erzielte mittlere Meßpräzision zwischen $\pm 1,1 \mu\text{m}$ (Operateur Nr. 38) und $\pm 2,2 \mu\text{m}$ (Operateur Nr. 4). Das beste einzelne Meßresultat wurde von Operateur Nr. 38 mit $\pm 0,76 \mu\text{m}$, das schlechteste von Operateur Nr. 20 mit $\pm 2,66 \mu\text{m}$ geliefert. Als Erklärung dieser doch auffallenden Differenzen müssen vor allem schwankende persönliche Leistungsfähigkeit während des Meßvorganges, aber auch die durch variierende Umwelts-

bedingungen beeinträchtigte Abbildungsgüte angenommen werden. Das untere Diagramm gibt für Operateur Nr. 6 die mittleren Fehler der von ihm innerhalb von 15 Monaten ausgemessenen 78 Photogramme wieder. Der mittlere Durchschnittsfehler dieses Operateurs liegt mit $\pm 1,37 \mu\text{m}$ etwas unterhalb des allgemeinen Mittels. Die Streuung ist aber typisch für das Verhalten aller Operateure hinsichtlich der Güte ihrer individuellen Meßergebnisse. Außer der von Photogramm zu Photogramm erreichten und unterschiedlichen Präzision in der Messung, erkennt man aus dem Diagramm eine stetige, wenn auch geringfügige Verbesserung der Messungsausführung.

Abbildung 13 zeigt das Histogramm der 1 291 744 Doppelmessungsdifferenzen. Aus der Übereinstimmung des Histogramms mit der zusätzlich eingezeichneten Normalverteilungskurve kann man auf eine an sich von systematischen Fehlerquellen genügend freie Meßanordnung schließen. Auf Grund dieses Ergebnisses kann man sich nun vorstellen, die Messungen seien von einem fiktiven Operateur an einem fiktiven Komparator statt von 34 Operateuren an sechs Komparatoren ausgeführt worden. Deshalb wird für die weitere fehlertheoretische Betrachtung angenommen, daß die innere Genauigkeit der aus Doppelmessungen gemittelten Bildkoordinaten in ihrer Gesamtheit durch einen

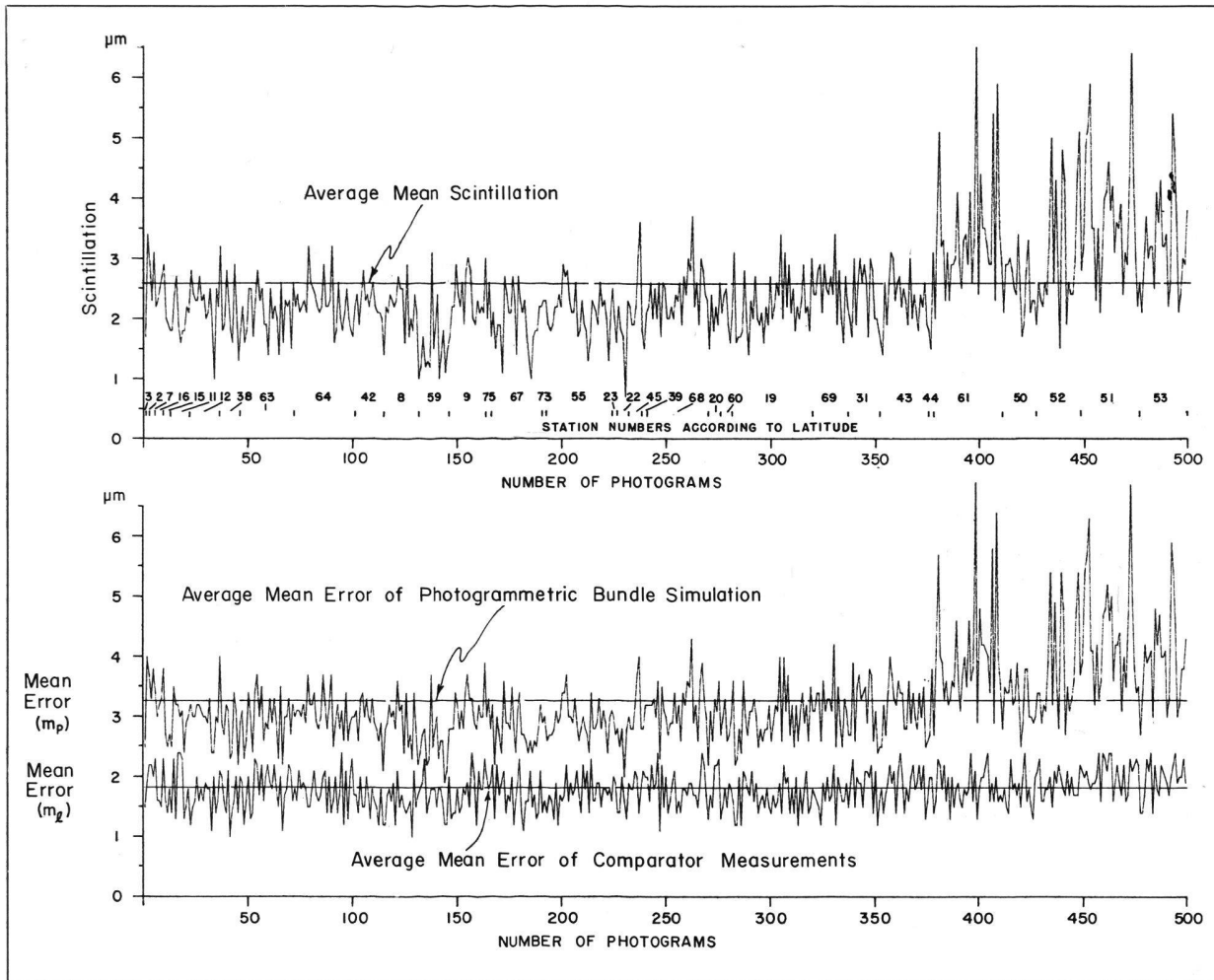


Abb. 14

mittleren Fehler von $\pm 1,63 \mu\text{m}$ genügend genau ausgedrückt ist.

Nun einige Angaben zur Genauigkeit der photogrammetrischen Bündelrekonstruktion und ihrer Orientierungen. Die Parameter für die Bündelrekonstruktion und die entsprechenden Orientierungsgrößen werden erhalten, indem die gemessenen Sternbildkoordinaten mit den entsprechenden Sternkatalogdaten durch eine Ausgleichung über ein mathematisches Modell in Beziehung gesetzt werden. Die Gesamtheit dieser vorher als Interpolationsparameter bezeichneten Größen enthält außer den rein photogrammetrischen Parametern einen zweiten Maßstabsfaktor und einen Winkel, der die a priori angenommene Rechtwinkligkeit der Komparatorachsen korrigiert. Die Einführung dieser zusätzlichen Parameter ist insofern gerechtfertigt, als man annehmen kann, daß die Homogenität des Maßstabes des astronomischen Bezugssystems (Einheitskugel) und die Rechtwinkligkeit seiner Koordinaten den entsprechend wirkenden Bau- und Meßteilen der eingesetzten Komparatoren in bezug auf systematische Fehler überlegen sind. Nachdem derart der lineare Maßstabsunterschied zwischen der x - und der y -Spindel und die Abweichung ihrer zueinander nominell rechtwinkligen Lage bestimmt sind, kann man den als Präzisionsmaß für die Bildkoordinaten angegebenen mittleren Fehler von $\pm 1,63 \mu\text{m}$ nun für die weitere Behandlung als ein Genauigkeitsmaß ansehen. Läßt man

für die auf das Beobachtungsdatum reduzierten astronomischen Koordinaten α, δ mittlere Fehler von $\pm 0'',3$ für alle FK 4-Sterne und $\pm 0'',4$ für alle anderen Sterne gelten, und betrachtet man das mathematische Modell für die Bündelsimulation als hinreichend, dann wird – weil die Zeitfehler vernachlässigbar klein sind – der aus dem mit entsprechenden Gewichten ausgeführten Ausgleichungsprozeß resultierende mittlere Fehler der Koordinatenverbesserungen den sich addierenden Einfluß der unregelmäßigen Fehler ausdrücken, die durch Komparatormessung, Szintillation und Schichtverlagerung hervorgerufen werden. In Abbildung 14 sind für die 500 ausgewählten Photogramme die Werte m_p und m_l einschließlich der entsprechenden quadratischen Mittelwerte des gesamten Materials aufgetragen, wobei die m_p die mittleren Fehler der Bildpunktkoordinaten je Photogramm sind, wie sie aus den Ausgleichungen der photogrammetrischen Bündelrekonstruktionen erhalten wurden und die m_l die Genauigkeit der entsprechenden Komparatormessungen ausdrücken. Für den Einfluß der unregelmäßigen Schichtverlagerungen wird ein mittlerer Fehler von $\pm 1,0 \mu\text{m}$ angesetzt, wie zahlreiche Versuche bei der Eastman Kodak Company ergeben haben. Danach errechnet sich der unregelmäßige mittlere Fehler des Szintillationseffektes zu:

$$m_s = \pm (m_p^2 - m_l^2 - 1,0^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

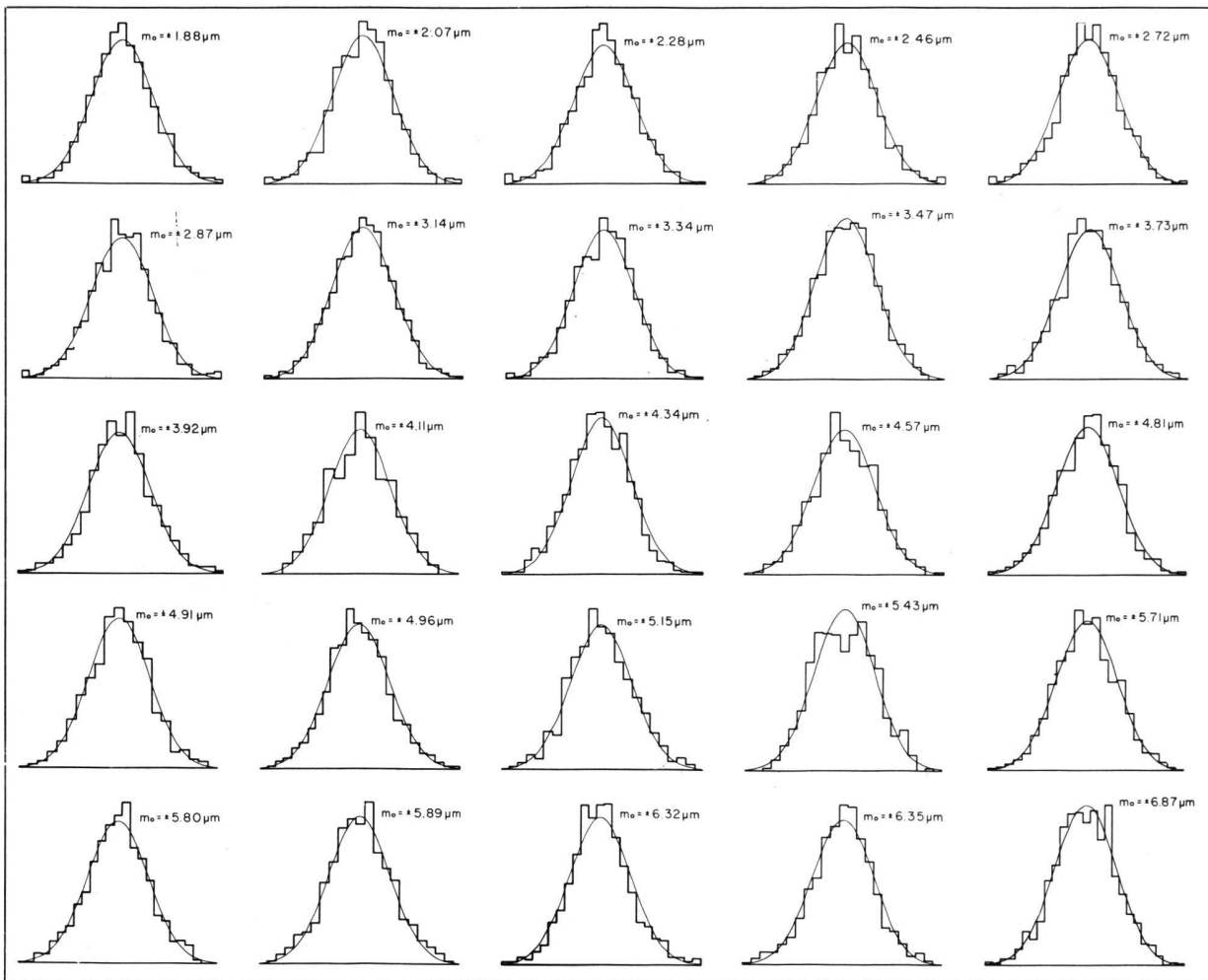


Abb. 15

Dieser Fehleranteil ist ebenfalls in diesem Diagramm dargestellt. Die entsprechenden quadratischen Mittelwerte für die 500 ausgewählten Auswertungen ergaben sich zu:

$$m_p = \pm 3,31 \mu\text{m}, m_l = \pm 1,81 \mu\text{m}, m_s = \pm 2,58 \mu\text{m}.$$

In Abbildung 15 sind überdies die Histogramme der Koordinatenverbesserungen und die dazugehörigen Normalverteilungskurven für fünfundzwanzig Bündelrekonstruktionsausgleichungen gemeinsam für die x - und y -Koordinaten aufgezeichnet. Die Auswahl des hier dargestellten Materials erfolgte so, daß die entsprechenden mittleren Koordinatenfehler nach der Ausgleichung sich etwa gleichmäßig über den Bereich der erhaltenen mittleren Koordinatenfehler, das heißt über eine Spanne von $\pm 1,88 \mu\text{m}$ bis $\pm 6,87 \mu\text{m}$, erstrecken. Die Histogramme veranschaulichen das typische Verhalten des gesamten zur Auswertung kommenden Beobachtungsmaterials.

Wenden wir uns nun der Genauigkeit der Spur der Satellitenbahn nach der polynomischen Glättung zu. Die mittlere Ablage eines gemessenen Satellitenpunktbildes vom verwendeten Glättungspolynom sechsten Grades schwankt für die berechneten Polynome zwischen $\pm 1,6 \mu\text{m}$ und $\pm 8,6 \mu\text{m}$ mit einem quadratischen Mittelwert von $\pm 3,75 \mu\text{m}$ für die Glättung in Richtung der Satellitenspur und zwischen $\pm 1,3 \mu\text{m}$ und $\pm 9,3 \mu\text{m}$ mit einem quadratischen

Mittelwert von $\pm 3,28 \mu\text{m}$ senkrecht zur Spur. Der entsprechende x - y -Mittelwert ist $\pm 3,52 \mu\text{m}$.

Der einzelne mittlere Ablagewert ist ein Maß dafür, wie gut sich auf dem jeweiligen Photogramm die Satellitenpunktabbildungen dem Glättungspolynom anpassen. Diese Werte sind die Summe der überlagerten unregelmäßigen Fehler der Komparatormessungen, der Schichtverlagerung und wiederum der Szintillation. Die mittlere Ablage in Richtung der Satellitenspur ist durchschnittlich um etwa $0,5 \mu\text{m}$ größer als senkrecht zur Spur.

Das liegt weniger an den in Richtung der Satellitenspur wirkenden unregelmäßigen Zeitfehlern in der Aufnahme- folge als vielmehr daran, daß die Komparatormessungen für die Satellitenspurbilder in Richtung der Spur einen etwas größeren mittleren Fehler haben als senkrecht dazu, was durch die Unschärfe der Bilder infolge der Satellitenbewegung bedingt ist.

Je Photogramm stehen etwa 300 Satellitenbildmessungen zur Verfügung. Aus den entsprechenden Doppelmessungen bzw. deren Differenzwerten wurde wiederum die Komparatormesgenauigkeit bestimmt. Diese ergibt sich im Mittel für die x - und y -Messungen zu $\pm 1,79 \mu\text{m}$, also praktisch gleich dem entsprechenden Wert für die Messungen der Sternbilder. Wiederum mit der Annahme von $\pm 1,0 \mu\text{m}$ als mittlere unregelmäßige Schichtenverlagerung ergibt sich

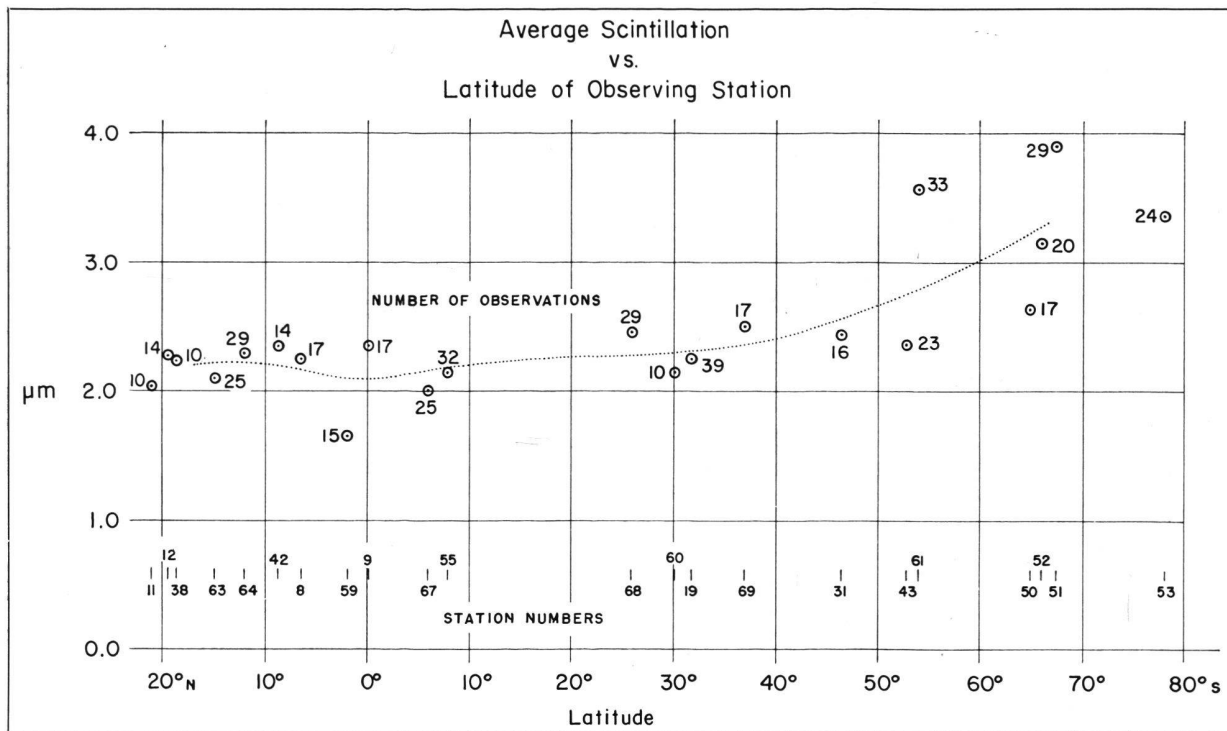


Abb. 16

auch hier die Möglichkeit, den Szintillationseffekt zu isolieren als

$$m_s = (3,52^2 - 1,79^2 - 1,0^2)^{\frac{1}{2}} = \pm 2,86 \mu\text{m} \quad (4)$$

Die Behandlung des Szintillationseffektes als eine unregelmäßige Fehlerquelle stützt sich dabei auf die von astronomischen Arbeiten her bekannte Tatsache, wonach sich die durchschnittliche Amplitude der Szintillation als unregelmäßige Fehlerquelle gleichartig nach allen Richtungen auswirkt. Berechnet man für jedes Photogramm die den Sternabbildungen anhaftende Szintillation gemäß (3) und die entsprechenden Werte, wie sie sich aus der Glättung der Satellitenbildablagen mittels Polynomen gemäß (4) ergeben, erhält man für die Gesamtheit der zweifach berechneten Szintillationswerte den Korrelationskoeffizienten $0,81 \pm 0,02$.

In Abbildung 16 ist die durchschnittliche Szintillation für jede Beobachtungsstation aufgetragen, wobei die Stationen nach ihrer geographischen Breite geordnet sind. Daraus erkennt man, daß die Szintillation einmal mit einem über alle Stationen gebildeten Mittel von $\pm 2,58 \mu\text{m}$ für die Sternabbildungen und $\pm 2,86 \mu\text{m}$ für die Satellitenbilder einen erheblichen Fehleranteil im Gesamtfehlerhaushalt darstellt, zum anderen erkennt man das Anwachsen des Szintillationseffektes mit zunehmender geographischer Breite, was auf Grund der von Nettelblad vorgelegten Theorie zu erwarten war, wonach die Szintillation in warmen ozeanischen Luftmassen am geringsten, in kalten kontinentalen am größten ist. Die Amplitude der Szintillation hängt außerdem von der Belichtungsdauer ab, was der Grund sein kann, daß die mittlere Szintillation für die zwischen 0,2 s und 3,2 s liegenden Sternbildbelichtungen einen Mittelwert von $\pm 2,58 \mu\text{m}$ zeigt, während er für die mit $1/15$ – $1/30$ s belichteten Satellitenabbilder $\pm 2,86 \mu\text{m}$ beträgt.

Es ist dann offensichtlich, daß die Verwendung kurzzeitiger Blitze ($1/1000$ s Dauer) zu einem noch größeren Szintillationseffekt bei dem einzelnen Blitz führen wird, was die Forderung nach einer erheblichen Anzahl solcher Blitze nur noch erhärtet, andernfalls ein genügend genaues Triangulationsergebnis nicht erhalten werden kann.

Schließlich wollen wir nun noch die Fortpflanzung der angegebenen Fehlerquellen in die räumliche Triangulation betrachten.

Aus der Tafel 2, Spalte 7 entnimmt man, daß einer nicht überbestimmten Bündelrekonstruktionsberechnung eine durchschnittliche Richtungsunsicherheit von $\pm 1'',57$ zuzuordnen ist. In Wirklichkeit ist dieser Wert eine Ortsfunktion der Lage dieser Richtung innerhalb des Aufnahmebündels und fehlertheoretisch streng mit den aus den einzelnen Bündelrekonstruktionsausgleichungen erhaltenen Varianz-Kovarianz-Matrizen zu berechnen. Da es sich hier um relativ enge Aufnahmebündel handelt (der Öffnungswinkel der BC-4 ist etwa 20°), kann man für eine allgemeine Betrachtung der Fehlerfortpflanzung diese Tatsache zunächst einmal übersehen. Da für die 20 zu bestimmenden Interpolationsparameter einer jeden orientierten Bündelrekonstruktion mindestens 10 Referenzsterne benötigt werden, vereinigt man mit der Verwendung von durchschnittlich 100 verschiedenen Sternen je Photogramm 10 Lösungen in der Ausgleichung. Da jeder Stern durchschnittlich fünfmal abgebildet wird, kann man erwarten, daß sich die nach der Ausgleichung der Bündelrekonstruktion ergebende Richtungsunsicherheit für einen Zentralstrahl aus der Kombination der mit den in Tafel 2 gegebenen Werten folgendermaßen ergibt:

Die die einzelne Bildkoordinate beeinflussenden Fehlerquellen addieren sich quadratisch zu

$$m_l = \pm 3,31 \mu\text{m}.$$

Photogrammetric camera: Wild BC-4, Lens: Cosmotar $f = 450\text{mm}$, Aperture 132mm

Target: PAGEOS balloon satellite for 496 photograms and ECHO satellite for 4 photograms

Program: World-Net

Period of observation: October 1966 - September 1969

Observation material: 500 selected photograms with corresponding time recordings from 35 stations in the World-Net

		(1) Type of imagery	(2) Mean errors of comparator measurements m_2 (μm)	(3) Assumed mean of irregular emulsion shift (μm)	(4) Average of mean scintillation (μm) ($''$)	(5) Mean coordinate error after adjustment in photogrammetric bundle simulation $\left[(2)^2 + (3)^2 + (4)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ (m_2) (μm)	(6) Introduced mean error of reduced star catalog data (μm) ($''$)		(7) Total noise in photogrammetric bundle simulation adjustment $\left[(2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (6)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ (μm) ($''$)		(8) Mean error of polynomial smoothing $\left[(2)^2 + (3)^2 + (4)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ (μm) ($''$)	
Average values	a	Stars	± 1.81	± 1.00	± 2.58 ± 1.18	± 3.31	± 0.87	± 0.40	± 3.42	± 1.57	-	-
	b	Satellite	± 1.79	± 1.00	± 2.86 ± 1.31	-	-	-	-	-	± 3.52	± 1.61
Minimal values	c	Stars	± 0.97	± 1.00	± 1.01 ± 0.46	± 1.88	± 0.87	± 0.40	± 1.93	± 0.88	-	-
	d	Satellite	± 0.87	± 1.00	± 1.07 ± 0.47	-	-	-	-	-	± 1.46	± 0.67
Maximal values	e	Stars	± 2.45	± 1.00	± 6.46 ± 2.96	± 6.87	± 0.87	± 0.40	± 7.03	± 3.22	-	-
	f	Satellite	± 2.68	± 1.00	± 6.84 ± 3.14	-	-	-	-	-	± 8.96	± 4.11

Tafel 2

Stellt man sich die fünf je Referenzstern erhaltenen Abbildungen in eine fiktive Abbildung vereint vor, besitzen deren Koordinaten somit eine Genauigkeit von $3,31/\sqrt{5} = \pm 1,48 \mu\text{m}$. Mit der mittleren Sternkatalogunsicherheit von $\pm 0,4'' = \pm 0,87 \mu\text{m}$ (Tafel 3, Spalte 6) kombiniert ergibt sich schließlich eine mittlere Richtungsunsicherheit von $\pm 1,72 \mu\text{m} = \pm 0,79''$. Mit der Vereinigung von 10 unabhängigen Lösungen in einer Ausgleichung wird sich dieser Fehler annähernd zu $\pm 0,79''/\sqrt{10} = \pm 0,25''$ reduzieren.

Aus einer ausgeführten Bündelrekonstruktionsausgleichung mit einem mittleren Fehler für die Bildkoordinaten nach der Ausgleichung von $\pm 3,31 \mu\text{m}$ ergaben sich bei etwa gleichmäßiger Verteilung der 648 benutzten Sternabbildungen, die von 105 verschiedenen Bezugssternen erzeugt wurden, die in folgender Tafel angegebenen mittleren Richtungs- genauigkeiten für verschiedene als fehlerfrei angenommene Bildpunktlagen.

Der sich gemäß Tafel 3 für den Zentralstrahl ($x = y = 0$) ergebende mittlere Fehler von $\pm 0,23$ stimmt gut mit dem zuvor aus allgemeinen Fehlerbetrachtungen erhaltenen Wert von $\pm 0,25$ überein. Entsprechend ergibt sich mit einer aus Tafel 2, Spalte 8 entnommenen mittleren Satelli-

tenpunktablage von $\pm 1,61''$ unter Verwendung von Glättungspolynomen sechsten Grades für 300 Satellitenpunkte eine zu erwartende Richtungsunsicherheit nach der Ausgleichung von $\pm 1,61''/\sqrt{300/7} = \pm 0,25''$. Da beide Fehleranteile unkorreliert sind, erhält man den zu erwartenden totalen Richtungsfehler für einen Zentralstrahl zu $(0,25^2 + 0,25^2)^{\frac{1}{2}} = \pm 0,35''$.

Mit der Verwendung von Glättungspolynomen sechsten Grades stehen in jedem Aufnahmebündel für die Stations-triangulation sieben Richtungen zur Verfügung. Diese sind aber bekanntlich völlig korreliert; einmal werden sie alle aus einer bestimmten Gruppe von Interpolationsparametern einer Bündelrekonstruktion erhalten, zum anderen werden sie aus einem bestimmten Paar von Glättungspolynomen hergeleitet. Aus dem Studium der sich bei der strengen Ausgleichung ergebenden entsprechenden Varianz- und Kovarianzmatrizen, deren Darstellung den hier zur Verfügung stehenden Platz überschreiten würde, ersieht man, daß die Benutzung von sieben gleichmäßig über die Satellitenspur verteilten Richtungen für die BC-4-Bündelgeometrie einen Gewinn von rund 32% gegenüber der Einführung einer einzelnen zentralen Richtung bringt. Das heißt, die Verwendung aller sieben aus den entsprechenden Glättungspolynomen abgeleiteten und über das Plattenformat verteilten Richtungen bringt etwa den gleichen Informationsinhalt wie zwei Zentralstrahlen, die aus zwei unkorrelierten Auswertungen erhalten wurden.

Stellt man sich nun vor, daß die Gesamtinformation, die in der Auswertung eines bestimmten Photogramms verwendet wird, zur Bestimmung einer einzelnen zentralen fiktiven Richtung zusammengefaßt wird, dann kann man für eine

Bildpunktlage x [mm] / y [mm]	0/0	10/10	20/20	30/30	40/40	50/50	60/60	70/70
Mittlere Richtungs- genauigkeit	$\pm 0,23$	$\pm 0,25$	$\pm 0,23$	$\pm 0,19$	$\pm 0,21$	$\pm 0,25$	$\pm 0,44$	$\pm 2,77$

Tafel 3

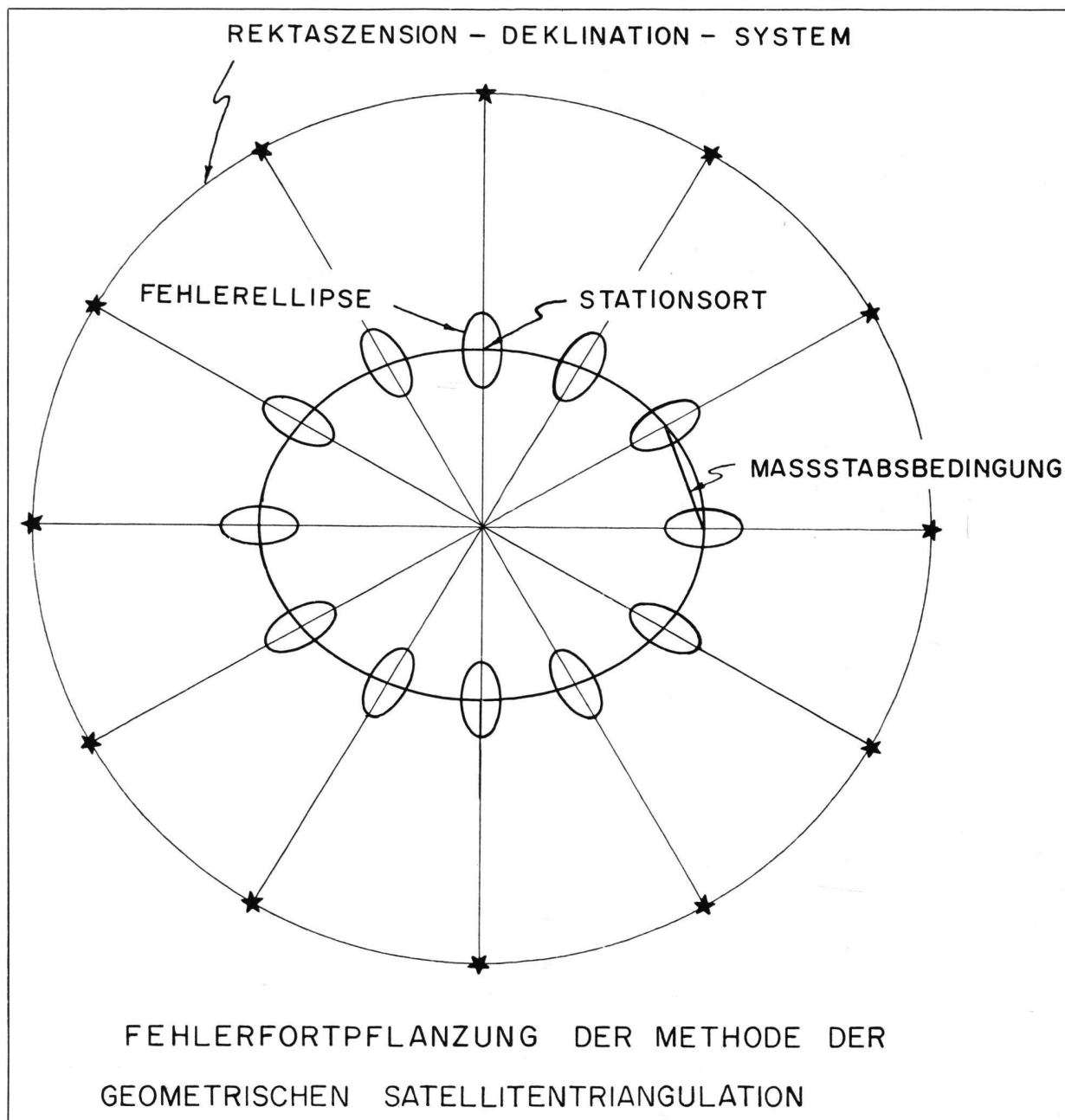


Abb. 17

solche Richtung durchschnittlich eine Richtungsgenauigkeit von $m_r = \pm 0'',35 - (32\%) (\pm 0'',35) = \pm 0'',24$ erwarten. Der Ausgleichslogarithmus beruht auf der Annahme, daß die für die einzelnen Stationen erhaltenen Bündelrekonstruktionsergebnisse unkorreliert sind. Daraus folgt, daß die für die einzelnen Stationen abgeleiteten Satellitenrichtungen ebenfalls unkorreliert sind hinsichtlich der entsprechenden Ergebnisse der anderen Stationen, die den gleichen Satellitendurchgang beobachteten. Um ein Maß für die zu erwartende durchschnittliche Genauigkeit der räumlichen Triangulation der Beobachtungsorte zu erhalten, kann man also annehmen, daß die oben errechnete durchschnittliche Richtungsgenauigkeit von $\pm 0'',24$ für eine fiktive, den gesamten Informationsinhalt ausdrückende Zentralrichtung eine stationsgebundene unkorrelierte Größe darstellt. In dem Ausgleichsalgorithmus wird diese einer spezifischen

Photogrammauswertung anhaftende Genauigkeit der Triangulationsrichtungen mit der sich auf die Koordinaten der sieben fiktiven Satellitenbilder beziehenden Gewichtsmatrix ausgedrückt. In der Diskussion der entsprechenden Gedankengänge wurde erwähnt, daß in der für die endgültige Triangulierung aufzustellenden mathematischen Formulierung nun nur noch die Satellitenbahnorte und die Beobachtungsorte als Unbekannte zu bestimmen sind. Mit der vorher besprochenen grundsätzlichen Triangulationsgeometrie wird es dann ohne weiteres offensichtlich, daß die zu erwartende Genauigkeit der Triangulationsergebnisse senkrecht zur Richtung Station–Satellit einmal der Richtungsgenauigkeit, zum anderen der Entfernung Station–Satellit proportional ist. Das Resultat einer simulierten Fehleranalyse ist in Abbildung 17 schematisch gezeigt, woraus bei der Betrachtung sich gegenüberliegender Stationen hervorgeht,

**FEHLERFORTPFLANZUNGSFAKTOREN ZUR BESTIMMUNG DER GENAUIGKEIT DER
TRIANGULIERTEN STATIONSKOORDINATEN BREITE, LÄNGE UND HÖHE ÜBER
EINEM BEZUGSELLIPSOID UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DES EINFLUSSES
VON 1-4 MASSSTÄBEN**

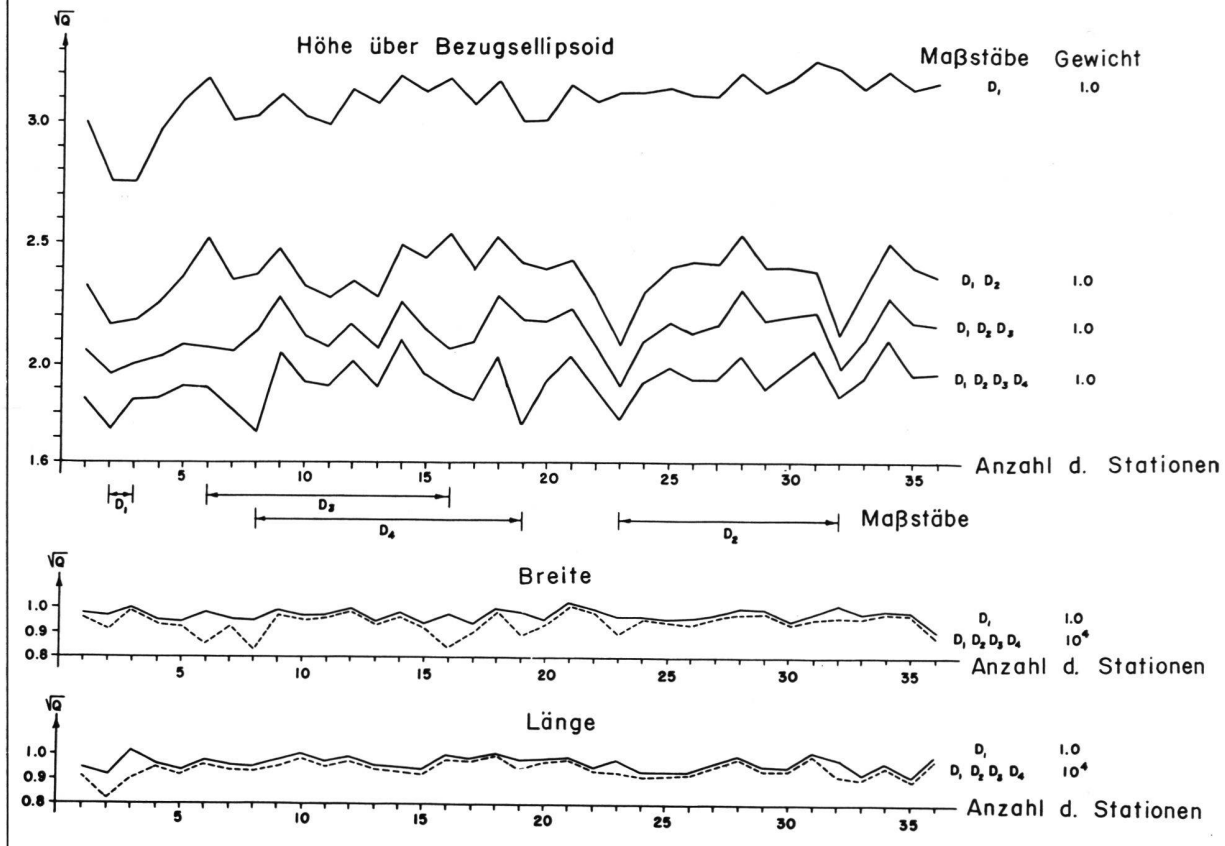


Abb. 18

daß die Unsicherheit in der Höhenbestimmung innerhalb einer Welttriangulation letzten Endes sich als Unsicherheit im Maßstab auswirkt. Man kann daher erwarten, daß zusätzliche Maßstabsbestimmungen sich besonders günstig auf die Genauigkeit der Höhenkoordinaten auswirken, dagegen kaum einen Gewinn für die Bestimmung der Lagekoordinaten φ, λ bringen. Diese Tatsache ist in Abbildung 18 veranschaulicht, in der der Einfluß von einer bis vier Maßstabsbestimmungen gezeigt wird. Im unteren Teil dieser Abbildung wird gezeigt, daß selbst unter Annahme fehlerfreier Maßstabsbestimmungen (Gewicht 10^4) nur den an der Maßstabsbestimmung unmittelbar beteiligten Stationen ein Gewinn in der Bestimmung der Breite φ und der Länge λ erwächst.

Hingegen reduziert sich der Fehlerfortpflanzungskoeffizient in der Höhenbestimmung von 3 auf rund 2 unter Verwendung von vier Maßstabsbestimmungen, selbst wenn man ein mehr realistisches Gewicht 1 für die Maßstabsbestimmungen annimmt.

Bekanntlich wurde im Weltnetz fast ausschließlich der Pageos-Satellit beobachtet. Seine nominale kreisförmige Umlaufbahn mit etwa 4600 km Höhe ergab für die Station-Satellit-Entfernungen einen Durchschnittswert von 6000 km. Mit einer durchschnittlichen Richtungsgenauigkeit von $\pm 0'',24$ und den in Abbildung 18 angegebenen Fortpflan-

zungsfaktoren ergeben sich für eine Triangulationslösung, die sich auf jeweils zwei Satellitendurchgänge je Dreiecksseite stützt, unter Annahme eines fehlerfreien Maßstabes im Durchschnitt für die Lagekoordinaten der Beobachtungsstationen mittlere Fehler $m_\varphi = m_\lambda = \pm 7,0$ m und $m_H = \pm 21,0$ m. Derzeit sind 2500 Photogramme des Weltnetzes für die Auswertung ausgewählt. Diese Beobachtungen entsprechen etwa fünf unabhängigen Lösungen. Die aus der entsprechenden Ausgleichung zu erwartende Genauigkeit sollte deshalb betragen: $m_\varphi = m_\lambda = \pm 7,0/\sqrt{5} = \pm 3,1$ m und $m_H = \pm 21,0/\sqrt{5} = \pm 9,4$ m. Führt man nun wie vorgesehen vier unabhängig, mit einer Genauigkeit von mindestens 1 : 2000000, bestimmte Maßstabsstrecken ein, dann wird der zu erwartende mittlere Fehler der Höhe $m_H = \pm 3,1 \text{ m} \cdot 1,8 = \pm 5,6$ m und der mittlere Lagefehler einer Station

$$M = \pm [(m_\varphi^2 + m_\lambda^2 + m_H^2)/3]^{1/2} = \pm 4,1 \text{ m.}$$

M ist damit rund 1 : 1500000 der mittleren Entfernung Station-Satellit.

Aus der nunmehr vorliegenden Gesamtauswertung werden die in Abbildung 19 angegebenen mittleren Fehler für die 45 Weltnetzstationen erhalten. Der mittlere Fehler RMS von $\pm 4,53$ m, der durch die am rechten Ende erscheinenden relativ großen mittleren Fehler von vier Stationen be-

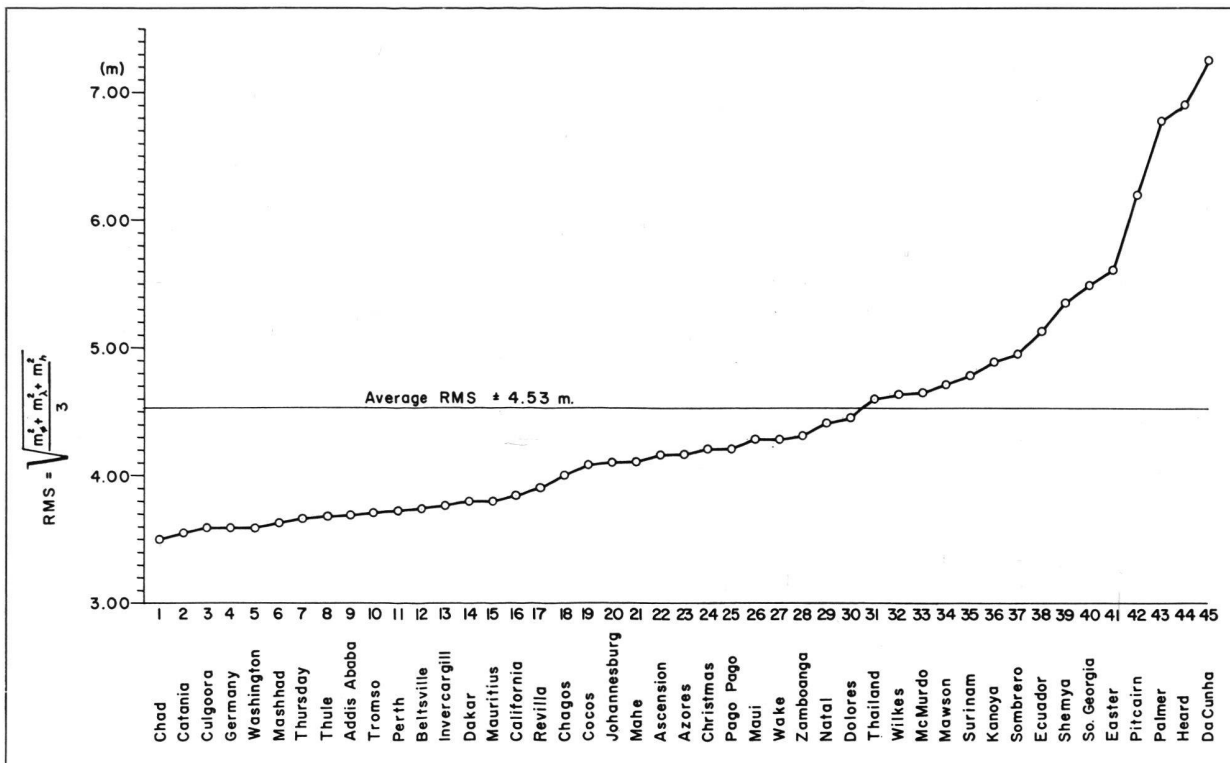


Abb. 19

einflußt wird, stimmt gut mit der theoretisch erwarteten Genauigkeit überein. Die relativen Genauigkeitsunterschiede zwischen den einzelnen Stationen beruhen ausschließlich auf der Häufigkeit der erfolgreich beobachteten Satellitendurchgänge und spiegeln die jeweils vorherrschenden Wetterverhältnisse wider.

Wenden wir uns nun zum Schluß jenem Fragenkomplex zu, der sich mit der Verwendbarkeit der aus der Kombinationslösung der Satellitengeodäsie erhaltenen Resultate für die angewandte Geodäsie beschäftigt, das heißt für die Verbindung der Satellitenresultate mit den klassischen geodätischen Meßkonzeptionen. Das Problem ist, das Weltsystem so zu verdichten, daß die klassischen geodätischen Messungen verankert werden können. Ganz ähnlich wie bei den konventionellen geodätischen Meßmethoden unterscheiden sich auch in der Satellitengeodäsie die dabei zur Anwendung kommenden Methoden kaum von denjenigen, die bei der Erstellung der Grundlagensysteme zur Anwendung kamen. Sicherlich trifft dies für die Ortsbestimmung zusätzlicher Stationen zu. Diese Aufgabe kann mit Hilfe der dynamischen Geodäsie gelöst werden, indem Satelliten gleichzeitig von einigen im geodätischen Weltsystem bestimmten Stationen und von den zusätzlich neu zu bestimmenden Orten beobachtet werden. Unter Berücksichtigung des aus dem Weltsystem vorliegenden Schwerefeldes wird die Bahn des Satelliten berechnet. Damit wird der Satellit Träger geozentrischer Koordinaten als Funktion der Koordinate Zeit. Wird nun auf einer zu bestimmenden Station eine Reihe derartiger Satellitendurchgänge beobachtet, zum Beispiel durch Messen von Dopplerfrequenzen, so können seine dreidimensionalen, auf den Massenschwerpunkt der Erde bezogenen Ortskoordinaten berechnet werden.

Je nachdem, ob die Bahnelemente aus über die ganze Erde verteilten Beobachtungen abgeleitet oder aus Beobach-

tungen von mehr lokal angeordneten Basisstationen berechnet wurden, spricht man von einer Methode der Punktbestimmung mittels langer oder kurzer Umlaufbahnbögen. Obwohl sowohl vom Meßkonzept wie auch vom meßmethodischen Standpunkt verschieden, sind die beiden bei der Lösung des Problems auftretenden Teilaufgaben von der meßphilosophischen Seite her vergleichbar mit dem Verfahren des räumlichen Vorwärts- und Rückwärtseinschneidens der klassischen Geodäsie. Die Anwendung dieses Verfahrens ist neuerdings durch die Herstellung eines kompakten, völlig automatischen und leicht transportablen Gerätes, des Geoceivers, möglich geworden.

Die Resultate sind zurzeit wahrscheinlich gut genug, um Kontrollpunkte für die Herstellung kleinmaßstäblicher Karten, vor allem in unvermessenen Gebieten, zu bestimmen. Auch dürfte die der Methode innewohnende Genauigkeit den meisten militärischen Aufgaben völlig genügen. Allerdings ist meiner Meinung nach die Zeit noch nicht gekommen, daß derartig bestimmte Punkte als Kontrollpunkte für die Einpassung klassischer Triangulationssysteme dienen können.

Für die Bestimmung derartiger Punkte ist meiner Überzeugung nach noch die rein geometrische Methode der Satellittriangulation vorzuziehen. Zurzeit wird ein so konzipiertes Verdichtungsnetz vom National Geodetic Survey in Zusammenarbeit mit Kanada für den nordamerikanischen Kontinent aufgestellt. Es ist in Abbildung 20 gezeigt. Die entsprechenden Beobachtungen wurden im April 1972 beendet. Wie man erkennen kann, bildet dieses Netz über Grönland und Island eine Brücke nach Europa. Um den europäischen Anschluß sicherzustellen, beobachten zurzeit drei deutsche Beobachtergruppen unter der Initiative von Kneissl (München) auf den Stationen Tromsø (Norwegen), Keflavik (Island) und Hohenpeißenberg (Deutschland).

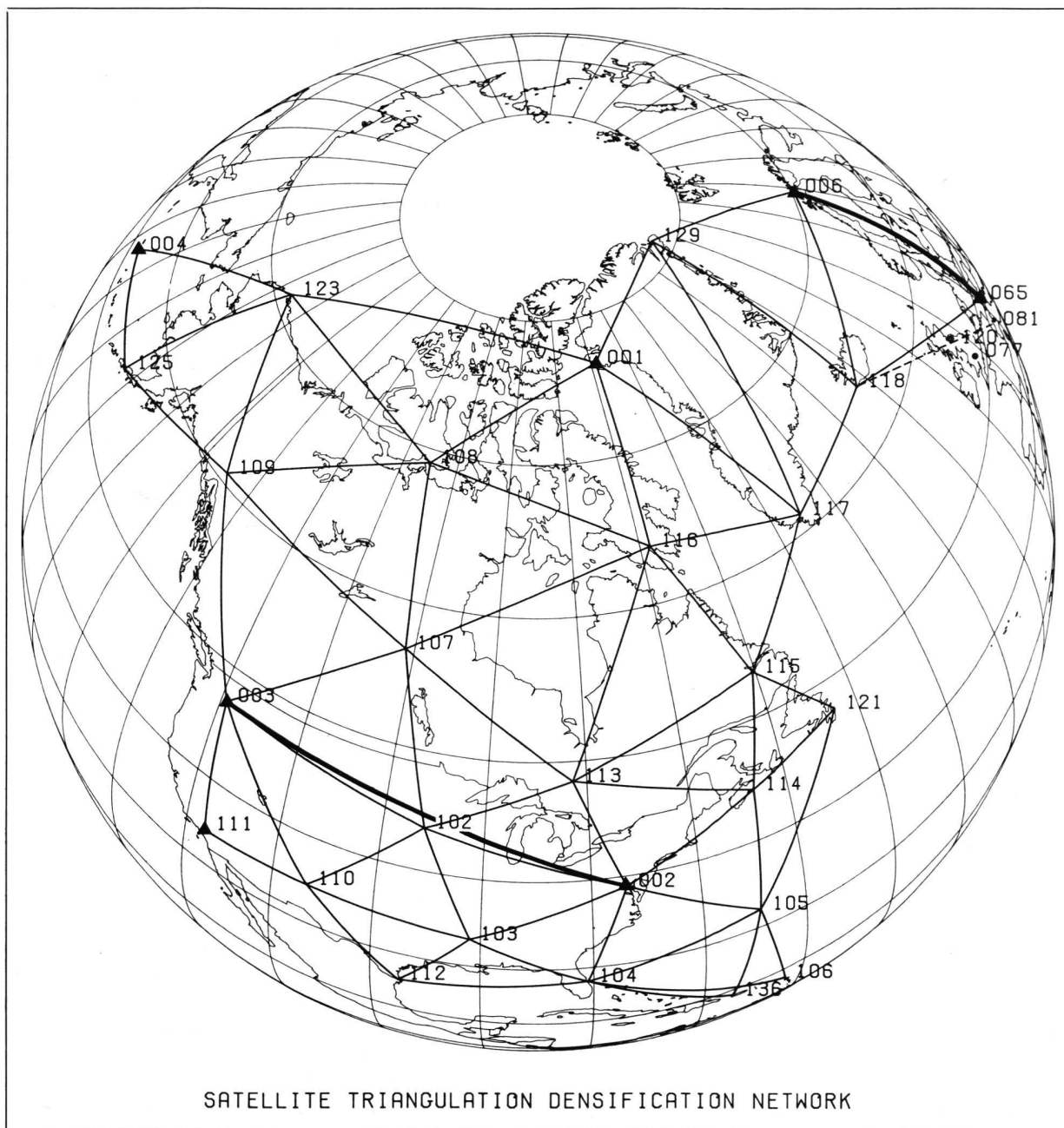


Abb. 20

Außerdem werden Beobachtungen mit einem langbrennweitigen astronomischen Fernrohr auf der exzentrischen Station Zimmerwald (Schweiz) unter der Betreuung von *Schürer* (Bern) ausgeführt. Dieses Verdichtungsnetz wird in sieben Weltnetzstationen verankert, oder besser gesagt, wird den von ihm überspannten Raum in geometrischer Hinsicht versteifen und die relative Genauigkeit des Weltnetzes in diesem Gebiet verstärken. In Nordamerika wird dieses Netz mit seinem quantitativen Resultat und der dazugehörigen Kovarianzmatrix den Rahmen für die geplante Neuausgleichung im Gebiet des jetzigen «North American Datum 1927» liefern. Würde man für ein optimales Hochziel, das heißt einen etwa 10 m großen Ballonsatelliten in etwa 1200 km Höhe, Sorge tragen, könnten derartige Verdichtungsnetze mit etwa ± 1 m Genauigkeit für alle drei Koordinaten erstellt werden. Entsprechend kann man folge-

richtig schließen, daß dann Stationen mit 500–1000 km Entfernung voneinander von Nutzen sind, um als Netzknotenpunkte nullter Ordnung den Rahmen für klassische geodätische Triangulationssysteme zu bilden.

Für die Verdichtung des Schwerfeldes zur Erfassung seiner Feinstruktur ist die Lösung nicht so offensichtlich. Einmal könnte das Problem mit einer erhöhten Genauigkeit der Umlaufbahnbestimmungen gelöst werden. Um vor allem die Unsicherheiten in der elektromagnetischen Wellenlaufzeit auszuschalten, sind Vorschläge gemacht worden, Satelliten in relativ niedriger Umlaufbahn von solchen in sehr hoher, zum Beispiel geostationäre Satelliten, zu vermessen. Um andererseits die den Geodäten in seinen Untersuchungen störenden und die Umlaufbahn des Satelliten beeinflussenden physikalischen Effekte auszuschalten, hat man vorgeschlagen, eine in einer Hülle frei schwebende Prüfmasse

als Satellit derart zu fliegen, daß die Hülle, die vor allem vom Restluftwiderstand verzögert wird, durch zusätzliche Impulse ausgestoßener Gase vor Berührung mit der Prüfmassse bewahrt wird. Die Prüfmassse würde dann, nur von der Schwerkraft beeinflusst, eine für geodätische Zwecke ideale Umlaufbahn haben. Derartige Programme können heute technisch verwirklicht werden, die Bereitstellung der dazu nötigen Geldmittel ist aber bei der augenblicklich stattfindenden Neuordnung nationaler Ziele zumindest in den USA kaum zu erwarten. Bleibt für die Zukunft jedoch ein zurzeit in Planung befindlicher Versuch, der es meiner Meinung nach der Satellitengeodäsie in diesem Jahrzehnt ermöglichen sollte, einen weiteren grundsätzlichen geodätischen Beitrag zu leisten. Die Idee ist, die rein geometrische, das heißt praktisch von allen geophysikalischen Theorien freie Bestimmung der Form der Meeresoberfläche. Dabei wird entweder mit Laser- oder Radarpulsen in kurzen Intervallen die Entfernung zwischen Satelliten und Meeresoberfläche gemessen. Wird nun ein solcher Satellit von Stationen eingemessen, deren Orte aus der vorher erwähnten Kombinationslösung bekannt sind, kann seine Umlaufbahn unter Einbeziehung der dann vorliegenden Kenntnisse über das Schwerfeld mit einer absoluten Genauigkeit von mindestens ± 10 m in bezug auf den Massenschwerpunkt und mit einer solchen von besser als ± 1 m in ihrer relativen Form bestimmt werden. Aus den etwa alle 10 Sekunden ausgeführten Abstandsmessungen, deren Genauigkeit auf Grund heute bereits vorhandener Komponenten mindestens ± 2 m beträgt, ergibt sich die detaillierte Darstellung der Ozeanoberfläche. Mit der Vielzahl dieser Meßdaten sollte es möglich sein, den Einfluß von Sonnen- und Mondgezeiten sowie den augenblicklichen Zustand der Meeresoberfläche statistisch herauszufiltern, um dann die Detailform des Geoides in guter Annäherung und, wie gesagt, ohne jede physikalische Hypothese zu erhalten. Kombiniert man diese Möglichkeit mit der Tatsache, daß auf der festen Erde über die Resultate der geometrischen Satellitentriangulation die dreidimensionale Lage der Orte bestimmt wird, auf denen man Schweremessungen zusammen mit astronomischen Ortsbestimmungen ausführt, so erhält man für die Belange der physikalischen Geodäsie Daten, deren Informationsinhalt, wie Koch (Bonn) gezeigt hat, eine vereinfachende Reformierung des Randwertproblems der physikalischen Geodäsie zuläßt. Zusammen mit den aus Satellitenvermessungen gewonnenen Erkenntnissen ergibt sich damit eine neue und vom konzeptionellen Standpunkt praktisch hypothesenfreie Möglichkeit der Bestimmung des äußeren Schwerfeldes der Erde.

Ein erstes Experiment dieser Art ist bei der USA-Raumbehörde für 1973/74 geplant.

Damit haben wir nun schon einen Blick auf die nahe Zukunft geworfen. Derartige Betrachtungen weisen auf die technischen Möglichkeiten einer wesentlich erhöhten Präzision in den Meßverfahren und entsprechend gesteigerten Genauigkeit in den erzielten Resultaten hin. Diese Möglichkeiten werden es nötig machen, in der Geodäsie den Begriff der «stationären Erde» durch den der «dynamischen Erde»

zu ersetzen. Das Konzept einer Modellerde, auf die alle Meßergebnisse bezogen werden, muß durch die Einführung eines annähernd absoluten Bezugssystems erweitert werden, auf das die zeitveränderlichen Parameter einer dynamischen Erde bezogen werden können. Die heutigen Methoden der Satellitengeodäsie haben noch Fehlergrenzen, die derartige Untersuchungen ausschließen. Um derartige Probleme zu lösen, bedarf es neuer Meßmethoden, die etwa zwei Größenordnungen genauer sind. Solche Genauigkeiten sind jedoch nur dann bedeutungsvoll, wenn gleichzeitig ein physikalisch realisierbares Bezugssystem unabhängig von der Erde erstellt werden kann, von dem die zeitlich veränderlichen Parameter der Erde mehr oder minder fortlaufend gemessen werden können. Derzeitige Entwicklungen in der Radioastronomie scheinen, unter Anwendung der interferometrischen Meßtechnik auf sternähnliche Objekte (Quasare und Pulsare), die Genauigkeit eines astronomischen Bezugssystems in der Größenordnung von $\pm 0''{,}001$ möglich zu machen. Durch die Umkehrung der Methode können theoretisch die räumlichen Richtungen zwischen den vielen Millionen Wellenlängen auf der Erde auseinanderliegenden Stationen mit ähnlicher Genauigkeit bestimmt werden, wobei zusätzlich die Entfernung mit Dezimetergenauigkeit erhalten wird. Könnte ein derartiges Verfahren gegenseitig in einem System von zum Beispiel drei geostationären Satelliten angewendet werden, so würde das resultierende, sich fortlaufend gegenüber dem verbesserten Rektaszensions-Deklinations-System räumlich vermessende Dreieck ein annähernd absolutes Bezugssystem bilden, von dem die Umlaufbahnen niedrig fliegender Satelliten fortlaufend vermessen werden könnten. Durch die gleichzeitige Vermessung dieser Umlaufbahnen von den interferometrisch bestimmten Orten erdfester Meßstationen erhielte man Daten zur Bestimmung dynamischer Parameter der Erde, wie Polbewegung und Erddrehung, sowie Änderungen der gegenseitigen Lage solcher Stationen mit hoher Genauigkeit. Ähnliche Resultate sollten auch aus der zurzeit sich in Entwicklung befindenden Laserentfernungsmessung von Erdstationen nach drei auf dem Mond aufgestellten Prismenreflektoren erhalten werden, vorausgesetzt, daß man die Berechnung der Mondumlaufbahn mit einer der Entfernungsmessung entsprechenden Genauigkeit von etwa 0,1 m erreicht. Solche Informationen sind nötig, um die Effekte der Kontinentalverschiebung, Meeresbodenbewegungen und anderer geologischer Veränderungen in kontinentalen Landmassen zu erfassen. Wesentlich verbesserte Ozeanprofilmessungen von Satelliten könnten zur Erfassung der Abweichungen der Potentialfläche gegenüber der Meeresoberfläche führen und damit Meßwerte liefern, die schon heute zum Studium der Dynamik der Meere dringend gefordert werden. Abgesehen von dem zweifellos großen wirtschaftlichen Aufwand soll die außerordentliche Problematik, die mit der Ausführung solcher Meßprogramme verbunden ist, nicht unterschätzt werden. Man muß jedoch vom Konzept her die Möglichkeit anerkennen, daß sich die heutigen Methoden der Satellitengeodäsie logisch in Meßmethoden weiterentwickeln lassen, die das Studium der dynamischen Phänomene der Erde sowie der Physik der Meere ermöglichen.