

Zeitschrift:	Mensuration, photogrammétrie, génie rural
Herausgeber:	Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)
Band:	70-F (1972)
Heft:	3
Artikel:	Lotabweichungen im schweizerischen Triangulationsnetz 1. Ordnung
Autor:	Elmiger, A.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-225001

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 24.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Lotabweichungen im schweizerischen Triangulationsnetz 1. Ordnung

A. Elmiger, Zürich

Zusammenfassung

Die Arbeit zeigt die Bestimmung von Lotabweichungen für die Punkte des schweizerischen Triangulationsnetzes 1. Ordnung durch topographisch-isostatische Interpolation. Der Einfluß der Lotabweichungen wird untersucht für die zwei reinen Richtungsnetze

- RETrig-Block CH: schweizerischer Anteil an der europäischen Hauptnetztriangulation
- Landesnetz Schweiz, für die Bedürfnisse der schweizerischen Landesvermessung

Résumé

L'auteur démontre le procédé de détermination de déviations de la verticale pour les points du réseau de triangulation suisse de premier ordre par interpolation topographique-isostatique. L'influence des déviations est examinée pour les deux réseaux géométriques

- RETrig Bloc CH: Partie suisse de la triangulation européenne
- Réseau national suisse

Summary

The paper shows the determination of deflections of the vertical for the points of the Swiss first order triangulation net by means of topographic-isostatic interpolation. The influence of the deflections is investigated in the two nets (comprising horizontal directions only)

- RETrig Block CH: Swiss part of the European triangulation
- Swiss national net

1. Einleitung

Seit langer Zeit hat man sich gefragt, welchen Einfluß die Lotabweichungen auf das Triangulationsnetz eines Gebirgslandes ausüben, erreichen sie hier doch ziemlich hohe Beiträge. Da jedoch aus praktischen Gründen nur auf einem kleinen Teil der Triangulationspunkte astronomische Beobachtungen ausgeführt werden können und die indirekte Bestimmung durch Interpolation ohne Computer zu aufwendig ist, mußte man sich bis vor kurzem mit Vermutungen oder Abschätzungen begnügen. Heute liegen für alle Punkte 1. Ordnung der Schweiz beobachtete oder interpolierte Lotabweichungen vor, und im folgenden soll die alte Frage für das Netz 1. Ordnung der Schweiz beantwortet werden.

Gegenstand der Untersuchung ist zunächst die Bestimmung der Lotabweichungen durch Interpolation für alle Punkte 1. Ordnung, auf denen keine astronomischen Beobachtungen gemacht wurden, was für 38 von 65 Punkten der Fall ist. Benutzt wird ein topographisch-isostatisches Interpolationsverfahren, welches in [1] beschrieben ist. Hierbei werden für alle verwendeten Punkte – Stützpunkte und Interpolationspunkte – Lotabweichungen aus Massen benötigt, welche aus mittleren Höhen der Topographie berechnet werden. Der eigentliche Interpolationsvorgang erfolgt auf der Stufe der reduzierten Lotabweichungen, womit die Differenzen beobachtete minus aus Massen gerechnete Lotabweichungen gemeint sind. Liegen dann Lotabweichungen

für alle Stationen vor, so wird ihr Einfluß auf die Richtungen des untersuchten Netzes eingeführt, und es wird die Auswirkung auf das Netz gezeigt. Die Untersuchung beschränkt sich auf reine, zwangsfreie Richtungsnetze; nicht berücksichtigt sind gemessene Distanzen und Laplace-Azimute.

2. Untersuchtes Triangulationsnetz

Beilage 1 zeigt das untersuchte Triangulationsnetz 1. Ordnung der Schweiz. Besonders gekennzeichnet sind die beiden untersuchten Teilnetze,

- a) *RETrig-Block CH*: schweizerischer Anteil am europäischen Triangulationsnetz, bestehend aus 52 Punkten;
- b) *Landesnetz Schweiz*: gesamtes Triangulationsnetz 1. Ordnung der Schweiz mit Punkten im benachbarten Ausland, 62 Punkte enthaltend.

Beiden Netzen, die sich zum größten Teil überdecken, sind 49 Punkte gemeinsam; 3 Punkte im Elsaß sind nur im RETrig-Block CH enthalten, während 13 Punkte in der Westschweiz nur dem Landesnetz angehören. Die Gesamtzahl aller betrachteten Punkte ist 65.

Die verwendeten Richtungen wurden aus [6] und [7] übernommen. Sie beziehen sich auf die schweizerische Projektionsebene, enthalten also die ellipsoidischen Reduktionen (Höhe Zielpunkt beziehungsweise Torsionskorrektur, Übergang Normalschnitt–geodätische Linie) und Projektionskorrekturen.

3. Lotabweichungen

3.1 Allgemeines

a) Definitionen

Wie üblich sind «Lotabweichungen» als Zenitabweichungen zu verstehen, das heißt als Abweichungen der physikalischen Zenitrichtung von der Normalen zum verwendeten Referenzellipsoid, ausgedrückt in zwei Komponenten:

Xi: pos.: Abweichung nach Nord

Eta: pos.: Abweichung nach Ost

Einheiten: alte Sekunden (sexagesimal)

b) Referenzsysteme

- System RE 50: internationales Ellipsoid (Hayford), europäisches Datum 1950, verwendet für die europäische Netzausgleichung (RETrig).
- Schweizerisches Bezugssystem: Bessel-Ellipsoid in konventioneller Lagerung; siehe [2].
- Der Übergang vom schweizerischen ins europäische System wurde mit Hilfe eines provisorischen Graphikons der Eidgenössischen Landestopographie durchgeführt,

welches auf dem Vergleich von Koordinaten entsprechender Punkte in beiden Systemen beruht. Es wurde so angewendet, daß sich eine Genauigkeit des Übergangs von ca. $\pm 0'1$ ergibt, was in Anbetracht der Unsicherheit der transformierten Lotabweichungen genügt.

Alle Lotabweichungen, auch die im schweizerischen Landesnetz eingeführten, beziehen sich auf das System RE 50.

c) Methode der Lotabweichungsinterpolation

Zum besseren Verständnis des weiteren Vorgehens sei sie kurz zusammengefaßt:

Zunächst rechnet man für alle Stützpunkte mit bekannten, astronomisch bestimmten Lotabweichungen und für alle Neupunkte, deren Lotabweichungen zu interpolieren sind, auf Grund mittlerer Höhen Lotabweichungen aus Massen. Substriahiert man diese Werte von den gegebenen Lotabweichungen, so ergeben sich reduzierte Lotabweichungen in den Stützpunkten. Durch Interpolation bestimmt man in einem Neupunkt entsprechende reduzierte Lotabweichungen, welche, addiert zu den entsprechenden Lotabweichungen aus Massen, die gesuchten interpolierten Lotabweichungen im Neupunkt ergeben.

Der Interpolationsvorgang kann graphisch (jede Komponente für sich) oder analytisch erfolgen. Wir wenden hier das in [1] beschriebene analytische Verfahren an, welches beide Komponenten gleichzeitig liefert und implizit ihre gegenseitige Korrelation berücksichtigt. Es benutzt ein funktionales Modell – im Gegensatz zu den oft verwendeten statistischen Modellen, siehe zum Beispiel [4, 5] –, das heißt es wird nach der physikalischen beziehungsweise geometrischen Bedeutung der verwendeten Stützwerte (reduzierte Lotabweichungen) gefragt. Diese können, von kleinen Vernachlässigungen abgesehen, als Lotabweichungen eines Cogeoïdes aufgefaßt werden, das als Niveaufläche entsteht, nachdem eine Regularisierung – entsprechend dem verwendeten Isostasiemodell – durchgeführt ist. (Hierbei werden die über dem Geoid gelegenen topographischen Massen entfernt und senkrecht unter das Geoid verschoben, wo sie zur Kompensation des nach Modell dort vorhandenen Massendifzits verwendet werden.)

Zur Approximation der Cogeoïdhöhen über dem Referenz-ellipsoid dienen zweidimensionale Polynome (einerseits gewöhnliche und anderseits trigonometrische Polynome beziehungsweise Fourierreihen), deren unbekannte Koeffizienten durch vermittelnde Ausgleichung bestimmt werden. Die interpolierten Lotabweichungen erhält man durch partielle Ableitung des Polynoms in den beiden Koordinatenrichtungen. Sie sind also Funktionen der ausgeglichenen Parameter, und es lassen sich damit auch mittlere Fehler und Fehlerellipsen für sie angeben.

Die gleichzeitig mitbestimmten Cogeoïdhöhen sind geophysikalisch interessant, aber in diesem Zusammenhang nicht nötig.

Die Rechnung erfolgte mit dem Programm LAINT des Verfassers.

3.2 Astronomische Lotabweichungen

Von den 65 betrachteten Stationen 1. Ordnung sind auf 27 Stationen beide Lotabweichungskomponenten mit teilweise sehr unterschiedlicher Genauigkeit (Azimute) beobachtet worden. Auf einer Station (Gridone) liegt nur die

Breitenkomponente vor. Die Werte sind in [2] zusammengestellt. Die Lotabweichungen der Punkte Feldberg und Belchen stammen aus [5], die des Punktes Mottarone wurden aus Angaben des IGM in Florenz berechnet.

Als Stützpunkte für das Interpolationsverfahren werden jedoch nicht nur Punkte 1. Ordnung, sondern alle verfügbaren astronomischen Stationen beigezogen, soweit auch entsprechende Lotabweichungen aus Massen vorliegen. Zu den in [2] zusammengestellten Werten kommen alle seither beobachteten Stationen. Eine Anzahl französischer astronomischer Stationen entlang der Grenze konnten leider noch nicht benutzt werden, weil mittlere Höhen beziehungsweise Lotabweichungen aus Massen zurzeit noch nicht vorhanden sind.

3.3 Lotabweichungen aus Massen

a) Methode der Berechnung

Methode und Formeln sind in [1] dargestellt. Es sei nur erwähnt, daß das Isostasiemodell von Pratt-Hayford benutzt wird. Ferner nimmt man eine homogene Dichteverteilung der Massen über dem Geoid an.

b) Mittlere Höhen der Schweiz

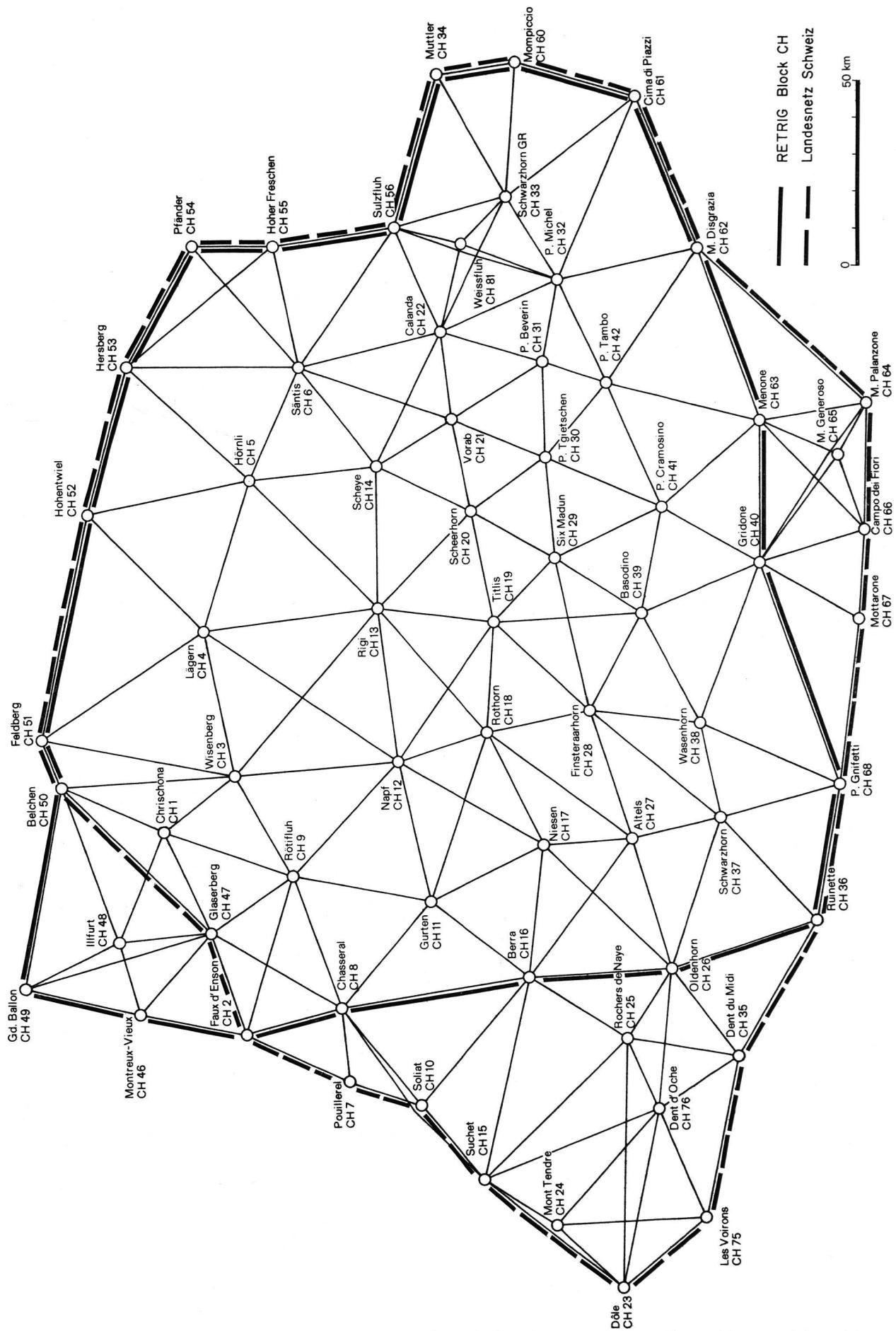
Das Einzugsgebiet der mittleren Höhen ist in 2a dargestellt. Grundlage ist ein quadratisches Gitternetz von 500 m Maschenweite auf der Basis des ebenen Landeskoordinatensystems. Die 500-m-Zone (eine mittlere Höhe pro 500-m-Quadrat) überdeckt die ganze Schweiz und alle Stationen 1. Ordnung (ausgenommen die 3 Stationen im Elsaß, die nur zum RETrig-Block CH gehören). Das Einzugsgebiet geht um mindestens 20 km über die äußersten Stationen hinaus. Diese 500-m-Koten beziehen sich auf die feste Erdoberfläche: bei Seen ist der Grund, bei Gletschern die Oberfläche gemeint. Außerhalb der 500-m-Zone wird nur eine Kote pro 10-km-Block angegeben. Diese 10-km-Zone geht über die äußersten Stationen 1. Ordnung (Feldberg, M. Palanzone, La Dôle, Mompiccio) um 70 km hinaus. Da die Grenze auf allen vier Seiten geradlinig gezogen wurde, ergibt sich das äußere Rechteck von Beilage 2a als Rand des Einzugsgebietes. Die Daten liegen in Form von Lochkarten vor und sind zudem auf einem Magnetband gespeichert.

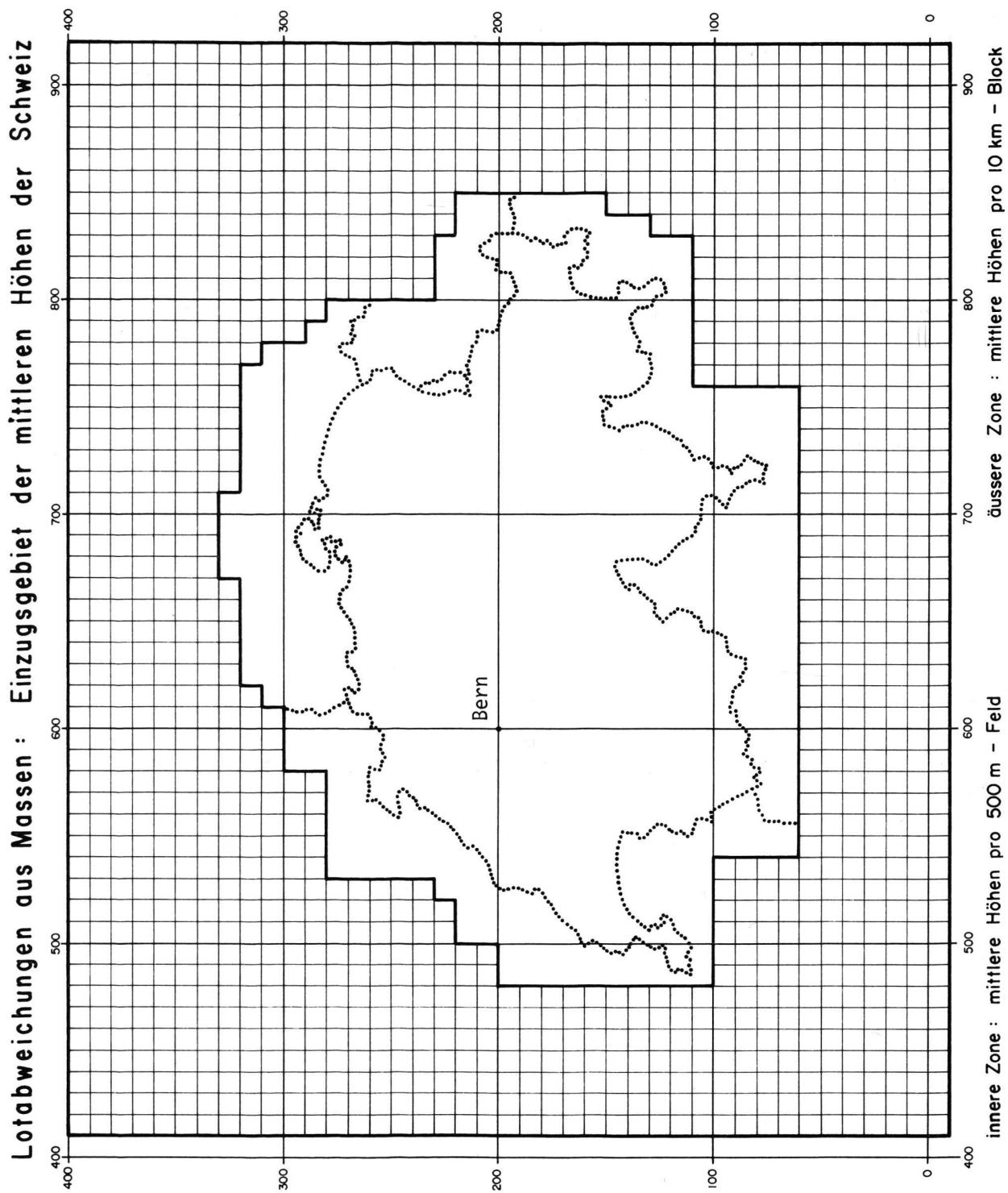
c) Mittlere Höhen der Stationsumgebungen

Da die Massen der nächsten Umgebung eine besonders starke Anziehung auf die Lotrichtung ausüben, müssen die Höhen der Stationsumgebung durch ein feineres Raster erfaßt werden. Für jede Station, die als Stützpunkt oder Interpolationspunkt benutzt werden soll, sind daher zusätzliche mittlere Höhen von 100-m-Quadranten für ein Gebiet von $1500 \text{ m} \times 1500 \text{ m}$ erforderlich. In der unmittelbaren Stationsumgebung, gebildet aus den innersten $3 \times 3 / 100\text{-m}$ -Feldern, erhält man eine noch feinere Unterteilung durch Bildung von 50-m-Quadranten, deren Höhen rechnerisch (durch das Programm) interpoliert werden.

d) Computerprogramm

Das Programm LASRM, «Lotabweichungen und Schwerereduktionen aus Massen», in Algol 60 vom Verfasser für den Computer CDC1604-A entwickelt, wurde im wesentlichen unverändert auf das gegenwärtig an der ETH Zürich installierte Computersystem CDC 6400/6500 umgeschrieben.





Resultate: Lotabweichungen und Schwerereduktionen aus Massen Einheiten: alte Sekunden/mgal

Station	Nr.	Y	X	H	Stationsumgebung				Bis Q1KRIT				Bis Q2KRIT	
					XI	ETA	Mgal	XI	ETA	Mgal	XI	ETA	Zone	ohne Zone
P. Gnifetti	68	634010	86266	4556	-.93	.92	19.17	-6.80	18.09	94.62	-12.38	24.79	113.60	115.42
				0	.17	-2.67	71.42	-4.51	9.05	300.34	-9.85	15.46	308.47	318.69
Schwarzhorn GR	33	791280	179112	3146	-.80	.11	16.55	3.32	-3.63	43.80	5.67	-6.85	46.84	48.36
				0	-1.50	.32	66.68	2.55	-2.00	241.91	4.80	-5.09	250.17	262.27
Piz Michel	32	769112	164934	3159	-.27	-.97	19.25	3.15	-9.99	69.12	5.35	-12.00	72.75	74.99
				0	1.99	-1.47	67.15	4.32	-7.56	215.27	6.43	-9.46	223.83	234.01
Piz Beverin	31	746903	168607	2997	.59	.36	15.87	11.75	3.05	62.08	13.45	3.42	65.21	66.39
				0	-1.49	1.63	64.68	7.78	2.89	203.37	9.41	3.28	210.59	222.79
Piz Tgjetschen	30	721127	167305	2857	.51	-.90	11.85	2.16	.14	36.09	4.33	.62	39.10	39.86
				0	.59	-1.33	65.74	2.37	.62	221.05	4.49	1.09	227.50	239.52
Six Madun	29	693826	164204	2928	-.14	-.37	11.13	1.35	-2.85	38.22	1.90	-2.35	41.81	44.87
				0	-.50	.82	66.36	2.41	-.93	222.05	2.92	-.46	229.84	241.88
M. Disgrazia	62	778122	126839	3678	1.43	-1.66	21.48	-8.64	-.74	85.36	-12.87	-2.91	94.23	97.50
				0	.98	-1.38	70.38	-9.91	.31	245.13	-13.92	-1.76	251.33	261.52
Pizzo Menone	63	731865	109442	2245	1.56	.76	13.12	-4.03	1.54	45.25	-11.84	-1.36	48.52	49.60
				0	2.02	1.13	61.98	-4.16	1.63	154.78	-11.77	-1.20	157.99	168.00
Monte Palanzuolo	64	736923	80486	1436	1.18	.69	8.30	-5.29	-.72	28.69	-11.21	-2.94	30.34	31.23
				0	2.12	1.54	49.11	-4.31	-.64	93.68	-10.14	-2.82	94.95	106.72
Cima di Piazz	61	818789	144591	3439	.06	.16	15.43	1.53	2.82	65.91	-2.32	3.93	70.30	73.08
				0	-1.75	.42	67.51	-.17	2.49	235.80	-3.54	3.57	244.78	256.98
Mompiccio	60	827621	177409	3162	1.52	-.41	12.13	-2.16	5.28	38.61	-.75	6.78	40.93	42.29
				0	1.73	-1.38	66.36	-2.44	2.77	238.77	-1.05	4.24	248.45	260.55
Tamborin	42	741521	151124	3274	-.95	-1.94	16.12	.38	.03	61.57	-2.08	-2.02	67.08	68.92
				0	-1.32	-2.48	67.32	-.27	1.23	231.50	-2.64	-.76	237.63	247.85

500-m-Felder bis Q1KRIT = 20 km; 10-km-Felder (Einzugsgebiet) bis Q2KRIT = 70 km; Formelwahlparameter: 0.20/0.20; Isostasie: Pratt-Hayford; Ausgleichstiefe: 120 km; Lottkrümmungen: Ja;
Konstanten: Dichte 2.65; Schwere 9.8067; Grav. Konstante $6.67 \cdot 10^8$

Für die Durchführung der Berechnungen wurden folgende Parameter gewählt:

- 500-m-Zone bis 20 km Radius um jede Station
- 10-km-Zone bis 70 km Radius
- Ausgleichstiefe 120 km

Durch Anpassung dieser drei Parameter an die Verhältnisse der früheren Berechnungsmethode, wo mit Sektoren-Zonen-einteilung und von Hand gearbeitet wurde, ist ein Vergleich der Resultate beider Methoden möglich.

Ferner:

- Mittlere Dichte 2.65
- Formelwahl-Parameter 0.2/0.2
- Interpolation der Höhen der innersten Zone (3×3 Felder)

Das Programm liefert gleichzeitig topographische Schwerereduktionen, die hier nicht benutzt werden.

In Beilage 2b sind für ein paar zu interpolierende Punkte die Resultate der Lotabweichungsberechnung aus Massen dargestellt: Outputteil des Programms LASRM. Die Tabelle enthält ferner topographische Schwerereduktionen, die in diesem Zusammenhang nicht verwendet werden, und Lotkrümmungen, das heißt Differenzen der Lotabweichungen im Oberflächenpunkt und entsprechenden Geoidpunkt, welche Beträge über $9''$ beziehungsweise $27''$ erreichen.

3.4 Reduzierte Lotabweichungen

Die Differenzen «beobachtete minus aus Massen berechneten Lotabweichungen», die sogenannten reduzierten Lotabweichungen, bilden die Stützwerte für die anschließende Interpolation. Diese Stützwerte wurden mit mittleren Fehlern a priori – aus denen sich die Gewichte ergeben – versehen, die hauptsächlich von der Genauigkeit der astronomischen Beobachtungen abhängen; kritisch sind besonders Eta-Komponenten aus Azimuten.

Die mittleren Fehler a priori, die zum Teil aus [1] übernommen und im übrigen analog angesetzt sind, variieren von $\pm 0''.4$ bis $\pm 1''.5$; Stützwerte und mittlere Fehler a priori sind aufgeführt in Beilage 3a, mit den Ergebnissen der im folgenden beschriebenen Interpolation.

3.5 Interpolation von Lotabweichungen

Wie erwähnt, erfolgt diese flächenhaft auf der Stufe der reduzierten Lotabweichungen und für beide Komponenten gemeinsam. Sie berücksichtigt implizit, das heißt über die übergeordnete Niveauflächenfunktion, die Korrelation der beiden Komponenten.

1. Abgrenzung des Interpolationsgebietes

Da in den reduzierten Lotabweichungen, neben Systemfehlern, insbesondere geophysikalische Einflüsse enthalten

Lotabweichungsinterpolation

Beilage 3a-1

Funktion für Cogeoïd:	P7: Gew. Polynom Grad 7				F2: Fourier-Reihe Ordnung 2				*
	Beobachtungen		n	186	Beobachtungen		n	186	
	Unbekannte	u	35		Unbekannte	u	35		
	Überbestimmung	n-u	151		Überbestimmung	n-u	151		
	Summe PVV		276.61		Summe PVV		293.81		
	Mittlere Fehler-Gewichtseinheit				Mittlere Fehler-Gewichtseinheit				
	A priori		.40		A priori		.40		
	Berechnet (n-u)		1.35		Berechnet (n-u)		1.39		
	Berechnet (n)		1.22		Berechnet (n)		1.26		
	Verwendet		1.35		Verwendet		1.39		
Stützpunkte	XI ETA	V	m XI m ETA		XI ETA	V	m XI m ETA		
	Geg.	Ber.		Vor Nach	Geg.	Ber.		Vor Nach	
1 Basodino	1.3 -1.7	2.3 -1.3	1.0 1.4	.5 .5	1.3 -1.7	2.8 -4.4	1.5 1.3	.5 .5	.4 .4
2 Berra	-1.7 .4	-4.2 .3	-2.5 .7	.6 .6	-1.7 .4	-3.6 .2	-1.9 .6	.6 1.0	.7 .6
3 Campo dei Fiori	-16.3 6.8	-16.8 6.9	-5.5 .1	.4 .7	-16.3 6.8	-15.4 7.0	.9 .2	.4 .4	.8 .8
4 Chasseral	-7.6 3.2	-7.0 .7	.6 -2.5	.6 1.5	-7.6 3.2	-7.3 1.4	.3 -1.8	.6 1.5	.8 .8
5 Dôle	-6.0 .6	-5.6 .7	.4 .1	.4 1.3	-6.0 .6	-6.0 .6	-.0 .0	.4 .4	1.3 1.2
6 M. Generoso	-13.0 1.8	-12.6 4.6	.4 2.8	.4 .8	-13.0 1.8	-13.5 3.2	-.5 1.4	.4 .4	.8 1.0
7 Gurten	-4.6 1.2	-4.7 .4	-.1 .8	.4 .6	-4.6 1.2	-4.5 .4	.1 -.8	.4 .4	.6 .6
8 Hersberg	-6.5 .0	-6.7 -.1	-.2 -.1	.5 1.3	-6.5 .0	-6.8 .2	-.3 .2	.5 .5	1.4 1.1
9 Hörnli	-7.5 .4	-6.8 .7	.7 1.1	.4 .6	-7.5 .4	-5.7 1.2	1.8 1.6	.4 .4	.6 .5
10 Hohentwiel	-10.4 2.1	-9.6 3.7	.8 1.6	.5 1.0	-10.4 2.1	-11.7 3.3	-.1.3 1.2	.5 .5	1.0 1.0
11 Lägern	-8.8 3.2	-9.2 2.9	-.4 -.3	.6 .7	-8.8 3.2	-8.1 2.7	.7 -.5	.6 1.0	.7 .8
12 Mottarone	-14.4 10.1	-12.2 5.3	2.2 -4.8	.5 1.1	-14.4 10.1	-9.2 6.8	5.2 -3.3	.5 .5	1.0 .8

sind, interpoliert man mit Vorteil über geologisch etwas einheitlichen Gebieten.

a) In einem ersten Versuch wurde daher über folgenden Gebieten separat interpoliert:

- Jura
- Alpen Ost
- Alpen West
- Tessin

Im Tessin, westlich von Locarno, liegt bekanntlich eine größere, unter dem Namen Ivreazone bekannte Störzone, wo jedes Interpolationsverfahren unsichere Ergebnisse liefert, besonders wenn die Stützpunkte, wie im vorliegenden Fall, ungünstig liegen und ungleichmäßig verteilt sind.

b) In einem zweiten Versuch wurde über die ganze Schweiz interpoliert unter Benützung aller vorhandenen Stützwerte. Bekanntlich ist jede Interpolation am Rand etwas unsicherer als in der Mitte des Gebietes. Man gewinnt also bei diesem Vorgehen etwas an Sicherheit, indem man innere Randzonen vermeidet; anderseits ist die Anpassung der Approximationsfunktion an die lokalen Verhältnisse etwas geringer.

Für beide Versuche wurde der Grad der Approximationsfunktion variiert bis zum nicht immer eindeutig bestimmten Optimum. Die Ergebnisse beider Verfahren unterscheiden sich nicht wesentlich, und aus Gründen der Eindeutigkeit und Einfachheit der Darstellung wird im folgenden der zweite Weg – pauschale Interpolation über das ganze Gebiet – dargestellt.

2. Durchführung der Interpolation

a) Stützpunkte

Um eine möglichst gleichmäßige Verteilung zu erhalten, wurden alle verfügbaren Stützpunkte (astronomische Stationen, auf denen auch Lotabweichungen aus Massen berechnet sind), auch unzuverlässige, verwendet, ausgenommen im Berner Oberland, wo die astronomischen Punkte sehr dicht liegen: Hier beschränkte man sich mit einer Auswahl. Als Stützpunkte dienten ferner einzelne Punkte aus den schweizerischen Geoidprofilen. Das Ergebnis ist eine brauchbare, wenn auch nicht ganz ideale Stützpunktverteilung: Total 105 Stützpunkte mit 186 Stützwerten, nämlich 81 Punkte mit 2 Komponenten und 24 Punkte mit nur einer Komponente. In Beilage 3a1, welche einen Teil des komprimierten Outputs des Programms LAINT darstellt, sind die ersten 12 Stützpunkte aufgeführt.

Hieraus werden 34 Punkte – beide Komponenten gemeinsam – durch Interpolation in einem Guß bestimmt.

b) Interpolationsfunktionen

Eine brauchbare Approximation des Cogeoides und der reduzierten Lotabweichungen erfordert – in Anbetracht der Gebietsausdehnung, der Topographie, des Verlaufs der Stützwerte und bei Einschluß der Störzone Tessin – ein Polynom von mindestens etwa Grad 6 beziehungsweise eine Fourierreihe von Ordnung 2. Der optimale Grad (Kriterien: minimaler Gewichtseinheitsfehler, genügend Überbestimmung, Grad möglichst klein) ist nicht ganz eindeutig bestimmbar, liegt aber etwa bei sieben. Verwendet wurden daher, auch wegen der hier gleichen Zahl von Unbekannten, folgende Funktionen für die Approximation der Cogeoidhöhen:

- P7: Polynom, Grad 7; Anz. unbek. Koeff.: 35;
- F2: Fourierreihe, Ordnung 2; Anz. unbek. Koeff.: 35;

Interpolierte Punkte

Beilage 3a-2

Station	XI ETA	P7 m XI m ETA	XI ETA	F2 m XI m ETA
1 Chrischona	-10.9	1.2	-9.5	.9
	1.2	.7	.7	.8
2 Glaserberg	-9.3	1.0	-8.2	.9
	-.1	.8	-.1	.9
3 Faux d'Enson	-7.8	1.2	-6.2	1.5
	.7	1.2	-.4	1.3
4 Pouillerel	-7.2	1.0	-6.6	1.2
	2.3	1.1	1.6	1.4
5 Le Soliat	-5.3	.8	-5.9	1.0
	2.3	1.2	2.3	1.4
6 Montendre	-4.2	1.1	-4.7	1.7
	3.5	1.6	3.2	1.1
7 Les Voirons	-6.6	1.4	-6.3	1.4
	2.6	1.9	1.2	1.3
8 Dent d'Oche	-5.0	1.1	-4.3	1.2
	2.3	1.3	2.0	.8
9 Dent du Midi	-4.1	1.2	-6.0	1.2
	-.4	1.1	.3	.9
10 Oldenhorn	-3.2	.8	-3.8	.9
	-.4	.7	-.5	.7
11 Ruinette	-.1	1.0	1.4	1.1
	-6.0	.9	-6.4	1.0
12 P. Gnifetti	-1.8	1.2	3.2	1.3
	-3.3	.8	-3.2	.9
13 Schwarzhorn VS	1.7	.7	.5	.7
	-3.9	.6	-4.1	.6
14 Altels	-1.1	.5	-1.9	.6
	-2.0	.5	-1.9	.5
15 Wasenhorn	2.6	.5	1.7	.5
	-2.4	.5	-3.0	.5
16 Finsteraarhorn	.2	.3	.2	.4
	-.7	.4	-.5	.4
17 Titlis	-1.4	.5	-1.7	.5
	.7	.5	1.2	.5
18 P. Cramosino	1.3	.6	2.1	.6
	.9	.5	1.2	.6
19 Pizzo Menone	-5.0	.9	-5.7	.9
	3.1	.7	2.9	.7
20 Monte Palanzuolo	-13.3	2.4	-13.1	1.8
	-1.0	1.8	-2.6	2.5
21 Six Madun	.7	.5	1.3	.5
	.1	.5	.7	.5
22 Scheerhorn	-1.4	.6	-2.4	.6
	.1	.6	.5	.6
23 Scheye	-4.0	.6	-5.3	.6
	-.1	.6	.4	.6
24 Piz Tgjetschen	.4	.6	.8	.6
	-.5	.7	-.3	.6
25 Vorab	-1.7	.6	-2.8	.7
	-1.1	.7	-1.0	.6
26 Tambohorn	-.3	.7	.4	.8
	-.7	.7	-.4	.7
27 Piz Beverin	-.4	.7	-.4	.8
	-1.9	.7	-2.2	.6
28 Calanda	-1.9	.7	-2.4	.7
	-2.8	.7	-2.9	.7
29 M. Disgrazia	-2.5	1.1	-1.8	1.4
	-3.5	1.1	-2.8	1.0
30 Piz Michel	-1.3	.8	-1.9	1.0
	-3.2	.8	-3.6	.7
31 Schwarzhorn GR	-1.8	.9	-2.1	1.0
	-5.1	1.1	-5.2	.8
32 Cima di Piazzi	-.5	1.6	-1.6	2.0
	-5.3	1.7	-6.6	1.2
33 Mompiccio	-3.8	1.2	-3.0	1.6
	-4.7	1.2	-4.4	1.2
34 Muttler	-2.3	1.2	-3.1	1.4
	-6.6	1.3	-5.8	1.3

aus welchen sich Funktionen zur Interpolation der Lotabweichungen durch Differentiation ergeben.

Die Güte der Approximation ist charakterisiert durch den mittleren Fehler der Gewichtseinheit (definiert als bester Stützwert mit mittlerem Fehler a priori ± 0.4) von:

P7: $me = \pm 1''.35$; F2: $me = 1''.39$

Die größten Restfehler (Beilage 3a-1: Verbesserungen V) ergeben sich vernünftigerweise bei schlechten Stützwerten, zum Beispiel Punkt Chalet und in der Störzone Tessin, so wie bei einzelnen, lokal gestörten Punkten wie Konkordia. Von diesen Fällen abgesehen liegt die maximale Verbesserung bei $4''$ (Chur). (Von der Verbesserung der Stützwerte durch Ausgleichung wird hier nicht Gebrauch gemacht.)

c) Resultate

Beilage 3a 2 zeigt die interpolierten (reduzierten) Lotabweichungen für beide Funktionen und ihre mittleren Fehler, basierend auf dem verwendeten me von etwa $1''.4$. Die interpolierten Werte beider Funktionen stimmen – auch in der Störzone Tessin – erstaunlich gut überein:

Die größte Differenz zweier interpolierter Werte beträgt $1''.9$.

Da beide Funktionen als etwa gleichwertig betrachtet werden können, wird im weiteren das Mittel verwendet, mit folgenden Ausnahmen:

- *Tessin*: Hier wurde auch noch graphisch interpoliert und das Mittel aus graphischem und analytischem Verfahren gebildet. Punkte: P. Cramosino, P. Menone, M. Palanzone.

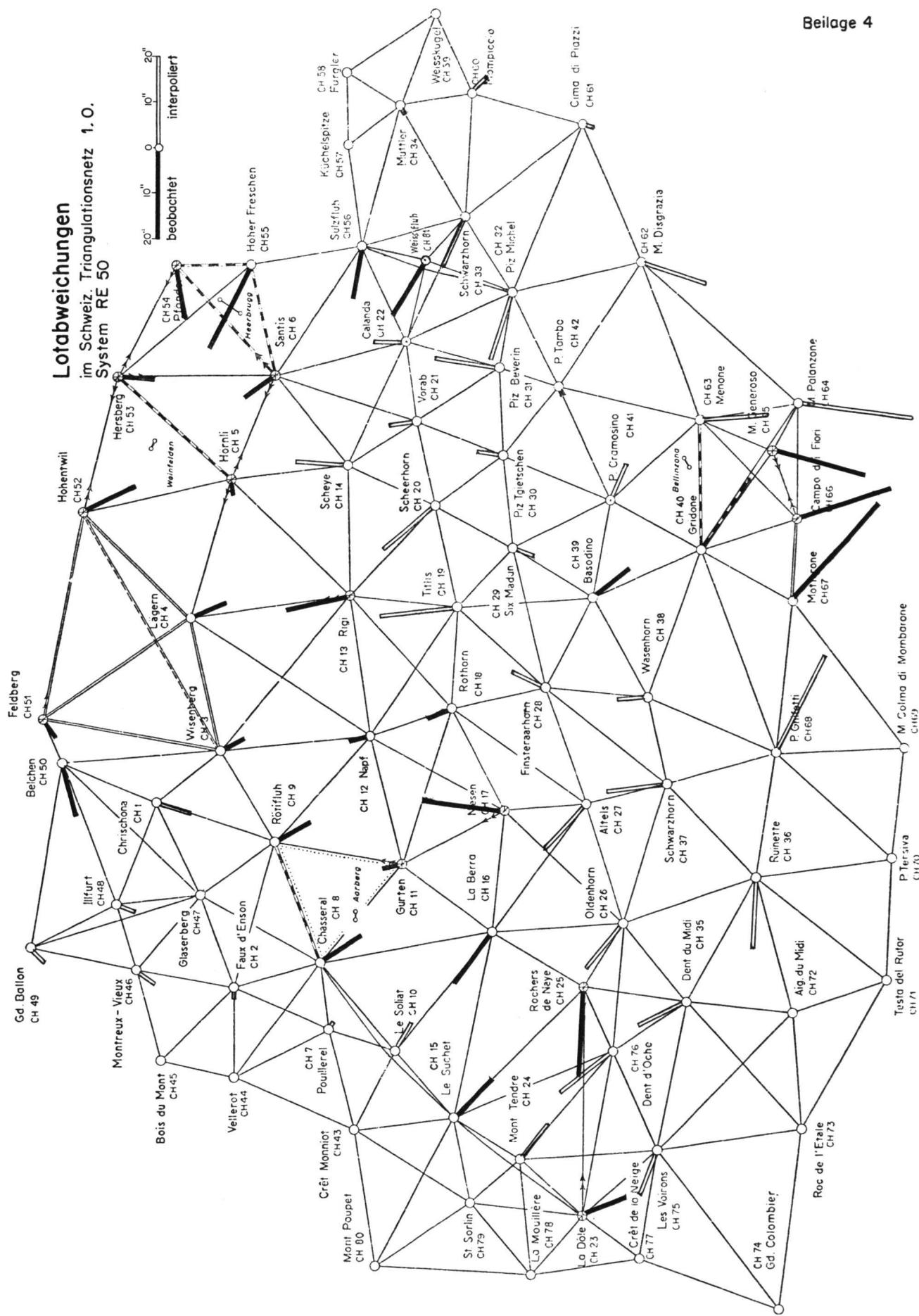
- *Elsaß*: Für die drei Punkte Illfurt, Montreux-Vieux, Grand Ballon sind keine mittleren Höhen (500-m-Koten) vorhanden, und das beschriebene Verfahren konnte daher nicht angewandt werden. Hier wurden Oberflächenlotabweichungen durch Schätzung provisorisch extrapoliert.

Beilage 3b zeigt schließlich, wie die gesuchten Lotabweichungen in den Stationspunkten gebildet werden: Lotabweichungen aus Massen plus interpolierte reduzierte Lotabweichungen ergeben «interpolierte» Lotabweichungen in

Zusammenstellung: Interpolierte Lotabweichungen

Beilage 3b

Station	Nr.	Lotabw. Massen		Red. Lotabw.		Interpolierte Lotabweichungen					
		XI	ETA	interpoliert	XI	ETA	System	CH	Korr.	RE50	System
		XI	ETA	d	XI	ETA	d	XI	ETA	XI	ETA
<i>Jura</i>											
Chrischona	1	0.9	-3.1	-10.2	1.0	-9.3	-2.1	1.9	-0.3	-7.4	-2.4
Glaserberg	47	6.4	1.3	-8.7	-0.1	-2.3	1.2	1.8	-0.5	-0.5	0.7
Faux d'Enson	2	5.3	-2.0	-7.0	0.2	-1.7	-1.8	1.7	-0.6	0	-2.4
Pouillerel	7	4.5	0.1	-6.9	2.0	-2.4	2.1	1.6	-0.7	-0.8	1.4
La Soliat	10	0.4	4.3	-5.6	2.3	-5.2	6.6	1.5	-0.7	-3.7	5.9
Mont Tendre	24	-2.7	5.2	-4.5	3.4	-7.2	8.6	1.3	-0.9	-5.9	7.7
<i>Alpen West</i>											
Les Voirons	75	9.1	-11.0	-6.5	1.9	2.6	-9.1	1.1	-0.9	3.7	-10.0
Dent d'Oche	76	15.5	-10.6	-4.6	2.1	10.9	-8.5	1.1	-0.7	12.0	-9.2
Dent du Midi	35	15.1	-4.9	-5.0	0	10.1	-4.9	1.1	-0.6	11.2	-5.5
Oldenhorn	26	10.3	-8.7	-3.5	-1.0	6.8	-9.7	1.2	-0.5	8.0	-10.2
Ruinette	36	-0.6	-9.3	0.7	-6.2	0.1	-15.5	1.0	-0.4	1.1	-15.9
P. Gnifetti	68	-12.4	24.8	0.7	-3.2	-11.7	21.6	1.0	-0.2	-10.7	21.4
Schwarzhorn GR	37	11.1	2.2	1.1	-4.0	12.2	-1.8	1.1	-0.2	13.3	-2.0
Altels	27	9.4	-8.1	-1.5	-2.0	7.9	-10.1	1.2	-0.2	9.1	-10.3
Wasenhorn	38	3.4	2.2	2.1	-2.7	5.5	-0.5	1.2	-0.1	6.7	-0.6
Finsteraarhorn	28	6.0	4.1	0.2	-0.6	6.2	3.5	1.3	-0.1	7.5	3.4
Titlis	19	17.0	-2.4	-1.6	0.9	15.4	-1.5	1.4	0.1	16.8	-1.4
<i>Alpen Ost</i>											
Six Madun	29	1.9	-2.4	1.0	0.4	2.9	-2.0	1.3	0.2	4.2	-1.8
Scheerhorn	20	12.0	-9.9	-1.9	0.4	10.1	-9.5	1.4	0.2	11.5	-9.3
Scheye	14	14.8	0.1	-4.6	0.1	10.2	0.2	1.6	0.3	11.8	0.5
P. Tgietschen	30	4.3	0.6	0.6	-0.4	4.9	0.2	1.3	0.3	6.2	0.5
Vorab	21	7.0	-0.2	-2.3	-1.0	4.7	-1.2	1.5	0.4	6.2	-0.8
P. Tambo	42	-2.1	-2.0	0	-0.6	-2.1	-2.6	1.3	0.4	-0.8	-2.2
P. Beverin	31	13.4	3.4	-0.4	-2.0	13.0	1.4	1.3	0.5	14.3	1.9
Calanda	22	8.2	2.2	-2.2	-2.8	6.0	-0.6	1.5	0.6	7.5	0
M. Disgrazia	62	-12.9	-2.9	-2.1	-3.1	-15.0	-0.6	1.1	0.7	-13.9	-5.3
P. Michel	32	5.4	-12.0	-1.5	-3.4	3.9	-15.4	1.3	0.6	5.2	-14.8
Schwarzhorn GR	33	5.7	-6.8	-2.0	-5.2	3.7	-12.0	1.4	0.8	5.1	-11.2
Cima di Piazzi	61	-2.3	3.9	-1.0	-6.0	-3.3	-2.1	1.2	0.9	-2.1	-1.2
Mompiccio	60	-0.8	6.8	-3.4	-4.6	-4.2	2.2	1.4	1.0	-2.8	3.2
Muttler	34	0.9	3.5	-2.7	-6.2	-1.8	-2.7	1.5	0.9	-0.3	-1.8
<i>Tessin</i>											
Piz Cramosino	41	-6.6	6.7	2.9	1.0	-3.7	7.7	1.2	0.2	-3	8
Menone	63	-11.8	-1.4	-4.6	2.0	-16.4	0.6	1.1	0.4	-15	1
M. Palanzone	64	-11.2	-2.9	-14.6	-0.9	-25.8	-3.8	1.0	0.4	-25	-3
Gridone	40	(-7.8)	-11.6	(-3.7)	3.0	(-11.5)	14.6	(1.1)	0.1	(-10.4)	14.7



den Oberflächenpunkten im schweizerischen Bezugssystem; mit den angegebenen Korrekturen werden diese ins System RE 50 übergeführt.

3.6 Genauigkeit der interpolierten Lotabweichungen

a) Die Berechnung weist für jede Komponente – Funktion der ausgeglichenen Unbekannten – einen mittleren Fehler aus: Beilage 3a-2, unter der Bezeichnung mXI, mETA. Die Werte variieren von $\pm 0''.3$ in der Mitte des Interpolationsgebietes bis $\pm 2''.0$ am Rand des Gebietes beziehungsweise $\pm 2''.4$ wenig außerhalb des Stützpunktfeldes (Palanzone).

Im Durchschnitt ergeben sich folgende mittlere Interpolationsfehler für die beiden für das Cogeoid angesetzten Funktionen:

$$P7: \pm 0''.92, F2: \pm 0''.94$$

Da der Verlauf der Restfehler sicher nicht ganz zufällig ist – was bei der Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes vorausgesetzt wird –, ergeben sich einerseits zu kleine Koeffizienten Q_{LA} für die interpolierten Lotabweichungen, andererseits wird durch die noch vorhandenen lokalen oder regionalen Störungen der mittlere Fehler me der Gewichtseinheit etwas größer; im Produkt $m_{LA} = me \cdot \sqrt{Q_{LA}}$ kompensieren sich aber die beiden Fehler wenigstens teilweise. Die angegebenen mittleren Interpolationsfehler dürften daher im allgemeinen etwa die tatsächliche Interpolationsgenauigkeit ausdrücken und in Einzelfällen – im Hinblick auf mögliche, kleinere lokale Störungen – eher etwas zu günstig sein. In der Störzone Tessin sind sie dagegen sicher nicht zutreffend.

b) Gewisse Hinweise über die Genauigkeit der interpolierten Lotabweichungen ergeben sich auch aus der Größe der Restfehler bei zuverlässigen Stützpunkten (maximal $4''$ bei Punkt Chur) und – mit einigen Vorbehalten, weil Störungen sich hier wahrscheinlich gleich auswirken – aus dem Vergleich der interpolierten Lotabweichungen gleicher Punkte für die beiden Interpolationsfunktionen (größte Differenz $1''.9$).

c) Die vorliegende Arbeit enthält keine neuen Untersuchungen über die äußere Genauigkeit der interpolierten Lotabweichungen auf der Basis wahrer Fehler, die sich durch Gegenüberstellung von interpolierten mit bekannten Lotabweichungen ergeben. Entsprechende Untersuchungen, die der Verfasser in [1] mit dem damals zur Verfügung stehenden Material durchgeführt hat, ergaben, daß – Störzonen ausgeschlossen – mittlere Fehler von etwa $\pm 0''.5$ bis $\pm 1''.5$ zu erwarten sind, je nach Lage des Punktes im Interpolationsgebiet.

Zusammenfassung: Bei der relativ dichten Stützpunktverteilung – maximaler Stützpunktabstand etwa 50 km – dürfen die interpolierten Lotabweichungen gesamthaft folgende mittlere Fehler aufweisen:

- Normalfall: $\pm 0''.5$ bis $\pm 1''.5$ im Innern des Interpolationsgebietes
 $\pm 1''.5$ am Rand des Gebietes
- Störzone Tessin und geschätzte Lotabweichungen im Elsass: $\pm 3''$ bis $\pm 4''$
- Einflußgebiet der Störzone (Wallis, Punkte: 68, 36, 37, 38): $\pm 2''$ bis $\pm 3''$

4. Einfluß der Lotabweichungen im Triangulationsnetz

4.1 Einfluß auf die Richtungen

a) Der Einfluß dR der nun bekannten Lotabweichungen LA auf die gemessenen Horizontalrichtungen läßt sich in bekannter Weise ($dR = LA \cdot \sin u \cdot \tan h$, wobei u : Winkel zwischen Richtung der resultierenden Lotabweichung und Zielpunkt, h : Höhenwinkel zum Zielpunkt) rechnen. Nach Abzug dieser Einflüsse – in Beilage 5 mit DRI bezeichnet und in neuen Sekunden cc ausgedruckt – sind die vorher schon in die Projektionsebene reduzierten gemessenen Richtungen frei von diesem systematischen Fehler.

Die größte Lotabweichung (Mottarone) beträgt $28''$ oder $86cc$, die größte Visurneigung $-7,2\%$ (Gnifetti-Mottarone). Es ergeben sich folgende maximale Einflüsse auf die horizontalen Richtungen:

- im RETrig-Block CH: $2.6cc$: Gnifetti-Wasenhorn
- im Landesnetz: $3.3cc$: Gnifetti-Mottarone

Beträge also, die das Doppelte bis Dreifache des mittleren Fehlers einer Richtung (etwa $\pm 1.0cc$ aus den Stationsausgleichungen, $\pm 1.5cc$ aus der Netzausgleichung) ausmachen.

b) Unsicherheit der eingeführten Richtungskorrekturen (Abschätzung)

Der mittlere Fehler der Richtungskorrektur dR

$$m(dR) = m(LA) \cdot \sin u \cdot \tan h$$

beträgt bei $m(LA) < \pm 1''.5$ für interpolierte Lotabweichungen

$$\begin{aligned} \sin u &< 1 \\ \tan h &< 0.07 \end{aligned}$$

höchstens $\pm 0''.1$ beziehungsweise $\pm 0.3cc$, also höchstens etwa 20% des mittleren Fehlers der Richtung selbst, im Durchschnitt aber wesentlich weniger. Bei beobachteten Lotabweichungen – $m(LA)$ etwa $\pm 0''.5$ – fällt die Unsicherheit der Korrektur noch weniger ins Gewicht.

Die Genauigkeit der interpolierten Lotabweichungen kann also als ausreichend betrachtet werden.

4.2 Dreieckwidersprüche

In Beilage 6 sind die Dreieckwidersprüche aufgeführt, die im RETrig-Block CH in den zwei Zuständen mit und ohne Lotabweichungen auftreten. Die wichtigsten charakteristischen Größen, in neuen Sekunden, sind für die beiden Netze:

RETrig-Block CH Landesnetz Schweiz
 ohne LA mit LA ohne LA mit LA

Mittlerer Fehler einer Richtung nach Ferrero ¹	1.46	1.38	1.48	1.42
Mittl. Dreieck- widerspruch	3.6	3.4	3.6	3.5
Maximaler Dreieckwiderspruch	9.6	8.2	9.6	9.6

¹ $m_r = \sqrt{[w_i^2] / 6 n}$

w_i : Dreieckwiderspruch

n : Anzahl Widersprüche (Dreiecke)

4.3 Netzausgleichungen

Mit Hilfe des Programms NETZ-3D, das vom Verfasser so umgebaut wurde, daß die Kapazität auch für das Landes-

netz genügt, wurden folgende vermittelnde Netzausgleichungen durchgeführt:

Freie Netzausgleichung mit zwei Festpunkten, ohne Berücksichtigung von Lotabweichungskorrekturen. Die ausgeglichenen Koordinaten dienen als Näherungskoordinaten für die Berechnung mit von Lotabweichungseinflüssen befreiten Richtungen.

Die Unterschiede der beiden Berechnungen zeigen den Einfluß der Lotabweichungskorrekturen.

Die Resultate sind dargestellt:

für RETrig-Block CH in Beilage 7a

für Landesnetz Schweiz in Beilage 7b

Als Festpunkte wurden zwei Punkte gewählt, die beiden Netzfiguren gemeinsam sind und möglichst exzentrisch liegen: die «Dreiländerpunkte» des europäischen Netzzusammenschlusses Ruinette und Pfänder.

Die erhaltenen Punktverschiebungen sind nun nicht nur das Ergebnis der eingeführten Lotabweichungskorrekturen, sondern direkt auch beeinflußt durch die beiden gewählten Festpunkte. Um von dieser Willkür möglichst frei zu werden, wurden anschließend die Netze durch Helmerttransformation zueinander in Beziehung gebracht und alle jeweiligen Netzpunkte als Paßpunkte für die Transformation ver-

wendet. Die Richtung der Transformation wurde definiert durch Wahl des Systems «mit Lotabweichungskorrekturen» als Paßpunkte. Die Restfehler vy und vx nach der Transformation stellen dann die Punktverschiebungen dar, welche die Punkte des Systems «ohne Lotabweichungskorrekturen» durch die Einführung der Korrekturen erhalten. Siehe Beilagen

8a für Netz RETrig CH

8b für Landesnetz Schweiz

Es ergeben sich folgende *Resultate*:

a) Mittlere Fehler der Gewichtseinheit

Alle Richtungen wurden mit $p = 1$ versehen, und auf jeder Station wurde ein gemittelter Satz eingeführt. Die Gewichtseinheit bezieht sich also auf eine durchschnittliche gemittelte Richtung.

ohne LA-Korr. mit LA-Korr. n-u

RETrig-Block CH	$me = 1.54^{cc}$	1.47^{cc}	136
Landesnetz	1.60	1.52	168

Der mittlere Fehler an einem dieser Werte beträgt
 $m(me) = me \cdot 0.707 / \sqrt{n-u}$

also etwa 6% von me beziehungsweise etwa 0.10^{cc} .

Einfluß von Lotabweichungen auf Horizontalrichtungen: Beispiele

Beilage 5

Schweizerisches Triangulationsnetz 1.0.: RETrig-Block CH + Landesnetz Schweiz

XI ETA: Lotabweichung in alten Sekunden, System RE50

TGHP: Tangens Höhenwinkel in Prozent

DRI: Einfluß Lotabweichung auf Horizontalrichtung in cc
 Richtungen inkl. Korr. für Ellipsoid und Projektion

Station/Ziel	Nr.	XI	ETA	Richt.gem.	TGHP	DRI	Richt.korr.
Mottarone	67		-18.7	20.7			
Gridone	40			89.03052	2.02	-1.7	89.03069
Campo dei fiori	66			160.18466	-1.29	.7	160.18459
P. Gnifetti	68			364.06405	6.45	3.3	364.06372
P. Gnifetti	68		-10.7	21.4			
Gridone	40			399.99508	-4.23	2.3	399.99485
Mottarone	67			29.58027	-7.16	1.9	29.58008
Ruinette	36			232.66718	-2.11	-.5	232.66723
Schwarzhorn	37			304.75098	-4.31	2.3	304.75075
Wasenhorn	38			348.24572	-3.52	2.6	348.24546
Les Voirons	75		3.7	-10.0			
La Dôle	23			.00108	.44	.1	.00107
Mont Tendre	24			41.40891	.17	.1	41.40890
Dent D'Oche	76			118.71391	2.06	.5	118.71386
Dent du Midi	35			157.67510	3.64	.2	157.67508
Dent d'Oche	76		12.0	-9.2			
Rochers de Naye	25			399.99912	-1.02	-.5	399.99917
Oldenhorn	26			32.08934	2.09	.7	32.08927
Dent du Midi	35			89.16083	3.79	-.1	89.16084
Les Voirons	75			200.03981	-2.56	1.2	200.03969
La Dôle	23			238.55749	-1.49	.5	238.55744
Mont Tendre	24			272.14774	-1.62	.2	272.14772
Le Suchet	15			301.77974	-1.64	-.2	301.77976
Weißfluh	81		7.2	-12.1			
Calanda	22			.00013	-.39	.0	.00013
Sulzfluh	56			93.07158	-.34	-.1	93.07159
Schwarzhorn	33			231.33741	1.73	-.2	231.33743
Piz Michel	32			309.46302	.91	-.4	309.46306

b) Größte Richtungsverbesserungen nach der Ausgleichung
ohne LA-Korr. mit LA-Korr.

RETrig-Block CH	3.0 ^{cc}	2.6 ^{cc}
Landesnetz	3.2	3.1

c) Punkteverschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen
(siehe Beilage 7a, 7b beziehungsweise 8a, 8b).

Die größten Verschiebungsbeträge sind bei

	2 Festpunkten (Pfänder, Ruinette)	nach Helmert- transformation
im Netz RETrigCH	21 cm: Mompiccio Grand Ballon	17 cm: Pfänder
Landesnetz	29 cm: La Dôle	21 cm: Pfänder

Dreieck-Widersprüche

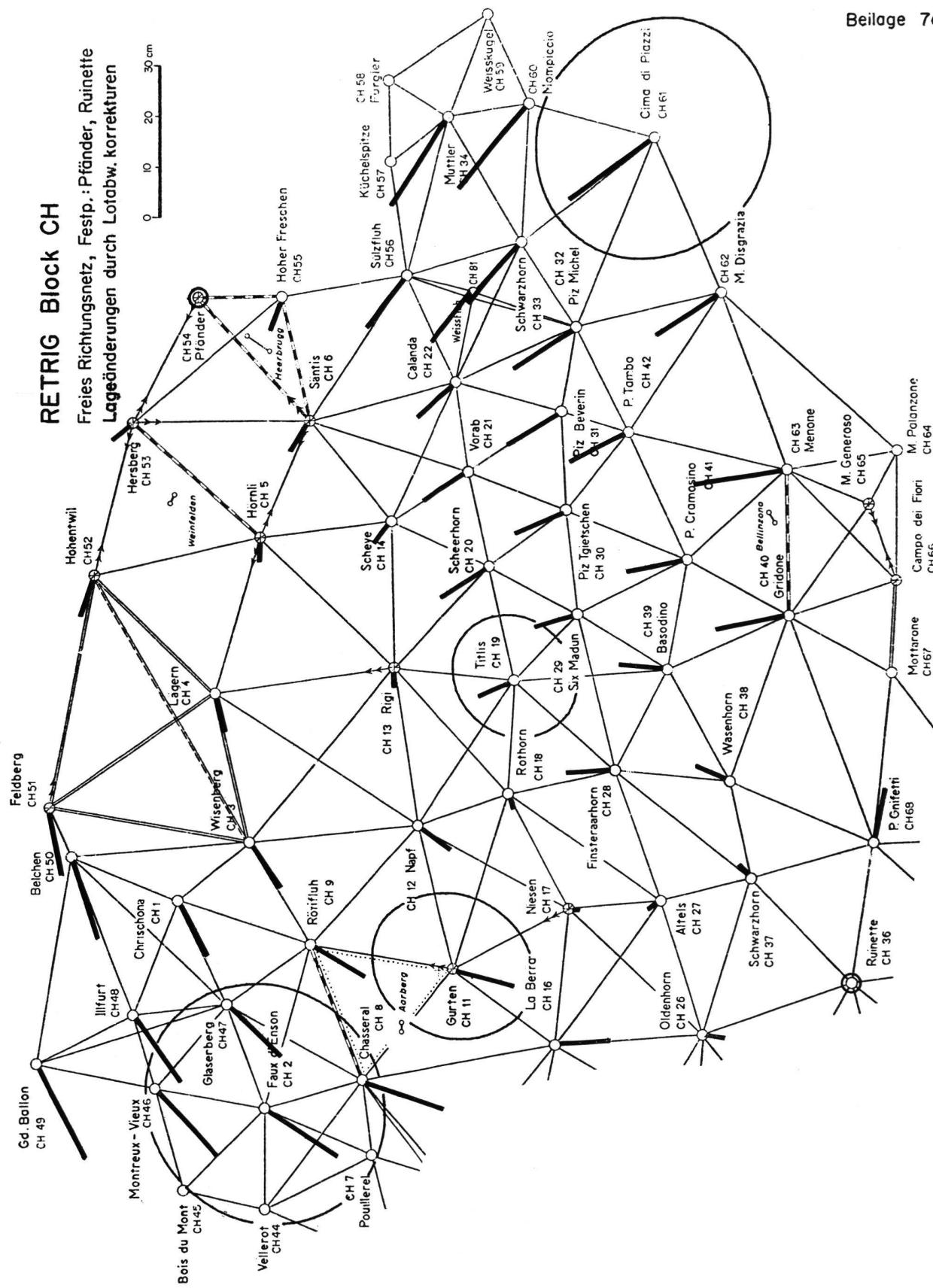
RETrig-Block CH Dreieck	ohne Lotabw. Korr. Widerspruch ^{cc} (Winkelsumme – Soll)	mit Lotabw. Korr. Widerspruch ^{cc} (Winkelsumme – Soll)
----------------------------	---	--

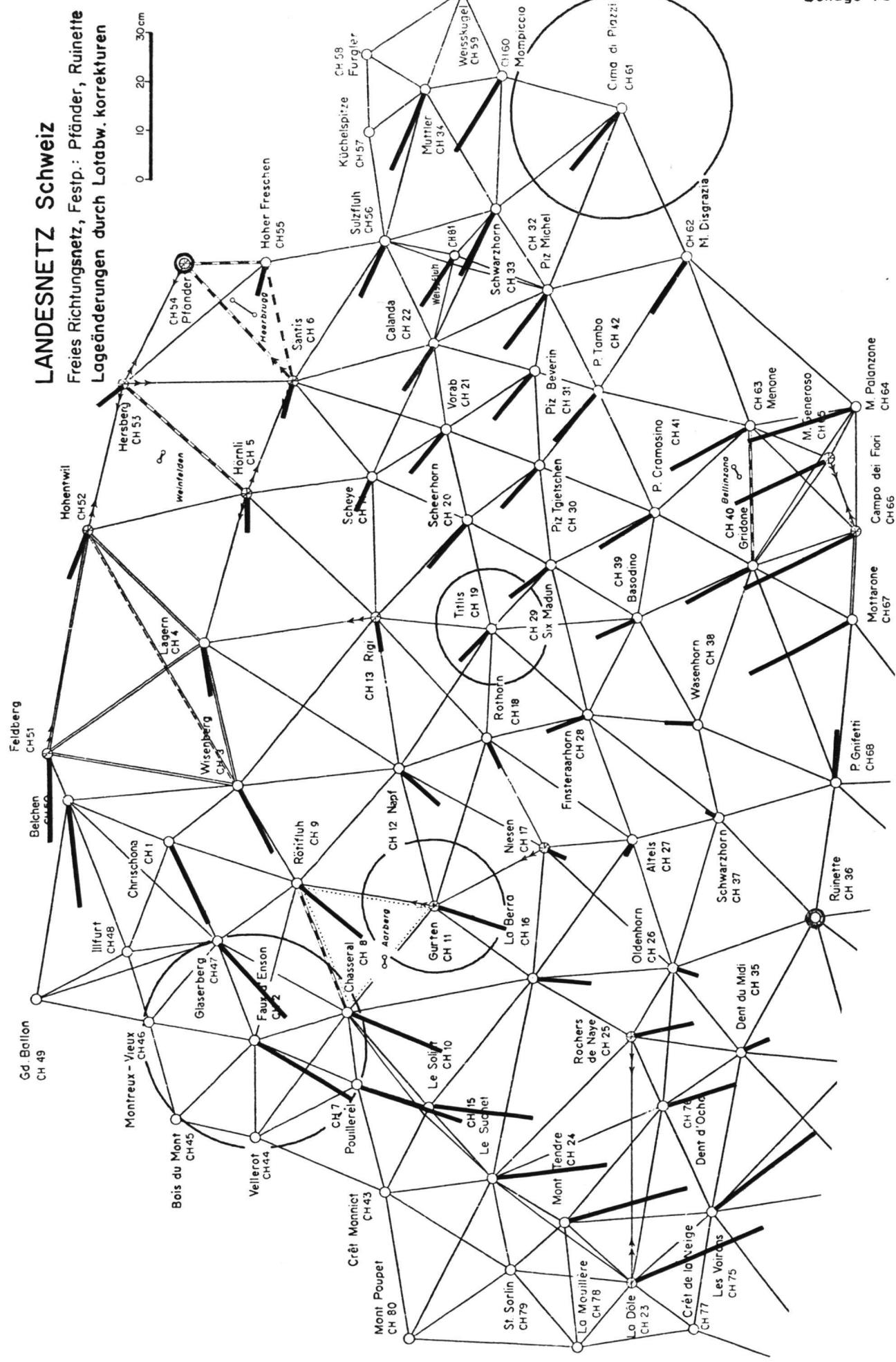
1 3 9	.8	.9
1 3 50	-.5	-.8
1 9 47	-2.4	-3.1
1 47 48	1.9	2.3
1 47 50	-1.7	-.9
1 48 50	-1.1	-.7
2 8 9	-8.0	-7.5
2 8 47	-.8	-1.1
2 9 47	6.6	6.4
2 46 47	-2.4	-2.7
3 4 12	-1.7	-1.3
3 4 13	-.3	.6
3 4 51	.6	.6
3 9 12	-.4	-.2
3 12 13	3.8	3.7
3 50 51	1.8	1.5
4 5 13	-1.8	-1.5
4 5 52	3.3	3.8
4 12 13	5.2	5.6
4 51 52	-.8	-1.3
5 6 14	2.9	2.8
5 6 53	-1.2	-.1
5 13 14	4.8	3.9
5 52 53	-1.5	-1.2
6 14 21	-3.3	-3.9
6 14 22	-3.1	-3.4
6 21 22	4.2	4.2
6 22 56	4.7	5.1
6 53 54	.9	.5
6 53 55	-2.9	-3.3
6 54 55	-4.5	-3.9
6 55 56	3.1	2.8
8 9 11	1.9	1.3
8 9 47	-.6	-.0
8 11 16	-.4	.9
9 11 12	2.1	2.5
11 12 17	-1.5	.1
11 12 18	-2.2	-2.0
11 16 17	2.7	1.1
11 17 18	-1.6	-.3
12 13 18	3.8	3.2
12 13 19	-5.3	-4.6
12 17 18	-2.3	-2.4
12 18 19	8.2	8.0
13 14 20	-1.4	-1.0
13 18 19	-.9	.2
13 19 20	-4.5	-3.5
14 20 21	2.4	1.9
14 21 22	4.0	3.7
16 17 26	-4.5	-5.0
16 17 27	-9.6 * Max.	-8.1
16 26 27	2.4	2.4
17 18 27	7.0	5.7
17 26 27	-2.7	-.7
18 19 28	-3.4	-4.2
18 27 28	-1.4	-3.9

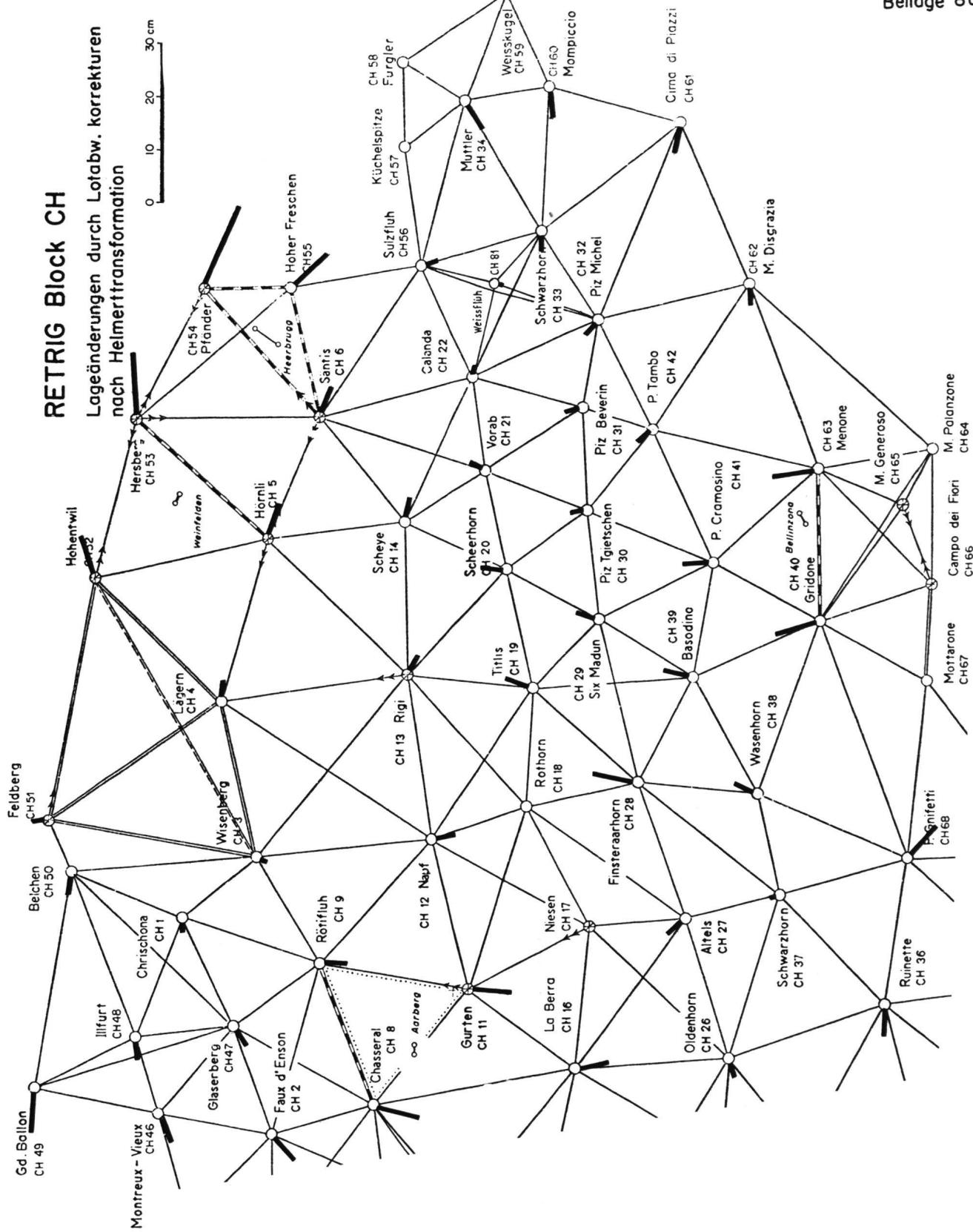
Beilage 6

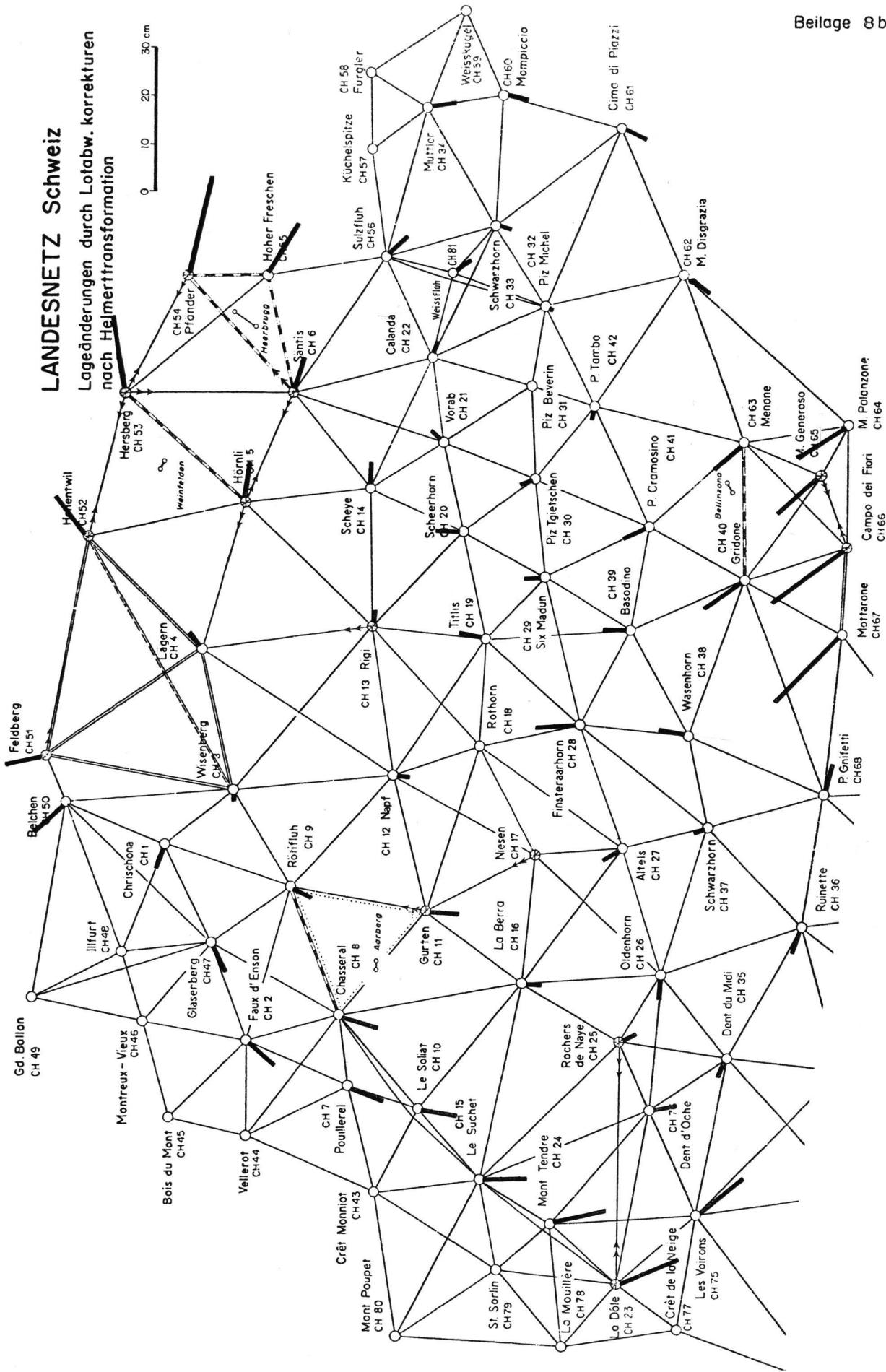
RETrig-Block CH Dreieck	ohne Lotabw. Korr. Widerspruch ^{cc} (Winkelsumme – Soll)	mit Lotabw. Korr. Widerspruch ^{cc} (Winkelsumme – Soll)
19 20 29		-8.3
19 28 29		1.9
19 28 39		-2.8
19 29 39		5.2
20 21 30		4.1
20 29 30		-1.8
21 22 31		.0
21 30 31		-1.7
22 31 32		-3.7
22 32 33		3.7
22 32 56		-3.3
22 32 81		1.6
22 33 56		-6.6
22 33 81		3.3
22 56 81		-8.2
26 27 37		2.2
26 36 37		.1
27 28 37		-4.0
28 29 39		.5
28 37 38		3.8
28 38 39		6.8
29 30 41		-3.8
29 39 41		-2.5
30 31 42		.6
30 41 42		.8
31 32 42		3.3
32 33 56		.4
32 33 61		.9
32 33 81		5.4
32 42 62		-6.9
32 56 81		-3.3
32 61 62		1.4
33 34 56		.9
33 34 60		1.4
33 56 81		-1.7
33 60 61		2.2
36 37 68		6.5
37 38 68		-2.0
38 39 40		-1.2
38 40 68		-3.2
39 40 41		-3.5
40 41 63		1.2
41 42 63		-1.7
42 62 63		.6
46 47 48		-6.7
46 47 49		-4.3
46 48 49		2.4
47 48 49		-.0
47 48 50		2.5
47 49 50		-1.3
53 54 55		-.7
Anzahl Dreiecke	108	108
Mittlerer Widerspruch	3.57	3.39
M.F. Richtung nach Ferrero	1.46	1.38

Beilage 7a









Diese Beträge erreichen knapp den Rand der entsprechenden mittleren Fehlerellipse für den Fall mit zwei Festpunkten. Bei diesem Vergleich – Verschiebungen im Verhältnis zur entsprechenden Punktfehlerellipse – sind zwei Punkte zu beachten:

Erstens sind, wie erwähnt, Verschiebungsbeträge und Größe der Fehlerellipsen natürlich von den gewählten Festpunkten abhängig. Wählt man, wie in [6], die Punkte Pfänder und Grand Ballon als fest, so ergibt sich zum Beispiel für den Punkt Mompiccio eine Verschiebung von 30 cm, bei einem mittleren Fehler in der betreffenden Richtung von 26 cm, das heißt eine Verschiebung, die größer ist als die entsprechende Fehlerellipse; die größte Verschiebung wäre im gleichen Fall etwa 33 cm.

Zweitens ist, in bezug auf die Realität der erhaltenen Verschiebungen zu beachten, daß die in Beilage 7a, 7b angegebenen Fehlerellipsen sich auf die Punktgenauigkeit im Netz beziehen, *nicht* auf die Genauigkeit der Verschiebungen durch die eingeführten Lotabweichungskorrekturen. Dem mittleren Richtungsfehler (aus der Netzausgleichung) steht der mittlere Fehler der Lotabweichungskorrektur einer Richtung gegenüber, welcher – siehe 4.1 – höchstens etwa 0.3^{cc} im Mittel aber eher 0.1^{cc} betragen dürfte. Die angegebenen Fehlerellipsen sind also um einen Faktor von 5 bis 15 zu verkleinern, wenn man sie zu den Verschiebungsvektoren in Beziehung setzen will (vgl. Nachtrag 4.4).

d) Netzdeformationen

Versucht man das Bild der Verschiebungsvektoren in bezug auf eine Formänderung des Netzes zu interpretieren, so ergibt sich kein eindeutiger Schluß: eine einheitliche Tendenz zeichnet sich nicht ab. Höchstens regional könnte vielleicht von einer gewissen Systematik gesprochen werden: im Tessin Verschiebungen bis 20 cm Richtung Alpen, im Jura eine tangentiale Verschiebungstendenz in der Größe von etwa 10 cm nach Süden, ebenso in der Bodenseegegend 20 cm in umgekehrter Richtung.

Die größten Verschiebungen treten an den Netzrändern auf, während sich im Innern kaum wesentliche Verschiebungen ergeben.

Die größte Relativdeformation

von $-21 \text{ cm}/45 \text{ km}$ beziehungsweise $5 \cdot 10^{-6}$ in Längsrichtung

und $14 \text{ cm}/45 \text{ km}$ beziehungsweise 2^{cc} in Querrichtung weist die Seite Gnipfetti–Mottarone auf, die am Südrand des Schweizer Landesnetzes liegt, wo auch die größten Lotabweichungseinflüsse auf die Richtungen auftreten.

Gesamthaft betrachtet ist das Netz ohne Lotabweichungskorrekturen in Richtung quer zu den Alpen etwas zu lang, oder umgekehrt: Durch Berücksichtigung der Lotabweichungen ergibt sich eine Verkürzung in dieser Richtung von größerenordnungsmäßig etwa 20 cm pro 200 km (Distanz Tessin–Jura) oder relativ von 1.10^{-6} . Dieser Effekt ist plausibel: Er kann mit der Aufwölbung des Geoides unter dem Alpenkörper erklärt werden, die man bei der Netzberechnung vernachlässigt hat, wodurch das Netz in Richtung quer zu den Alpen etwas gestreckt worden ist.

4.4 Nachtrag

Direkte Bestimmung der Punktverschiebungen (infolge Lotabweichungskorrekturen) und ihrer Genauigkeit

Die Verschiebungsvektoren und ihre Fehlerellipsen können auch direkt wie folgt erhalten werden:

Aus der Netzausgleichung mit Richtungen ohne Lotabweichungskorrekturen (gleiche Festpunkte: Pfänder, Ruinette) ergibt sich ein Satz von widerspruchsfreien, ausgeglichenen Richtungen. Korrigiert man diese um die Lotabweichungseinflüsse und führt eine neue Netzausgleichung durch, so erhält man direkt die Punkteverschiebungen und die Genauigkeit der verwendeten Richtungen, in denen nun nur noch die Unsicherheit der eingeführten Lotabweichungskorrekturen zum Ausdruck kommt.

Vereinfachend werden alle Richtungen mit $p = 1$ eingeführt, das heißt, die starke Variation der Richtungsgewichte (in Abhängigkeit von: mittlerem Fehler der Lotabweichungen; Neigung der Visur) wird vernachlässigt.

Resultate:

- Mittlerer Fehler der Gewichtseinheit:
RETRig-Block CH: $\pm 0^{cc}.33$ Landesnetz: $\pm 0^{cc}.35$
Er ist etwas größer als nach 4.1 erwartet.
- Die mittleren Fehlerellipsen der Verschiebungen – bezüglich der gewählten Festpunkte Ruinette und Pfänder – erreichen maximale Halbachsen von 67 mm. Sie sind damit immer noch 4,5mal kleiner als die entsprechenden Fehlerellipsen von Abbildung 7a, 7b, welche sich auf die Punktgenauigkeit im Netz beziehen.
- Die größten Richtungsverbesserungen betragen 0^{cc}.9 (Niesen, Gnipfetti). Verbesserungen über 0^{cc}.5 treten auf bei den Stationen: Niesen, Rothorn, Titlis, Altels, Finsteraarhorn, Ruinette, Wasenhorn, Basodino, Gnipfetti.

5. Schlußbemerkungen

Die Einführung von Lotabweichungen in eine Netzberechnung entspricht einer Verbesserung des verwendeten mathematischen Modells und bewirkt damit grundsätzlich eine Verbesserung der Resultate der Berechnung. Die durchgeführten Versuche zeigen, daß der zahlenmäßige Einfluß in einem Netz 1. Ordnung allerdings relativ klein ist. Die Untersuchung beschränkte sich auf reine Richtungsnetze. In vollständigen Netzausgleichungen, die neben Richtungen auch beobachtete Distanzen und Laplace-Azimute enthalten, dürfte der Einfluß geringer sein.

Demgegenüber ist bei allen Netzen, in denen steilere Visuren vorhanden sind – Triangulationsnetze niederer Ordnung oder Netze für Bauabsteckungen, Stollentriangulationen usw. – eine wesentliche größere Auswirkung der Lotabweichungen zu erwarten.

Vergleicht man den Einfluß des Modellfehlers Lotabweichungen mit andern, zum Beispiel statistischen Modellfehlern wie Korrelation der Richtungen (aus der Stationsausgleichung und Vernachlässigung der tatsächlichen Richtungsgewichte) – siehe [6] –, so ergibt sich, wenn man die größte erhaltene Punktverschiebung als Maßstab nimmt: Maximale Punktverschiebung durch Lotabweichung: 33 cm Maximale Punktverschiebung durch Korrelation und Gewichte: 20 cm

Der Einfluß der Lotabweichungen ist also etwa 1,5mal so groß wie der Einfluß der genannten statistischen Modellfehler zusammen.

6. Anhang

6.1 Literatur

- [1] A. Elmiger, Studien über Berechnung von Lotabweichungen aus Massen, Interpolation von Lotabweichungen und Geoidbestimmung in der Schweiz. Diss. ETH Zürich, 1969. Mitteilung Nr. 12 aus dem Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich.
- [2] A. Elmiger, Astronomisch-geodätische Lotabweichungen in der Schweiz, Zusammenstellung 1867-1970. Bericht an die Schweiz. Geodätische Kommission, Mai 1971; Procès-verbal 117, 1972.
- [3] A. Elmiger, Einfluß von Lotabweichungen in einem Triangulationsnetz 1. Ordnung (Teilnetz des RETrig). Bericht an die Schweiz. Geodätische Kommission, Mai 1971; Procès-verbal 117, 1972.
- [4] E. Grafarend, Statistische Modelle zur Prädiktion von Lotabweichungen. Symposium Geodäsie und Geophysik der Erde, Potsdam 1970 (vgl. Vermessungstechnik, Februar 1971).
- [5] S. Heitz, Eine astronomisch-geodätische Geoidbestimmung für Westdeutschland. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft 167, Frankfurt 1969.
- [6] W. Keller, Geometrische Netzausgleichung des schweizerischen Anteils am europäischen Triangulationsnetz. Bericht an die Schweiz. Geodätische Kommission, Februar 1969; Procès-verbal 115, 1970.
- [7] N. Wunderlin, Berechnungen am Netz 1. Ordnung der schweizerischen Landestriangulation. Bericht an die Schweiz. Geodätische Kommission, Mai 1971; Procès-verbal 117, 1972.

6.2 Computerprogramme

Alle hier beschriebenen Arbeiten wurden auf dem Computersystem CDC6400/6500 des RZ ETH Zürich durchgeführt. Folgende Programme des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie ETH-Z wurden hauptsächlich verwendet:

Programm	Verwendung	Zweck	Verfasser	Sprache
ASTROLA	3.2	Astronomische Lotabweichungen	El	F
MHSTAT	3.3	Kontrolle mittl. Höhen Stationsumgebungen	El	F
MHBLOCK	3.3	Kontrolle mittl. Höhen Block	El	F
MHBAND	3.3	Speichern mittl. Höhen auf Band	El	F
LASRM	3.3	Lotabw. und Schwere-red. aus Massen	El	A
LAINT	3.5	Lotabweichungs-interpolation	El	A
LAHORI	4.1	Einfluß Lotabw. auf Richtungen	El	F
DREIWID	4.2	Dreieckwidersprüche	El	F
NETZ-3D	4.3	Netzausgleichung (2- oder) 3-dim.	Ae/El	A
HELMERT	4.3	Ebene Helmerttransformation	Sch/El	F
Verfasser:	Ae:	H. Aeschlimann		
	El:	A. Elmiger		
	Sch:	T. Schenk		
Sprache:	A:	Algol 60		
	F:	Fortran IV		

7. Liste der Beilagen mit Erläuterungen

1. Schweizerisches Triangulationsnetz 1. Ordnung

Übersicht über die Netze: RETrig-Block CH/Landesnetz Schweiz.

2. Lotabweichungen aus Massen

- a) Einzugsgebiet der mittleren Höhen der Schweiz
- b) Resultate von Lotabweichungsberechnungen (Beispiel): Teil des Outputs, Programm LASRM

3. Lotabweichungsinterpolation (Einheit: Sexagesimale Sekunden)

- a) Outputteil des Programms LAINT für Lotabweichungsinterpolation über die ganze Schweiz mit den Cogeoidfunktionen: P7: Gew. Polygnom, Grad 7
F2: Fourierreihe, Ordnung 2
- b) Zusammenstellung der interpolierten Lotabweichungen: Lotabweichungen aus Massen + interpolierte reduzierte Lotabweichungen = «interpolierte» Lotabweichungen im System Schweiz, Korrekturen für Übergang System RE50; Lotabweichungen im System RE50.

4. Übersichtsplan

Verwendete beobachtete und interpolierte Lotabweichungen auf allen Stationen 1. Ordnung. (Diese und die folgenden Planbeilagen enthalten noch weitere hier nicht benötigte Angaben über Distanzmessungen, Basisvergrößerungsseiten usw.).

5. Einfluß der Lotabweichungen auf die Richtungen

Output des Programms LAHORI: Beispiele.

6. Dreieckwidersprüche

Output des Programms DREIWID: Zusammenstellung aller Dreieckwidersprüche mit und ohne Lotabweichungen für RETrig-Block CH.

7. Einfluß der Lotabweichungen im freien Richtungsnetz mit den beiden Festpunkten: Ruinette und Pfänder

- a) RETrig-Block CH: Punktverschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen; mittlere Fehlerellipsen, die sich auf die Punktgenauigkeit im Netz, nicht auf die angegebenen Verschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen beziehen.
- b) Landesnetz Schweiz mit gleichen Festpunkten: Punktverschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen.

8. Vergleich der freien Richtungsnetze (mit und ohne Lotabweichungskorrekturen) durch Helmerttransformation

- a) RETrig-Block CH: Punktverschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen nach Helmerttransformation
- b) Landesnetz Schweiz: Punktverschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen nach Helmerttransformation