

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 67 (1969)

**Heft:** 7

**Artikel:** La compensation par voie simultanée de réseaux altimétrique et planimétrique

**Autor:** Ansermet, A.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-222999>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 10.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## La compensation par voie simultanée de réseaux altimétrique et planimétrique

A. Ansermet

### *Résumé*

Lors de la détermination d'un réseau géodésique, la pratique courante consistait à dissocier le calcul des altitudes; planimétriquement on obtenait des ellipses d'erreur. Les progrès réalisés récemment, surtout dans le domaine instrumental, engagent les praticiens, dans certains cas tout au moins, à renoncer à cette dissociation. Le calcul devient spatial, ce qui procure des ellipsoïdes d'erreur; à certains égards une telle solution présente des avantages.

### *Zusammenfassung*

In der normalen Praxis wurde bisher von der Berechnung geodätischer Netze die Berechnung der Höhen abgetrennt; in der Ebene erhielt man Fehlerellipsen. Die in der letzten Zeit erzielten Fortschritte, insbesondere auf instrumentellem Gebiet, veranlassen die Praktiker, mindestens in gewissen Fällen auf eine Aufteilung zu verzichten. Die Berechnung wird im Raum durchgeführt, was zu Fehler-Ellipsoiden führt, in gewisser Beziehung weist eine solche Lösung Vorteile auf.

---

Le problème traité ici est assez complexe et peut revêtir diverses formes; son application sera pour le moment réservée à certains cas (ouvrages d'art par exemple). Comme par le passé, on continuera à déterminer par voie de nivellement direct les altitudes de points trigonométriques quand cette solution présente des avantages; les canevas planimétrique et altimétrique sont susceptibles d'être alors fort différents. Par contre, un réseau spécial destiné à la détermination de l'axe d'un tunnel peut se prêter au calcul simultané, moyennant compensation, des éléments spatiaux du réseau, c'est-à-dire des trois coordonnées de chaque nœud. On aura donc un ensemble d'équations aux erreurs ou amélioratrices (Verbesserungsgleichungen) contenant des mesures linéaires spatiales et des mesures angulaires (planimétriques et altimétriques). Il en résulte une certaine complexité quant aux dimensions; mais cet aspect du problème vient d'être traité avec compétence dans le numéro de mai de la présente Revue. Un cas concret sera du reste développé ci-après en faisant abstraction de mesures angulaires planimétriques pour mieux mettre en évidence les deux

autres groupes d'observations; car c'est pour ces derniers que les difficultés se manifestent. Les valeurs respectives des poids à attribuer aux angles verticaux et aux longueurs font actuellement l'objet de recherches, et il serait prématuré d'en dire davantage ici. Un des buts poursuivis est de rechercher dans quelles conditions on peut obtenir des ellipsoïdes d'erreur de forme convenable. Un des premiers à avoir posé ce problème fut J. Holsen (voir [1]) mais en se contentant de considérer un point isolé.

Avant de poursuivre, certaines hypothèses sont à énumérer:

1° Des valeurs provisoires sont connues pour tous les éléments du calcul, et il suffit de connaître à  $1/1500$  près les coefficients des inconnues et à  $1/2000$  près les termes absolus.

2° L'orientation des axes de coordonnées pour  $x$  et  $y$  est arbitraire ainsi que celle des composantes  $\xi$ ,  $\eta$  de la déviation de la verticale. Pour mémoire rappelons que certains praticiens préfèrent calculer la résultante  $\sqrt{\xi^2 + \eta^2}$  et son azimut.

3° Le coefficient de réfraction n'est pas inconnu (voir [2]); il est contenu implicitement dans les termes absolus des équations. Ces éléments, relatifs à ces 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> hypothèses, jouent ici un rôle secondaire.

4° Le groupe d'équations relatif aux éléments radio- ou électrotéléométriques ne donne pas lieu à des commentaires; cette étape du calcul est connue et très simple. Le poids  $p = 1$  sera appliqué à toutes ces mesures.

5° *Altimétrie*: pour un côté  $AB$  on a la forme générale:

$$v_{ab} = -dH_a + dH_b + \frac{s \cdot \cos Az}{\rho \cdot \cos^2 \alpha} \xi_a + \frac{s \cdot \sin Az}{\rho \cdot \cos^2 \alpha} \eta_a + f_{ab} \quad (1)$$

([3], p. 241) (poids  $p$ )

où  $s$  est la distance horizontale (valeur provisoire pour la compensation), les  $dH_a$  sont les variations inconnues d'altitudes (deviendront  $dz$ ,  $dz'$ ),  $f_{ab}$  est le terme absolu, fonction de divers éléments, en particulier de l'angle vertical  $\alpha$ , de la longueur du côté, etc.

$[pvv] = \text{minimum}$ . L'équation (1) est formée pour des  $v$  linéaires.

Pour le cas concret ci-après, l'hypothèse suivante est faite:

$$s/\rho \cos^2 \alpha \approx 1 \quad (\text{à } 1/1500 \text{ près}) \quad s \approx 636620 \text{ cm } (\alpha \approx 0)$$

Numériquement, le changement éventuel de dimension est facilité, mais ce facteur 1 a une dimension ainsi que son inverse. Encore une fois l'ori-

gine des azimuts  $Az$  est arbitraire. Admettons de plus que tous les poids  $p$  relatifs à l'équation (1) sont égaux, sans en dire davantage pour le moment.

*Application: Double relèvement spatial (caractère didactique):* Les variations inconnues de coordonnées sont  $(dx, dy, dz)$  et  $(dx', dy', dz')$ . Points nouveaux 1, 2 à rattacher aux points connus (3, 4, 5) et (6, 7, 8).

Tableau des coefficients et poids

$(0,917^2 + 0,4^2 = 1)$									
Côtés	$dx$	$dy$	$dz$	$dx'$	$dy'$	$dz'$	$p$	$Az$	$\underline{\circ}$
1-2	0	+1	0	0	-1	0	1	90°	
1-3	+0,917	0	+0,4				1	180°	
1-4	0	-0,917	+0,4				1	270°	
1-5	-0,917	0	+0,4				1	0°	
2-6				-0,917	0	+0,4	1	0°	
2-7				0	+0,917	+0,4	1	90°	
2-8				+0,917	0	+0,4	1	180°	

  

	$\xi$	$\eta$	$\xi'$	$\eta'$	
1-2			-1		+1
1-3			-1		+1
1-4			-1		-1
1-5			-1		-1
2-1			+1		-1
2-6					-1
2-7					-1
2-8					+1

Le réseau télémétrique donne lieu à sept équations et l'altimétrie à huit.

La région où se trouvent ces points est montagneuse; théoriquement, on peut concevoir le cas où toutes les coordonnées des nœuds sont déterminées avec assez de précision par la radio- ou l'électrotélémétrie. Pra-

tiquement, ce ne sera guère le cas que pour certains ouvrages d'art de caractère spécial. La combinaison de deux sortes de mesures, respectivement linéaires et angulaires, réalisée dans l'exemple traité ci-dessus, pose la question des poids; c'est l'élément assez critique.

A cet effet, formons la matrice aux dix équations normales, pour le double relèvement spatial, qui est donc symétrique; l'examen de cette matrice montre la complexité du problème.

1,68	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1,84	-0,367	0	-1	0	0	0	0	0
		0,48 + 5 p	0	0	-2 p	0	0	0	+p
			1,68	0	0	0	0	0	0
				1,84	+0,367	0	0	0	0
					0,48 + 5 p	0	+p	0	0
						2 p	0	0	0
							2 p	0	0
								2 p	0
									2 p

On voit sans peine le rôle joué par le poids  $p$ . Il paraît prématuré d'attribuer des valeurs à  $p$ ; des recherches sont en cours notamment à Zürich (Institut géodésique ETH); dès que l'on connaîtra au moins l'ordre de grandeur de ces poids il sera possible d'envisager le calcul de la matrice inverse par voie électronique. Cette nouvelle étape fournit les éléments dont dépendent les ellipsoïdes d'erreur. On sait (voir [4]) qu'un calcul analogue se présente en hyperstatique des systèmes articulés (Stabfachwerke); les ellipsoïdes sont dits de déformation. On a créé une notion nouvelle: la matrice de rigidité.

#### Littérature

- [1] *J. Holsen*: Das Fehlerellipsoid. Schweiz. Zeitschr. f. Verm. 1956.
- [2] *P. Engi*: Zur trigonometrischen Höhenmessung. Festschrift Baeschlin 1951.
- [3] *H. Wolf*: Ausgleichungsrechnung ... Dümmlers Verlag, Bonn.
- [4] *A. Ansermet*: Rôle de la matrice de rigidité. Bull. Technique N° 3, 1969.
- [5] *F. Kobold* et *N. Wunderlin*: Bestimmung von Lotabweichungen. Comm. géodésique 1963.
- [6] *N. Wunderlin*: Lotabweichungen, Geoid ... Comm. géodésique 1967.
- [7] *A. Ansermet*: Calculs déviations de la verticale. Schweiz. Zeitschr. f. Verm. N° 12, 1968.
- [8] *W. Fischer*: Strecken und Richtungsgewichte. Schweiz. Zeitschr. f. Verm., mai 1969.