

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural
<b>Band:</b>	64 (1966)
<b>Heft:</b>	12
<b>Artikel:</b>	Lotabweichungs- und Geoidebestimmungen aus Höhenwinkeln in den Schweizer Alpen
<b>Autor:</b>	Wunderlin, N.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-220789">https://doi.org/10.5169/seals-220789</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik

Revue technique Suisse des Mensurations, de Photogrammétrie et du Génie rural

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungs-wesen und Kulturtechnik; Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie; Fachgruppe der Kulturingenieure des SIA

Editeurs: Société suisse des Mensurations et Amélio-  
rations foncières; Société suisse de Photogrammétrie;  
Groupe professionnel des Ingénieurs du Génie rural de  
la SIA

Nr. 12 • LXIV. Jahrgang

Erscheint monatlich

15. Dezember 1966

## Lotabweichungs- und Geoidbestimmungen aus Höhenwinkeln in den Schweizer Alpen

Von N. Wunderlin, Zürich

### Zusammenfassung

Nach einem Rückblick auf die früheren Geoidbestimmungen der Schweizerischen Geodätischen Kommission nach der klassischen Methode des astronomischen Nivellements und einem Überblick über weitere Möglichkeiten zur Bestimmung von Lotabweichungen und Geoidform werden die seit 1950 in den Schweizer Alpen durchgeführten Arbeiten beschrieben. Aus Höhenwinkelbeobachtungen über Distanzen von durchschnittlich 6 km in einem Netz von rund 70 Punkten, wovon etwa ein Drittel mit astronomisch bestimmten Lotabweichungen, ergaben sich die Lotabweichungskomponenten der übrigen Punkte mit einem inneren mittleren Fehler von  $\pm 6^{\circ}$  und die ellipsoidischen Höhendifferenzen mit einem mittleren Fehler von durchschnittlich  $\pm 2,5$  cm. Im gleichen Netz mit den gleichen Beobachtungen unter Berücksichtigung der Lotkrümmungen berechnete geodatische Höhen ergaben einen durchschnittlichen mittleren Fehler an einer ausgeglichenen geodatischen Höhendifferenz von ebenfalls  $\pm 2,5$  cm. Unter den höchsten Alpenkämmen zeigt sich eine Geoiderhebung von rund 2 m gegenüber einem Referenzellipsoid, das im schweizerischen Mittelland ungefähr mit dem Geoid zusammenfällt.

### Résumé

Après une brève description des nivelllements astronomiques exécutés par la Commission géodésique suisse dans la première moitié du siècle et un résumé d'autres possibilités pour la détermination de déviations de la verticale et de la forme du géoïde, on explique les méthodes suivies par la commission dans les travaux qu'elle a entrepris depuis 1950 dans les Alpes suisses. D'observations de distances zénitales sur des distances de 6 km en moyenne, combinées avec déterminations astronomiques, résul-

tèrent les erreurs quadratiques moyennes suivantes:  $\pm 6^{\text{cc}}$  pour les composantes  $\xi$ ,  $\eta$  de la déviation de la verticale,  $\pm 2,5$  cm en moyenne pour les différences compensées d'hauteurs ellipsoïdales,  $\pm 2,5$  cm en moyenne pour les différences compensées d'hauteurs géoïdales. L'élévation du géoïde sur l'ellipsoïde de référence est d'environ 2 m pour les plus hautes parties de la région si l'on suppose les deux surfaces approximativement à niveau en dessous du Plateau suisse.

---

Die Schweizerische Geodätische Kommission, die Eidgenössische Landestopographie und das Institut für Geodäsie und Photogrammetrie an der Eidgenössischen Technischen Hochschule führten in dem in Beilage 2 dargestellten Netz mit seinen 67 Stationspunkten und 200 gegenseitigen Verbindungen zwischen 1953 und 1964 an rund 170 effektiven Beobachtungstagen mehr als 5700 einzelne Höhenwinkelbeobachtungen aus. Dazu kamen astronomische Längen-, Breiten- und Azimutbestimmungen auf 24 Punkten, zum Teil eigentlichen Hochgebirgsgipfeln. Im folgenden soll gezeigt werden, zu welchem Zweck diese große Arbeit unternommen wurde und zu welchen Resultaten die ebenfalls über Jahre sich hinziehende Auswertung dieses umfangreichen Beobachtungsmaterials führte.

#### *Frühere Arbeiten*

1916–1918 führte die Schweizerische Geodätische Kommission im Meridian des St. Gotthard von der Landesgrenze nördlich Schaffhausen bis zum Monte Gridone oberhalb Brissago ein sogenanntes astronomisches Nivellement aus, in dem auf 54 Punkten durch astronomische Beobachtungen die geographische Breite bestimmt wurde. Die Differenzen gegenüber den aus den Landeskoordinaten der Punkte berechneten «ellipsoidischen» Breiten stellten die nord-südliche oder  $\xi$ -Komponente der Lotabweichung dar, des Winkels zwischen der Lotrichtung im Beobachtungspunkt und der Ellipsoidnormale im zugehörigen Ellipsoidpunkt oder des Winkels zwischen der Horizontalebene der Station und der zugehörigen Tangentialebene an das Ellipsoid. Da die Horizontalebenen der Oberflächenpunkte genähert als parallel zu den zugehörigen Tangentialebenen des Geoids, der unter dem Kontinent fortgesetzt gedachten Meeresoberfläche, betrachtet werden können, besaß man also im Meridianschnitt der Beobachtungspunkte in jeder dieser Stationen die relativen Tangentenrichtungen an Geoid und Ellipsoid. Durch fortgesetztes Aneinanderfügen dieser Tangenten, ausgehend von einem gemeinsamen Ausgangspunkt für Geoid und Ellipsoid, erhielt man in der Art eines Polygonzuges ein aus Tangentenstücken zusammengesetztes Geoidprofil relativ zum Ellipsoidschnitt. Bei der Auswertung wurden auch noch Verfeinerungen gegenüber dem beschriebenen Verfahren – Einschaltung von Zwischenpunkten, deren Lotabweichungen durch Rechnung statt durch Beobachtung erhalten wurden, und Berücksichtigung der sogenannten Lotkrümmung, das heißt der Nichtparallelität der Horizontalebene des Stationspunktes und der zugehörigen Geoid-Tangentialebene – vorgenommen.

Das Vorgehen war nicht neu und auch praktisch schon erprobt worden, zum Beispiel von Helmert im Harzgebirge. Das Geoidprofil im Meridian des St. Gotthard war aber das größte damals bestehende astronomische Nivellement, wegen seiner Lage in den Alpen mit den relativ großen Abständen zwischen Geoid und Ellipsoid besonders interessant und wegen der kleinen Punktabstände von hoher Zuverlässigkeit. Wegen des guten Erfolges ließ die Schweizerische Geodätische Kommission 1934 bis 1936 durch ihre Ingenieure auch ein Ost-West-Profil mit 32 Punkten im Parallelkreis von Zürich von der westlichen bis zur östlichen Landesgrenze aufnehmen. Außerdem wurde das Gotthardprofil ergänzt durch ein Profil im Meridian von Lugano bis zur südlichen Landesgrenze mit 12 Punkten und ein ost-westliches Verbindungsstück im Parallelkreis von Locarno mit 7 Punkten (1939, 1947/48). Bei den astronomischen Nivellementen längs Parallelkreisen mußte natürlich die Ost-West- oder  $\eta$ -Komponente der Lotabweichungen bestimmt werden, was durch Beobachtung der astronomischen Länge der Stationen erfolgte.

Diese Arbeiten sind veröffentlicht in der Publikationsreihe der Schweizerischen Geodätischen Kommission «Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz», und zwar in den Bänden XIX (1932), XX (1939), XXII (1944), XXIV (1951). Die Profilpunkte sind aus Beilage 1 ersichtlich.

### *Neue Methoden*

Trotz den außerordentlich wertvollen Erkenntnissen über die Geoidform in der Schweiz, die aus diesen astronomischen Nivellementen hervorgingen, ließ die Kommission die weiteren geplanten Profile nicht mehr beobachten. Der Arbeitsaufwand ist äußerst groß, und zudem konnten bis vor etwa einem Jahrzehnt auf Hochgebirgsgipfeln oder sonst schwer zugänglichen Punkten mit den damaligen schweren Universalinstrumenten keine astronomischen Beobachtungen durchgeführt werden, während kleinere Instrumente ungenügende Genauigkeiten ergaben.

Dennoch sah sich die Kommission etwas später veranlaßt, das Problem der Bestimmung von Lotabweichungen erneut aufzugreifen. Die Lotabweichungen sind ja nicht nur ein willkommenes Mittel, die Geoidform zu erhalten, sondern besitzen in anderem Zusammenhang eher unerwünschte Wirkungen. Will man nämlich Winkel- und Richtungsbeobachtungen auf einem Ellipsoid (oder auf einer mit einem solchen durch feste Abbildungsbeziehungen verbundenen Bezugsfläche, zum Beispiel einer Ebene) als Rechenfläche zu triangulatorischen Lagebestimmungen benützen, wie das bis heute beinahe bei allen Vermessungen der Fall war, so stellen die Lotabweichungen nichts anderes als eine «Stehachsenschiefe» dar, ein Horizontieren des Winkelmeßinstrumentes nach einem «falschen» Horizont, indem ja, um ellipsoidische Winkel zu erhalten, nach der Tangentialebene des Ellipsoides zu horizontieren wäre und nicht nach der um den Betrag der Lotabweichung zu dieser gekippten tatsächlichen Horizontalebene. Bei den großen Beträgen – 1° und mehr –, welche in den Alpen die Lotabweichungen auch gegenüber einem optimal gelagerten

Bezugsellipsoid vielerorts annehmen, verursachen selbst bei nicht sehr großen Höhenwinkeln der Visuren diese «Stehachsenschiefen» beträchtliche Richtungs- und Winkelverfälschungen und entsprechende Zwänge in den Ausgleichungen der Netze. Besonders im Hinblick auf die gemeinsame Netzausgleichung der europäischen Triangulationen (RETRIG), wo die Einführung von Lotabweichungen zwar nicht bei der ersten, aber bei einer weiteren Stufe vorgesehen ist, stellt sich daher die Aufgabe, mindestens für alle Punkte unseres Netzes I. Ordnung beide Lotabweichungskomponenten zu bestimmen.

Außer der Ableitung aus astronomischen Längen- und Breitenbestimmungen, die wegen der erwähnten praktischen Schwierigkeiten für viele dieser Punkte nicht in Frage kam, bieten sich nun auch andere Methoden der Bestimmung von Lotabweichungen.

Aus Beobachtungen der Schwere, der Vertikalkomponente der Erdanziehung, lassen sich Lotabweichungen (und übrigens auch die Geoidform) erhalten. Diese gravimetrische Methode eignet sich jedoch schon aus praktischen Gründen nicht im Gebirge, weil in der näheren Umgebung des Punktes, für den die Lotabweichung bestimmt werden soll, das Netz der Schweremessungen hier besonders dicht sein muß und dazu in den Wänden und Gräten um unsere Hochgebirgsgipfel der Beobachtung oft unüberwindliche Schwierigkeiten entgegenstehen.

Lotabweichungen lassen sich aber auch im Büro durch Rechnung erhalten. Physikalisch gesehen sind sie ja der Ausdruck für die «Unebenheit» der Oberfläche und für die Ungleichmäßigkeit der Dichte der Erde. Bestände der Erdkörper aus homogenen, gleich mächtigen Ellipsoidschalen, so trüten keine Lotabweichungen auf, indem überall die Richtung der Erdanziehung mit der Richtung der Ellipsoidnormalen zusammenfielen.

Jedes Tal unter und jeder Berg über der Oberfläche einer solchen Ellipsoidschale und jede Dichteänderung in horizontaler Richtung in ihr stellt daher einen Massendefekt oder einen Massenüberschuß gegenüber jenem «Idealzustand» dar und verursacht eine Ablenkung der Lotrichtung von der Ellipsoidnormalen. Aus der Kenntnis der Gestalt der Erdoberfläche lassen sich die beiden Komponenten  $\xi$  und  $\eta$  der Lotabweichung für beliebige Punkte sowohl auf der Erdoberfläche als auch im Erdinnern rechnerisch bestimmen; auch gewisse allgemeine Dichteänderungen können auf Grund einer Hypothese über die Massenverteilung in der Erdkruste (Isostasie) berücksichtigt werden. Das Verfahren dieser «Lotabweichungsberechnung aus sichtbaren Massen», um das sich besonders der Basler Professor Th. Niethammer verdient gemacht hat, war allerdings sehr mühsam und zeitraubend; zudem sind die Resultate mit nicht unbedeutenden Verfälschungen zufälliger und systematischer Natur behaftet. Der erste Nachteil spielt heute keine entscheidende Rolle mehr, weil moderne Rechenanlagen Lotabweichungsberechnungen aus sichtbaren Massen in etwa so viel Minuten durchführen, wie früher Tage benötigt wurden. Die Fehler jedoch, die an den Resultaten auftreten – wegen Ungenauigkeit der Erfassung der Erdoberfläche, wegen Nichtberücksichtigung von Dichteänderungen, wegen notwendigen Vereinfachungen bei der Rech-

nung und anderem –, können nur durch Anbringen von Korrekturen behoben werden, die aus dem Vergleich von berechneten mit durch Beobachtung bestimmten Werten abgeleitet werden müssen. Auch wenn man hofft, diese Korrekturen zeigten über größere Gebiete nur geringe und systematische Änderungen, so daß sie für zwischen den «Stützwerten» liegende Punkte aus Interpolation gewonnen werden könnten, so muß der Verlauf dieser Korrekturfunktion doch erst noch gefunden werden, sowohl in großräumigen Gebieten als auch im Detail. Auch für diese Untersuchungen sind daher wieder Lotabweichungen aus direkten *Beobachtungen* nötig.

Als daher bei neueren theoretischen und praktischen Untersuchungen der trigonometrischen Höhenbestimmung – im deutschen Sprachgebiet zuerst durch R. Finsterwalder und W. Hofmann – sich eine weitere und vielversprechende Möglichkeit zur Bestimmung von Lotabweichungen zeigte, wurden auch in der Schweiz von der Geodätischen Kommission auf Initiative und unter Leitung von F. Kobold entsprechende Arbeiten unternommen. Das Prinzip dieser Lotabweichungsbestimmungen aus Höhenwinkelbeobachtungen sei kurz erläutert.

Höhenwinkel beziehen sich, wenn sie wie üblich unter Benutzung einer Kollimationslibelle beobachtet worden sind, auf die Horizontalebene des Beobachtungspunktes. Werden aus solchen Höhenwinkeln nach einer der üblichen, nur unwesentlich sich unterscheidenden Formeln Höhendifferenzen zwischen Stations- und Zielpunkt berechnet, so beziehen sich diese daher auf eine Kugelfläche (oder bei feinerer Rechnung auf eine Ellipsoidfläche), welche im Punkt, der dem Stationpunkt zugeordnet ist, eine zu dessen Horizontalebene parallele Tangentialebene und einen Krümmungsradius (oder beim Ellipsoid je nach Visurrichtung verschiedene Krümmungsradien) von der Größe, wie er der verwendeten Höhendifferenzformel zugrunde liegt, besitzt. Sind nun zwei oder mehr Stationenpunkte und gegenseitige Visuren oder mehrere Visuren zu gleichen Zielpunkten vorhanden, so ergeben sich auch bei völlig fehlerfreien Messungen Widersprüche in den Höhendifferenzen, wenn nicht für das Rechnungsellipsoid eine Lagerung existiert, bei der in sämtlichen Stationenpunkten Lotrichtung und Ellipsoidnormale zusammenfallen, das heißt, das Rechnungsellipsoid Orthogonalfläche zu allen Lotrichtungen ist. Bei einer Ausgleichung, bei der zum Beispiel die Höhendifferenzen die «Beobachtungen», die «Höhen» der Netzpunkte die Unbekannten darstellen, werden die Widersprüche einerseits durch eine optimale Lagerung des Rechenellipsoides, anderseits durch an den Höhendifferenzen als «Beobachtungen» anzubringende Restfehler («Verbesserungen») getilgt, obwohl sie unter Umständen zum kleineren Teil aus eigentlichen Meßfehlern entstanden sind, sondern eben auf der Verwendung eines falschen «Modells» beruhen. Übrigens zeigen sich in trigonometrischen Höhennetzen in den weitaus meisten Fällen kleinere Widersprüche, wenn statt der einfachen Höhendifferenzen die Mittel aus Hin- und Rückmessung verwendet werden. Dies röhrt davon her, daß die Lotabweichungen der beiden Endpunkte einer Visur meistens mehr oder weniger symmetrisch liegen in bezug auf

die durch die Ausgleichung gefundene Lage des Rechnungsellipsoides und sich ihre Einflüsse bei der Mittelbildung der gegenseitigen Höhendifferenzen in entsprechendem Maße aufheben.

Wenn aber Höhenwinkel mit Hilfe der Lotabweichungskomponenten  $\xi, \eta$  von der Lotrichtung ihres Stationspunktes auf die Richtung der zugehörigen Ellipsoidnormalen umgerechnet werden, so sind mit ihnen berechnete Höhendifferenzen in aller Strenge «ellipsoidisch», und es entstehen in einer Ausgleichung solcher Höhendifferenzen in einem Höhennetz keine der oben beschriebenen «Modellzwänge» mehr; alle vorhandenen Widersprüche beruhen nun auf Beobachtungsfehlern in den Höhenwinkelmessungen oder auf Fehlern in den verwendeten  $\xi, \eta$ .

Die bei diesen Umrechnungen an den Höhenwinkel anzubringenden Korrekturen sind (in Zentesimalsekunden):

$$-\cos\alpha \cdot \xi^{\text{cc}} - \sin\alpha \cdot \eta^{\text{cc}},$$

wenn unter  $+\xi$  die nördliche, unter  $+\eta$  die östliche Abweichung der Lotrichtung von der Ellipsoidnormalen verstanden wird und mit  $\alpha$  das Azimut der Visur bezeichnet ist.

Es steht auch nichts im Wege, die Höhenwinkel selbst (statt der aus ihnen berechneten Höhendifferenzen) einer vermittelnden Ausgleichung zu unterwerfen, in deren Fehlergleichungen neben den (wieder in aller Strenge «ellipsoidischen») Höhen der Punkte auch deren Lotabweichungen  $\xi, \eta$  in den Korrekturen  $-(\cos\alpha \cdot \xi^{\text{cc}} + \sin\alpha \cdot \eta^{\text{cc}})$  als Unbekannte auftreten, soweit sie nicht aus astronomischen Beobachtungen bekannt sind.

Die Beobachtungsgleichungen einer solchen Ausgleichung mögen etwa die folgende Form haben:

$$\begin{aligned} dz \cdot \operatorname{tg}(\beta_S + v - \cos\alpha \cdot \underline{\xi^{\text{cc}}} - \sin\alpha \cdot \underline{\eta^{\text{cc}}}) + (I - S) + (E - R) \\ = (Hz + \underline{dHz}) - (Hs + \underline{dHs}) \end{aligned}$$

Index  $S$ : für Stationspunkt

$I$  Instrumentenhöhe

$E$  Erdkrümmung

$H$  Näherungshöhe (ellipsoidisch)

Index  $Z$ : für Zielpunkt

$S$  Signalhöhe

$R$  Refraktion

Die unterstrichenen Größen können Unbekannte sein.

Die Linearisierung durch Fourierentwicklung des  $\operatorname{tg}$  um den Ausgangswert  $\beta_S$  ergibt die folgenden Fehlergleichungen:

$$\begin{aligned} v^{\text{cc}} &= \cos\alpha \cdot \underline{\xi^{\text{cc}}} + \sin\alpha \cdot \underline{\eta^{\text{cc}}} + \varrho^{\text{cc}} \frac{\cos^2 \beta}{dz} (\underline{dHz} - \underline{dHs}) \\ &\quad + \varrho^{\text{cc}} \frac{\cos^2 \beta}{dz} [(Hz - Hs) - (dz \cdot \operatorname{tg} \beta_S + E - R + I - S)] \end{aligned}$$

Da die Koeffizienten der Unbekannten  $\xi, \eta$  ( $\cos \alpha, \sin \alpha$ ) ähnlich denjenigen der Koordinatenverbesserungen  $\Delta Y, \Delta X$  einer Triangulationsausgleichung

$$(-\sin \alpha / d, \cos \alpha / d)$$

sind, so bestehen auch entsprechend ähnliche Bedingungen für die Lösbarkeit der Normalgleichungen, für günstige Bestimbarkeit der Unbekannten, für notwendige oder wünschbare Anzahl der «Festpunkte» (Punkte mit gegebenen  $\xi, \eta$ ) usw.

### *Erste Anwendung im «Gotthardmeridian»*

Ein erster praktischer Versuch zur Bestimmung von Lotabweichungen aus Höhenwinkelbeobachtungen wurde in der Schweiz im Jahre 1950 in dem Teilstück Oberalp–P. Mascarpino des «Gotthardprofils» unternommen (vgl. Beilage 2). Auf 8 Stationen des astronomischen Nivellements und 6 Zwischenpunkten wurden während je eines Tages durch zwei Ingenieure der Eidgenössischen Landestopographie halbstündlich streng gleichzeitig die gegenseitigen Höhenwinkel beobachtet. Die Auswertung dieser Beobachtungen erfolgte nicht mit den oben aufgeführten Fehlergleichungen. Weil nur die Lotabweichung interessierte, wurde die einfache geometrische Beziehung ausgenutzt, die zwischen den beiden ellipsoidischen Höhenwinkeln einer gegenseitig beobachteten Visur besteht, nämlich, daß die Differenz ihrer Absolutwerte gleich dem zur Visur gehörenden Erdzentralkinkel  $\gamma$  ist, welcher sich aus der Distanz und den Ellipsoiddimensionen leicht errechnen läßt. Unter der Voraussetzung, daß der Einfluß  $\delta$  der Refraktion auf die Messungen auf beiden Stationen derselbe ist, ergibt also die Differenz der Absolutwerte der *beobachteten* Höhenwinkel, verminder um den Erdzentralkinkel, die Differenz der in die Visur fallenden Komponenten der Lotabweichungen der beiden Stationen, im Meridian also der  $\xi$ . Ist dann auf mindestens einer Station  $\xi$  bekannt, so können, von ihr ausgehend, die  $\xi$  für die übrigen Stationen berechnet werden.

Der Versuch war erfolgreich, indem die aus Höhenwinkeln auf diese Art berechneten  $\xi$ -Komponenten auf  $1''$  bis  $2''$  mit den astronomisch bestimmten Werten des Geoidprofils übereinstimmten. Ferner zeigte sich, daß die Refraktion im Gebirge bei nicht zu bodennahen Visuren im Laufe des Tages im allgemeinen sehr konstant ist. Die ersten Resultate sind veröffentlicht in: F. Kobold, «Die Bestimmung der Lotabweichungskomponenten im Meridian des St. Gotthard aus Höhenwinkelmessungen», Annexe au procès-verbal de la 95<sup>e</sup> séance de la Commission géodésique suisse, Neuchâtel 1951. Später wurden diese Beobachtungen theoretisch und rechnerisch im Rahmen einer Dissertation nochmals bearbeitet, nun auch im Hinblick auf die Bestimmung der Geoidform. Diese Untersuchungen sind publiziert in: P. Gleinsvik, «Studien über die Ermittlung der Geoidform und die Bestimmung von Meereshöhen aus Höhenwinkeln», Mitteilungen aus dem Geodätischen Institut der ETH, Zürich 1960.

*Die Beobachtungen  
im Berner Oberland, Oberwallis und Bedrettatal*

Auf Grund der Resultate dieses Versuches und der dabei gemachten praktischen Erfahrungen beschloß die Schweizerische Geodätische Kommission, in einem größeren Gebiet der Alpen eine Lotabweichungs- und Geoidbestimmung aus Höhenwinkeln durchzuführen. Die Wahl fiel auf ein Netz (Beilage 2), welches mit dem Jungfraujoch als Übergang über die nördliche Alpen-Hauptkette nach Norden und Westen bis Spiez am Thunersee und nach Süden über das Aletschgebiet bis ins Wallis bei Brig reichte. Es besaß einen wichtigen praktischen und einen willkommenen theoretischen Vorteil, nämlich, daß eine beträchtliche Zahl seiner Punkte mit Bergbahnen der verschiedensten Art erreichbar war, was die Durchführung von astronomischen Beobachtungen auf diesen Stationen erlaubte, und daß die Endpunkte Spiez-Bühl und Axpunkt Nord des Simplontunnels bei Brig beinahe auf gleicher Meereshöhe liegen und beide mit dem Präzisionsnivelllement der Schweizerischen Landesvermessung und mit dem Réseau Européen Unifié de Nivellement (REUN) verbunden sind.

Durch Ingenieure der Eidgenössischen Landestopographie wurden in diesem Netz 1953, 1955 und 1956 die Höhenwinkel beobachtet, während 1953–1955 und 1958 Ingenieure der Schweizerischen Geodätischen Kommission astronomische Breiten- und Azimutbestimmungen durchführten. Erste Auswertungen dieser Messungen (F. Kobold und N. Wunderlin, «Die Bestimmung von Lotabweichungen und Meereshöhen im Berner Oberland auf Grund astronomischer Beobachtungen und gegenseitiger Zenitdistanzen», Annexe au procès-verbal de la 105<sup>e</sup> séance de la Commission géodésique suisse, Winterthur 1960) zeigten so ermutigende Resultate, daß auch noch ein großes Verbindungsnetz vom Eggishorn durch das Oberwallis und das Bedrettatal bis zum «Gotthardmeridian» in Angriff genommen wurde. Die Höhenwinkelmessungen erfolgten 1961/62 durch die Ingenieure der Kommission, im östlichen Teil in Zusammenarbeit mit den Officine Idroelettriche della Maggia, die astronomischen Beobachtungen 1963/64 durch Mitarbeiter des Institutes für Geodäsie und Photogrammetrie an der ETH. Ebenfalls 1964 wurden auf 9 Punkten im Berner Oberland Breiten- und Längenbeobachtungen durchgeführt, wobei die letzteren auf einigen Punkten die 1953–1955 vorgenommenen Bestimmungen der  $\eta$ -Komponente der Lotabweichungen aus Azimutbeobachtungen ersetzen sollten. – 1961/62 waren im Talkessel von Grindelwald durch Diplomanden der ETH-Abteilung für Kultur- und Vermessingenieure bei Diplomarbeiten auch Höhenwinkel gemessen und einige astronomische Beobachtungen vorgenommen worden, welche sich für eine Erweiterung des Netzes im Berner Oberland benützen ließen, was besonders wegen des Anschlusses an den nivellierten Punkt «Grindelwald» von Interesse war.

Alle diese Höhenwinkelmessungen erfolgten für die gegenseitigen Visuren nicht mehr gleichzeitig, weil der große Aufwand an Zeit und Personal wegen der im allgemeinen guten Konstanz der Refraktion im Gebirge

nicht nötig schien. Als Instrumente dienten Sekundentheodolite Wild T 3 und Kern DKM3.

Als Signale fanden 1952–1956 die sogenannten Hochgebirgssignale Verwendung, mit zwei auf gleicher Höhe gekreuzten Brettern von 40 cm. Später wurden größere Signaltypen mit drei gekreuzten, aber übereinander angebrachten Brettern von je 30 cm verwendet.

Die astronomischen Beobachtungen wurden auf Stationen, die mit Transportmitteln erreichbar waren, mit astronomischen Theodoliten Wild T 4, auf nur zu Fuß erreichbaren Punkten mit Kern DKM3-A ausgeführt.

Das bei der Auswertung dieser Beobachtungen angewandte Vorgehen und die dabei erhaltenen provisorischen Resultate sollen im folgenden kurz zusammengestellt werden. Die endgültige Publikation erfolgt 1967 als Band XXVI der «Astronomisch-geodätischen Arbeiten in der Schweiz» durch die Schweizerische Geodätische Kommission.

### *Die Auswertungsarbeiten*

Bei den Ausgleichungen von Höhenwinkeln für Lotabweichungen und ellipsoidische Höhen mit den beschriebenen Fehlergleichungen treten schon bei Netzen mit wenigen Punkten eine beträchtliche Anzahl Unbekannte auf: eine ellipsoidische Höhe für jeden Punkt außer einem «Ausgangspunkt» mit (mehr oder weniger willkürlich gewählter) fester Höhe, und zwei Lotabweichungskomponenten auf allen Punkten, die keine astronomisch bestimmte Werte besitzen. Um möglichst große Netzteile in einem Guß ausgleichen zu können, war es daher gegeben, die Ausgleichungen auf einer leistungsfähigen elektronischen Rechenanlage durchzuführen. Eine solche stand in der CDC 1604-A des Rechenzentrums der ETH zur Verfügung, und auf ihr sind denn auch sämtliche Ausgleichungen gerechnet worden. Es wurde zu diesem Zweck ein ALGOL-Programm aufgestellt, welches, ausgehend von den gemittelten Beobachtungen der Höhenwinkel, die Ausgleichungen ohne weitere Eingriffe selbständig bis zur Lieferung der Resultate abwickelt, wobei die Kapazität etwa 200 Fehlergleichungen mit gegen 70 Unbekannten beträgt.

Das Gesamtnetz (Beilage 2) mußte wegen dieser Kapazitätsbedingung in die beiden Blöcke Spiez–Brig und Eggishorn/Strahlgrat–Airolo aufgespalten werden, mit den in beiden Netzteilen auftretenden Nahtpunkten Eggishorn und Strahlgrat. Die ellipsoidische Höhendifferenz zwischen diesen beiden Punkten war durch die vorgängige Ausgleichung eines Teilnetzes Sphinx–Brig–Nufenenpaß bestimmt worden; die Höhen dieser Punkte wurden dann in den Ausgleichungen der beiden Netzteile Spiez–Brig und Eggishorn–Airolo als feste Ausgangswerte benutzt. Das hiebei noch frei wählbare «Niveau» für die ellipsoidischen Höhen wurde so festgelegt, daß sich für die Punkte Giubin, Airolo, Corno im Mittel die gleichen Abstände zwischen Geoid und Ellipsoid ergaben wie beim astronomischen Nivellement des Gotthardmeridians (wenn für den Schnittpunkt Schwerzenbach des Meridianprofils mit dem Parallelkreisprofil dieser Ab-

stand Null beträgt). Es ergab sich so für den «Ausgangspunkt» Eggishorn als feste ellipsoidische Höhe 2929,000 m (und entsprechend für Strahlgrat 3186,536 m). Das nur über die Höhen der Punkte Lauberhorn, Männlichen, Daube als einzigen Verbindungsunbekannten angeschlossene Netz von Grindelwald mußte getrennt berechnet werden.

Die den Höhenwinkeln als Beobachtungen zugewiesenen Gewichte

$$p = \sqrt{\frac{n}{10}} \quad (n = \text{Anzahl der Messungen})$$

waren auf Grund einer Untersuchung der Verbesserungen von Probeausgleichungen gewählt worden.

Weiteren Ausgleichungen lagen die folgenden Überlegungen zugrunde: Es ist anzunehmen, daß die Normalen zum Geoid im allgemeinen weniger von den Ellipsoidnormalen abweichen als die Lote in den Oberflächenpunkten, auch daß sie innerhalb eines größeren Gebietes einen regelmäßigeren Verlauf zeigen. Diese Erwartung scheint gerechtfertigt durch die Tatsache, daß die in den Unregelmäßigkeiten der Erdoberfläche, der «Topographie», bestehenden Massendefekte und -überschüsse, welche die hauptsächliche Ursache der Lotabweichungen sind, im Gebirge vom Geoid, das ungefähr auf Meereshöhe liegt, beträchtlich weiter entfernt sind als von den Oberflächenpunkten und deshalb kleinere Lotabweichungen verursachen. Eher umgekehrt als bei den «sichtbaren Massen» dürfte es sich allerdings mit den «unsichtbaren Massen» verhalten, das heißt den auf ungleichen Gesteinsdichten innerhalb des Erdkörpers beruhenden Massenüberschüssen und -defekten. Immerhin ist doch zu erwarten, daß sich ein Ellipsoid (mit den Dimensionen des Rechnungsellipsoides der Höhendifferenzen und der zugrunde liegenden Vermessung) mit kleineren Widersprüchen als Orthogonalfläche zu den Geoidnormalen als zu den Oberflächenloten lagern läßt.

So wie sich Höhenwinkel von ihrer natürlichen Bezugsrichtung, der Lotrichtung ihres Stationspunktes, mit Hilfe der *Lotabweichung* auf die *Ellipsoidnormale* als neuer Bezugsrichtung umrechnen lassen, so lassen sie sich auch auf die *Geoidnormale* reduzieren, sobald der Winkel zwischen dieser und dem Oberflächenlot, die sogenannte *Lotkrümmung*, bekannt ist.

Die Lotkrümmung läßt sich relativ leicht folgendermaßen erhalten: Wird die Berechnung der Lotabweichungskomponenten  $\xi$ ,  $\eta$  «aus sichtbaren Massen» nicht nur für den Oberflächenpunkt, sondern auch für den entsprechenden Geoidpunkt (Höhe Null) durchgeführt, so stellen die Differenzen  $\xi_G - \xi_o$ ,  $\eta_G - \eta_o$  recht zuverlässige Werte für die nord-südliche und ost-westliche Komponente der Lotkrümmung dar. Denn auch wenn die Werte  $\xi_o$ ,  $\eta_o$  und  $\xi_G$ ,  $\eta_G$  selber mit beträchtlichen Fehlern behaftet sind, so sind diese weitgehend die gleichen für  $\xi_o$  und  $\xi_G$  beziehungsweise für  $\eta_o$  und  $\eta_G$ , so daß in den Differenzen nur noch mit meist kleinen Restbeträgen zu rechnen ist. Schon Helmert hatte die Krümmung der Lote (oder die Nichtparallelität der Niveauflächen des Schwerepotentials) bei seinen Arbeiten berücksichtigt, und auch die Schweizerische Geodätische

Kommission hatte sie bei ihren Geoidprofilen mit gutem Erfolg eingeführt.

Da diese früher äußerst mühsamen und zeitraubenden Lotabweichungsberechnungen «aus sichtbaren Massen» sich heute ebenfalls mit einem ALGOL-Programm der Geodätischen Kommission auf Rechenanlagen durchführen lassen, konnten für sämtliche Punkte die Lotkrümmungskomponenten auf die skizzierte Weise erhalten und alle Höhenwinkel vom Oberflächenlot auf die Geoidnormale umgerechnet werden. Die so korrigierten Höhenwinkel und die aus ihnen nach einer der üblichen Formeln abgeleiteten Höhendifferenzen werden im folgenden kurz «geoidisch» genannt.

Um neben den ellipsoidischen Höhen, die aus den Ausgleichungen der Höhenwinkel mit Lotabweichungen hervorgegangen waren, auch geoidische Höhen zu erhalten, wurden Ausgleichungen nach der üblichen Art mit Höhendifferenzen (Mittel aus «Hin» und «Rück») als «Beobachtungen» und «Höhen» als Unbekannten durchgeführt. Nach dem früher Gesagten dürfen so bestimmte Höhen als mehr oder weniger – je nach Verwendung von «geoidischen» oder beobachteten Höhenwinkeln – geoidisch betrachtet werden. Diese Ausgleichungen betrafen stets das ganze Netz mit allen 67 Stationspunkten und allen 200 gegenseitigen Verbindungen. Es wurden die folgenden vier Varianten durchgerechnet: Als «gezwängtes» Netz mit den nivellierten Höhen der vier Punkte Spiez–Bühl, Grindelwald, Axpunkt N und Airolo als festen Werten, und als «freies» Netz mit dem zentralen Punkt Eggishorn als Festpunkt (wobei für dessen Höhe der aus der «gezwängten» Ausgleichung der «geoidischen» Höhendifferenzen hervorgegangene Wert 2927,036 gewählt wurde, um die Resultate besser vergleichen zu können), beide Varianten je mit «beobachteten», das heißt aus unkorrigierten Höhenwinkeln berechneten Höhendifferenzen und mit «geoidischen» Höhendifferenzen, das heißt aus Höhenwinkeln erhaltenen, welche mit Lotkrümmungen auf die Geoidnormale umgerechnet worden waren.

Die Verwendung streng orthometrischer Höhen statt der Nivellements-höhen als Festwerte für die Ausgleichungen des «gezwängten» Netzes ist noch nicht durchgeführt, da die orthometrischen Korrektionen des Nivellements noch nicht vorliegen. Ihre Einführung wird nicht viel ändern, da sie für die vier genannten Festpunkte nur wenige Zentimeter betragen werden.

### *Resultate*

In den folgenden Tabellen 1–3 sind die Resultate der Ausgleichungen für Lotabweichungen und ellipsoidische Höhen, getrennt nach den drei Teillnetzen, aufgeführt.

Die aus astronomischen Beobachtungen bekannten Werte der Lotabweichungskomponenten  $\xi$ ,  $\eta$  sind kursiv gedruckt und auf eine Komma-stelle genau angegeben, während die als Unbekannte in den Ausgleichungen bestimmten Werte auf volle Zentesimalsekunden gerundet wurden. Auch die in den Ausgleichungen als Festwerte benützten Höhen sind kursiv gedruckt.

Tabellen 1–3

Resultate der Ausgleichungen für Lotabweichungen und ellipsoidische Höhen, Geoiderhebungen

Netzteil Spiez-Bühl – Axpunkt N

Tabelle 1

Punkt	Lotabweichungskomponenten		ellips.	Höhe m	Geoid- erhebung m
	$\xi$	$\eta$			
Spiez-Bühl	+ 42,3	— 3,6	667,92	668,14	— 0,22
Niesen	+ 52,5	+ 9,1	2362,52	2362,43	+ 0,09
Niederhorn	+ 11,4	— 44,8	1949,83	1949,93	— 0,10
Aeschiallmend	+ 65,7	— 23,5	1122,03	1121,86	+ 0,17
Engelalp	+ 59	— 46	1775,06	1774,62	+ 0,44
Dreispitz	+ 36	— 52	2520,99	2520,24	+ 0,75
Morgenberghorn	+ 72,2	— 35,5	2249,56	2248,92	+ 0,64
Därliggrat	+ 78	— 35	1816,32	1815,90	+ 0,42
Schwalmern	+ 73	— 39	2778,29	2777,26	+ 1,03
Sulegg	+ 86	— 16	2413,90	2413,10	+ 0,80
Bietenhorn	+ 69	+ 2	2757,91	2756,63	+ 1,28
Daube	+ 49,7	— 52,5	2077,06	2076,43	+ 0,63
Männlichen	+ 67,0	— 51,7	2343,84	2342,76	+ 1,08
Lauberhorn	+ 67,0	— 53,4	2473,55	2472,18	+ 1,37
Gürmschbühl	+ 59	— 57	1900,46	1899,00	+ 1,46
Sphinx	+ 53,7	— 42,9	3571,40	3569,51	+ 1,89
Jungfrau	+ 38	— 47	4160,60	4158,73	+ 1,87
Faulberg	— 12	— 6	3245,29	3243,13	+ 2,16
Konkordia	— 23,5	— 29,6	2822,47	2820,18	+ 2,29
Dreieckhorn	—	—	3813,63	—	—
Strahlgrat	— 51	— 3	3186,54	3184,37	+ 2,17
Olmenhorn	— 37	+ 30	3316,66	3314,53	+ 2,13
Eggishorn	— 35,6	+ 14,7	2929,00	2927,04	+ 1,96
Fußhorn	—	—	3629,32	—	—
Sparrhorn	— 47	+ 29	3022,96	3021,04	+ 1,92
Moosfluh	— 52	+ 14	2335,32	2333,55	+ 1,77
Riederhorn	— 47,5	+ 9,0	2232,05	2230,40	+ 1,65
Oberried	— 57,4	+ 10,8	1385,46	1383,95	+ 1,51
Nessel	— 43	+ 46	1994,86	1993,34	+ 1,52
Roßwald	— 3,7	— 56,8	2089,93	2088,42	+ 1,51
Glishorn	+ 61	— 17	2470,78	2469,34	+ 1,44
Axpunkt N	— 17,1	— 14,0	682,10	680,70	+ 1,40

$$m_e \quad \pm 6,4^{\text{cc}}$$

$$\bar{m}_{\xi, \eta} \quad \pm 5,2^{\text{cc}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min. } \pm 3,0^{\text{cc}} \\ \text{Max. } \pm 10,8^{\text{cc}} \end{array} \right.$$

$$\bar{m}_{\Delta H} \quad \pm 2,7 \text{ cm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min. } \pm 1,3 \text{ cm} \\ \text{Max. } \pm 4,7 \text{ cm} \end{array} \right.$$

*Netzteil Eggishorn-Airolo*

Tabelle 2

Punkt	Lotabweichungskomponenten		ellips.	Höhe geoid.	Geoid- erhebung
	$\xi$	$\eta$			
Eggishorn	-35,6	+14,7	2929,00	2927,04	+1,96
Strahlgrat	-51	-3	3186,54	3184,37	+2,17
Bellwald	-35,8	-9,9	1541,29	1539,39	+1,90
Längsee	-48	+8	2960,16	2958,01	+2,15
Richinen	-59,6	+14,8	2434,81	2432,78	+2,03
Stand	+6	-42	2345,42	2343,48	+1,94
Ritzingeralp	-50	+37	2249,30	2247,18	+2,12
Mannliboden	+21	-32	2454,72	2452,67	+2,05
Hölzlihorn	-11	-29	2988,86	2986,84	+2,02
Räuft	+27,6	-28,9	2277,95	2275,87	+2,08
Blindenhorn	-3	-16	3376,22	3374,09	+2,13
Brudelhorn	+19	-24	2793,23	2791,12	+2,11
Bettelmatthorn	+2	+18	3045,38	3043,23	+2,15
Faulhorn	+22	+7	2789,96	2787,82	+2,14
Nufenenstock	+5,6	-0,5	2868,06	2865,91	+2,15
P. Gallina	+12	-6	3062,88	3060,76	+2,12
Pne. di Manio	-6	+6	2926,77	2924,64	+2,13
S. Giacomo	+7,7	+13,6	2500,72	2498,60	+2,12
Basodino	-26,7	+20,2	3275,22	3273,26	+1,96
P. dei Cavagnoli	+2	+15	2838,91	2836,85	+2,06
Pne. di Rovino	-19	+22	2966,48	2964,37	+2,11
Piano del Gheisc	-37,4	+28,0	1900,06	1898,02	+2,04
Cristallina	-7	+12	2913,98	2912,00	+1,98
Pne. di Braga	-34	+9	2863,80	2861,90	+1,90
Fibbia	-17	+27	2740,82	2738,79	+2,03
Pne. di Vespero	+16	+10	2719,50	2717,56	+1,94
P. dil Corno	-1,7	+21	2502,66	2500,82	+1,84
Airolo	-15,2	+12,3	1171,39	1169,51	+1,87
Giubin	-30,3	+27	2778,52	2776,58	+1,94

$$m_e \pm 5,2^{\text{cc}}$$

$$\bar{m}_{\xi, \eta} \pm 3,6^{\text{cc}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min. } \pm 2,8^{\text{cc}} \\ \text{Max. } \pm 5,6^{\text{cc}} \end{array} \right.$$

$$\bar{m}_{\Delta H} \pm 2,1 \text{ cm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min. } \pm 1,1 \text{ cm} \\ \text{Max. } \pm 3,6 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Zum Vergleich sind neben den ellipsoidischen Höhen auch die geoidischen Höhen, die sich aus der Ausgleichung der aus «geoidischen» Höhenwinkeln berechneten Höhendifferenzen im «gezwängten» Netz ergeben, aufgeführt. Die Differenzen zwischen diesen beiden Höhenarten sind als Geoiderhebungen über dem Ellipsoid zu betrachten, wobei nochmals präzisiert sei, daß es sich bezüglich Dimensionen (Besselsches Ellipsoid) und Orientierung ( $\xi = \eta = 0$  für den Koordinatennullpunkt Bern) um das

Referenzellipsoid der Schweizerischen Landesvermessung handelt und daß die gegenseitige Fixierung von Geoid und Ellipsoid so gewählt ist, daß für den Schnittpunkt Schwerzenbach der astronomischen Nivellemente im Meridian des St. Gotthard und im Parallelkreis von Zürich ihr Abstand Null wird.

Als Genauigkeitsangaben sind für alle drei Ausgleichungen die folgenden Größen gegeben:

- $m_e$  Mittlerer Fehler der Gewichtseinheit, das heißt eines aus 10 Beobachtungen gemittelten Höhenwinkels
- $\bar{m}_{\xi, \eta}$  Durchschnitt der mittleren Fehler  $m_{\xi}, m_{\eta}$  aller Unbekannten  $\xi, \eta$ , samt Angabe des kleinsten und des größten Wertes
- $\bar{m}_{\Delta H}$  Durchschnitt der mittleren Fehler  $m_{\Delta H}$  derjenigen ausgeglichenen Höhendifferenzen, für welche Beobachtungen vorliegen, samt Angabe des kleinsten und des größten Wertes

Die Lotabweichungen und die Geoidehebungen sind ferner dargestellt in der Beilage 3, wobei die Zahlen für die Geoidehebungen nur auf Dezimeter angegeben sind, da ihre mittleren Fehler auch etwa diesen Betrag erreichen.

### Netzteil Grindelwald

Tabelle 3

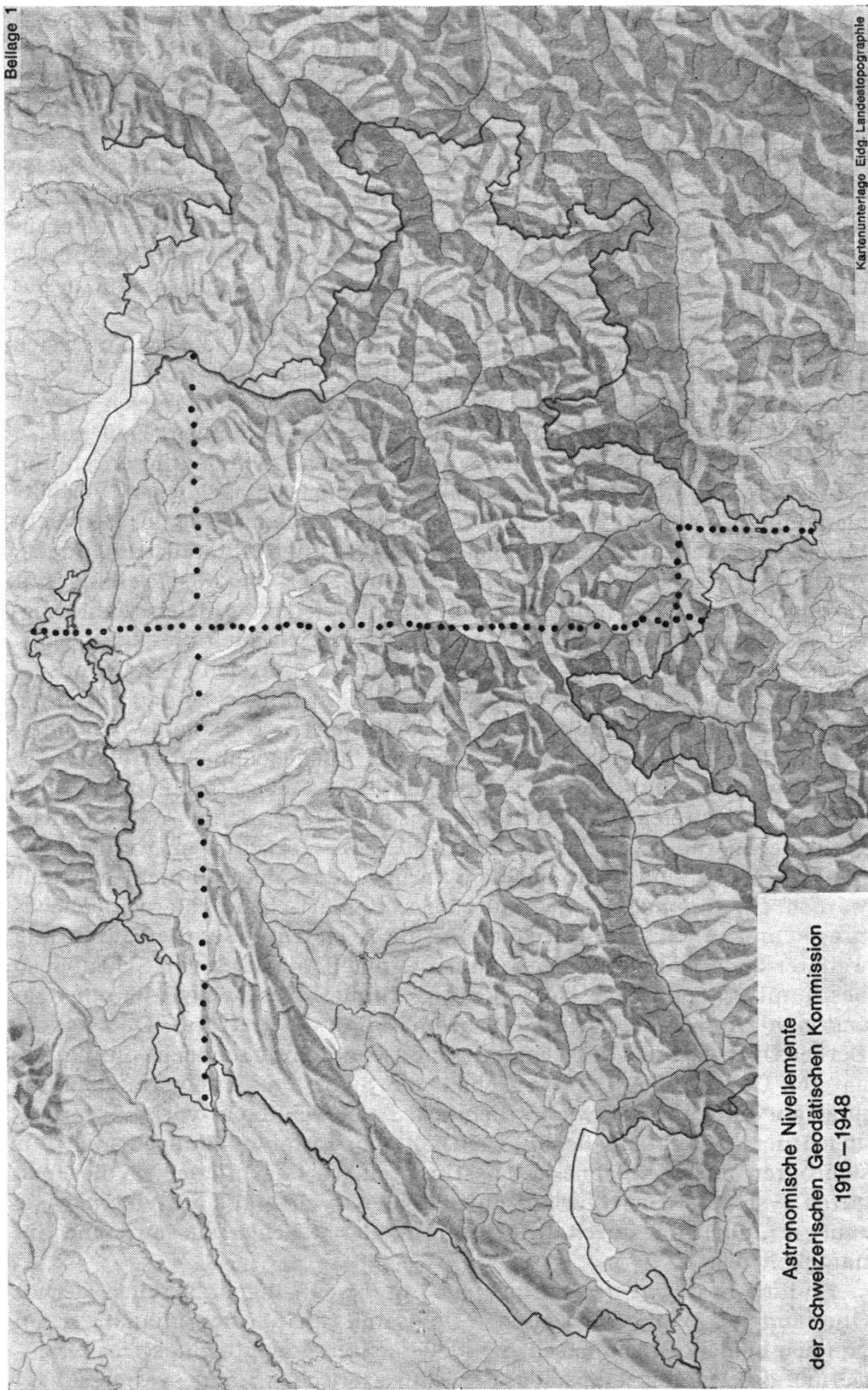
Punkt	Lotabweichungskomponenten		ellips.	Höhe geoid.	Geoide- hebung
	$\xi$	$\eta$			
	cc	cc	m	m	m
Daube	+ 49,7	- 52,5	2077,06	2076,43	+ 0,63
Männlichen	+ 67,0	- 51,7	2343,84	2342,76	+ 1,08
Lauberhorn	+ 67,0	- 53,4	2473,55	2472,18	+ 1,37
Schynige Platte	+ 36,4	- 47,3	2068,17	2067,51	+ 0,65
Eigerwand	+ 140	- 60	2867,63	2865,88	+ 1,75
Burg	+ 9	- 44	2208,33	2207,34	+ 0,99
Faulhorn	+ 55,6	- 40,7	2681,83	2680,92	+ 0,91
Schüssellauenen	+ 107	- 37	1546,59	1544,97	+ 1,62
Grindelwald	+ 68,2	- 52,8	1008,72	1007,19	+ 1,53
Pfingstegg	+ 76	- 66	1394,09	1392,50	+ 1,60
First	+ 12	- 31	2118,78	2117,52	+ 1,26
Enge	+ 59	- 78	1728,33	1726,75	+ 1,57
Große Scheidegg	+ 68,5	- 36,1	2037,23	2035,80	+ 1,43
 $m_e \quad \pm 5,6^{\text{cc}}$					
$\bar{m}_{\xi, \eta} \quad \pm 5,5^{\text{cc}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min. } \pm 3,6^{\text{cc}} \\ \text{Max. } \pm 7,6^{\text{cc}} \end{array} \right.$					
$\bar{m}_{\Delta H} \quad \pm 2,6 \text{ cm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min. } \pm 0,8 \text{ cm} \\ \text{Max. } \pm 4,0 \text{ cm} \end{array} \right.$					

In der Tabelle 4 sind die aus den Ausgleichungen von Höhendifferenzen hervorgegangenen Höhen für rund zwei Drittel aller Punkte zusammengestellt. Zum Vergleich sind auch die auf den Werten der Versicherungsprotokolle der Schweizerischen Landesvermessung beruhenden Punkthöhen angegeben. Für jede der vier Ausgleichungen sind ferner angegeben der mittlere Fehler der Gewichtseinheit  $m_e$ , das heißt der mittlere Fehler einer aus einem Höhenwinkel vom Gewicht 1 (10 Beobachtungen) abgeleiteten Höhendifferenz über eine Distanz von 6,4 km, und der Durchschnittswert  $\bar{m}_{\Delta H}$  der mittleren Fehler aller ausgeglichenen Höhendifferenzen, für welche Beobachtungen vorlagen. In Klammern sind je das größte und das kleinste  $m_{\Delta H}$  beigefügt.

Aus den mittleren Fehlern der Tabelle 4 wird ersichtlich, in welch außerordentlich hohem Maße die innern Widersprüche in den Ausgleichungen beim Übergang von «beobachteten» Höhendifferenzen zu mit Lotkrümmungen reduzierten, «geoidischen» verschwanden. Daß es sich bei den Widersprüchen in den «beobachteten» Höhendifferenzen um «Modellzwänge» handelt, verursacht durch den tatsächlichen Verhältnissen nicht genügend angepaßte rechnerische Behandlung der Beobachtungen und nicht durch von außen auferlegte unerfüllbare Bedingungen, zeigt die Tatsache, daß auch im «freien» Netz die Ausgleichung mit «beobachteten» Höhendifferenzen nicht viel kleinere mittlere Fehler liefert als im «gezwängten» Netz. Anderseits paßten auch die aus «geoidischen» Höhendifferenzen erhaltenen Höhen des «freien» Netzes ausgezeichnet in die nivellierte Höhen der vier Festpunkte, so daß durch die Einführung der Anschlußzwänge im «gezwängten» Netz keine Erhöhung der mittleren Fehler bei den «geoidischen» Ausgleichungen erfolgte.

Wie weit die Resultate durch systematische Fehler, das heißt «Fehler» der Beobachtungen, welche in den Ausgleichungen keine Widersprüche verursachen und durch diese daher auch nicht «ausgeglichen» werden können, verfälscht sind, kann aus dem vorliegenden Material nicht beurteilt werden. Es wären dazu, wie immer bei systematischen Fehlern, Beobachtungen anderer Art (zum Beispiel nivellierte Höhen) oder die Einführung weiterer äußerer Bedingungen (zum Beispiel Schließung von Schleifen so bestimmter geodischer Höhen) nötig. Immerhin scheinen die auf dem enormen Umweg über den Gotthardmeridian–Bedrettotal–Oberwallis–Berner Oberland aus der Geoiderhebung von Schwerzenbach (null) abgeleiteten Geoiderhebungen im Gebiet von Spiez am Thunersee (ebenfalls ungefähr null) nicht unwahrscheinlich. Auch zeigte ein vorläufiger Vergleich der in den Tabellen 1–3 enthaltenen Lotabweichungen mit «aus sichtbaren Massen» rechnerisch bestimmten Werten Differenzen, die einen guten systematischen Verlauf aufweisen, was ebenfalls auf eine gewisse «äußere», nicht nur durch die inneren mittleren Fehler ausgewiesene Genauigkeit deutet.

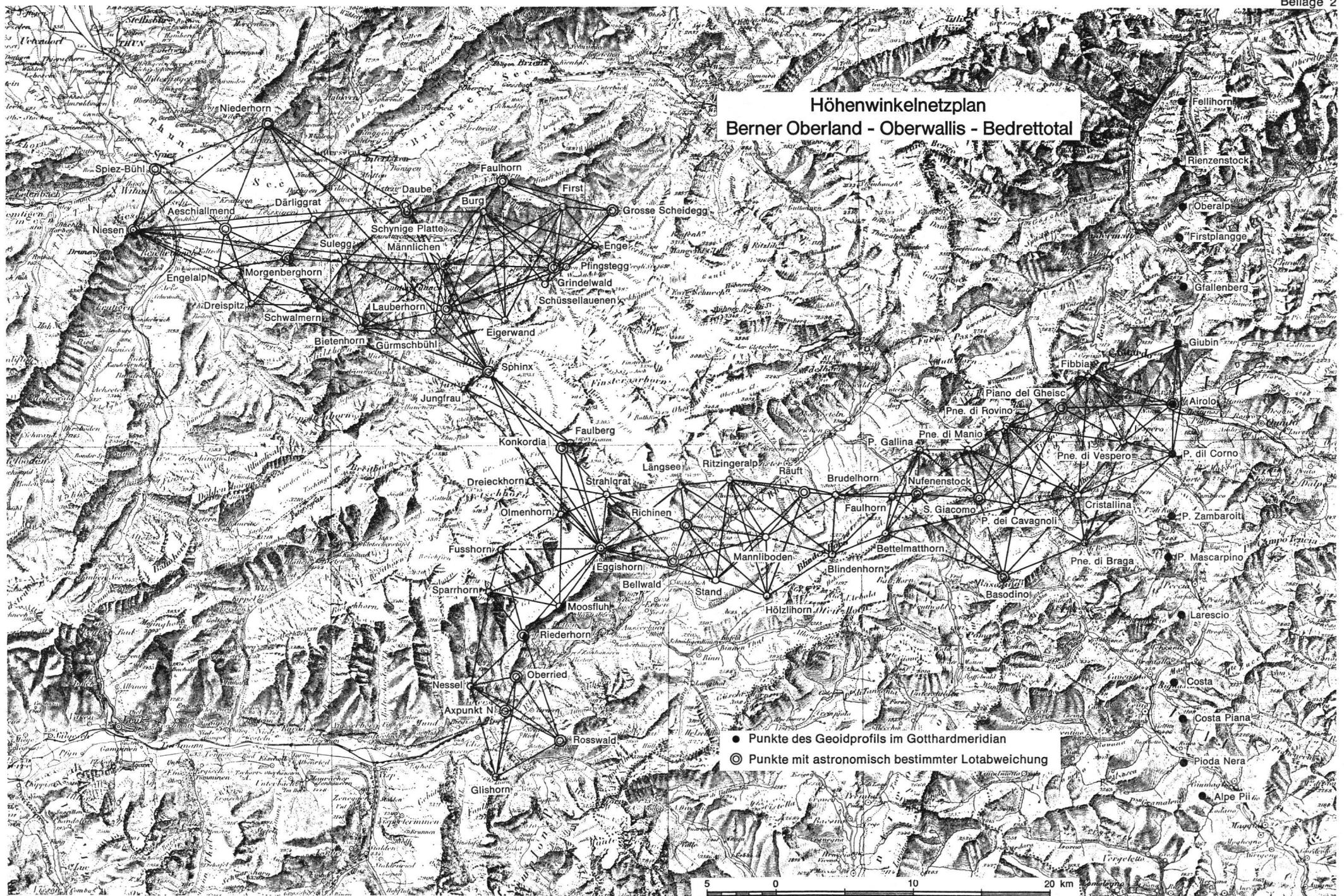
Endlich bestätigt der Verlauf der Lotabweichungen zwischen Berner Oberland und Wallis und zwischen Goms und Gotthardmeridian die schon von den beiden astronomischen Nivellementen gezeigte glückliche Orientierung des Referenzellipsoides der schweizerischen Landesvermessung.



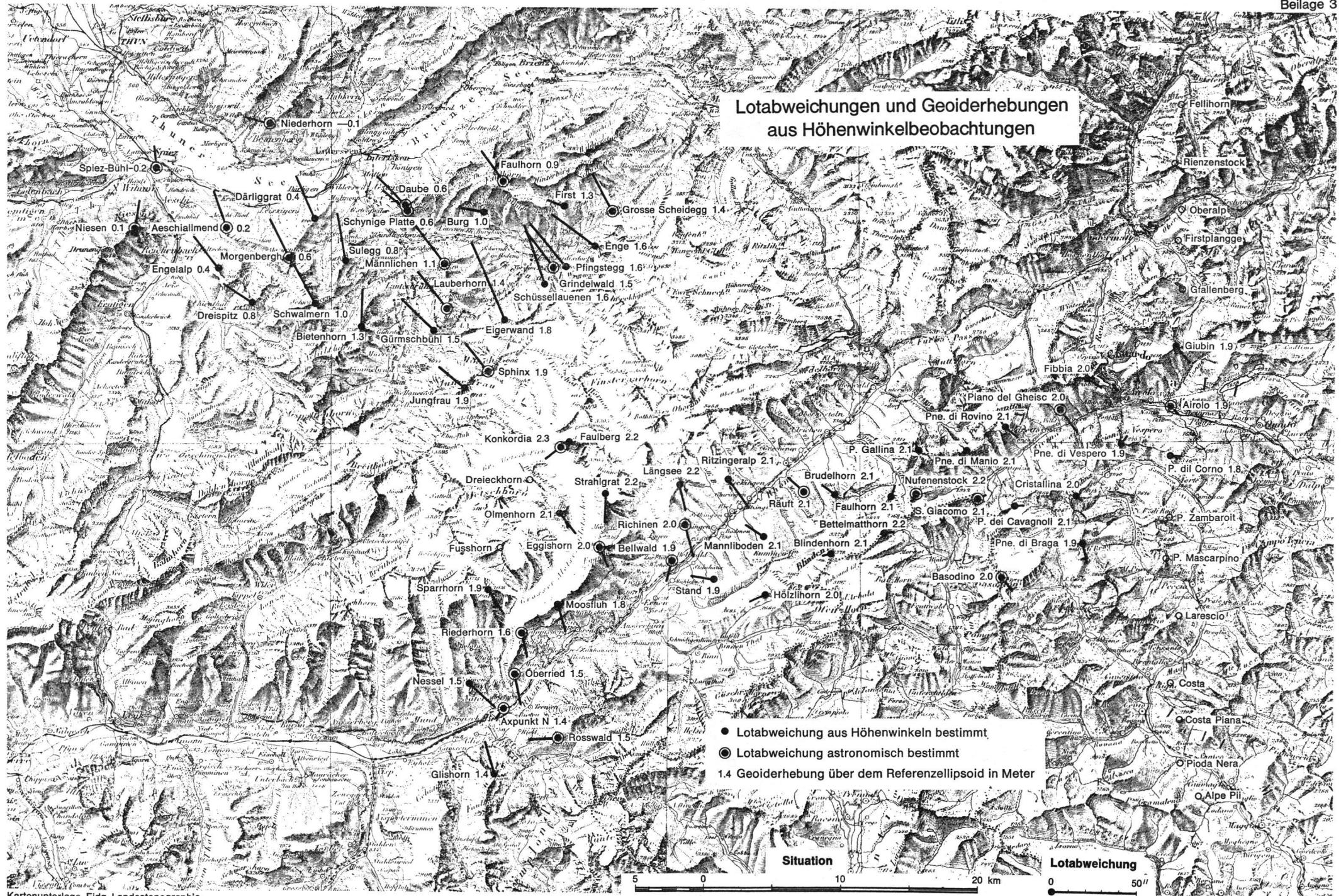
Höhenwinkelnetzplan  
Berner Oberland - Oberwallis - Bedrettatal

- Punkte des Geoidprofils im Gotthardmeridian
- Punkte mit astronomisch bestimmter Lotabweichung

5 0 10 20 km



**Lotabweichungen und Geoiderhebungen  
aus Höhenwinkelbeobachtungen**



**Tabelle 4**  
**Resultate der Ausgleichungen von Höhendifferenzen**

Punkt	Gezwängtes Netz		Freies Netz		Landesvermessung
	Höhendifferenzen geoidisch	«beobachtet»	Höhendifferenzen geoidisch	«beobachtet»	
Spiez-Bühl	668,14	,14	,25	,68	,14
Niesen	2362,43	,44	,53	,90	,35
Niederhorn	1949,93	50,02	50,02	50,45	,76
Aeschiallmend	1121,86	,90	,95	2,32	,82
Morgenberghorn	2248,92	,91	,99	9,28	,78
Schwalmern	2777,26	,20	,33	,55	,02
Sulegg	2413,10	,10	,18	,44	,0
Daube	2076,43	,46	,49	,76	,32
Männlichen	2342,76	,74	,82	3,04	,6
Lauberhorn	2472,18	,12	,24	,40	,0
Eigerwand	2865,88	,66	,93	,92	,6
Faulhorn	2680,92	,92	,97	1,12	,70
Grindelwald	1007,19	,19	,23	,32	,19
Große Scheidegg	2035,80	,77	,85	,93	,6
Sphinx	3569,51	,34	,56	,58	,04
Jungfrau	4158,73	,57	,77	,82	,19
Konkordia	2820,18	19,91	,19	,04	19,80
Strahlgrat	3184,37	,19	,38	,30	3,92
Olmenhorn	3314,53	,34	,53	,45	,02
Eggishorn	2927,04	6,93	,04	,04	6,70
Sparrhorn	3021,04	,86	,02	,94	,88
Riederhorn	2230,40	,34	,37	,41	,34
Nessel	1993,34	,23	,30	,29	,28
Axpunkt N	680,70	,70	,65	,74	,70
Roßwald	2088,42	,38	,37	,44	,19
Stand	2343,48	,40	,48	,49	,38
Ritzingeralp	2247,18	,02	,18	,10	,07
Blindenhorn	3374,09	3,91	,09	3,98	3,84
Brudelhorn	2791,12	,99	,12	,06	,90
Nufenenstock	2865,91	,78	,92	,84	,62
P. Gallina	3060,76	,66	,77	,71	,57
Basodino	3273,26	,18	,26	,22	2,83
P. dei Cavagnoli	2836,85	,78	,86	,82	,72
Pne. di Rovino	2964,37	,25	,37	,29	gerutscht
Cristallina	2912,00	1,94	,00	1,97	1,66
Pne. di Braga	2861,90	,85	,90	,88	,65
Fibbia	2738,79	,69	,80	,71	,75
Pne. di Vespero	2717,56	,53	,57	,55	,36
P. dil Corno	2500,82	,80	,83	,82	,59
Airolo	1169,51	,51	,52	,52	,51
Giubin	2776,58	,52	,59	,53	,36
$m_e$	$\pm 7,9 \text{ cm}$		$\pm 13,9 \text{ cm}$	$\pm 7,9 \text{ cm}$	$\pm 12,7 \text{ cm}$
$\bar{m}_{\Delta H}$	$\pm 2,5 \text{ cm}$		$\pm 4,5 \text{ cm}$	$\pm 2,6 \text{ cm}$	$\pm 4,2 \text{ cm}$
(Min. Max.)	$(\pm 1,1 \pm 4,1)$		$(\pm 1,9 \pm 7,1)$	$(\pm 1,1 \pm 4,6)$	$(\pm 1,7 \pm 7,3)$