

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural
<b>Band:</b>	64 (1966)
<b>Heft:</b>	9
<b>Artikel:</b>	Bestimmung der inneren Orientierung von Nahaufnahmen mit Hilfe eines dreidimensionalen Gitternetzes
<b>Autor:</b>	Torlegård, K.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-220777">https://doi.org/10.5169/seals-220777</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# **Bestimmung der inneren Orientierung von Nahaufnahmen mit Hilfe eines dreidimensionalen Gitternetzes**

*Tekn lic K. Torlegård, Stockholm*

## *Zusammenfassung*

Das Problem der vollständigen Kalibrierung von Nahaufnahmekammern wird behandelt und in einem Beispiel erläutert.

## *Résumé*

Le problème d'un étalonnage complet des caméras pour prises de vues rapprochées est étudié et expliqué à l'aide d'un exemple.

## *Einleitung*

Mehrere Sonderaufgaben, für welche die Photogrammetrie geeignet erscheint, lassen sich mit den bisher üblichen Meßkammern ( $b = 0,40$  m oder  $1,20$  m) nicht lösen. Es können Fälle vorkommen, wo man extreme Nahaufnahmen mit kurzen Basen verwenden muß. Die innere Orientierung der Kammern und der Bilder muß für die Auswertung prinzipiell bekannt sein. Im folgenden wird eine Methode entwickelt, die ohne spezielle Laborgeräte auskommt, um die innere Orientierung beliebiger Kammern zu bestimmen. Es werden dreidimensionale genaue Probefelder künstlich hergestellt und verwendet.

## *Das dreidimensionale Probefeld*

In photogrammetrischer Praxis verwendet man für Geräteuntersuchungen regelmäßig Gitterplatten auf Glas. Eine Gitterplatte hat im allgemeinen Teilungen von 10 oder 20 mm und weist eine hohe Genauigkeit der Gitterkoordinaten  $x$  und  $y$  auf. Eine solche Platte kann in der  $h$ -Richtung ungefähr orthogonal zur  $x-y$ -Ebene mit genau bestimmten Intervallen verschoben werden und ergibt so ein dreidimensionales Probefeld. Eventuelle Abweichungen der Orthogonalität der  $h$ -Richtung gegen die  $x-y$ -Ebene werden durch die Winkel  $\xi$  um die  $x$ -Achse (primär) und  $\eta$  um die  $y$ -Achse (sekundär) definiert. Wir definieren ferner ein orthogonales Koordinatensystem  $XYZ$  mit der  $X-Y$ -Ebene parallel zu der  $x-y$ -Ebene der Gitterplatte, wo  $X_g$ ,  $Y_g$  und  $Z_g$  die Koordinaten des Ursprungspunkts des  $x-y-h$ -Systems sind (Abb. 1). Es gelten die Formeln:

$$X = X_g + x - h \sin \eta \quad (1)$$

$$Y = Y_g + y + h \cos \eta \sin \xi \quad (2)$$

$$Z = Z_g + h \cos \eta \cos \xi \quad (3)$$

In der Praxis wird das dreidimensionale Probefeld durch mehrfache Belichtung einer Aufnahme nach Verschiebung der Gitterplatte (oder der Kammer) zwischen den einzelnen Belichtungen hergestellt. Die Verschiebung wird beispielsweise mit einem Koordinatographen vollzogen, bei dem die  $h$ -Werte genau gemessen werden können.

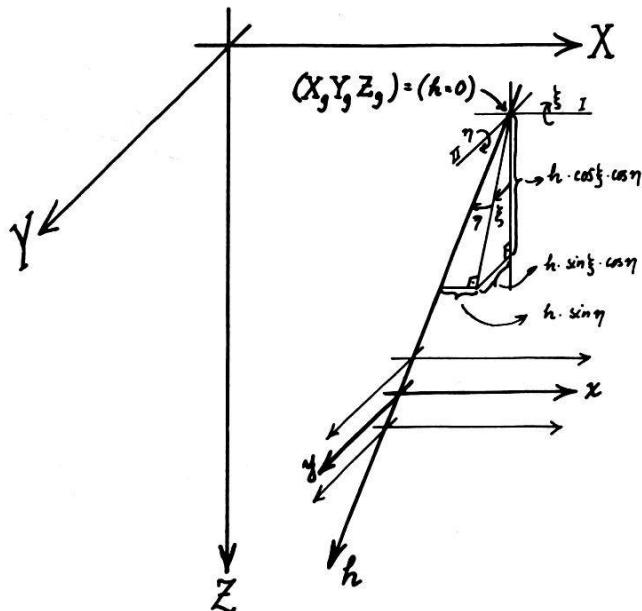


Abb. 1. Beziehungen zwischen  $X$ - $Y$ - $Z$ -System (orthogonal) und  $x$ - $y$ - $z$ -System (nicht orthogonal). Drei Gitterlagen sind gezeigt

### Herleitung der Differentialformeln

Die Ausdrücke (1)–(3) werden in die allgemeinen projektiven Beziehungen zwischen Objekt und Bild für den Aufnahmefall eingeführt. Achsen und Rotationen sind nach dem Wildschen System gewählt; siehe [1], Seite 333. Mit unbekannter innerer Orientierung erhalten wir:

$$x' = x'_0 + \frac{c}{N} \left\{ (x + X_g - h \sin \eta - X_0) \cos \varphi \cos \kappa + (y + Y_g + h \cos \eta \sin \xi - Y_0) (\sin \omega \sin \varphi \cos \kappa + \cos \omega \sin \kappa) - (Z_g + h \cos \eta \cos \xi - Z_0) (\sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \varphi \cos \kappa) \right\} \quad (4)$$

$$y' = y'_0 + \frac{c}{N} \left\{ -(x + X_g - h \sin \eta - X_0) \cos \varphi \sin \kappa + (y + Y_g + h \cos \eta \sin \xi - Y_0) (\cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \varphi \sin \kappa) - (Z_g + h \cos \eta \cos \xi - Z_0) (\cos \omega \sin \varphi \sin \kappa + \sin \omega \cos \kappa) \right\} \quad (5)$$

$$N = - (x + X_g - h \sin \eta - X_0) \sin \varphi + (y + Y_g + h \cos \eta \sin \xi - Y_0) \cdot \sin \omega \cos \varphi + (Z_g + h \cos \eta \cos \xi - Z_0) \cos \omega \cos \varphi \quad (6)$$

$x', y'$	Bildkoordinaten
$x'_0, y'_0$	Bildhauptpunkt
$c$	Kammerkonstante
$X_0, Y_0, Z_0$	Äußeres Projektionszentrum
$\omega, \varphi, \kappa$	Drehungswinkel des Bildes

Wenn  $\eta, \xi, \omega, \varphi$  und  $\kappa$  klein sind, werden die partiellen Ableitungen der Unbekannten:

$$\frac{\partial x'}{\partial x'_0} = 1$$

$$\frac{\partial y'}{\partial x'_0} = 0$$

$$\frac{\partial x'}{\partial y'_0} = 0$$

$$\frac{\partial y'}{\partial y'_0} = 1$$

$$\frac{\partial x'}{\partial c} = \frac{x + X_g - X_0}{Z_g + h - Z_0}$$

$$\frac{\partial y'}{\partial c} = \frac{y + Y_g - Y_0}{Z_g + h - Z_0}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial X_g} = \frac{c}{Z_g + h - Z_0}$$

$$\frac{\partial y'}{\partial X_g} = 0$$

$$\frac{\partial x'}{\partial Y_g} = 0$$

$$\frac{\partial y'}{\partial Y_g} = \frac{c}{Z_g + h - Z_0}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial Z_g} = -c \frac{x + X_g - X_0}{(Z_g + h - Z_0)^2}$$

$$\frac{\partial y'}{\partial Z_g} = -c \frac{y + Y_g - Y_0}{(Z_g + h - Z_0)^2}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial X_0} = -\frac{c}{Z_g + h - Z_0}$$

$$\frac{\partial y'}{\partial X_0} = 0$$

$$\frac{\partial x'}{\partial Y_0} = 0$$

$$\frac{\partial y'}{\partial Y_0} = -\frac{c}{Z_g + h - Z_0}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial Z_0} = c \frac{x + X_g - X_0}{(Z_g + h - Z_0)^2}$$

$$\frac{\partial y'}{\partial Z_0} = c \frac{y + Y_g - Y_0}{(Z_g + h - Z_0)^2}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial \omega} = -c \frac{(x + X_g - X_0)(y + Y_g - Y_0)}{(Z_g + h - Z_0)^2}$$

$$\frac{\partial y'}{\partial \omega} = -c \left\{ 1 + \frac{(y + Y_g - Y_0)^2}{(Z_g + h - Z_0)^2} \right\}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial \varphi} = c \left\{ 1 + \frac{(x + X_g - X_0)^2}{(Z_g + h - Z_0)^2} \right\}$$

$$\frac{\partial y'}{\partial \varphi} = c \frac{(x + X_g - X_0)(y + Y_g - Y_0)}{(Z_g + h - Z_0)^2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial x'}{\partial \kappa} &= c \frac{y + Y_g - Y_0}{Z_g + h - Z_0} & \frac{\partial y'}{\partial \kappa} &= -c \frac{x + X_g - X_0}{Z_g + h - Z_0} \\ \frac{\partial x'}{\partial \eta} &= -c \frac{h}{Z_g + h - Z_0} & \frac{\partial y'}{\partial \eta} &= 0 \\ \frac{\partial x'}{\partial \xi} &= 0 & \frac{\partial y'}{\partial \xi} &= c \frac{h}{Z_g + h - Z_0}\end{aligned}$$

Die Ableitungen nach  $X_g$ ,  $Y_g$  und  $Z_g$  sind identisch mit denjenigen nach  $X_0$ ,  $Y_0$  und  $Z_0$ . Doch sind die Vorzeichen verschieden. Man muß deswegen als Unbekannte  $X_g - X_0$ ,  $Y_g - Y_0$  und  $Z_g - Z_0$  einführen, um eine nicht singulare Lösung zu erhalten.

Ferner sind

$$c \frac{\partial x'}{\partial x'_0} + (X_g - X_0) \frac{\partial x'}{\partial (X_0 - X_g)} + \frac{\partial x'}{\partial \eta} = 0$$

und

$$c \frac{\partial y'}{\partial y'_0} + (Y_g - Y_0) \frac{\partial y'}{\partial (Y_0 - Y_g)} - \frac{\partial y'}{\partial \xi} = 0$$

Diese Singularität wird ausgeschlossen, wenn die Winkel  $\eta$  und  $\xi$  bekannt sind. Sie können während der Herstellung des dreidimensionalen Gitternetzes mit Autokollimation gleich Null gemacht werden. Wir sehen auch, daß kleine Fehler  $d\eta$  und  $d\xi$  die Lösung der Hauptpunktkoordinaten  $x'_0$  und  $y'_0$  (sowie auch  $X_0 - X_g$  und  $Y_0 - Y_g$ ) systematisch beeinflussen. Die Kammerkonstante wird für regelmäßige Punktlagen unabhängig von diesen Fehlern.

Man findet die folgenden Differentialformeln:

$$\begin{aligned}dx' &= dx'_0 + \frac{x + X_g - X_0}{h + Z_g - Z_0} dc - \frac{c}{h + Z_g - Z_0} d(X_0 - X_g) \\ &\quad + c \frac{x + X_g - X_0}{(h + Z_g - Z_0)^2} d(Z_0 - Z_g) - c \frac{(x + X_g - X_0)(y + Y_g - Y_0)}{(h + Z_g - Z_0)^2} d\omega \\ &\quad + c \left\{ 1 + \frac{(x + X_g - X_0)^2}{(h + Z_g - Z_0)^2} \right\} d\varphi + c \frac{y + Y_g - Y_0}{h + Z_g - Z_0} d\kappa \quad (7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}dy' &= dy'_0 + \frac{y + Y_g - Y_0}{h + Z_g - Z_0} dc - \frac{c}{h + Z_g - Z_0} d(Y_0 - Y_g) \\ &\quad + c \frac{y + Y_g - Y_0}{(h + Z_g - Z_0)^2} d(Z_0 - Z_g) - c \left\{ 1 + \frac{(y + Y_g - Y_0)^2}{(h + Z_g - Z_0)^2} \right\} d\omega \\ &\quad + c \frac{(x + X_g - X_0)(y + Y_g - Y_0)}{(h + Z_g - Z_0)^2} d\varphi - c \frac{x + X_g - X_0}{h + Z_g - Z_0} d\kappa \quad (8)\end{aligned}$$

Wenn  $dx'$ , beziehungsweise  $dy'$  als  $x_m'$ ,  $y_m'$  (gemessen) minus  $x_g'$ ,  $y_g'$  [nach den Formeln (4)–(6) mit Näherungswerten berechnet] definiert sind, erhalten wir die Korrektionen der Näherungswerte nach Lösung (7)–(8). Auch die Verzeichnung kann als Unbekannte eingeführt werden, so daß für  $dc$  das Polynom

$$dc = dc' + c a_2 r + c a_3 r^2 + c a_4 r^3 + c a_5 r^4 \quad \text{entsteht.}$$

$$\begin{array}{ll} dc' & \text{Korrektion der Kammerkonstante} \\ a_2, a_3, a_4, a_5 & \text{Unbekannte Verzeichnungsparameter} \\ r = \sqrt{(x' - x_0')^2 + (y' - y_0')^2} & \end{array}$$

Die radiale Verzeichnung kann dann als

$$dr = a_2 r^2 + a_3 r^3 + a_4 r^4 + a_5 r^5$$

geschrieben werden.

Da überschüssige Punkte gemessen werden, muß das Gleichungssystem nach der Methode der kleinsten Quadrate gelöst werden. Man erhält die Korrektionen an den Unbekannten sowie die Genauigkeiten der Messung und der Korrektionen.

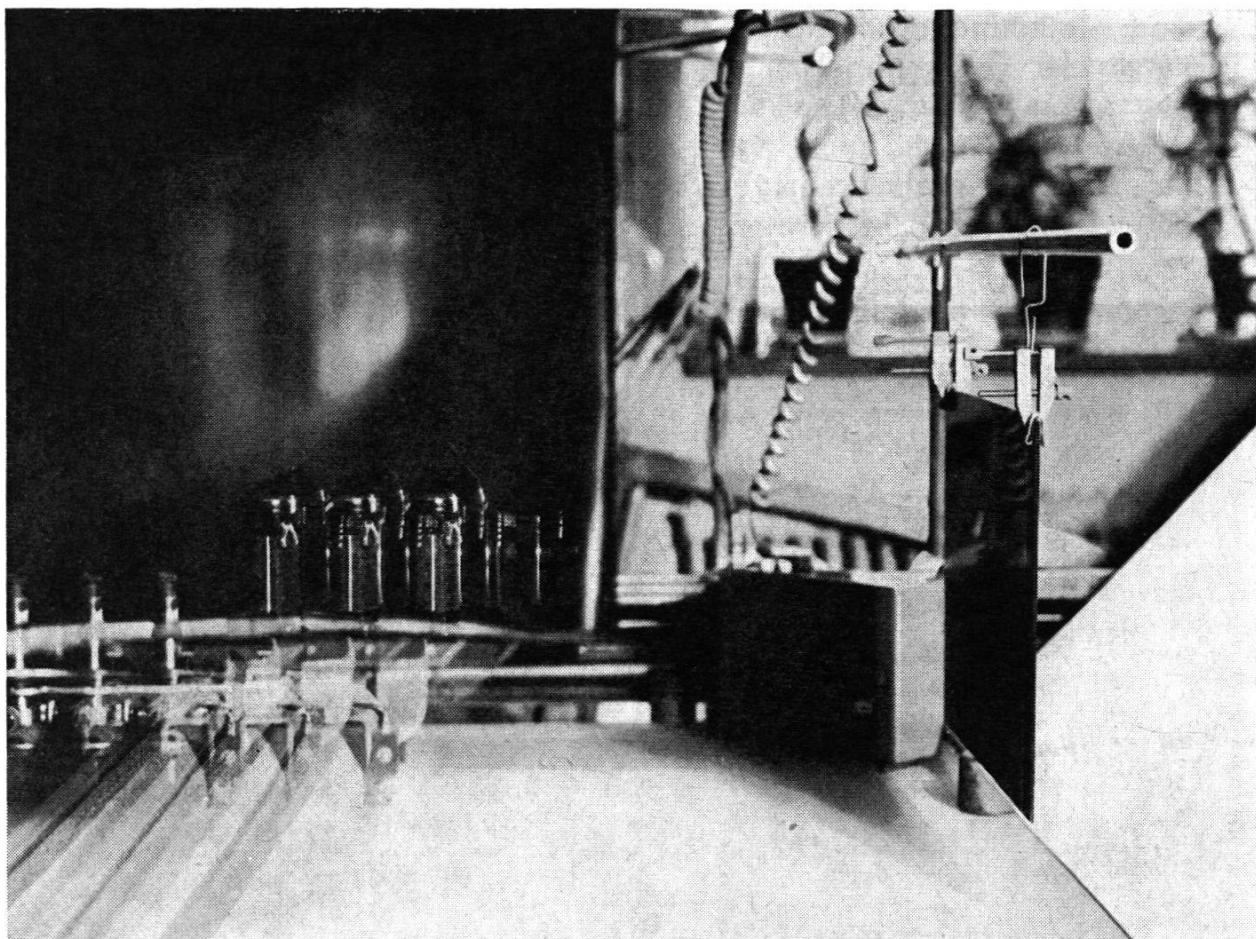


Abb. 2: Reflexschirm, Gitterplatte und drei Lagen der Kammer

Die innere Orientierung ist mit  $x_0' + dx_0'$ ,  $y_0' + dy_0'$  als Hauptpunkt und mit  $c + dc$  als Kammerkonstante (in vorkommenden Fällen ein Polynom als Verzeichnung) gegeben.

Für größere Werte der Korrekturen muß ein iteratives Verfahren angewendet werden.

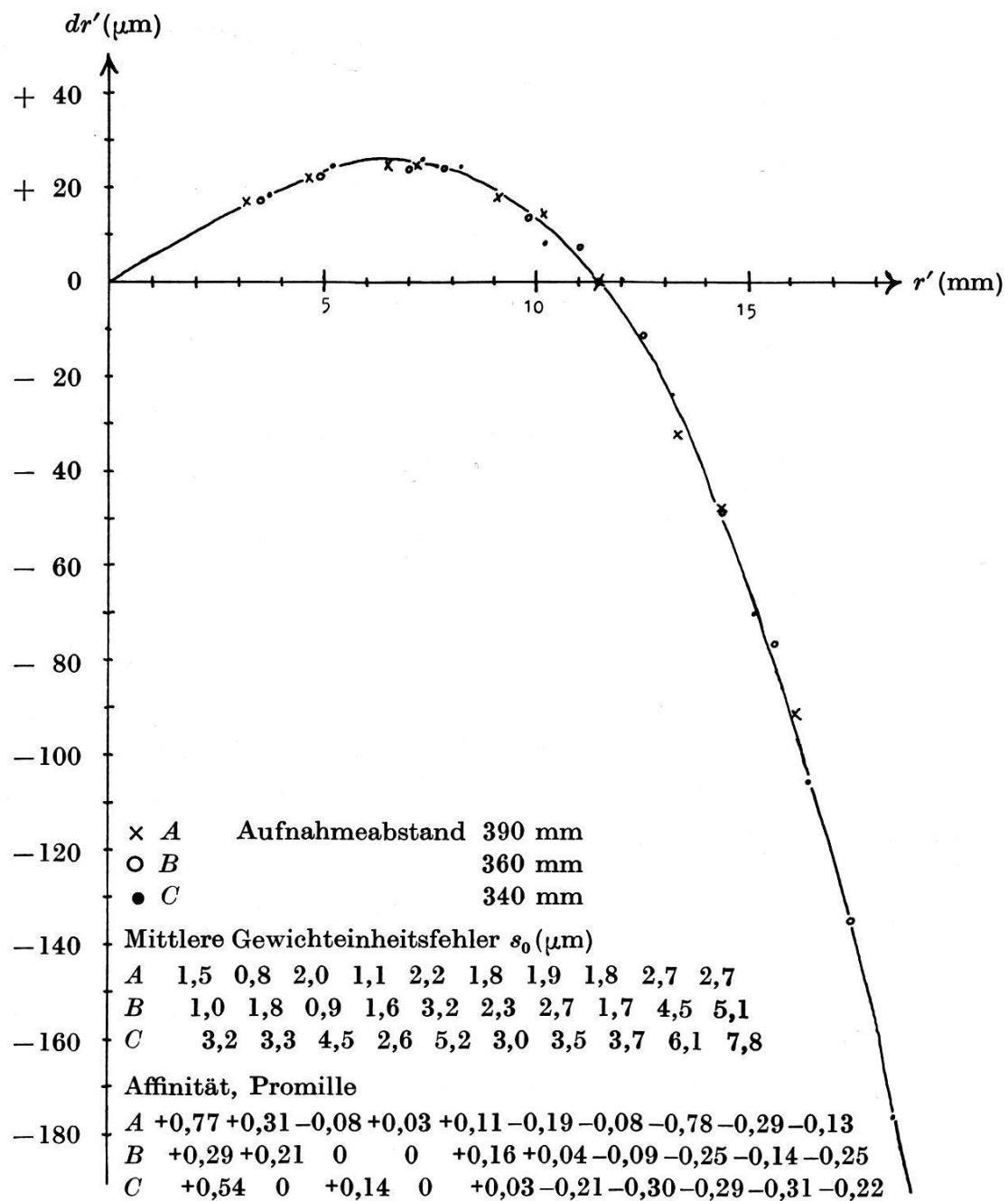


Abb. 3: Die radiale Verzeichnung der Pentax-Kammer  
mit Super-Takumar 688210, 1:1,8/55.  
Drei verschiedene Bestimmungen mit kurzen Aufnahmehabständen

### Beispiel

Die innere Orientierung einer Pentax-Kleinbildkammer ist für den kürzesten Aufnahmeabstand nach der beschriebenen Methode bestimmt worden. Die Kammer wurde auf dem Zeichenstifthalter eines Koordinatographen festgeschraubt; das Gitter war eine negative Kopie einer  $24 \times 24\text{-cm}^2$ -Gitterplatte, welche gut parallel zur Bildebene stand. Hinter dem Gitter war ein weißer Reflexschirm angebracht, gegen welchen ein Elektronenblitz gerichtet war. Im dunklen Zimmer wurde der Verschluß der Kammer geöffnet und der Blitz ausgelöst. Die Kammer wurde dann verschoben, ein weiterer Blitz ausgelöst, und dasselbe Verfahren wurde in einer dritten Lage wiederholt. Die Methode läßt sich natürlich für noch mehr Lagen anwenden (Abb. 2). Die Koordinaten des dreidimensionalen Probefeldes waren:

Punkt	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$h$ (mm)
11	80	-60	-20
12	80	-60	0
13	80	-60	30
21	80	60	-20
22	80	60	0
23	80	60	30
51	-80	60	-20
52	-80	60	0
53	-80	60	30
61	-80	-60	-20
62	-80	-60	0
63	-80	-60	30
01	0	0	-20
02	0	0	0
03	0	0	30

Die Verzeichnung war früher mit der Gittermethode [2] bestimmt worden (Abb. 3), und alle gemessenen Bildkoordinaten wurden danach korrigiert. Man benützte als Näherungswerte

$$c = 65 \text{ mm}; x_0', y_0' = \text{Bildmitte}$$

$$X_g - X_0 = Y_g - Y_0 = 0; \quad Z_g - Z_0 = 360 \text{ mm}$$

$$\eta = \xi = \omega = \varphi = \varkappa = 0$$

Die Gleichungen (7)–(8) ergaben folgende Korrektionen<sup>2</sup>:

$$dx_0' = -0,884 \text{ mm} \quad s_{dx_0'} = 0,154 \text{ mm}$$

$$dy_0' = -0,269 \text{ mm} \quad s_{dy_0'} = 0,154 \text{ mm}$$

$$dc = +1,108 \text{ mm} \quad s_{dc} = 0,065 \text{ mm}$$

$$s_0 = 0,0034 \text{ mm}$$

---

<sup>2</sup> Die Gewichte der Bildkoordinaten könnten aus der Bestimmung in Abbildung 3 hergeleitet werden. In diesem Beispiel wurden alle Bildkoordinaten gleichgewichtig behandelt.

Als innere Orientierung wurde gefunden: Lage des Bildhauptpunktes im Koordinatensystem mit Ursprungspunkt in der Bildmitte:

$$x_0' = 0,884 \text{ mm}, \quad y_0' = 0,269 \text{ mm}, \quad s_{x_0'} = s_{y_0'} = 0,154 \text{ mm}$$

Kammerkonstante:

$$c = 66,108 \text{ mm}, \quad s_c = 0,065 \text{ mm}$$

Die Verzeichnung wurde nach der oben erwähnten Methode bestimmt.

#### *Literatur*

- [1] Hallert, B.: Fotogrammetri. Norstedts, Stockholm 1964.
- [2] Hallert, B.: A new method for the determination of the distortion and the inner orientation of cameras and projectors. Photogrammetria XI, 1954/55, 3.

## **Die Generalversammlung der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik (UGGI) in der Schweiz im Jahre 1967**

*Von F. Kobold*

(Fortsetzung)

### *c) Die Arbeiten der Internationalen Assoziation für Geodäsie (AIG)*

Den Ursprung der AIG bildet die im Jahr 1862 gegründete mitteleuropäische Gradmessung, die später in die europäische und noch später in die internationale Gradmessung umgewandelt wurde. Die heutige Organisation der AIG stammt aus dem Jahr 1963. Keine andere Assoziation besitzt eine derart klare Gliederung wie die AIG. Die Leitung der Assoziation obliegt einem Stab, bestehend aus Präsident, Vizepräsidenten, Generalsekretär und Rechnungsführer. Die Aufgaben wurden auf fünf Sektionen verteilt. Die Arbeiten der Sektionen werden in der Regel von permanenten Kommissionen und speziellen Studiengruppen geleitet. Die permanenten Kommissionen befassen sich mit Studien und lang dauernden Arbeiten praktischen Charakters; die Spezialstudiengruppen beschäftigen sich eher mit theoretischen Untersuchungen. Betrachten wir im folgenden die Sektionen, ihre Kommissionen und Spezialstudiengruppen etwas näher. Dabei streben wir nicht nach Vollständigkeit. Es sollen die Studien und Arbeiten erwähnt werden, die uns für die Fortschritte auf dem Gebiet der Geodäsie als besonders charakteristisch scheinen, so daß die Auswahl persönlich gefärbt sein darfte. Sie geschieht zudem unter dem Gesichtspunkt des schweizerischen Anteils.