Zur Einteilung der Prüfungspunkte in Klassen bei der Genauigkeitsuntersuchung von Höhenschichtlinien topographischer Karten

Autor(en): **Schrammek, Rochus**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **64 (1966)**

Heft 3

PDF erstellt am: **30.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-220748

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Zur Einteilung der Prüfungspunkte in Klassen bei der Genauigkeitsuntersuchung von Höhenschichtlinien topographischer Karten

Dipl.-Ing. Rochus Schrammek, Dresden

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag werden für die Einteilung der Prüfungspunkte in Klassen bestimmte Größenverhältnisse der Klassen gefordert. Als Grundlage für diese Forderung dient der Umstand, daß für eine sichere Ermittlung der Koeffizienten A und B (siehe Formeln 1 und 6) die Abstände der Bestimmungspunkte mit wachsender Krümmung der cot- beziehungsweise tan-Kurve kleiner werden müssen (Grenzfall b), höchstens aber gleich bleiben dürfen (Grenzfall a). Als Grenzfall b wird ein Punktabstand proportional dem Krümmungsradius eingeführt. Die Verhältnisse der Klassengrößen beziehungsweise deren Bereiche innerhalb der Grenzfälle a und b werden zahlenmäßig ermittelt und einigen bisher veröffentlichten Klasseneinteilungen gegenübergestellt.

Résumé

Dans l'exposé suivant, on montre que certains rapports de grandeur entre les classes sont nécessaires, lors de la classification des points de contrôle. Comme élément de base satisfaisant cette condition, considérons le fait que pour une détermination précise des coefficients A et B [voir formules (1) et (6)], les distances entre les points déterminés diminuent lorsque la courbure des courbes ctg et tg croît (cas limite b), tout au plus elles peuvent être égales (cas limite a). Dans le cas limite b, on introduira une distance entre points proportionnelle au rayon de courbure. Les rapports des grandeurs de classe, respectivement dont leur domaine se situe entre les cas limites a et b, seront déterminés numériquement et comparés avec des classifications publiées jusqu'ici.

1. Aufgabenstellung

Bei der Untersuchung von Höhenlinien topographischer Karten erhält man bekanntlich für jeden Prüfungspunkt einen Höhenfehler (beziehungsweise einen Lagefehler nach dem Verfahren von Lindig). Eine strenge Ausgleichung erfordert nun für jeden einzelnen dieser Punkte eine Fehlergleichung. Der sich hieraus ergebende große Aufwand an Rechenarbeit läßt sich durch Zusammenfassen von Punkten mit annähernd gleicher Geländeneigung zu Klassen stark vermindern, ohne die Genauigkeit des Resultates wesentlich zu beeinflussen.

Bei dieser Operation entsteht nun die Frage, wo die Klassengrenzen zu ziehen sind beziehungsweise welche – unterschiedliche oder gleiche – Größe die einzelnen Klassen haben sollen.

Die absolute Größe der Klassen hängt – wie leicht einzusehen ist – von der geforderten Genauigkeit des Ergebnisses einerseits und dem vertret-

baren Rechenaufwand andererseits ab. Große Klassen liefern nur wenige Fehlergleichungen, erfassen aber die tan- beziehungsweise cot-Kurve am schlechtesten, während für kleine Klassen (im Extrem ist jeder Punkt eine Klasse!) das Entgegengesetzte gilt. (Zum Problem der absoluten Klassengröße siehe [2], [3] und [8].) Die Frage nach unterschiedlicher oder gleicher Größe der Klassen bedarf jedoch einer eingehenderen Untersuchung.

2. Die Verhältnisse der Klassengrößen für die cot-Kurve

2.1 Die Grenzfälle

Der Lagefehler der Höhenschichtlinien soll dargestellt werden in der allgemeinen Form der cot-Funktion

$$y = A + B \cdot \cot\alpha\,, \tag{1}$$

wobei durch die Ausgleichung der Dehnungsfaktor B und das Absolutglied A zu ermitteln sind. Jede Fehlergleichung liefert nun einen Punkt zur Bestimmung dieser gedehnten und verschobenen cot-Funktion. Die Koeffizienten A und B werden durch die Ausgleichung so bestimmt, daß die Summe der mit dem Gewicht p multiplizierten Quadrate der Abstände Punkt–Kurve ein Minimum wird ($[pvv]$ = Min.). Da aber jeder Fehlergleichung ein Klassendurchschnitt α_K entspricht, ist die Punktdichte längs der cot-Kurve abhängig von den Abständen der α_K auf der α-Achse und damit von den Klassengrößen beziehungsweise -grenzen.

Für eine exakte Bestimmung der Koeffizienten A und B müssen nun die α_K so gewählt werden, daß die cot-Kurve in ihren charakteristischen Krümmungen erfaßt wird. Eine Kurve mit starker Krümmung erfordert aber auf die gleiche Bogenlänge mehr Bestimmungspunkte als eine schwach gekrümmte. Dies hat zur Folge, daß die Bestimmungspunkte auf der Kurve bei größeren α ($0 < \alpha < 45°$ und $B = 1$) dichter liegen müssen als bei kleinen, weil die cot-Funktion sich in diesem Abschnitt mit wachsendem α stärker krümmt. Als Grenzfall in der einen Richtung sind daher gleiche Abstände der Bestimmungspunkte längs der Kurve anzusehen, weil jenseits dieser Grenze die cot-Kurve nur unsicher erfaßt werden kann (starke Krümmung – großer Punktabstand und umgekehrt).

Auf der anderen Seite bleibt die Frage zu erörtern, in welchem Verhältnis die Punktabstände auf der Kurve mit wachsender Krümmung kleiner werden dürfen. Als Maß für die Begrenzung nach dieser Seite hin bietet sich der Krümmungsradius an.

Zusammenfassend ist also festzustellen, daß sich die Dichte der Bestimmungspunkte längs der cot-Kurve zwischen den Grenzfällen

a) gleicher Abstand und
b) Abstand proportional dem Krümmungsradius

bewegen soll. Für diese beiden Grenzfälle werden in den folgenden Ausführungen die Verhältnisse der Klassengrößen bei kleinen und großen α_K berechnet.

Die Krümmung der cot-Kurve ist abhängig von dem Dehnungsfaktor B, der ja vor der Ausgleichung unbekannt ist. Daher wurden der Rechnung drei Repräsentativwerte $B_1 = 0{,}01$, $B_2 = 0{,}1$ und $B_3 = 1{,}0$ zugrunde gelegt, da sich der Koeffizient B erfahrungsgemäß bei Schichtlinienuntersuchungen topographischer Karten etwa in den Größenordnungen $0{,}01 < B < 1{,}0$ bewegt.

2.2. Die Verhältnisse der Klassengrößen bei gleichem Punktabstand auf der cot-Kurve (Grenzfall a)

Unter der Annahme gleicher Punktabstände auf der cot-Kurve erhält man das zugehörige Verhältnis der Klassengrößen durch Projektion der Punkte von der Kurve auf die α-Achse (Bild 1). Die Differentiation der cot-Funktion liefert

$$y' = -B \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \tag{2}$$

so daß

$$\tan \beta_K = \frac{B_i}{\sin^2 \alpha_K} \tag{3}$$

wird. Das Verhältnis der Klassengrößen auf der α-Achse wird nun durch das Verhältnis der $\cos \beta_K$ charakterisiert. Die Ergebnisse der Zahlenrechnung sind für die o. a. drei B_i und für vier α_K-Werte 1°, 3°, 6°, 10° in Tafel 1 zusammengestellt. Bei Schichtlinienuntersuchungen von Karten deutschen Territoriums treten nur verhältnismäßig selten grössere Geländeneigungen als 10° auf, so daß hier nur die Verhältnisse für $1° < \alpha < 10°$ untersucht werden.

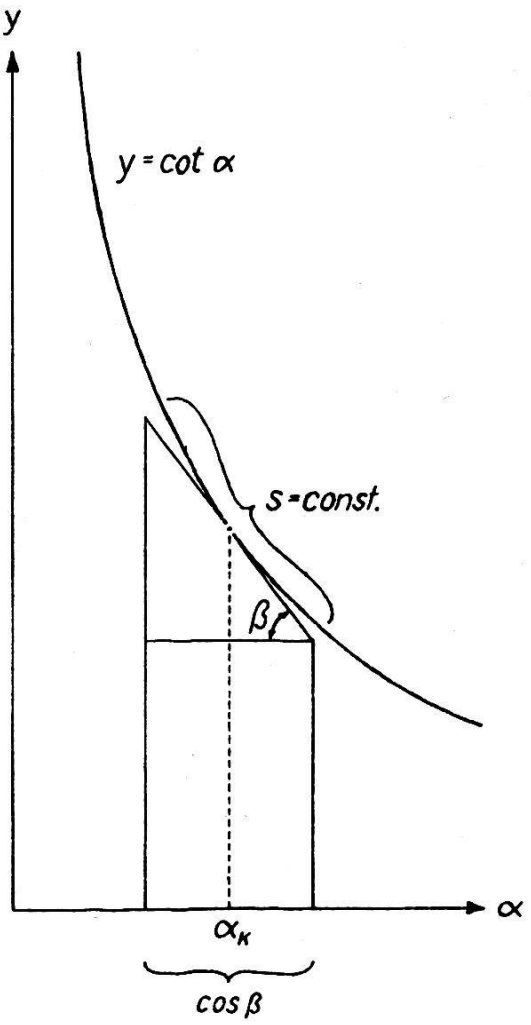


Bild 1

Projektion der Klassen von der cot-Kurve auf die α-Achse

2.3. Die Verhältnisse der Klassengrößen bei proportional dem Krümmungsradius gewählten Punktabständen auf der cot-Kurve (Grenzfall b)

Der Krümmungsradius der Kurve $y = A + B \cdot \cot \alpha$ berechnet sich nach der bekannten Formel

$$\varrho = \frac{\sqrt{(1 + y'^2)^3}}{y''} \tag{4}$$

zu

$$\varrho_{\cot K} = \frac{\sqrt{(\sin^4 \alpha_K + B_i^2)^3}}{2 \cdot B_i \sin^4 \alpha_K \cdot \cot \alpha_K} \tag{5}$$

Durch Einsetzen der Werte B und α_K erhält man dann die entsprechenden Krümmungsradien, die im Grenzfall b unter der Voraussetzung Kurvenstück $\approx$ Sehne den Klassengrößen auf der cot-Kurve proportional sind. Diese Strecken müssen wiederum von der Kurve auf die α-Achse projiziert werden, was am einfachsten durch Multiplikation der erhaltenen ϱ-Werte mit den entsprechenden Werten $\cos \beta_K$ ausgeführt wird.

2.4. Gegenüberstellung der Verhältnisse der Klassengrößen in beiden Grenzfällen

Die Verhältniszahlen von Tafel 1 stellen das Verhältnis der Klassengrößen auf der α-Achse für die beiden Grenzfälle dar (siehe auch graphische Darstellung Bilder 2 und 3).

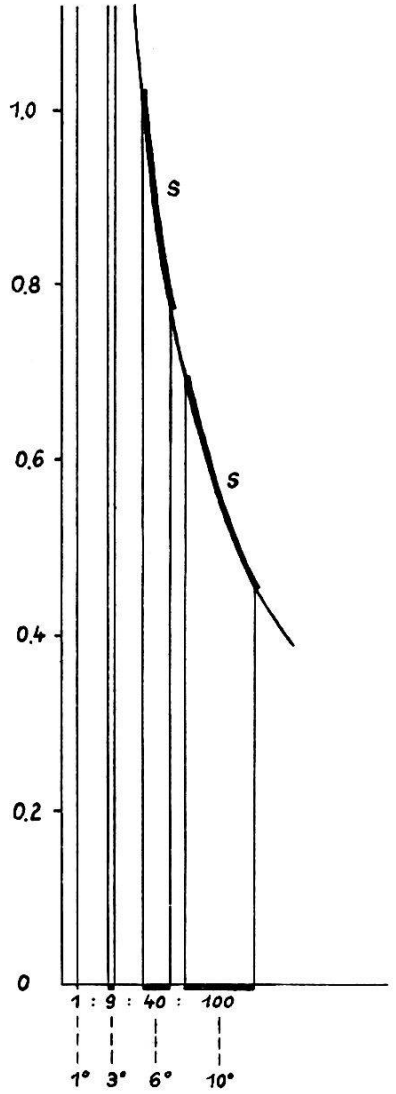


Bild 2
Grenzfall a bei der cot-Kurve ($B = 0{,}1$)

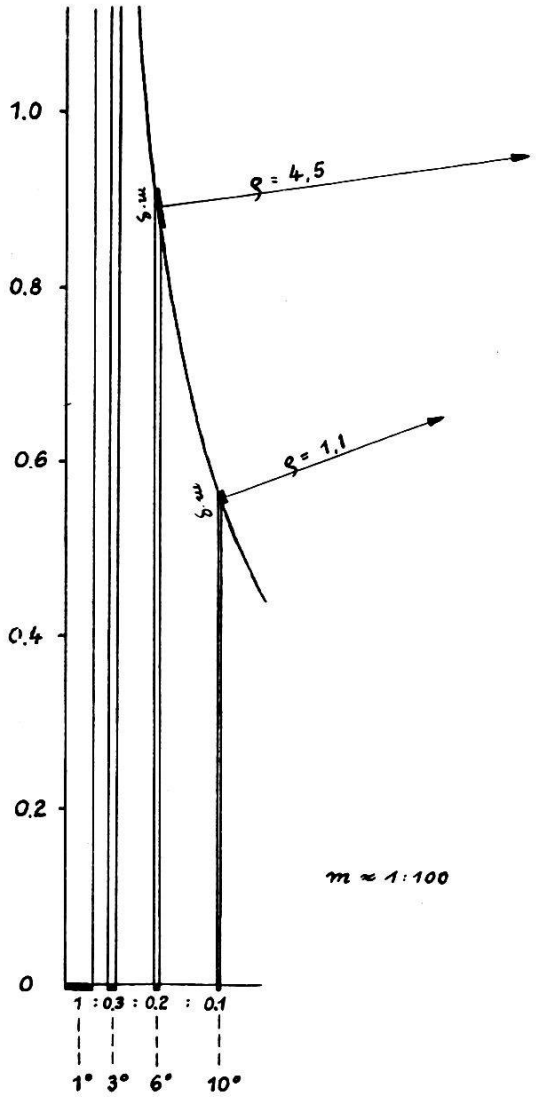
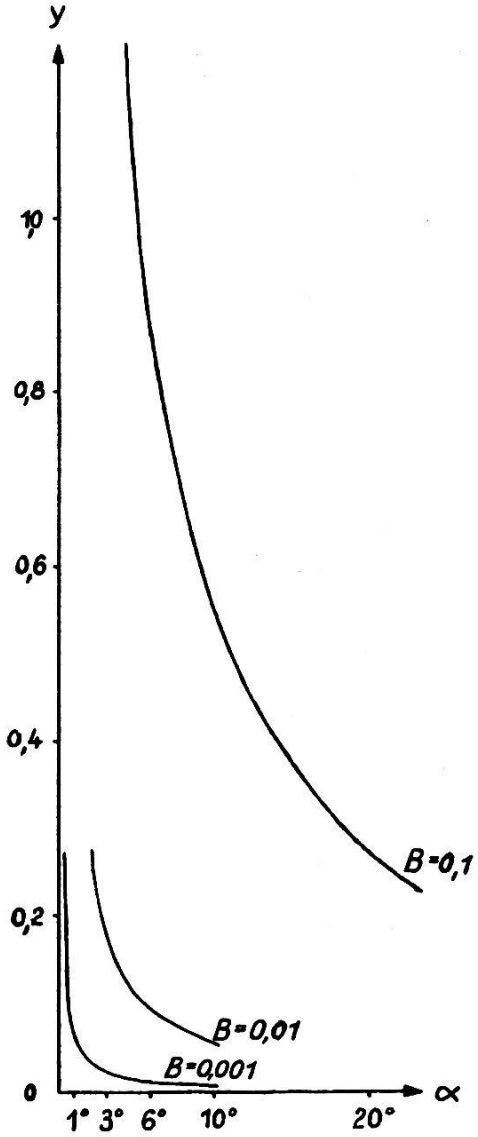


Bild 3
Grenzfall b bei der cot-Kurve ($B = 0{,}1$)

Tafel 1

Grenzfall	B	$\alpha_K = 1°$	3°	6°	10°
a	0,01	1	: 9	: 20	: 30
b	0,01	1	: 0,4	: 0,4	: 1
a	0,1	1	: 9	: 40	: 100
b	0,1	1	: 0,3	: 0,2	: 0,1
a	1,0	1	: 9	: 40	: 100
b	1,0	1	: 0,4	: 0,2	: 0,1
Nach *Lindig* [3] z. Vgl.		–	0,34	: 0,24	: 0,21



Die Verhältnisse der beiden Grenzfälle weichen stark voneinander ab. Ein einfaches Mitteln erscheint daher nicht angebracht, zumal der Fall *b* die Krümmung der cot-Kurve besser erfaßt als Fall *a*. Außerdem tritt bei $B = 0{,}01$ der minimale Krümmungsradius der cot-Kurve bereits bei $\alpha < 10°$ ($\alpha_{\varrho\,\min} \approx 6°$) auf, so daß bei $\alpha > 6°$ der Krümmungsradius wieder wächst (Bild 4). Bei $B < 0{,}01$ wird auch $\alpha_{\varrho\,\min} < 6°$, zum Beispiel bei $B = 0{,}001$ ist $\alpha_{\varrho\,\min} \approx 2°$.

Bild 4

Darstellung der Funktion $y = B \cdot \cot \alpha$

3. Die Verhältnisse der Klassengrößen für die tan-Kurve

Mit den in den Abschnitten 2.2 und 2.3 aufgezeigten Verfahren kann man auch für die tan-Kurve und damit für die Ausgleichung von Höhenfehlern die Verhältnisse der Klassengrößen berechnen. Ausgehend von der Grundformel

$$y = A + B \tan\alpha, \tag{6}$$

erhält man durch Differentiation

$$y' = \tan\beta_K = \frac{B}{\cos^2\alpha_K} \tag{7}$$

und für den Krümmungsradius

$$\varrho_{\tan K} = \frac{\sqrt{(\cos^4\alpha_K + B_i^2)^3}}{2 \cdot B_i \cos^4\alpha_K \cdot \tan\alpha_K} \tag{8}$$

Der Dehnungsfaktor B bewegt sich bei der Ermittlung von Höhenfehlern (tan-Kurve) erfahrungsgemäß in dem Bereich $0{,}1 < B < 20$. Daher wurden als Repräsentativwerte für die tan-Kurve die drei Werte $B_1 = 0{,}1$, $B_2 = 1{,}0$ und $B_3 = 20{,}0$ ausgewählt. Die Verhältnisse der Klassengrößen für beide Grenzfälle und für die drei eben genannten B_i sind in Tafel 2 zusammengestellt (siehe auch graphische Darstellung Bilder 5 und 6).

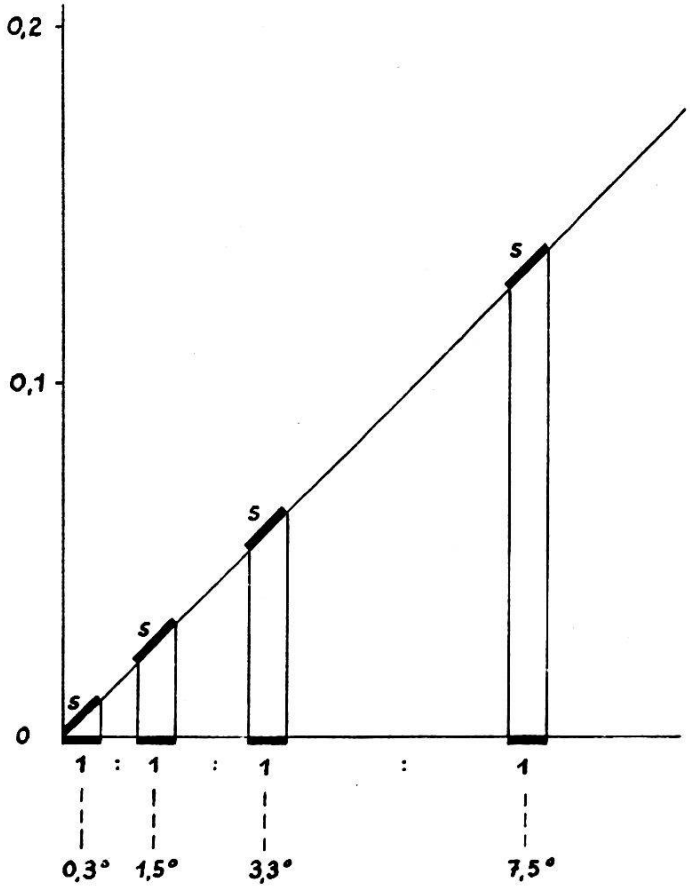


Bild 5. Grenzfall *a* bei der tan-Kurve ($B = 1$)

Tafel 2

Grenzfall	B	$\alpha_K = 0{,}3°$		1,5°		3,3°		7,5°		24,0°
a	20,0	1,0	:	1,0	:	1,0	:	1,0	:	0,8
a	1,0	1,0	:	1,0	:	1,0	:	1,0	:	0,9
a	0,1	1,0	:	1,0	:	1,0	:	1,0	:	1,0
b	20,0 ... 0,1	1,0	:	0,20	:	0,09	:	0,04	:	0,01
Nach Töpfer [8] z. Vgl.		1,0	:	1,4	:	2,8	:	6,0	:	17,2
Nach Koppe [2] z. Vgl.		1,0	:	0,67	:	1,5	:	3,2	:	23,3

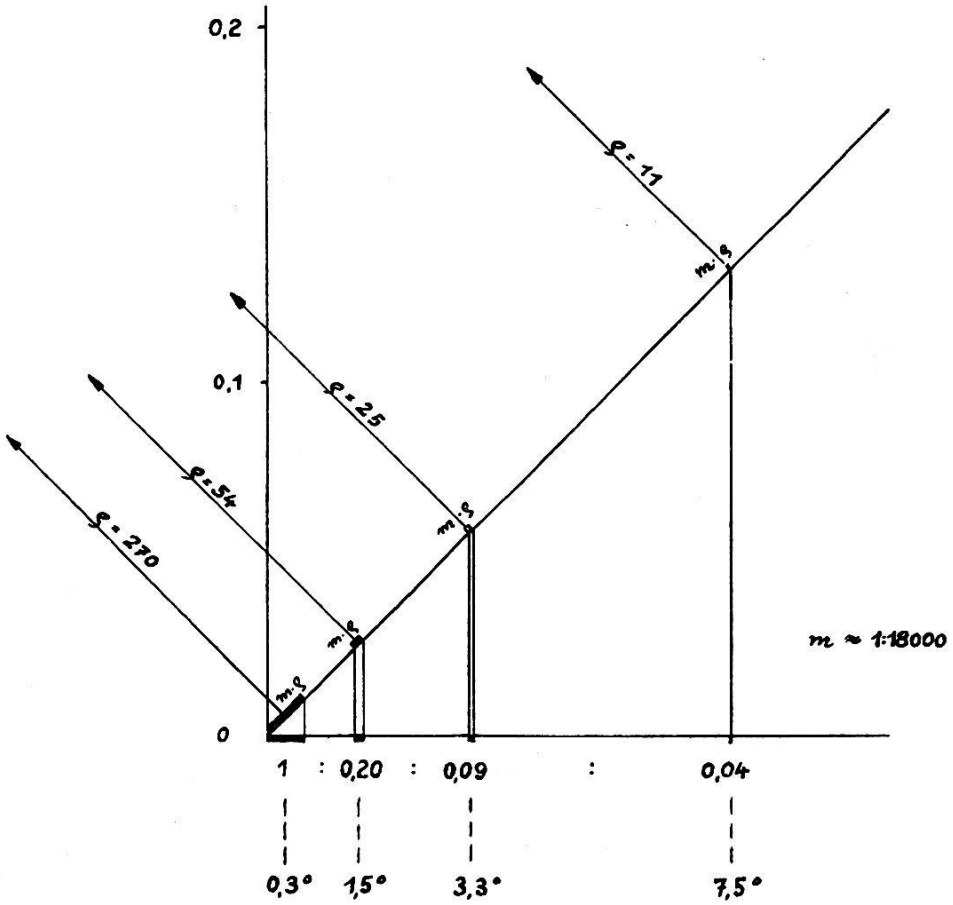


Bild 6. Grenzfall *b* bei der tan-Kurve ($B = 1$)

Es zeigt sich hierbei, daß die Verhältnisse beider Grenzfälle wiederum stark voneinander abweichen, während die Größe des Dehnungsfaktors B im Bereich von $0{,}3° < \alpha < 24°$ keinen nennenswerten Einfluß auf die Verhältnisse der Klassengrößen ausübt.

Zum Vergleich mit den eben berechneten Werten sind in Tafel 2 noch die auf 0,3° bezogenen Verhältnisse der Klassengrößen nach Töpfer [8] und Koppe [2] hinzugefügt worden. Während Koppe die Klassengrenzen mehr oder weniger gefühlsmäßig festlegte, leitet Töpfer die verschiedenen Klassengrößen von der unterschiedlichen Genauigkeit der Geländenei-

gungsbestimmung ab. Beide Autoren begeben sich damit in ein Gebiet außerhalb der beiden Grenzfälle, und zwar jenseits des Falles *a*. Dies hat zur Folge, daß die Abstände der Bestimmungspunkte auf der tan-Kurve bei starker Krümmung größer sind als bei geringer Krümmung.

4. Ergebnisse

4.1. Ausgleichung von Lagefehlern der Schichtlinien (cot-Kurve)

Das Verhältnis der Klassengrößen ist sowohl von der mittleren Geländeneigung der Klassen (α_K) als auch von dem erst zu bestimmenden Dehnungsfaktor B abhängig. Es schwankt zum Beispiel bei $0{,}1 < B < 1{,}0$ zwischen 1:100 und 1:0,1 bei Geländeneigungen von 1° beziehungsweise 10° (siehe Tafel 1 und Bilder 2 und 3). Liegt das Verhältnis der Klassengrößen innerhalb dieses Bereiches, so verteilen sich die Bestimmungspunkte für die cot-Funktion nach den eingangs erhobenen Forderungen (Grenzfall *a*: gleiche Punktabstände, Grenzfall *b*: Punktabstände proportional dem Krümmungsradius). Da jedoch der Grenzfall *b* die Krümmungseigenart der cot-Kurve besser erfaßt als Grenzfall *a*, ist es günstig, innerhalb des oben angeführten Bereichs mehr nach Fall *b* hin zu orientieren (vgl. hierzu die Werte von Lindig, Tafel 1). Sollte sich nach der Ausgleichung ein Dehnungsfaktor B ergeben, dessen Verhältnis der Klassengrößen stark von dem vorher gewählten Verhältnis abweicht, so kann die Ausgleichung mit einem B entsprechenden Verhältnis wiederholt werden.

4.2. Ausgleichung von Höhenfehlern der Schichtlinien (tan-Kurve)

Das Verhältnis der Klassengrößen ist für $0{,}1 < B < 20{,}0$ von dem Dehnungsfaktor B nahezu unabhängig. Man hat lediglich das Verhältnis innerhalb der Grenzfälle *a* und *b* zu wählen, wobei man entsprechend dem unter 4.1 Gesagten besser nach dem Fall *b* hin orientiert.

Literatur

[1] Instruktion für die topographische Aufnahme in den Maßstäben 1:5000 und 1:10000. Herausgeber MdI (VVK), Berlin 1958.

[2] *Koppe, C.:* Die neue topographische Landeskarte des Herzogtums Braunschweig, ZfV (1902), Heft 14.

[3] *Lindig, G.:* Neue Methoden der Schichtlinienprüfung, ZfV (1956), Hefte 7 und 8.

[4] *Förstner, R.:* Schichtlinienfehler, ZfV (1957), Heft 12.

[5] *Schmidt, P.E.:* Die Schichtliniengenauigkeit der topographischen Karte 1:5000. Vermessungstechnik (1954), Heft 10.

[6] *Pehnack, M.:* Prüfung neuerer Meßtischaufnahmen 1:25000 auf ihre Genauigkeit. Mitteilungen des RfL (1937), Nr. 2.

[7] *Thum, E.:* Untersuchung der Genauigkeit der topographischen Karte 1:10000. Vermessungstechnik (1960), Heft 11.

[8] *Töpfer, F.:* Untersuchungen zur Beurteilung topographischer Schichtliniendarstellungen. Habilitationsschrift TH Dresden, Fak. f. Bauwesen, vom 19. 5. 1961.

An der 14. Hauptversammlung der Schweizerischen Nationalvereinigung für Technik in der Landwirtschaft, Bewässerung und Entwässerung fand sich auch in diesem Jahr wieder eine größere Anzahl Mitglieder und Gäste in Bern ein.

Der geschäftliche Teil beanspruchte wenig Zeit, wobei darauf hingewiesen werden mußte, daß erhebliche Beträge jährlich der Internationalen Kommission für Bewässerung und Entwässerung in Neu-Delhi und an die Internationale Kommission für Technik in der Landwirtschaft (Sekretariat in Paris) auszurichten sind. Dank der Erhöhung der Beiträge seitens der Abteilung für Landwirtschaft und der ETH ist es jetzt gelungen, das finanzielle Gleichgewicht wiederherzustellen.

Die beiden Referenten, Herr Dr.-Ing. R. Pedroli, Bern, und Herr Dr. P. Widmoser, Zürich, stellen die Manuskripte ihrer Vorträge zur Publikation in dieser Zeitschrift zur Verfügung, wofür ihnen an dieser Stelle bestens gedankt sei.

Die Redaktion

Les débits réservés dans les cours d'eau en Suisse*

par R. Pedroli, Dr ing.,

Chef de section à l'Office fédéral de l'économie hydraulique,

Berne

Résumé

Après un court aperçu sur le potentiel hydro-électrique en Suisse, l'auteur expose le problème des débits réservés, problème qui se présente lors de la dérivation des cours d'eau pour la production d'énergie électrique. Il mentionne le postulat du conseiller national Welter ayant pour but d'établir une réglementation fédérale à ce sujet.

Le détournement d'un cours d'eau peut avoir une influence sur la nappe phréatique, la végétation, la pêche, le degré de pollution des eaux, le transport des matériaux solides; enfin il peut modifier l'aspect du paysage. L'importance de ces éléments varie selon le genre d'aménagement.

L'auteur examine les deux catégories d'usines hydrauliques: les usines à basse chute et celles à haute chute. Il donne quelques résultats d'une enquête effectuée auprès des cantons et cite des exemples de cas concrets.

Zusammenfassung

Nach einem kurzen Überblick über das hydroelektrische Potential der Schweiz legt der Verfasser das Problem der Pflichtwassermengen dar, welches sich bei der Ableitung von Gewässern für die Erzeugung elektrischer Energie stellt. Er erwähnt das Postulat von Nationalrat Welter für eine diesem Gebiet angemessene eidgenössische Regelung.

Die Ableitung eines Wasserlaufes kann die Grundwasserverhältnisse, die Pflanzenwelt, die Fischerei, den Grad der Gewässerverschmutzung und den Geschiebetrieb beeinflussen; schließlich kann auch das Aussehen der Gegend verändert werden. Die Bedeutung dieser Elemente ist je nach der Nutzungsart verschieden.

---

* Conférence tenue à Berne lors de la séance de l'Association nationale suisse du génie rural, de l'irrigation et du drainage, le 3 février 1966.