Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 63 (1965)

Heft: 11

Artikel: Baulinien und Grenzen parallel zu Strassenachsen mit Klothoiden

Autor: Märki-Bonanomi, Paul

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-220019

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Baulinien und Grenzen parallel zu Straßenachsen mit Klothoiden

Paul Märki-Bonanomi, Gemeindeingenieur, Meilen

1. Einleitung

Seit dem Erscheinen der Klothoidentabellen und in vermehrtem Maße noch seit der Eröffnung verschiedener elektronischer Recheninstitute wird die Klothoide allgemein zur Trassierung von Hauptstraßen verwendet. Durch diese neuen Rechenhilfsmittel ist nämlich die Projektierung und Absteckung von Straßenachsen mit Klothoiden wesentlich einfacher geworden als die früher übliche Trassierung mit Korbbögen.

Die Vermarkung von Straßenrändern und die Absteckung von Baulinien parallel zu einer Klothoide bieten hingegen einige Schwierigkeiten. Bei der Vermarkung dürfen gemäß eidgenössischen Instruktionen nur Gerade und Kreisbögen verwendet werden, und die Definition einer Grenze als Parallele zu einer Klothoide wäre nicht statthaft.

Bei Baulinien sind im allgemeinen keine derartigen Vorschriften vorhanden, und deren Festsetzung parallel zur Straßenachse (Klothoide) wäre möglich. Diese Definition hätte jedoch schwere Nachteile bei der zeichnerischen Darstellung und bei der Absteckung der Baulinie zur Folge. Die Baulinie wird nämlich meistens vor dem Straßenbau festgesetzt und rechtskräftig erklärt. Bekanntlich ist es unmöglich, daß die Straßenränder mit der in der Grundvermessung verlangten Genauigkeit mit den Projektplänen übereinstimmen. Die Baulinien dürfen deshalb nicht parallel zum fertigen Straßenrand abgesteckt werden, weil die Lage der rechtskräftigen Baulinie bereits fixiert ist und nicht entsprechend der Lage des gebauten Straßenzuges verschoben werden darf.

Dies hat zur Folge, daß für die korrekte Absteckung einer Baulinie, die als Parallele zu einer Klothoide definiert ist, im allgemeinen zuerst die Klothoide selbst abgesteckt werden müßte. Weil aber die Baulinie nicht wie die Straßenränder in einem Arbeitsgang, sondern für jeden einzelnen Bauplatz mit zeitlichen Unterbrüchen von Jahren und Jahrzehnten angegeben werden, ist es sicher zweckmäßiger, wenn die Baulinien wie die Grundstückgrenzen nur durch Gerade und Kreisbögen definiert werden.

Das Problem besteht nun darin, eine Reihe von möglichst wenigen Kreisbögen zu finden, die möglichst parallel zu einer gegebenen Klothoide verlaufen.

2. Allgemeine Annäherung einer Klothoide durch einen Kreisbogen

Die Differentialgleichungen von Kreis und Einheitsklothoide lauten:

für den Kreis

$$\boxed{d\tau_{Kr} = k\, dl} \quad (1)$$

für die Klothoide

$$\boxed{d\tau_{Kl} = l\, dl} \quad (2)$$

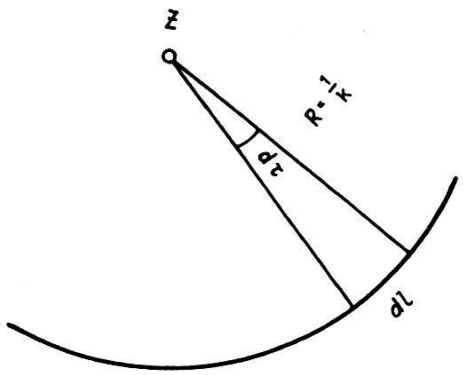


Abb. 1

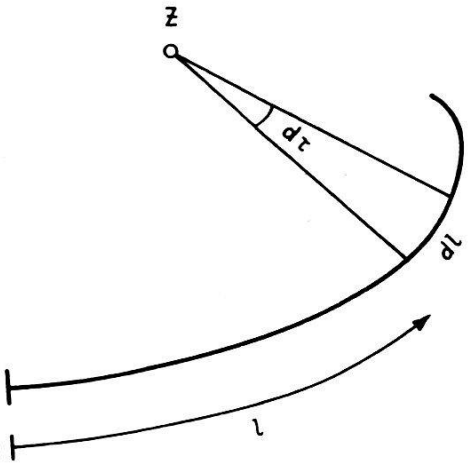


Abb. 2

Der Unterschied der Winkeländerung zwischen Kreis und Einheitsklothoide beträgt:

$$d\tau = d\tau_{\mathrm{Kr}} - d\tau_{\mathrm{Kl}} = (k - l)\, dl$$

Durch Integration erhalten wir den Winkel zwischen Kreis und Einheitsklothoide zu:

$$\tau = \int (k - l)\, dl$$

$$\boxed{\tau = \tau_0 + kl - \frac{1}{2} l^2} \tag{3}$$

Eine nochmalige Integration gibt den Abstand q zwischen Kreis und Einheitsklothoide:

$$q = \int \left(\tau_0 + kl - \frac{1}{2} l^2\right) dl$$

$$\boxed{q = q_0 + \tau_0 l + \frac{1}{2} kl^2 - \frac{1}{6} l^3} \tag{4}$$

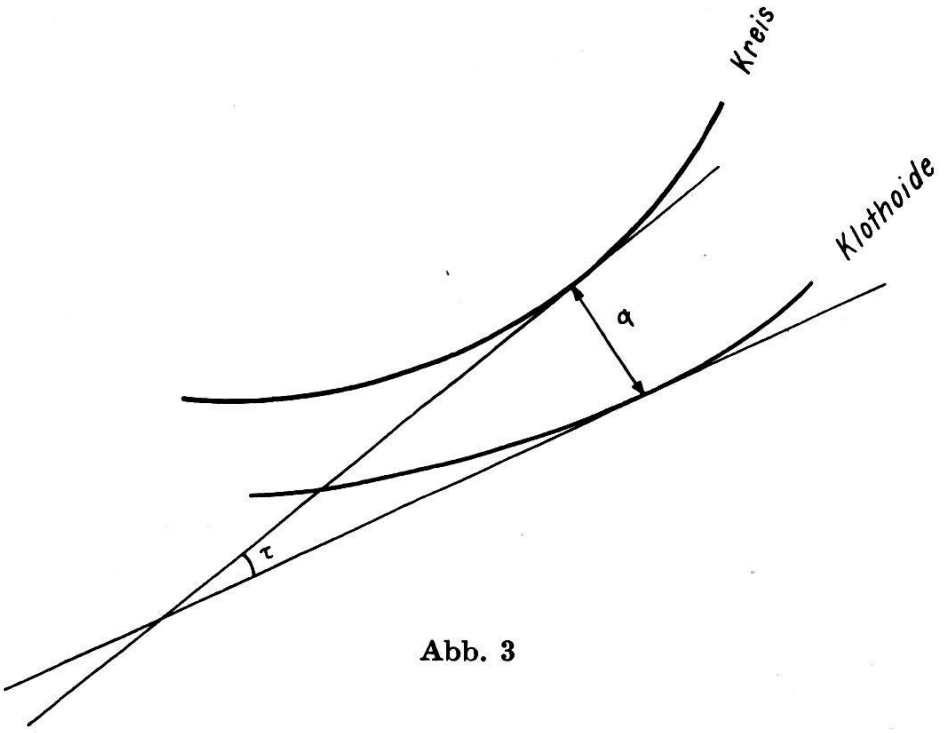


Abb. 3

Diese Formeln sowie alle nachfolgend daraus abgeleiteten Beziehungen und Nomogramme sind nur dann streng richtig, wenn der Winkel τ zwischen Kreis und Klothoide klein ist. Dies ist bei allen praktischen Anwendungen der Fall, weil der Abstand q zwischen Kreis und Klothoide immer sehr klein sein wird gegenüber der Länge der gewählten Bogenabschnitte.

3. Wahl von gleich langen Bogenabschnitten

Aus praktischen Überlegungen teilen wir die Klothoide gemäß Abbildung 4 in Paare von gleich langen Abschnitten der Länge Δl auf. Für jeden Abschnitt wählen wir einen Radius für den Kreisbogen und bestimmen ferner, daß sich die Kreisbögen mit der Klothoide am Anfang und am Ende dieser einzelnen Abschnitte schneiden sollen.

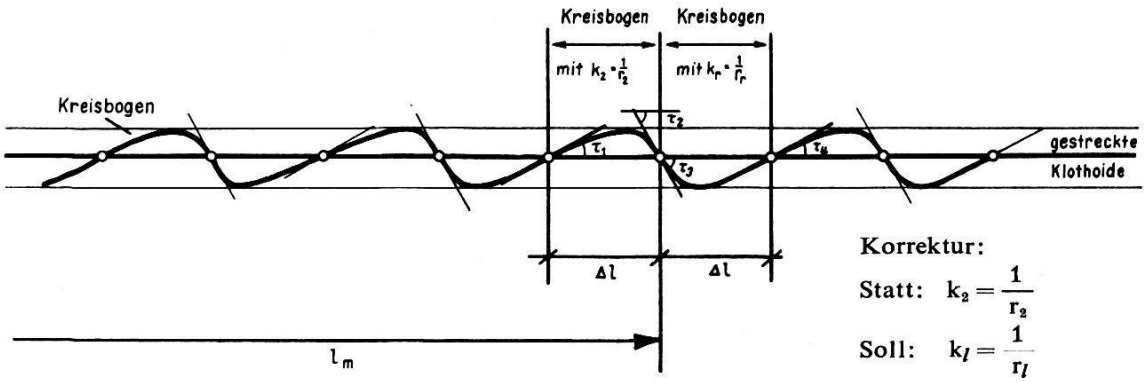


Abb. 4

Wir machen ferner die Bedingung, daß sich alle Kreisbögen tangieren sollen, das heißt, daß die Klothoide durch einen Korbbogen angenähert werden soll. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn

$$\text{und} \quad \boxed{\begin{aligned} \tau_1 &= \tau_4 \\ \tau_2 &= \tau_3 \end{aligned}} \tag{5}$$

Mit Formel (3) ergeben sich für diese Winkel folgende Werte:

$$\tau_1 = \tau_0^{\text{links}} + k_l\,(l_m - \Delta l) - \frac{1}{2}\,(l_m - \Delta l)^2$$

$$\tau_2 = \tau_0^{\text{links}} + k_l\, l_m - \frac{1}{2}\, l_m^2$$

$$\tau_3 = \tau_0^{\text{rechts}} + k_r\, l_m - \frac{1}{2}\, l_m^2$$

$$\tau_4 = \tau_0^{\text{rechts}} + k_r\,(l_m + \Delta l) - \frac{1}{2}\,(l_m + \Delta l)^2$$

Daraus folgt durch Elimination der Integrationskonstanten τ_0 mit Hilfe der Beziehungen (5):

$$\boxed{\frac{1}{2}(k_l + k_r) = l_m} \tag{6}$$

Was bedeutet diese Gleichung? Bei der Einheitsklothoide gilt bekanntlich $r \cdot l = 1$ oder, weil $k = 1/r$,

$$\boxed{l = k} \tag{7}$$

Mit Worten: Die Krümmung der Klothoide an irgendeiner Stelle ist gleich der Klothoidenlänge an dieser Stelle. Gleichung (6) verlangt nun, daß das Mittel von zwei aufeinanderfolgenden Kreisbogenkrümmungen gleich der Klothoidenlänge l_m bei der Berührungsstelle dieser beiden Kreisbögen sein soll, damit die verschiedenen Kreisbögen gemäß Abbildung 4 als Korbbogen die Klothoide in gleichmäßigen Abständen der Länge Δl schneiden. Gleichung (6) kann figürlich wie folgt dargestellt werden:

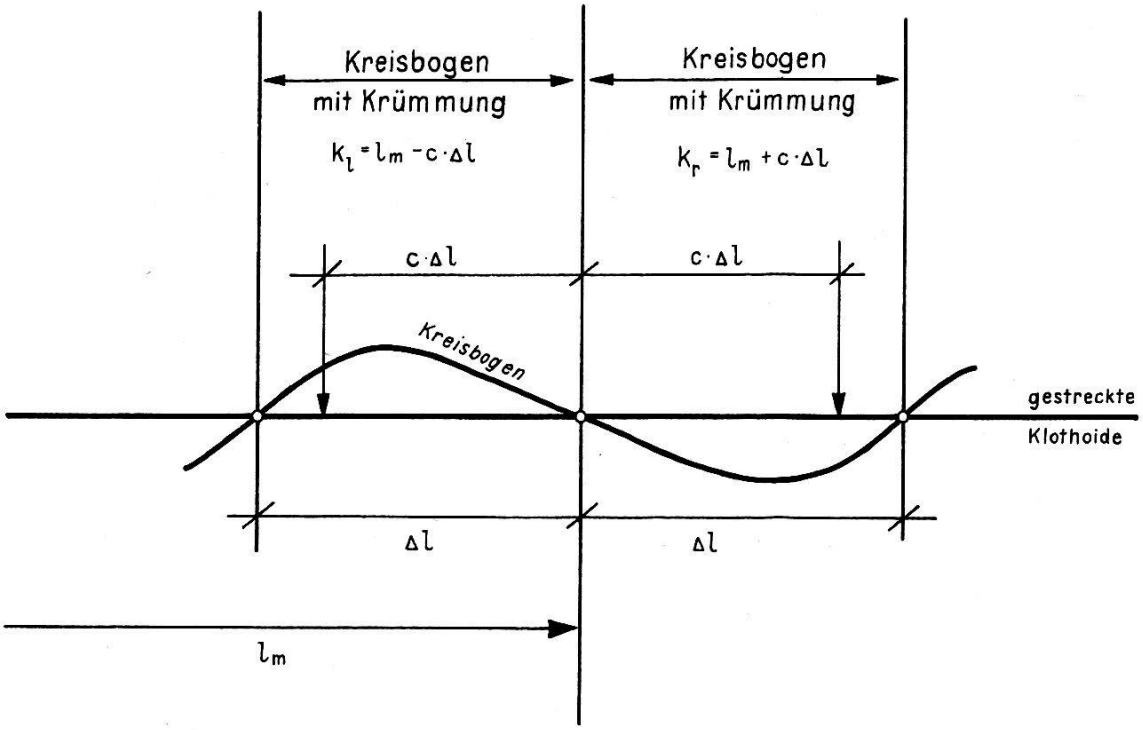


Abb. 5

Die Bezeichnung c bedeutet eine beliebige Größe zwischen 0 und 1, mit der sich gemäß der Formel in den Abbildungen 5 ff. die Krümmung der Kreisbogenstücke berechnen läßt.

Unter diesen Voraussetzungen können wir die Integrationskonstanten τ_0 und q_0 in den Formeln (3) und (4) mit folgenden Randbedingungen berechnen:

Linker Kreisbogen: $q = 0$ bei $l = l_m$
und $l = l_m - \Delta l$

Rechter Kreisbogen: $q = 0$ bei $l = l_m$
und $l = l_m + \Delta l$

$$\tau_0^{\text{links}} = l_m \left(\frac{1}{2} l_m - k_l\right) - \frac{1}{2} \Delta l \quad (l_m - k_l) + \frac{1}{6} \Delta l^2$$

$$\tau_0^{\text{rechts}} = l_m \left(\frac{1}{2} l_m - k_r\right) + \frac{1}{2} \Delta l \quad (l_m - k_r) + \frac{1}{6} \Delta l^2$$

$$q_0^{\text{links}} = - l_m^2 \left(\frac{1}{3} l_m - \frac{1}{2} k_l\right) + \frac{1}{2} \Delta l \, l_m \, (l_m - k_l) - \frac{1}{6} \Delta l^2 \, l_m$$

$$q_0^{\text{rechts}} = - l_m^2 \left(\frac{1}{3} l_m - \frac{1}{2} k_r\right) - \frac{1}{2} \Delta l \, l_m \, (l_m - k_r) - \frac{1}{6} \Delta l^2 \, l_m$$

Damit die Formeln für τ und q einfacher werden, messen wir gemäß der Figur in Abbildung 6 die Bogenlänge nicht mehr vom Klothoidenanfang ($l = 0$), sondern von der Stelle l_m an und ersetzen l durch λ nach der Formel

$$\boxed{l = l_m + \lambda \Delta l} \tag{8}$$

Unter diesen Voraussetzungen können mit den Gleichungen (3) und (4) die in der Abbildung 6 angegebenen Formeln für τ und q berechnet werden. Wesentlich an diesen Formeln ist:

> Der Abstand q zwischen Kreis und Klothoide hängt lediglich von der gemeinsamen Länge Δl des Kreis- und Klothoidenabschnittes und von der Krümmung k des Kreisbogens, nicht aber von der Klothoidenlänge l_m ab.

Die Extremalwerte von q liegen bei $\tau = 0$, womit $q_{\max}$ und dessen Lage λ berechnet werden können.

Um die Bedeutung dieser Formeln übersichtlich zu zeigen, sind in Abbildung 7 für verschiedene Kreiskrümmungen die Abweichungen q zwischen Klothoide und Kreis dargestellt.

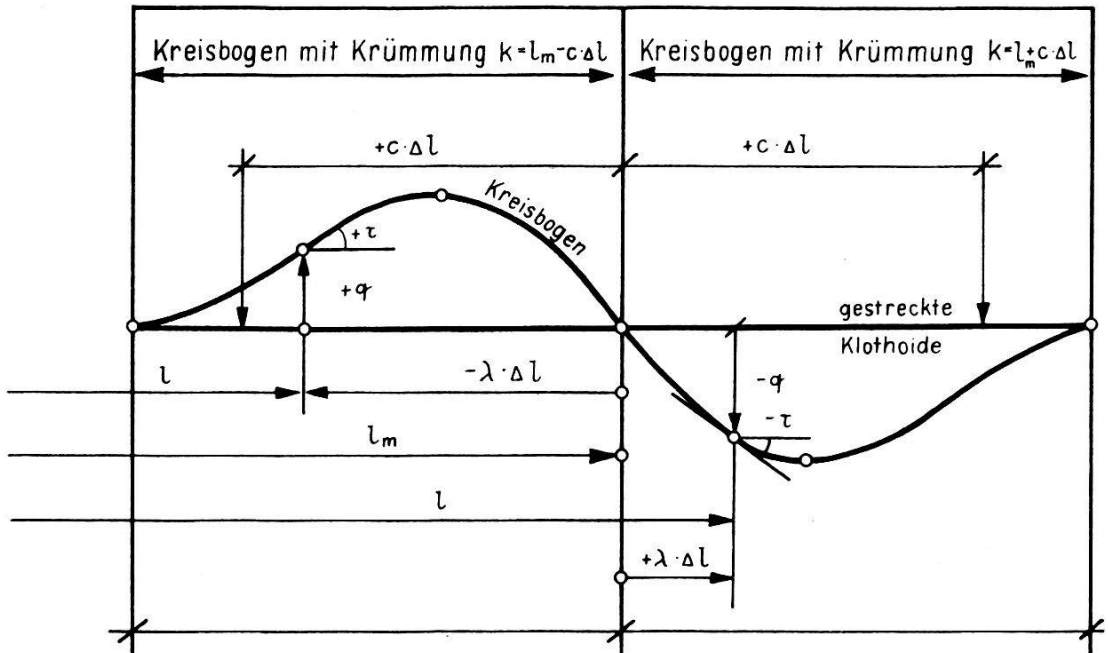
Die beiden folgenden Spezialfälle sind bemerkenswert und sollen näher untersucht werden:

$$c = \frac{1}{2}$$

Die kleinste Abweichung zwischen Kreis und Klothoide ergibt sich, wenn die Krümmung des Kreisbogens gleich groß gewählt wird wie die Krümmung der Klothoide in der Mitte des Bogens.

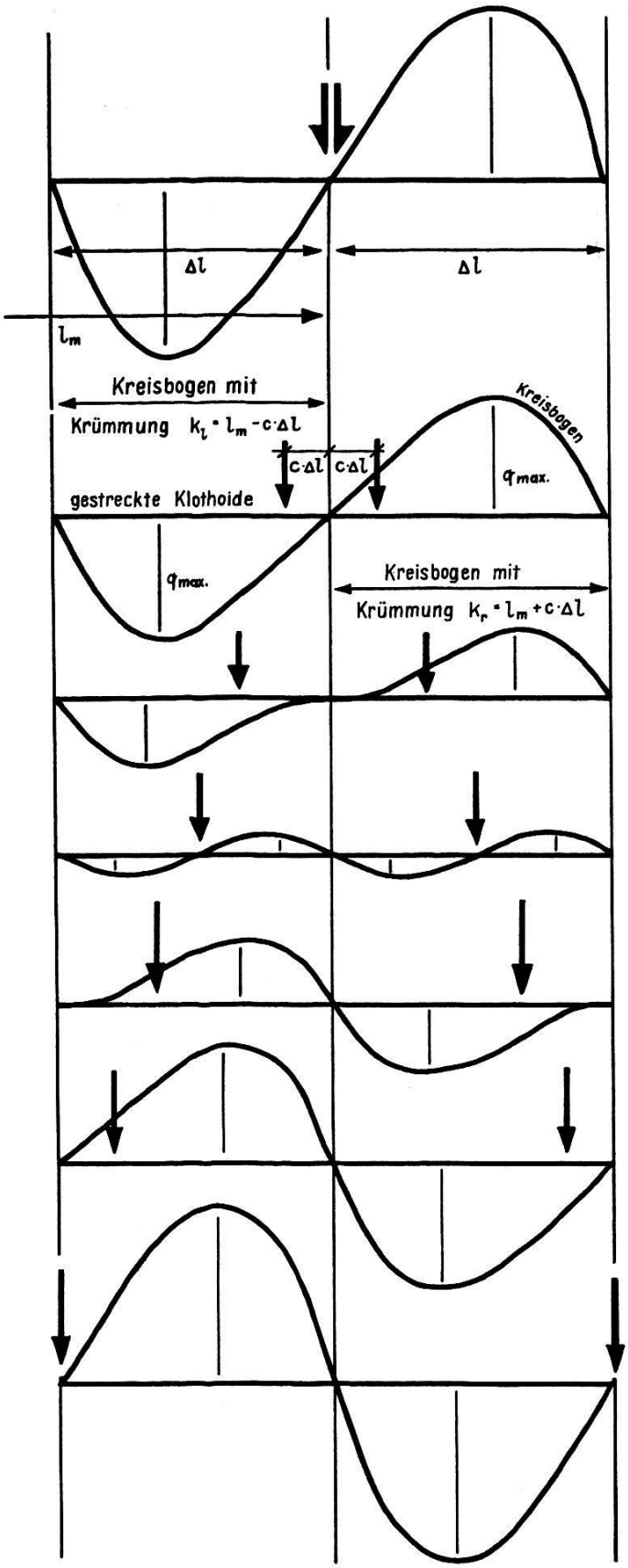
$$c = \frac{1}{3} \text{ oder } c = \frac{2}{3}$$

Das eine Kreisende tangiert die Klothoide, wenn die Krümmung des Kreisbogens gleich groß ist wie die Krümmung der Klothoide in einem Drittel des Bogens.



	Δl	Δl
	$-1 \leq \lambda \leq 0$	$0 \leq \lambda \leq +1$
$\tau : \Delta l^2$	$\left(\frac{1}{6} - \frac{c}{2}\right) - c\lambda - \frac{1}{2}\lambda^2$	$\left(\frac{1}{6} - \frac{c}{2}\right) + c\lambda - \frac{1}{2}\lambda^2$
$q : \Delta l^3$	$\left(\frac{1}{6} - \frac{c}{2}\right)\lambda - \frac{c}{2}\lambda^2 - \frac{1}{6}\lambda^3$	$\left(\frac{1}{6} - \frac{c}{2}\right)\lambda + \frac{c}{2}\lambda^2 - \frac{1}{6}\lambda^3$
$q_{max.} : \Delta l^3$	$-\frac{1}{6}(c - 3c^2 + 2c^3) \pm \frac{1}{81}(3 - 9c + 9c^2)^{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{6}(c - 3c^2 + 2c^3) \pm \frac{1}{81}(3 - 9c + 9c^2)^{\frac{3}{2}}$
bei λ	$c \pm \frac{1}{3}\sqrt{9c^2 - 9c + 3}$	$c \pm \frac{1}{3}\sqrt{9c^2 - 9c + 3}$

Abb. 6



$c = \frac{0}{6}$ $q_{max.} = 0.0641 \cdot \Delta l^3$

Die Krümmung der Kreisbögen ist gleich der Krümmung der Klothoide an diesen Stellen:

k_l k_r

$c = \frac{1}{6}$ $q_{max.} = 0.0439 \cdot \Delta l^3$

$c = \frac{2}{6}$ $q_{max.} = 0.0247 \cdot \Delta l^3$

$c = \frac{3}{6}$ $q_{max.} = 0.0080 \cdot \Delta l^3$

$c = \frac{4}{6}$ $q_{max.} = 0.0247 \cdot \Delta l^3$

$c = \frac{5}{6}$ $q_{max.} = 0.0439 \cdot \Delta l^3$

$c = \frac{6}{6}$ $q_{max.} = 0.0641 \cdot \Delta l^3$

Abb. 7

4. *Formeln und Nomogramme für die Spezialfälle* $c = \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{3}$

Gegenüberstellung der wichtigsten Merkmale und Formeln dieser beiden Spezialfälle:

$c = \frac{1}{2}$	$c = \frac{2}{3}$
Kreisbogen hat gleiche Krümmung wie Klothoide in der Mitte des Bogenabschnittes (Abb. 7).	Kreisbogen hat gleiche Krümmung wie Klothoide in den äußeren Dritteln der beiden Bogenabschnitte (Abb. 7).
Der Winkel zwischen Kreis und Klothoide ist am linken und am rechten Ende jedes Kreisbogenabschnittes gleich groß und beträgt: $\tau\,(\text{arcus}) = -\frac{1}{12}\,\Delta l^2$ (9)	An den äußeren Enden von je zwei Bogenabschnitten tangiert der Kreisbogen die Klothoide: $\tau = 0$
Die einzelnen Kreisbögen tangieren einander (Korbbogen).	
Am Anfang und am Ende der Klothoide kein tangentialer Übergang zum Korbbogen.	Am Anfang und am Ende der Klothoide tangentialer Übergang zum Korbbogen.
Unterteilung der Klothoide in eine gerade oder ungerade Anzahl von Kreisbögen möglich.	Unterteilung der Klothoide nur in eine gerade Anzahl von Kreisbögen möglich.
Die Stellen mit maximalen Abständen zwischen Kreis und Klothoide haben vom linken und vom rechten Ende des Bogenabschnittes den gleichen Abstand $= \left(\frac{1}{6}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right)\Delta l$ $\cong 0{,}211\ \Delta l$ (10)	Der maximale Abstand zwischen Kreis und Klothoide liegt im inneren Drittel der beiden Bogenabschnitte und beträgt:
Die Abstände q_{max} haben die gleiche Größe: $q_{max} = \pm\frac{\sqrt{3}}{216}\,\Delta l^3$ $\cong \pm 0{,}0080\,\Delta l^3$ (11)	$q_{max} = \pm\frac{2}{81}\,\Delta l^3$ $\cong \pm 0{,}0247\,\Delta l^3$ (12)

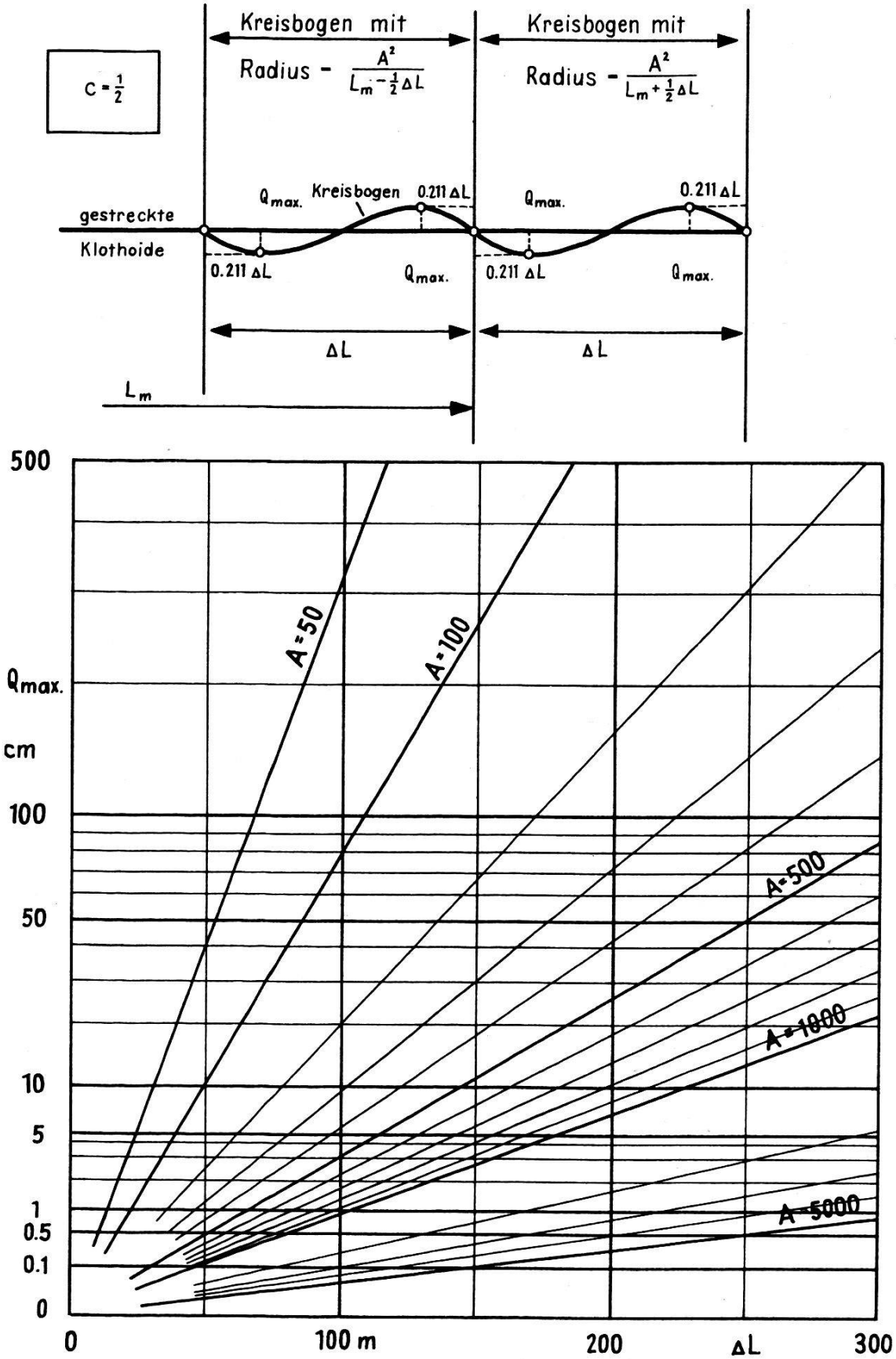

Kreisbogen mit
Radius - $\frac{A^2}{L_m - \frac{1}{2}\Delta L}$
Kreisbogen mit
Radius - $\frac{A^2}{L_m + \frac{1}{2}\Delta L}$
$c = \frac{1}{2}$
gestreckte
Klothoide
$Q_{max.}$
Kreisbogen
0.211 ΔL
0.211 ΔL
$Q_{max.}$
ΔL
ΔL
L_m
500
$Q_{max.}$
cm
100
50
10
5
1
0.5
0.1
0
A=50
A=100
A=500
A=1000
A=5000
0
100 m
200
ΔL
300

Abb. 8

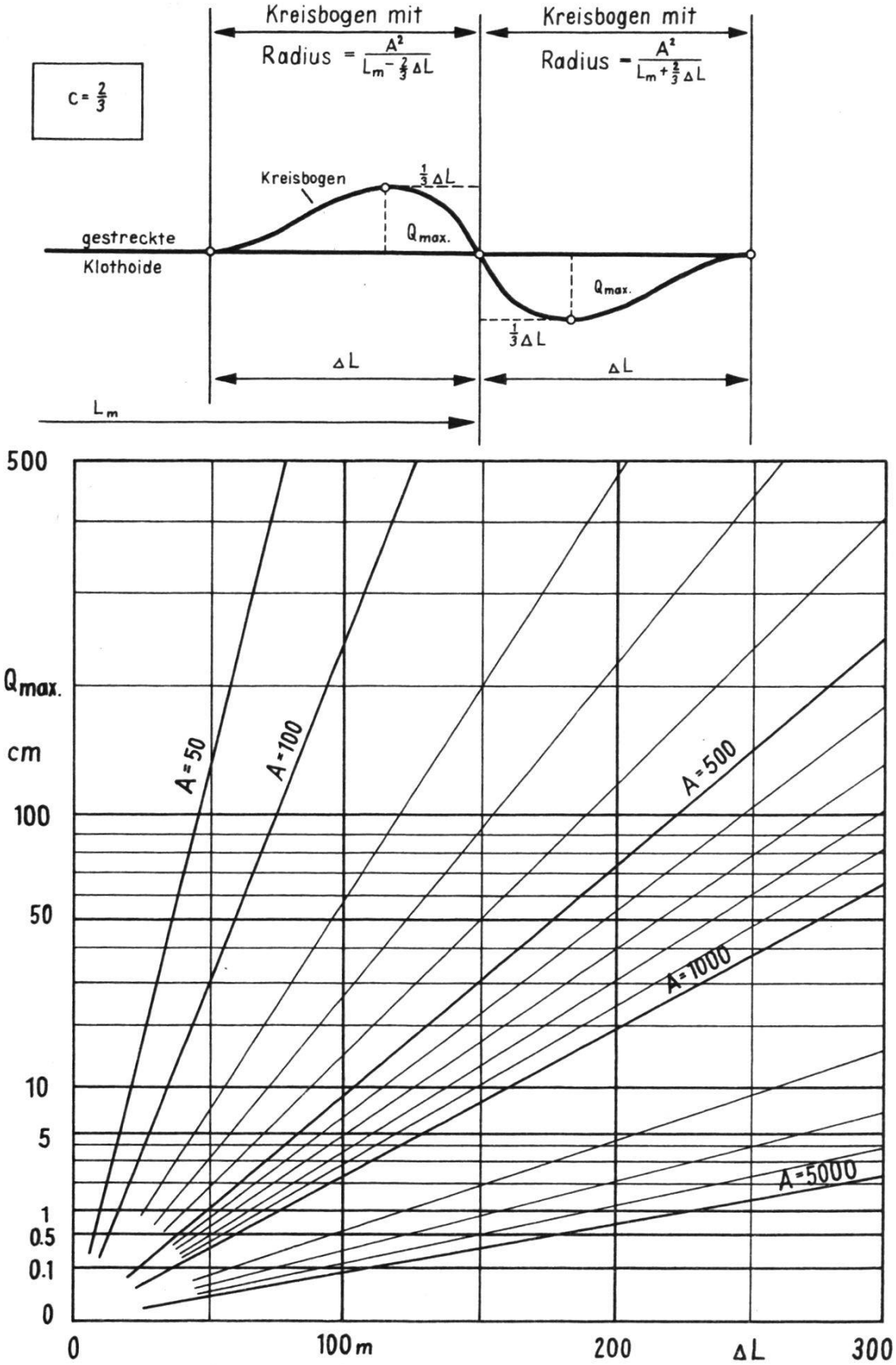

Kreisbogen mit
Radius = $\frac{A^2}{L_m - \frac{2}{3}\Delta L}$
Kreisbogen mit
Radius = $\frac{A^2}{L_m + \frac{2}{3}\Delta L}$
$c = \frac{2}{3}$
Kreisbogen
$\frac{1}{3}\Delta L$
gestreckte
Klothoide
$Q_{max.}$
$Q_{max.}$
$\frac{1}{3}\Delta L$
ΔL
ΔL
L_m
500
$Q_{max.}$
cm
100
50
10
5
1
0.5
0.1
0
A=50
A=100
A=500
A=1000
A=5000
0
100 m
200
ΔL
300

Abb. 9

$c = \frac{1}{2}$	$c = \frac{2}{3}$
In der Mitte eines Bogenabschnittes schneiden sich Kreis und Klothoide.	In der Mitte eines Bogenabschnittes beträgt der Abstand zwischen Kreis und Klothoide: $q = \pm \frac{1}{48} \Delta l^3$ $\cong \pm 0{,}0208\, \Delta l^3$ (13) oder $q \cong 0{,}84\, q_{\text{man}}$ (14)

Das Nomogramm

Abb. 8 Abb. 9

gibt für verschiedene Klothoidenparameter und Klothoidenlängen direkt die maximale Abweichung Q_{max}. Nach diesen Nomogrammen ergeben sich beispielsweise unter Annahme eines maximal zulässigen Abstandes zwischen Kreis und Klothoide von $Q_{\text{max}} = 5$ cm folgende maximale Bogenlängen ΔL, die mit einem einzigen Kreisbogen angenähert werden können:

A	ΔL bei $c = \frac{1}{2}$	ΔL bei $c = \frac{2}{3}$
50 m	25 m	17 m
100 m	40 m	27 m
500 m	116 m	79 m
1000 m	184 m	126 m
2000 m	292 m	200 m

5. Beispiel für Spezialfall $c = \frac{1}{2}$

Gegeben ist eine aus Korbbögen und Klothoiden bestehende Straßenachse, zu welcher parallel die Baulinien mit Kreisbögen definiert werden sollen. Die Stationierungen der Hauptpunkte sind aus einem ersten elektronischen Berechnungsgang bekannt.

Zuerst untersuchen wir für jede Klothoide, wie viele Kreisabschnitte wir wählen müssen, damit der Abstand zwischen Kreisbogen und der Parallelen zur Straßenachse (Klothoide) ein zulässiges Maß von beispielsweise 5 cm nicht überschreitet. Dazu unterteilen wir in der Tabelle Abbildung 10 die einzelnen Klothoiden so oft, bis der Unterschied Q_{max} gemäß Nomogramm Abbildung 8 nicht mehr größer als 5 cm ist. Die Längen der Klothoide müssen für diese Untersuchung nur näherungsweise bekannt sein. Auch spielt es keine Rolle, daß die für die Klothoide

selbst berechneten Abstände Q_{max} für die Parallelen zur Klothoide nicht genau gleich groß sind. Es ergibt sich, daß bei unserem Beispiel bei beiden Klothoiden eine Unterteilung in je 2 Kreisbögen genügt.

Klothoiden-parameter	Unterteilung der Klothoide in:					
	1 Kreisbogen		2 Kreisbögen		3 Kreisbögen	
A	ΔL	Q_{max}	ΔL	Q_{max}	ΔL	Q_{max}
m	m	cm	m	cm	m	cm
108	73	27	37	3		
190	90	20	45	2		

Abb. 10

In der Tabelle Abbildung 11 werden sodann mit den bekannten Stationierungen der Hauptpunkte die Stationierungen der Zwischenpunkte bestimmt. Für diese Zwischenpunkte werden in einem Recheninstitut die Koordinaten der Rückversicherungen (Baulinienpunkte) mit konstantem Abstand von der Straßenachse berechnet (Abb. 12). Weil sich Kreisbogen und Klothoide in der Bogenmitte schneiden, werden gleichzeitig auch alle Koordinaten der Bogenmitten als Kontrolle bei der zeichnerischen Darstellung und bei der Absteckung ermittelt.

Mit der Koordinatentabelle Abbildung 12 wird die Baulinie kartiert (Abb. 13). Die Radien der Baulinienabschnitte werden der Tabelle Abbildung 11 entnommen. Eine Vermaßung der Baulinie auf Grenz- oder Polygonpunkte ist nicht nötig, weil nach erfolgtem Straßenbau diese Fixpunkte kaum mehr vorhanden sind. Erst bei der Absteckung der für Neubauten notwendigen Baulinienabschnitte werden die einzelnen Baulinienpunkte auf die dannzumal vorhandenen Fixpunkte rücktransformiert und mit diesen Maßen abgesteckt.

Dieses Beispiel zeigt eine Methode, die auch für lange Klothoiden mit nur wenigen Kreisbogenabschnitten auskommt. Die Berechnung der Radien und der Kilometrierungen der Zwischenpunkte ist einfach. Die Koordinaten der Baulinienpunkte können mit dem üblichen Programm für die Berechnung der Rückversicherungen bestimmt werden. Hingegen hat diese Methode den Schönheitsfehler, daß an beiden Enden des Korbbogens ein Knick gegenüber dem anschließenden Kreis- oder Geradenstück entsteht.

6. Kombination der beiden Spezialfälle $c = \frac{1}{2}$ *und* $c = \frac{2}{3}$

Die Firma Digital AG in Zürich, Institut für elektronische Datenverarbeitung, wird demnächst ein Programm zur Verfügung stellen, welches die Berechnung von Baulinien als Parallele zu Klothoiden wie folgt löst:

a) Am Anfang und am Ende des Korbbogens sind Kreisbogenstücke vom Typ $c = 2/3$ angeordnet. Damit erfolgt der Übergang zu den anschließenden Kreisbögen oder Geraden tangential.

b) Zwischen diesen beiden Randbögen setzt sich der Korbbogen aus Kreisbogenstücken vom Typ $c = \frac{1}{2}$ zusammen. Dadurch kann eine gegebene Klothoide mit einer wesentlich kleineren Anzahl von Kreisbogen-

Klothoide					Kreisbogen			
						Radien		
						Achse	Baulinie links	Baulinie rechts
A	Stationierung	Distanzen	KA KE	Länge	BA BM BE	$R_A = \frac{A^2}{L}$	$R_L = R_A + 13\,\mathrm{m}$	$R_R = R_A - 12\,\mathrm{m}$
m	m	m		m		m	m	m
	1070,43				$^1/_6$			
		21,72						
	1092,15				$^2/_6$			
	(1098,65)	21,71						Einlenker
	1113,86				$^3/_6$	+160,00	+173,00	+148,00
		21,72						
	1135,58				$^4/_6$			
		21,72						
	1157,30				$^5/_6$			
		21,72						
	1179,02				$^6/_6$			
	1179,02		KA	73,39	BA			
		18,34						
108,362	1197,36			55,05	BM	+213,30	+226,30	+201,30
		18,35						
	1215,71			36,70	BE			
	$\Delta L = 36,69$	36,69		36,69				
	1215,71			36,70	BA			
	(1221,12)	18,35					Einlenker	
108,362	1234,06			18,35	BM	+639,91	+652,91	+627,91
		18,35						
	1252,41		KE	0,00	BE			
	$\Delta L = 36,70$	36,70		36,70				
	1268,57		KA	0,00	BA			
	(1276,30)	22,56						Einlenker
189,996	1291,13			22,56	BM	−1600,11	−1587,11	−1612,11
		22,56						
	1313,69			45,12	BE			
	$\Delta L = 45,12$	45,12		45,12				
	1313,69			45,12	BA			
		22,56						
189,996	1336,25			67,68	BM	−533,37	−520,37	−545,37
		22,57						
	1358,82		KE	90,25	BE			
	$\Delta L = 45,13$	45,13		45,13				

Abb. 11

Profil-KM	RV	Y-Koordinate	X-Koordinate
1070,43	2	89115,89	37047,24
1092,15	1	89148,23	37040,19
1092,15	2	89134,73	37061,23
1098,65	1	89153,36	37043,33
1113,86	1	89165,82	37049,86
1113,86	2	89155,29	37072,53
1135,58	1	89184,56	37057,06
1135,58	2	89177,19	37080,95
1157,30	1	89204,10	37061,66
1157,30	2	89200,03	37086,33
1179,02	1	89224,08	37063,58
1179,02	2	89223,38	37088,57
1197,36	1	89241,21	37063,15
1197,36	2	89243,02	37088,08
1215,71	1	89258,58	37061,21
1215,71	2	89262,18	37085,95
1221,12	2	89267,73	37085,10
1234,06	1	89276,16	37058,23
1252,41	1	89293,99	37054,67
1268,57	1	89309,82	37051,43
1276,30	1	89317,41	37049,89
1291,13	1	89332,02	37046,95
1291,13	2	89336,86	37071,48
1313,69	1	89354,45	37042,75
1313,69	2	89358,76	37067,37
1336,25	1	89377,15	37039,16
1336,25	2	89380,59	37063,92
1358,82	1	89400,15	37036,51
1358,82	2	89402,37	37061,41

RV 1: Baulinienpunkt rechts
RV 2: Baulinienpunkt links

Abb. 12

stücken angenähert werden als bei der ausschließlichen Verwendung von Kreisbögen vom Typ $c = 2/3$.

Diese Anordnung ist in der Abbildung 14 dargestellt.

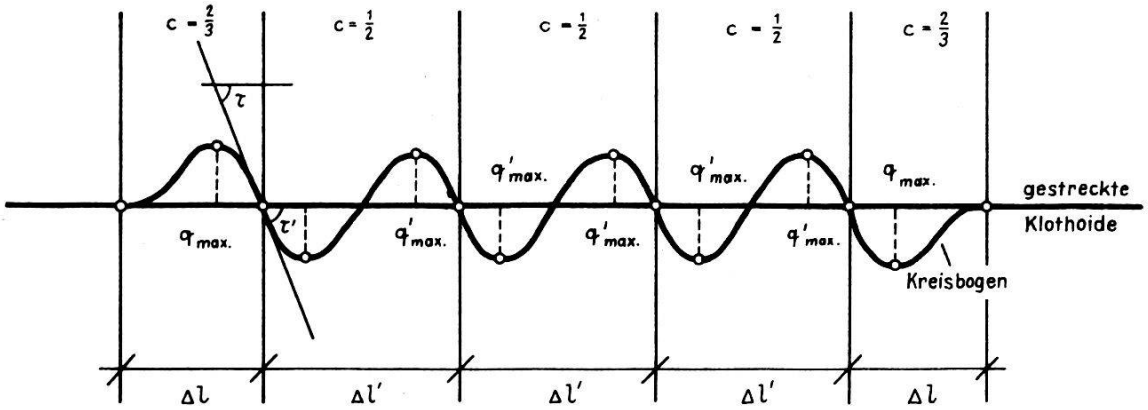


Abb. 14

Damit die Kreisbögen vom Typ $c = 2/3$ tangential zu denjenigen vom Typ $c = 1/2$ übergehen, müssen sie kürzer gewählt werden. Unter Ver-

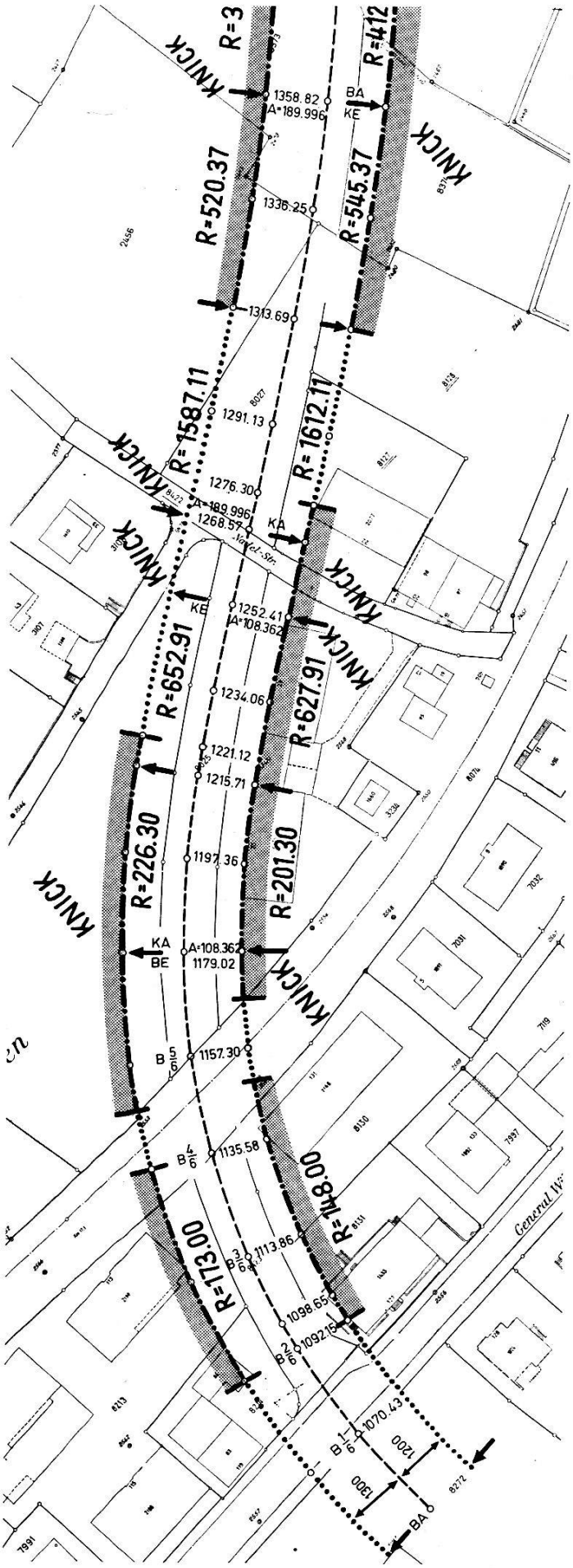

R=3
R=412
KNICK
1358.82
A=189.996
BA
KE
R=520.37
R=545.37
1336.25
1313.69
R=1587.11
R=1612.11
1291.13
1276.30
A=189.996
1268.57
KA
KE
1252.41
A=108.362
R=652.91
R=627.91
1234.06
1221.12
1215.71
R=226.30
R=201.30
1197.36
KA
BE
A=108.362
1179.02
1157.30
1135.58
R=173.00
R=148.00
1113.86
1098.65
1092.15
1070.43
1200
1300
BA

Abb. 13

wendung der Bezeichnungen gemäß Abbildung 14 sind die Winkel τ zwischen Klothoide und Kreisbogen gemäß Formeln in Abbildung 6:

$$\text{beim Typ } c = \frac{2}{3}: \quad \tau = -\frac{1}{6}\,\Delta l^2$$

$$\text{beim Typ } c = \frac{1}{2}: \quad \tau' = -\frac{1}{12}\,\Delta l'^2$$

Diese Winkel sollen gleich groß sein: $\tau = \tau'$. Daraus folgt:

$$\boxed{\Delta l' = \sqrt{2}\,\Delta l} \tag{15}$$

Die maximalen Abstände zwischen Kreis und Klothoide sind in Formeln (11) und (12) dargestellt. Wenn man nun $\Delta l'$ gemäß Formel (15) durch Δl ersetzt, ergeben sich die maximalen Abweichungen zu:

$$\boxed{\begin{aligned} q_{\max} &= \frac{2}{81}\,\Delta l^3 \cong 0{,}0247\,\Delta l^3 \cong 0{,}0087\,\Delta l'^3 \\ q'_{\max} &= \frac{\sqrt{6}}{108}\,\Delta l^3 \cong 0{,}0227\,\Delta l^3 \cong 0{,}0080\,\Delta l'^3 \end{aligned}} \tag{16}$$

Diese Beziehungen sind im Nomogramm Abbildung 15 dargestellt.

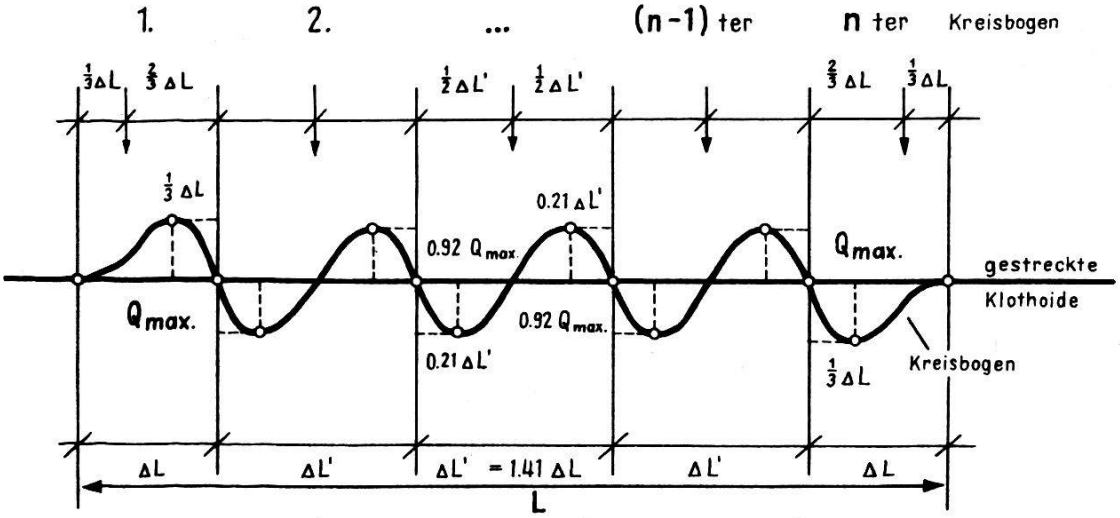
Beispiel

Die Baulinien gemäß Abbildung 13 sollen mit der vorliegenden Methode bestimmt werden. Als maximal zulässiger Abstand zwischen Kreis und Klothoide werden wieder 5 cm angenommen. Mit dem Nomogramm Abbildung 15 werden in der Tabelle Abbildung 16 die Abweichungen $Q_{\max}$ zwischen Kreis und Klothoide bestimmt:

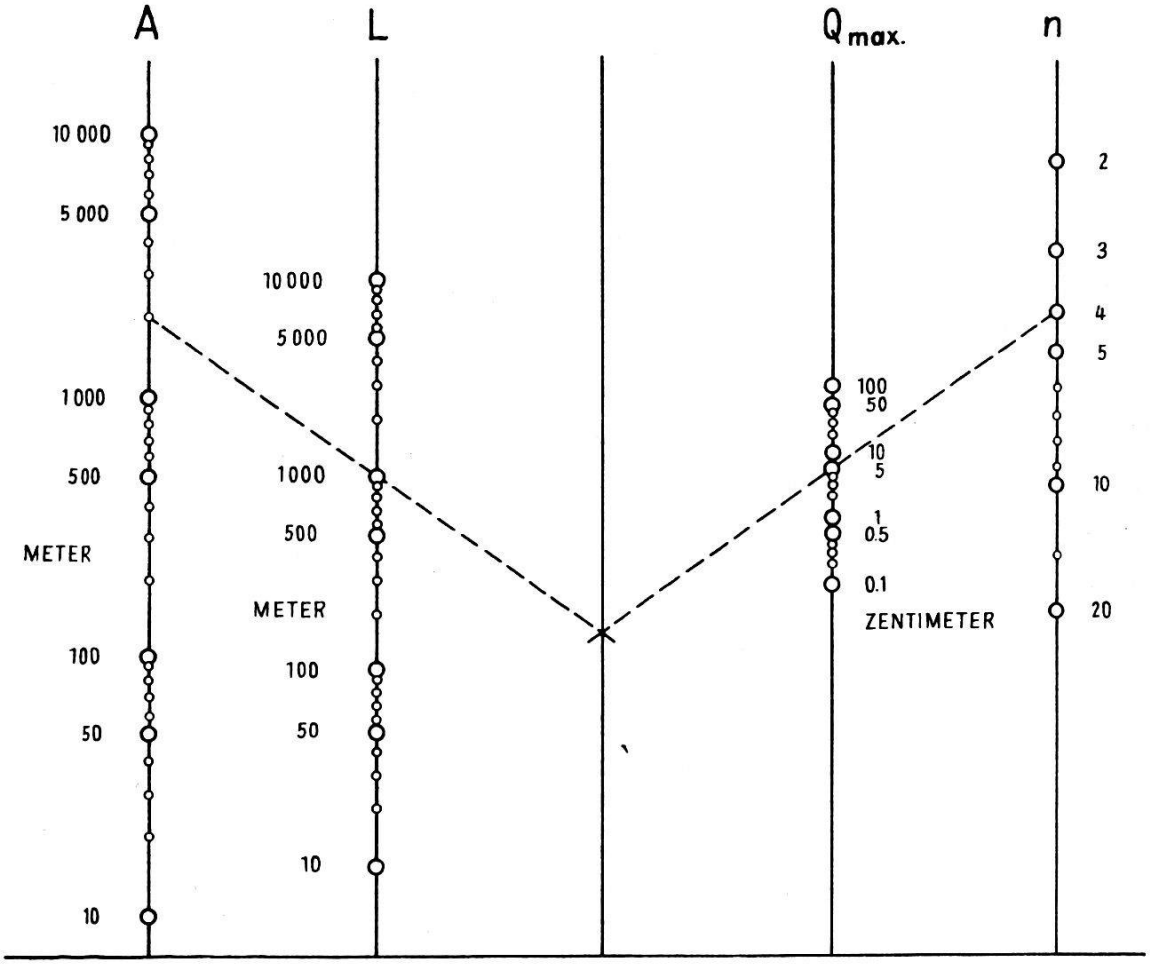
Klothoide		Unterteilung der Klothoide in:		
Parameter A	Länge L	2 Kreisbögen $Q_{\max}$	3 Kreisbögen $Q_{\max}$	4 Kreisbögen $Q_{\max}$
m	m	cm	cm	cm
108	73	10	2	
190	90	6	1	

Abb. 16

Für beide Klothoiden ist eine Unterteilung in drei Bogenabschnitte notwendig, währenddem bei der weiter oben dargestellten Verwendung von Kreisbögen mit $c = \frac{1}{2}$ je zwei Bogenabschnitte genügt haben. Hingegen ist es mit dem elektronischen Rechenprogramm für diese Methode nicht mehr nötig, die Stationierungen der Zwischenpunkte als Grundlage für die Berechnung der Rückversicherungspunkte von Hand zu berechnen.



Die Krümmung der Kreisbögen ist gleich der Krümmung der Klothoide an den mit einem Pfeil ↓ bezeichneten Stellen.



Beispiel: Eine Klothoide mit dem Parameter A = 2000 m und einer Länge von L = 1000 m wird in n = 4 Kreisbögen unterteilt. Der maximale Abstand $Q_{max.}$ zwischen Kreis und Klothoide beträgt 5 cm.

Abb. 15

Es genügt vielmehr, die vorhandene, in einem früheren Arbeitsgang elektronisch berechnete Straßenachse zu bezeichnen und die zulässige Abweichung Q_{max} zu wählen, um die Koordinaten der Baulinienpunkte (Bo-

genenden und Bogenmitten) sowie die zugehörigen Radien direkt zu erhalten.

Mit diesen Angaben kann die Baulinie kartiert und zur gegebenen Zeit mit Hilfe von Rücktransformationen auf Grenz- und Polygonpunkte abgesteckt werden. Sobald dieses Rechenprogramm vorliegt, hat der Praktiker ein sehr bequemes Hilfsmittel zur Hand, um Baulinien und Grenzen an Straßen mit Klothoiden einwandfrei bestimmen zu können.

7. Bemerkungen zur praktischen Anwendung dieser Methoden

Für die Überbaubarkeit eines Grundstückes sind die Baulinien in den meisten Fällen ebenso wichtig wie die Eigentumsgrenzen. Aus diesem Grunde sollten die Baulinien ebenso genau und eindeutig angegeben werden können wie die Grenzen im entsprechenden Instruktionsgebiet. Eine einwandfreie Definition und Kartierung der Baulinien sind deshalb sehr wichtig. Dazu gehört auch, daß rechtskräftige Baulinien auf Grund von einwandfreien Maßen in den Originalgrundbuchplänen eingetragen werden sollten.

7.1. Wahl von Q_{max}

Sowohl Eigentumsgrenzen als auch Baulinien sind fiktive Definitionen. Wie genau müssen sie dem Straßenkörper folgen? Diese Frage wird je nach Umständen ganz verschieden beantwortet werden müssen. Auf keinen Fall jedoch zählt das Argument, daß die Baulinien genau parallel zum Straßenrand verlaufen müßten, damit sie von dieser Linie aus abgesteckt werden könnten. Die Baulinien werden meistens vor dem Straßenbau festgesetzt und müssen somit unabhängig vom Bauwerk definiert sein. Aber auch aus Genauigkeitsgründen ist die Absteckung der Baulinien vom Straßenrand aus unzulässig.

Die folgende Aufzählung von Beispielen für die zulässige Abweichung Q_{max} zwischen Straßenrand (Parallele zur Klothoide) und Grenze oder Baulinie soll lediglich ein Diskussionsbeitrag sein:

a)	Grenze entlang Abschlußsteinen	Q_{max} = 5 cm
b)	Grenze in einem Abstand von 50 cm (Bankett) von den Abschlußsteinen	Q_{max} = 10 cm
c)	Baulinie ohne Vorgartengebiet in städtischen Verhältnissen. Häuserflucht direkt entlang Trottoir von 3 m Breite	Q_{max} = 5 cm
d)	Baulinie mit 6 m breitem Vorgartengebiet. Aus topographischen und verkehrstechnischen Gründen wird die Straße nie bis auf die Baulinie ausgebaut werden	Q_{max} = 10 bis 20 cm

Andere Kriterien gelten bei Grenzen, die zum Beispiel entlang von Böschungsbegrenzungen verlaufen, oder bei Baulinien, die im Bereiche von Spezialbauwerken frei geführt werden.

7.2. Länge der Kreisbogenabschnitte

Je größer der zulässige Abstand Q_{max} gewählt wird, um so länger werden die Kreisbogenabschnitte. Bei Autobahnen könnten die zulässi-

gen Abweichungen Q_{max} recht groß gewählt werden; dadurch würden aber die Kreisbogenabschnitte für die genaue zeichnerische Darstellung und für die Absteckung zu lang. Aus diesem Grunde wird in vielen Fällen ein sehr kleines Q_{max} gewählt werden müssen, damit die Kreisbogenabschnitte nicht zu lang werden. Dies gilt insbesondere bei Grenzen, damit die zulässigen Pfeilhöhen nicht überschritten werden. Für eine zuverlässige Kartierung und Absteckung sollten ferner auch bei Baulinien die Bogenmitten immer gerechnet und aufgetragen werden.

7.3. Vermaßung

Die Koordinaten von Grenzpunkten werden auf Polygonseiten rücktransformiert. Bei Baulinien kann man sich diese Arbeit ersparen, weil nach erfolgtem Straßenbau Polygonzüge und Grenzen in der Regel ändern. Eine Rücktransformation ist unmittelbar vor der Absteckung der betreffenden Baulinienabschnitte am zweckmäßigsten. Es ist zu empfehlen, das Koordinatenverzeichnis der Baulinienpunkte auch auf den Baulinienplan selbst zu drucken.

8. Zusammenfassung

Im Straßenbau werden die Straßenachsen immer häufiger mit Klothoiden definiert. Aus verschiedenen Gründen ist es aber zweckmäßig, wenn Grenzen und Baulinien parallel zu solchen Straßenachsen als Kreisbogen definiert werden.

Es werden allgemeine Beziehungen abgeleitet, wie Klothoiden durch Korbbögen angenähert werden können. Dabei zeigt sich, daß der Abstand zwischen Kreisbogen und Klothoide nur von Klothoidenparameter, Kreisradius und Bogenlänge abhängig ist und daß es keine Rolle spielt, ob der Kreisbogen in einem schwach oder stark gekrümmten Teil der Klothoide liegt.

Die einfachste praktische Anwendung ergibt sich, wenn die Klothoide durch einen Korbbogen ersetzt wird, dessen Radien gleich groß sind wie die Radien der Klothoide in der Mitte der einzelnen Bogenabschnitte. An diesen Stellen schneiden sich Klothoide und Kreis. Bei dieser Lösung muß allerdings der Nachteil in Kauf genommen werden, daß am Anfang und am Ende des Korbbogens ein schwacher Knick gegenüber der Klothoide entsteht.

Bei einer etwas komplizierteren Lösung kann auch dieser Knick eliminiert werden. Die Firma Digital AG wird in nächster Zeit ein entsprechendes Rechenprogramm zur Verfügung stellen, welches die Definition von Baulinien und Grenzen parallel zu Klothoiden außerordentlich einfach gestalten wird.

Die vorliegende Arbeit ist eine Erweiterung und teilweise Präzisierung des Artikels in der «Schweizerischen Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie» des Jahres 1957, Seite 265. Der Verfasser möchte Herrn Prof. R. Conzett für die Durchsicht des Manuskriptes und für die zahlreichen wertvollen Hinweise bestens danken.