Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 63 (1965)

Heft: 7

Artikel: Vorschläge zur Bestimmung der Lotabweichungen auf den Punkten des Basisvergrösserungsnetzes Heerbrugg

Autor: Fischer, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-219992

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 26.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie

Revue technique Suisse des Mensurations, du Génie rural et de Photogrammétrie

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik; Schweiz. Kulturingenieurverein; Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Editeur: Société suisse des Mensurations et Améliorations foncières; Société suisse des Ingénieurs du Génie rural; Société suisse de Photogrammétrie

Nr. 7 · LXIII. Jahrgang **Erscheint monatlich** **15. Juli 1965**

Vorschläge zur Bestimmung der Lotabweichungen auf den Punkten des Basisvergrößerungsnetzes Heerbrugg

Von W. Fischer, Zürich

Zusammenfassung

Zur Bestimmung der zuverlässigsten Lotabweichungskomponenten in den Stationspunkten des Basisvergrößerungsnetzes Heerbrugg 1959 wird eine astronomisch-geodätische Netzausgleichung nach Helmert vorgeschlagen. Es werden drei Lösungswege gezeigt: die bedingte Ausgleichung durch Berücksichtigung der Laplace-Bedingungen und der übrigen Netzbedingungen, die vermittelnde Ausgleichung aller astronomischen und geodätischen Beobachtungen in einem Guß, die vermittelnde Ausgleichung der geodätischen und astronomischen Beobachtungen als iterative Lösung.

Résumé

Pour la détermination des composantes de la déviation de la verticale dans les points du réseau d'agrandissement de Heerbrugg 1959 on propose une compensation astro-géodésique d'après Helmert. Trois possibilités sont prises en considération: la compensation conditionnelle en tenant compte des conditions de Laplace et des autres conditions géométriques, la compensation médiate de toutes les observations astronomiques et géodésiques, la compensation médiate des observations géodésiques et des observations astronomiques par itération.

Die im Jahre 1959 gemessene Basis Heerbrugg mit dem dazugehörigen Basisvergrößerungsnetz hat zwei Aufgaben zu erfüllen. Erstens soll als Vorbereitung zur Neuausgleichung der europäischen Hauptnetztriangulationen eine gemeinsame Maßstabsbeziehung der im Raume des Bodensees zusammenstoßenden Ländernetze von Deutschland, Österreich und der Schweiz geschaffen werden. Zweitens sind Vergleichsstrekken zum Studium der elektronischen Distanzmessung in Gebieten mit alpinem Charakter erwünscht.

Für beide Zwecke ist eine in jeder Beziehung korrekte Übertragung der gemessenen Basislänge auf die Triangulationsseiten unbedingtes Er-

fordernis, damit die hohe innere Genauigkeit der Basislänge nicht illusorisch wird. So steht außer Zweifel, daß die Lotabweichungen in den Stationspunkten berücksichtigt werden müssen, die bei den großen Höhenunterschieden zwischen Bodensee und Säntis ganz beträchtliche Ausmaße annehmen. Es sei nur daran erinnert, daß bereits für die Berechnung des ähnlich gelagerten Übertragungsnetzes der Basis von Bellinzona im Jahre 1886 die Lotabweichungen aus astronomischen Beobachtungen hergeleitet wurden.

Zur Ableitung der Lotabweichungskomponenten genügen nicht allein die astronomischen Beobachtungen, sondern es müssen ebenso die geodätischen Koordinaten der Stationspunkte herangezogen werden. Im Falle des Basisvergrößerungsnetzes Heerbrugg beruhen diese zum Teil auf dem österreichischen und zum Teil auf dem schweizerischen Triangulationsnetz. Die abgeleiteten Lotabweichungskomponenten hängen damit von der Lagerung der beiden Triangulationssysteme auf einem Rechnungsellipsoid ab, das in beiden Fällen ein Besselsches Ellipsoid ist. Der Zweck der nachfolgend beschriebenen Vorschläge besteht darin, Lösungswege zur Bestimmung von Lotabweichungen in einem möglichst einheitlichen System aufzuzeigen, wobei vor allem die Beobachtungen des Basisvergrößerungsnetzes selbst mit herangezogen werden.

Im Jahre 1960 führte die Schweizerische Geodätische Kommission auf den schweizerischen Punkten Basis Nord, Basis Süd, St. Anton und Säntis des Basisvergrößerungsnetzes Heerbrugg astronomische Beobachtungen zur Bestimmung der Lotabweichungen durch. Im Gegensatz zu früheren Bestimmungen der SGK wurden zur Herleitung der E–W-Komponenten Längen beobachtet. Daneben wurde auf jeder Station auch ein Azimut gemessen, womit überschüssige Messungen vorlagen, die Anlaß zu einer Ausgleichung gaben (vgl. Protokoll der 107. Sitzung der Schweizerischen Geodätischen Kommission vom 29. April 1961, Neuchâtel 1961, Seiten 5/6). Die Ausgleichung der beobachteten Elemente wurde infolge dringenderer Arbeiten bis heute zurückgestellt. Durch die Diskussion um die Berechnung des Basisvergrößerungsnetzes Heerbrugg anläßlich der Bodenseekonferenz 1964 in Karlsruhe wurde sie wieder ins Blickfeld gerückt.

Gewisse Schwierigkeiten bereitet die Berechnung der Lotabweichung auf den österreichischen Punkten Hoher Freschen und Hohe Kugel, wo keine Längen beobachtet wurden. Die E–W-Komponenten dieser Punkte müssen aus Azimuten abgeleitet werden, wobei durch die erwähnte Ausgleichung erreicht werden kann, daß sie dem gleichen System angehören wie diejenigen der übrigen Punkte.

An der Bodenseekonferenz von Karlsruhe erwähnte ich die Möglichkeit, im Basisvergrößerungsnetz Heerbrugg eine astronomisch-geodätische Netzausgleichung nach Helmert durchzuführen. Diese Methode geht davon aus, daß man für die geodätische Linie zwischen zwei astronomisch bestimmten Punkten eines geodätischen Netzes die Laplacesche Gleichung in der durch Helmert erweiterten Form aufstellt (vgl. Jordan-Eggert, 8. Auflage, 1941, Bd. 3/II, Seiten 435 ff.). Die Gesamtheit dieser geodätischen Linien eines Netzes von Dreiecksketten liefert eine Anzahl solcher Bedingungsgleichungen, wozu allenfalls noch Polygonbedingungen

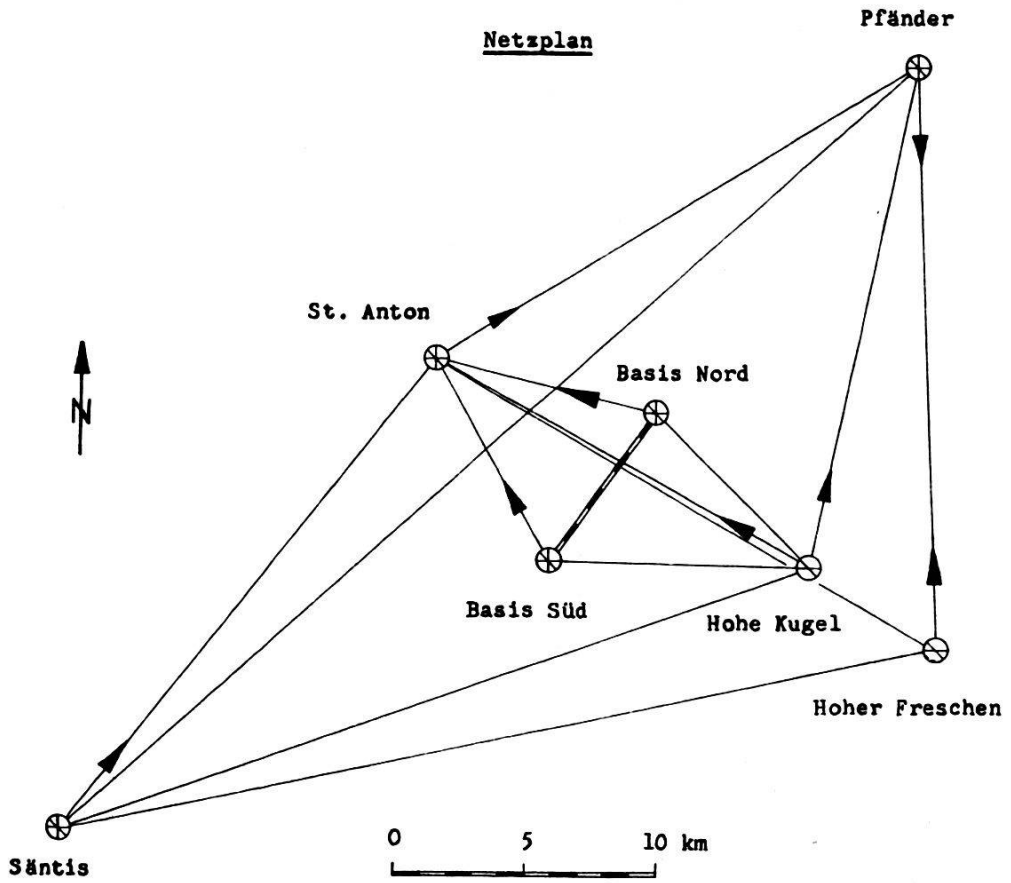
kommen. Bei unvollständig beobachteten astronomischen Punkten kann hingegen keine Laplace-Gleichung aufgestellt werden, so daß sich die Zahl der Bedingungsgleichungen reduziert. Durch die Ausgleichung entsteht ein widerspruchsfreies System, wobei die beobachteten Elemente Verbesserungen erhalten. Aus den ausgeglichenen Elementen lassen sich schließlich die Lotabweichungen der astronomisch bestimmten Punkte ableiten, wobei die beiden Komponenten eines Ausgangspunktes festgehalten werden müssen. Daß es sich nicht um eine strenge Ausgleichung, sondern um eine Näherungsausgleichung handelt, geht daraus hervor, daß die Azimute und die Länge einer geodätischen Linie keine direkten Beobachtungen, sondern aus der ausgeglichenen Dreieckskette zwischen beiden astronomisch bestimmten Punkten und einer Basis abgeleitete Größen sind.

Beim Versuch, die Methode der astronomisch-geodätischen Netzausgleichung auf das Basisvergrößerungsnetz Heerbrugg anzuwenden, ist zu berücksichtigen, daß es sich um ein sehr spezielles Netz handelt. Da auf allen Netzpunkten astronomische Beobachtungen vorliegen, sind alle beobachteten Seiten geodätische Linien, für die eine Laplacesche Gleichung aufgestellt werden kann (unter der Voraussetzung, daß beide Endpunkte vollständig beobachtet sind). Die Azimute müssen dabei nicht über den Umweg einer Dreieckskette abgeleitet werden, sondern gehen unmittelbar als Beobachtungen in die Ausgleichung ein (sofern man von der Übertragung des gemessenen Azimuts auf dasjenige der geodätischen Linie durch den Richtungssatz der betreffenden Station absieht). Nicht beobachtet ist hingegen die Länge jeder geodätischen Linie (mit Ausnahme der Basis), die über das ausgeglichene Basisvergrößerungsnetz aus der Basislänge abgeleitet werden muß. Daß bei den beträchtlichen Lotabweichungen (die vorerst unbekannt sind) und den großen Höhenwinkeln im Basisvergrößerungsnetz Heerbrugg die so bestimmten Seitenlängen falsch werden, liegt auf der Hand. Damit versagt aber die Methode in der Form, wie sie von Helmert entwickelt wurde, für diesen speziellen Fall, da sie eben nur eine Näherungslösung darstellt.

Anders verhält es sich, wenn elektronisch gemessene Strecken benützt werden, die vorher korrekt auf das Referenzellipsoid reduziert worden sind (wobei glücklicherweise die Kenntnis der Lotabweichungen nicht erforderlich ist). Damit liegen auch für die Seitenlängen unmittelbare Beobachtungen vor, so daß die Ausgleichung in aller Strenge durchgeführt werden kann. Nur steht dieser Fall im heutigen Zeitpunkt nicht zur Diskussion.

Obschon bereits gezeigt wurde, daß die Methode einen wesentlichen Mangel aufweist, soll noch kurz ausgeführt werden, wie sie sich praktisch auf das vorliegende Netz auswirken würde. Zwischen den fünf Laplace-Punkten Basis Nord, Basis Süd, St. Anton, Säntis und Pfänder liegen sechs geodätische Linien, für die je eine Laplacesche Gleichung in der durch Helmert erweiterten Form aufgestellt werden kann (vgl. Netzplan). Die zwei eingeschlossenen Dreiecke geben zu je drei Polygonbedingungen Anlaß (Länge, Breite und Azimut). Die Seiten nach den Punkten Hoher Freschen und Hohe Kugel liefern keine Laplaceschen Gleichungen, da auf

diesen zwei Punkten keine Länge beobachtet wurde. Hingegen können für den Punkt Hoher Freschen 6 und für den Punkt Hohe Kugel 12 Polygongleichungen aufgestellt werden. Eine letzte Bedingungsgleichung liefern die beiden auf Hohe Kugel beobachteten Azimute, so daß das ganze astronomisch-geodätische Netz 31 Bedingungsgleichungen enthält, die durch die Ausgleichung gelöst werden müssen. Diese große Zahl von Bedingungen kommt zustande, weil (analog dem Vorgehen von Helmert)



die Längen aller Seiten als Beobachtungen eingeführt werden, obschon sie ja nicht unabhängig sind, sondern aus einer früheren Ausgleichung hervorgingen. Für den im vorangehenden Abschnitt erwähnten Fall, bei dem alle Seiten als gemessen vorausgesetzt werden, ist diese Zahl selbstverständlich richtig; liegen aber keine gemessenen Seiten vor, ist sie um 13, das heißt die Zahl der neben der Basis existierenden Seiten, zu reduzieren, so daß noch 18 Bedingungsgleichungen bleiben. Welche der insgesamt 31 Möglichkeiten die zweckmäßigsten sind, sei hier dahingestellt!

Nun kann die Lösung ebensogut durch eine vermittelnde Ausgleichung gefunden werden, bei der die ziemlich umfangreiche und fehleranfällige Aufgabe der Bildung von Laplaceschen Gleichungen und Polygon-Bedingungsgleichungen wegfällt. Beim seinerzeitigen Vorschlag einer astronomischen-geodätischen Netzausgleichung wurde übrigens bereits diese Lösung ins Auge gefaßt. Im Basisvergrößerungsnetz Heerbrugg liegen gesamthaft folgende Beobachtungen vor (vgl. Netzplan):

7	astronomische Breitenbeobachtungen	φ^a
5	astronomische Längenbeobachtungen	λ^a
8	astronomische Azimutbeobachtungen	α^a
28	geodätische Richtungsbeobachtungen	r
1	geodätische Streckenmessung (Basislänge)	s
= 49	Beobachtungen	

Durch dieses Netz werden folgende Größen miteinander verknüpft:

7	geodätische Breiten	φ^g
7	geodätische Längen	λ^g
7	Orientierungsunbekannte	O
7	Nord–Süd-Komponenten der Lotabweichung	ξ
7	Ost–West-Komponenten der Lotabweichung	η
= 35	Größen	

Zur Fixierung des Netzes werden vier Elemente benötigt (Breite und Länge eines Ausgangspunktes, Orientierung und Maßstab des Netzes), so daß durch die Ausgleichung 31 Unbekannte zu bestimmen sind. Die 18 überschüssigen Beobachtungen entsprechen den 18 Laplace- und Polygon-Bedingungen bei der vorher behandelten bedingten Ausgleichung.

Praktisch wird man etwa so vorgehen, daß man die ellipsoidischen Koordinaten zweier Punkte festhält:

$$\left.\begin{aligned} \varphi^g{}_{BN} &\equiv \varphi^a{}_{BN} \\ \lambda^g{}_{BN} &\equiv \lambda^a{}_{BN} \end{aligned}\right\} \text{für den Punkt Basis Nord}$$

$$\left.\begin{aligned} \varphi^g{}_{BS} &= \varphi^g\,(\varphi^g{}_{BN}, \lambda^g{}_{BN}, \alpha^g{}_{BN,\,BS}, s) \\ \lambda^g{}_{BS} &= \lambda^g\,(\varphi^g{}_{BN}, \lambda^g{}_{BN}, \alpha^g{}_{BN,\,BS}, s) \end{aligned}\right\} \text{für den Punkt Basis Süd}$$

Indem man die geodätischen Koordinaten des Punktes Basis Nord seinen beobachteten astronomischen Koordinaten gleichsetzt, wird willkürlich die Lotabweichung dieses Punktes null gemacht. Ferner wird das geodätische Azimut $\alpha^g{}_{BN,\,BS}$ dem beobachteten astronomischen Azimut $\alpha^a{}_{BN,\,BS}$ gleichgesetzt, womit der Laplacesche Widerspruch für diesen Punkt ebenfalls null wird. Die Orientierung des Netzes ist damit festgelegt. Schließlich wird für die Berechnung der ellipsoidischen Koordinaten des Punktes Basis Süd die gemessene Basislänge s eingeführt, womit auch der Maßstab des Netzes festgelegt ist. Die 7 Orientierungsunbekannten können wie üblich vor der Ausgleichung eliminiert werden, so daß schließlich ein System von 24 Normalgleichungen zu lösen ist. Diese Lösung ist in aller Strenge richtig, abgesehen davon, daß die astronomischen Längenbeobachtungen durch deren gemeinsame Bestimmung untereinander korreliert sind (was natürlich auch noch berücksichtigt werden könnte). Voraussetzung ist allerdings, daß die verschiedenen Beobachtungen (Breite, Länge, Azimut, Richtung) mit den zutreffenden Gewichten eingeführt werden.

Die Basislänge s muß als einzige den Maßstab des Netzes bestimmende Größe als fehlerlos in die Ausgleichung eingeführt werden und erhält somit keine Verbesserung. Die Fehlergleichungen für die übrigen Beobachtungselemente der Punkte P_i und P_k haben folgende Form:

$$\text{für die } 7\ \varphi^a{}_i : v_i = \varphi^g{}_i + \xi_i - \varphi^a{}_i ,$$

$$\text{für die } 5\ \lambda^a{}_i : v_i = \lambda^g{}_i + \eta_i \cdot \sec\varphi_i - \lambda^a{}_i ,$$

$$\text{für die } 8\ \alpha^a{}_{ik} : v_{ik} = \alpha^g (\varphi^g{}_i, \lambda^g{}_i, \varphi^g{}_k, \lambda^g{}_k) + \Delta\alpha^a{}_{ik} (\xi_i, \eta_i, \zeta_{ik}, \alpha_{ik}, \varphi_i) - \alpha^a{}_{ik}$$

$$\text{für die } 28\ r_{ik} : v_{ik} = \alpha^g (\varphi^g{}_i, \lambda^g{}_i, \varphi^g{}_k, \lambda^g{}_k) + \Delta r_{ik} (\xi_i, \eta_i, \zeta_{ik}, \alpha_{ik}) - O_i - r_{ik} .$$

In den Reduktionsgliedern der astronomischen Azimute $\alpha^a{}_{ik}$ und der beobachteten Richtungen r_{ik} treten als zusätzliche Größen die Zenitdistanzen ζ_{ik} der entsprechenden Visuren auf, die im Basisvergrößerungsnetz Heerbrugg zum Teil ganz erheblich von 90° abweichen. Trotzdem infolge der großen Lotabweichungen und der steilen Visuren die Reduktionsglieder beträchtliche Ausmaße annehmen, müssen die ζ_{ik} nicht sehr genau bekannt sein. Für die praktische Durchführung der Ausgleichung wird man wie üblich Näherungswerte einführen, so daß für das geodätische Azimut α^g $(\varphi^g{}_i, \lambda^g{}_i, \varphi^g{}_k, \lambda^g{}_k)$ eine lineare Funktion der neuen Unbekannten aufgestellt werden kann. Die Reduktionsglieder sind bereits lineare Funktionen der Unbekannten ξ_i und η_i von der Form [vgl. Baeschlin, Lehrbuch der Geodäsie, Formel (54.6a), und Jordan-Eggert, 8. Auflage 1941, Band 3/II, Seite 421]:

$$\Delta\alpha^a{}_{ik} = \alpha^a{}_{ik} - \alpha^g{}_{ik} = \xi_i \cdot \operatorname{ctg}\zeta_{ik} \cdot \sin\alpha_{ik} - \eta_i \cdot \operatorname{ctg}\zeta_{ik} \cdot \cos\alpha_{ik} + \eta_i \cdot \operatorname{tg}\varphi_i ,$$

$$\Delta r_{ik} = r^a{}_{ik} - r^g{}_{ik} = \xi_i \cdot \operatorname{ctg}\zeta_{ik} \cdot \sin\alpha_{ik} - \eta_i \cdot \operatorname{ctg}\zeta_{ik} \cdot \cos\alpha_{ik} .$$

Während die beobachteten Richtungen r_{ik} (hier mit $r^a{}_{ik}$ bezeichnet, da sie sich auf das astronomische Zenit im Punkt P_i beziehen) wegen der Schiefstellung der Lotlinie im Punkt P_i gegenüber dem Ellipsoidlot reduziert werden müssen, ist an den astronomischen Azimuten $\alpha^a{}_{ik}$ zudem noch der Einfluß der Lotabweichungskomponente η_i anzubringen, wie er durch die Laplacesche Gleichung gegeben ist. Nachdem wir für den Ausgangspunkt Basis Nord den Laplaceschen Widerspruch bewußt zum Verschwinden gebracht haben, erhalten wir die angegebene einfache Beziehung; andernfalls müßte eine komplizierte Funktion der Lotabweichungskomponenten jenes Punktes eingeführt werden (vgl. Baeschlin, Lehrbuch der Geodäsie, Seiten 291–293).

Als Resultat der Ausgleichung erhält man einerseits die wahrscheinlichsten Werte für die Lotabweichungen gegenüber dem gewählten Referenzellipsoid in allen 7 Netzpunkten, andererseits aber auch die ausgeglichenen ellipsoidischen Koordinaten, so daß bereits die notwendigen Elemente für einen Vergleich des Basisvergrößerungsnetzes mit den elektronisch gemessenen und auf das Ellipsoid reduzierten Strecken vor-

liegen. Hier muß noch darauf hingewiesen werden, daß durch die Ausgleichung auch der Ausgangspunkt Basis Nord eine Lotabweichung erhält entsprechend den Verbesserungen der astronomischen Beobachtungen. Ebenso erfährt das astronomische Azimut eine Verbesserung (und auch die beobachteten Richtungen nach St. Anton und Basis Süd), so daß schließlich ein kleiner Laplacescher Widerspruch entsteht. Dieser Widerspruch kann durch eine räumliche Drehung des ganzen Systems weggebracht werden, ohne daß sich an der ganzen Ausgleichung etwas ändern sollte. Allenfalls ließe sich die Ausgleichung auf Grund der (durch die Ausgleichung) verbesserten astronomischen Elemente des Ausgangspunktes ($\bar{\varphi}^a{}_{BN}$, $\bar{\lambda}^a{}_{BN}$, $\bar{\alpha}^a{}_{BN,BS}$) wiederholen durch Einsetzen der veränderten Absolutglieder. Mit Sicherheit kann aber auf die Einführung der oben erwähnten komplizierten Funktionen der (sehr kleinen) Lotabweichung des Ausgangspunktes verzichtet werden.

Eine iterative Lösung des Problems ist ebenfalls denkbar, indem in einem ersten Schritt nur die geodätischen Beobachtungen für sich ausgeglichen werden und in einem zweiten Schritt die astronomischen Beobachtungen. Dieses Vorgehen entspricht den Ideen, wie sie in den «Gedanken und Vorschlägen zur Inangriffnahme der Ausgleichung des europäischen Dreiecksnetzes» von Helmut Wolf (Bonn) skizziert sind. Der erste Schritt ist vom österreichischen Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen bereits ausgeführt worden, indem die 28 Richtungen durch eine bedingte Ausgleichung mit 8 Winkelsummengleichungen und 3 Seitengleichungen ausgeglichen wurden. Es wäre auch eine vermittelnde Ausgleichung möglich, bei der auf Grund der ellipsoidischen Koordinaten (oder der entsprechenden Koordinaten in irgendeiner Projektion) der Punkte Basis Nord und Basis Süd (entsprechend den Ausgangswerten der Gesamtausgleichung) die Koordinaten der übrigen fünf Netzpunkte als Unbekannte ermittelt werden (wobei die 7 Orientierungsunbekannten wiederum vorgängig eliminiert werden). Für den zweiten Schritt kommen drei Möglichkeiten in Frage: 1. eine astronomisch-geodätische Netzausgleichung nach Helmert; 2. eine vermittelnde Ausgleichung zur Bestimmung der Lotabweichungen; 3. die Berechnung der Lotabweichungen ohne Ausgleichung.

Die astronomisch-geodätische Netzausgleichung nach Helmert ist als Iterationsschritt absolut denkbar, da ja die Seitenlängen durch die sukzessive Einführung der Lotabweichungen verbessert werden; hingegen dürfte die Auswahl und die Aufstellung der günstigsten Bedingungsgleichungen etwelche Schwierigkeiten bereiten.

Bei einer vermittelnden Ausgleichung sind für alle 20 astronomischen Beobachtungen die Fehlergleichungen aufzustellen, die nun folgende Form haben:

$$\text{für die 7 } \varphi^a{}_i \; : v_i = \xi_i + \varphi^g{}_i - \varphi^a{}_i \,,$$

$$\text{für die 5 } \lambda^a{}_i \; : v_i = \eta_i \cdot \sec\varphi_i + \lambda^g{}_i - \lambda^a{}_i \,,$$

$$\text{für die 8 } \alpha^a{}_{ik} : v_{ik} = \alpha^g\,(\varphi^g{}_i, \lambda^g{}_i, \varphi^g{}_k, \lambda^g{}_k) + \Delta\alpha^a{}_{ik}\,(\xi_i, \eta_i, \zeta_{ik}, \alpha_{ik}, \varphi_i) - \alpha^a{}_{ik} \,.$$

Hier sind die ellipsoidischen Koordinaten keine Unbekannten mehr, sondern die Resultate des ersten Schrittes. Als Unbekannte treten nur die 14 Lotabweichungskomponenten auf, so daß 6 Beobachtungen überschüssig sind. (Dabei ist aber zu berücksichtigen, daß ein Azimut für die Orientierung des geodätischen Netzes benötigt wurde.)

Bei der direkten Berechnung der Lotabweichungen kann auf den fünf Laplace-Punkten (vgl. Netzplan) ξ_i und η_i aus $\varphi^a{}_i$ und $\lambda^a{}_i$ abgeleitet werden. Aus den $\alpha^a{}_{ik}$ der fünf Punkte wird zudem der Laplace-Widerspruch

$$w_i = (\alpha^a{}_{ik} - \alpha^g{}_{ik}) - (\lambda^a{}_i - \lambda^g{}_i) \sin\varphi_i$$

gebildet, der mit Ausnahme des Ausgangspunktes Basis Nord etwas von Null abweichen wird. Der durch einfache Mittelbildung bestimmte durchschnittliche Laplace-Widerspruch w wird hierauf benützt, um auf den übrigen beiden Punkten η_i aus der Azimutdifferenz abzuleiten, womit erreicht ist, daß die Ost–West-Komponenten dieser Punkte im gleichen System bestimmt sind wie die der Laplace-Punkte.

Mit den im zweiten Schritt bestimmten Lotabweichungen werden die beobachteten Richtungen auf ein Ellipsoid reduziert, worauf im dritten Schritt die geodätische Netzausgleichung mit veränderten Absolutgliedern beziehungsweise Widersprüchen durchgeführt wird. Hierauf werden neue Lotabweichungen berechnet usw., bis die Rechnung zum Stillstand kommt. Die letzte geodätische Netzausgleichung, die auf den wahrscheinlichsten Lotabweichungen beruht, liefert die gesuchten Seitenlängen, die mit den elektronisch gemessenen und auf das Ellipsoid reduzierten Strecken verglichen werden können.

Abschließend sei noch auf einen Punkt aufmerksam gemacht, der beim Vergleich trigonometrisch bestimmter mit durch elektronische Streckenmessung bestimmten Raumnetzen (im Gegensatz zu Netzen, die mehr oder weniger im gleichen Horizont liegen) wesentlich ist. Für die Berechnung des Triangulationsnetzes (und dessen Seiten) auf einer bestimmten Rechnungsfläche muß man auf allen Stationspunkten die Lotabweichungen gegenüber dieser Rechnungsfläche kennen, während die Höhen der Stationspunkte nicht genau sein müssen. Umgekehrt benötigt man zur Reduktion der direkt gemessenen Strecken auf eine bestimmte Rechnungsfläche die genauen Höhen aller Stationspunkte über dieser Rechnungsfläche, wogegen die Kenntnis der Lotabweichungen nicht erforderlich ist. Etwas vereinfacht ausgedrückt, heißt das, daß für die Reduktion von Winkeln ebenfalls Winkel benötigt werden (nämlich Lotabweichungen gegenüber der Bezugsfläche), während für die Reduktion von Strecken ebenfalls Strecken benötigt werden (nämlich Höhen gegenüber der Bezugsfläche). Beim Vergleich von trigonometrisch bestimmten Seitenlängen mit direkt gemessenen Strecken ist somit die Kenntnis sowohl der Lotabweichungen als auch der Höhen gegenüber der Bezugsfläche (und zwar ein und derselben Bezugsfläche) erforderlich. In den vorliegenden Vorschlägen wurde jedoch nur die Bestimmung der Lotabweichungen behandelt.