Bericht über ein neues ITC-Verfahren für die rechnerische Blockausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate

Autor(en): **Kasper, H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **62 (1964)**

Heft 1

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-219191

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

AF est un axe des abcisses, et des valeurs provisoires sont connues (origine C ou D); il n'y a que 4 inconnues: les corrections dx_A, dx_B, dx_E, dx_F à apporter aux abcisses. On détermine, par voie angulaire, les rapports: $(ABCD) = f_1\ (dx_A, dx_B)$, $(CDEF) = f_2\ (dx_E, dx_F)$, $(BCDE) = f_3\ (dx_B, dx_E)$, $(ACDE) = f_4\ (dx_A, dx_E)$, etc., dx_A, dx_B ... étant les seules variables. En faisant abstraction des produits $dx_A \cdot dx_B$, $dx_A \cdot dx_E$ ... $dx_E \cdot dx_F$, on obtient des équations linéaires par rapport à ces variables (inconnues).

Il faut donc au moins 4 équations (4 rapports judicieusement choisis); au-delà il y a surdétermination. L'auteur de ces lignes se réserve de revenir sur cet intéressant problème dont seul le principe est développé ici. La base CD est donc amplifiée; c'est une conception un peu nouvelle en géodésie. Le théodolite peut être déplacé à volonté sans modifier r.

En *conclusion,* on peut dire qu'en trilatération les opérations sur le terrain sont en général bien plus indépendantes des conditions atmosphériques qu'en triangulation; c'est un avantage qu'il ne faut pas sous-estimer. Un examen approfondi montre que d'autres éléments jouent aussi un rôle quand on veut comparer les méthodes de détermination de réseaux par voie angulaire ou linéaire.

Littérature

[1] *F. Kobold,* Die Messung der Basis und des Basisvergrößerungsnetzes von Trilaterationsnetzen (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1960, Nr. 1).

[2] *A. W. Kondraschkow,* Elektrooptische Entfernungsmessung (VEB Verlag für Bauwesen, Berlin).

[3] *H. Matthias,* Erste Geodimeterresultate in der Schweiz (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1963, Nr. 6).

[4] *F. Ackerl,* Über die Genauigkeit des elektronischen Distanzmeßgerätes Wild DI 50 (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1963).

[5] *J. P. Blaser,* Nouvelles méthodes de mesures de distances (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1959, Nr. 10).

Bericht über ein neues ITC-Verfahren für die rechnerische Blockausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate

Von Prof. H. Kasper, Zürich

Zusammenfassung

Der Einsatz programmgesteuerter Rechenautomaten ermöglicht die strenge rechnerische Ausgleichung von Aerotriangulationsblöcken auf verhältnismäßig einfache Weise. Ein neues, am ITC Delft entwickeltes Verfahren zeichnet sich dadurch aus, daß es ohne vorausgehende Näherungsberechnungen direkt zu einheitlichen Lagekoordinaten führt.

Am *International Training Centre for Aerial Survey (ITC) in Delft* wird seit kurzem eine neue rechnerische Blockausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate angewendet, über die hier berichtet werden soll.

Das neue Verfahren ist deshalb bemerkenswert, weil es mit Rechenautomaten *kleiner* Kapazität bewältigt werden kann und die Blocktriangulation mit jedem photogrammetrischen Auswertegerät ausführbar ist, an dem Modellkoordinaten abgelesen werden können.

Da die Paßpunktverteilung beliebig sein darf, läßt sich das Verfahren zum Beispiel für die Planerstellung zur Güterzusammenlegung (Flurbereinigung) und für die photogrammetrische Punktverdichtung in der Katastervermessung und ähnlichem, aber auch in der mittel- und kleinmaßstäblichen Photogrammetrie gut verwenden. Die Einzelmodelle werden lagemäßig nicht nur streng nach der Methode der kleinsten Quadrate aneinander angefeldert, sondern gleichzeitig nach Helmert auf das vorhandene Festpunktfeld transformiert. Das sich ergebende System der Einschaltpunkte ist daher in sich und in bezug auf die gegebenen Festpunkte homogen. Das Verfahren entspricht der bekannten Methode der Verknüpfung von Triangulierungsnetzen mit Verbindungsunbekannten; doch vereinfacht sich hier die Behandlung wegen der regelmäßigen Anordnung gleichartiger Anfelderungselemente.

Die Methode wurde von Herrn *Ir. van den Hout* (Rijkswaterstaat und ITC Delft) entwickelt und von den Herren *Eckhart* und *Van Leiden* für die ZEBRA-Rechenanlage des ITC programmiert.

Herr *Van den Hout* beschrieb das Verfahren in einem Diskussionsbeitrag an den diesjährigen Photogrammetrischen Wochen in München etwa wie folgt:

«Zur Entwicklung wird der Einfachheit halber von einem idealen Block ausgegangen (Abb. 1).

Der Block soll zum Beispiel aus 5 Streifen mit je 6 Modellen bestehen. Die Modelle sind in Abbildung 1 durch Rechtecke dargestellt. Die Modelleckpunkte mögen in der Figur die Schnittpunkte der horizontalen und vertikalen Linien sein. Jedes Modell hat also 4 Eckpunkte. In Wirklichkeit sind diese Eckpunkte willkürliche Punkte, die im gemeinsamen Überdeckungsgebiet zweier benachbarter Modelle eines Bildstreifens und zweier benachbarter Modelle des folgenden Streifens liegen.

In den Modellen können ferner noch im Gelände signalisierte Punkte (Paßpunkte) vorkommen. Diese Paßpunkte sind hier durch kleine Dreiecke bezeichnet.

Die Modelle numerieren wir hier von 1 bis 30. Einem willkürlichen Modell geben wir den Index i (i läuft also von 1 bis 30).

Wir nehmen weiter an, daß die Lagekoordinaten aller Punkte eines Modells in einem Auswertegerät gemessen sind (zum Beispiel A7, A8, C8) oder analytisch berechnet sind. Weiterhin nehmen wir an, daß die Modelle der Höhe nach wenigstens genähert absolut orientiert sind.

Die Modelle können unabhängig voneinander gemessen werden; sie sind daher auf verschieden gelegene Koordinatensyteme bezogen, von denen jedes auch seinen eigenen Maßstab hat.

Das zum Modell i gehörige lokale Koordinatensystem deuten wir an durch x_i, y_i.

Nehmen wir weiter an, daß die Paßpunkte im Landeskoordinaten-

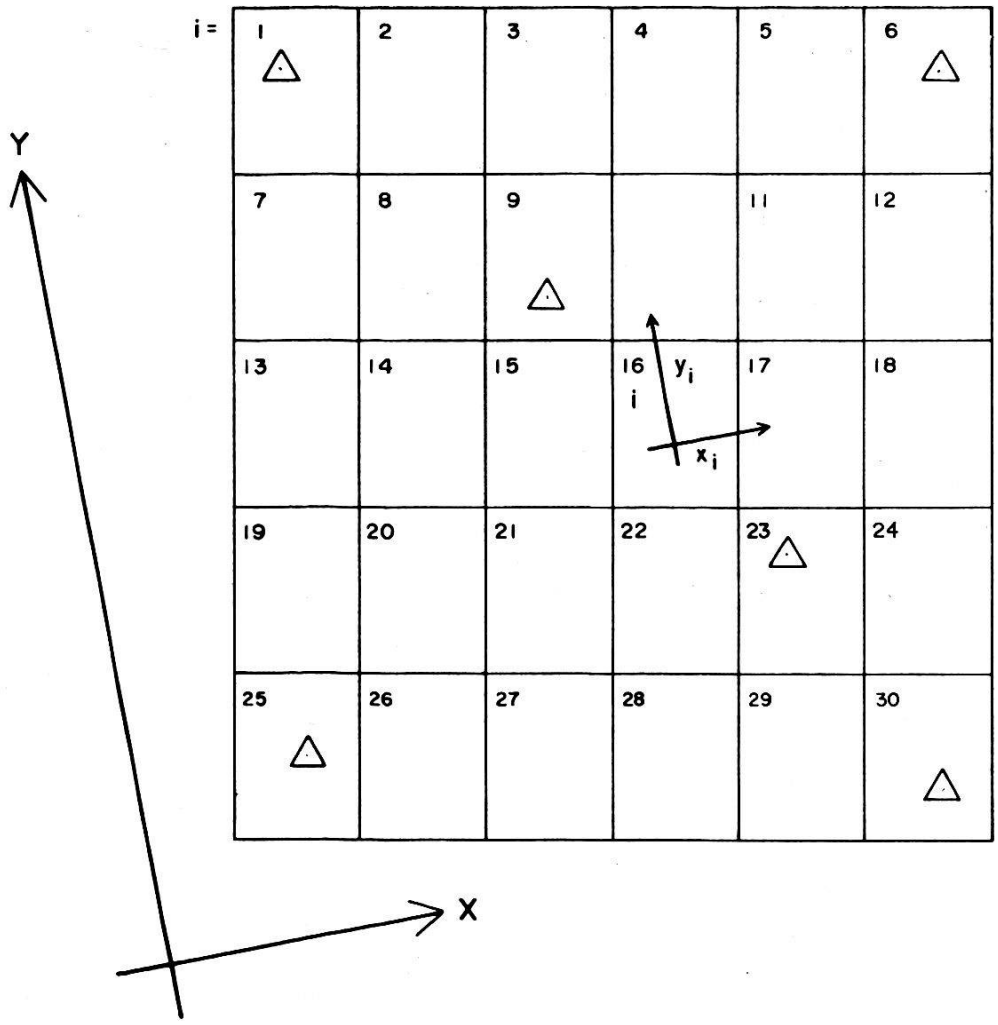

Abb. 1

system X, Y bestimmt sind, daß ihre Modellkoordinaten fehlerfrei gemessen und die Modelle nicht deformiert sind, dann bestehen zwischen den Koordinaten x, y aller Modellpunkte und den Landeskoordinaten X, Y dieser Punkte die bekannten Transformationsgleichungen:

$$\begin{aligned} X &= a_i\, x_i + b_i\, y_i + c_i \\ Y &= b_i\, x_i - a_i\, y_i + d_i \end{aligned} \qquad (1)$$

In Worten ausgedrückt, nehmen wir also an, daß zwischen dem Modellkoordinatensystem und dem Landeskoordinatensystem lineare orthogonale Beziehungen bestehen.

Substituieren wir die gemessenen Koordinaten x_i und y_i der Modellpunkte und der Paßpunkte sowie die gegebenen Koordinaten X, Y der hier gegebenen 6 Paßpunkte in diese Formeln, dann bekommen wir ein System von Gleichungen, in denen bei unserem Beispiel 204 Unbekannte auftreten.

Die Unbekannten sind:

a) 4 Transformationskoeffizienten a, b, c, d, für jedes Modell und

b) für jeden Verbindungspunkt von 2 oder 4 Modellen 2 unbekannte Koordinaten X und Y.

Die Anzahl der Gleichungen beträgt daher für unser Beispiel 252. Nämlich

a) für jedes Modell ohne Paßpunkte 8 Gleichungen,
b) für jedes Modell mit einem Paßpunkt 10 Gleichungen,
c) für jedes Modell mit zwei Paßpunkten 12 Gleichungen usw.

Wir haben also 48 Gleichungen mehr als Unbekannte.

Nun bilden wir nach den Regeln der Ausgleichungsrechnung die entsprechenden Normalgleichungen. In unserem Fall erhalten wir 204 Normalgleichungen.

Ordnen wir im System der Normalgleichungen die Unbekannten so an, daß zuerst die Transformationskoeffizienten a, b, c, d und dann die unbekannten Koordinaten X, Y der Verbindungspunkte kommen, dann sieht das Normalgleichungssystem schematisch folgendermaßen aus:

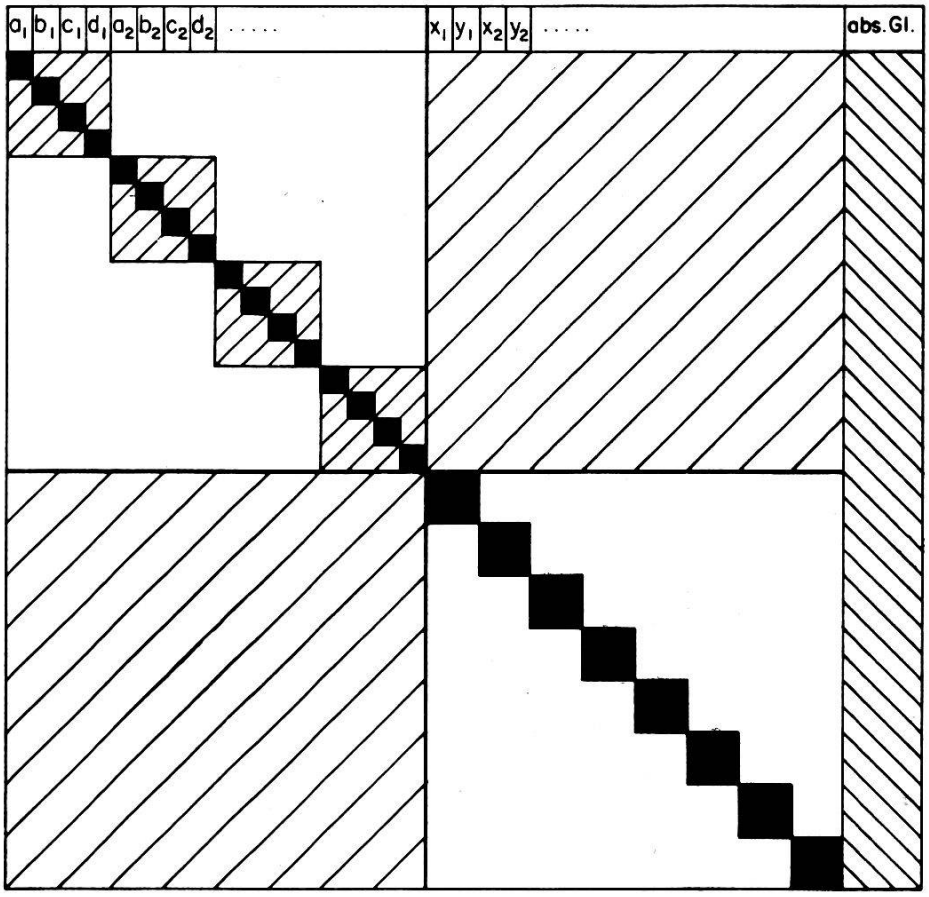

Abb. 2

Wenn für jedes Modell auf seine Schwerpunktskoordinaten übergegangen wird, so erhält eine Anzahl Koeffizienten in diesem System den Wert Null.

Wir erhalten dann folgendes Schema:

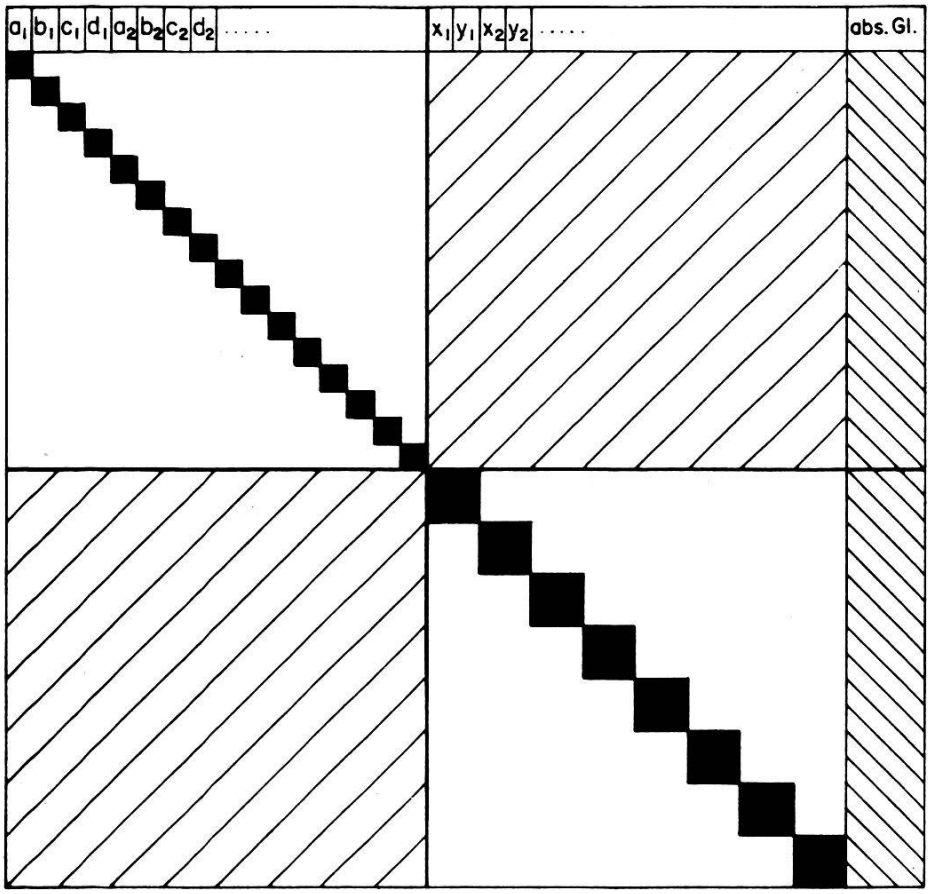

Abb. 3

In diesem Fall reduziert sich die Koeffizientenmatrix, die zu den Transformationskoeffizienten gehört, zu einer reinen Diagonalmatrix.

Man kann nun durch einfache Matrizenoperationen die Transformationskoeffizienten aus dem System eliminieren, so daß nur die unbekannten Koordinaten X, Y übrigbleiben. In unserem Beispiel werden dadurch 120 Unbekannte eliminiert, und zur numerischen Auflösung bleibt nur noch ein lineares Gleichungssystem von 84 Unbekannten.

Eine nähere Untersuchung zeigt noch, daß die Koeffizientenmatrix dieses Gleichungssystems eine bestimmte Struktur aufweist, die vorteilhaft zur Programmierung der Auflösung herangezogen werden kann.

Nachdem die Koordinaten X, Y der Verbindungspunkte berechnet sind, wird jedes Modell unabhängig mit dem Formelsystem (1) transformiert. Man erhält dadurch die Transformationskoeffizienten a, b, c, d. Falls die Modelle deformiert oder Meßfehler vorhanden sind, ergeben sich Restfehler zwischen den transformierten Modelleckpunkten und den schon bestimmten ausgeglichenen Koordinaten X, Y. Man kann sie zur Genauigkeitsberechnung und -analyse heranziehen.

Mit diesem Verfahren haben wir also eine vollständige Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate erzielt.

Die beschriebene Methode der Blockausgleichung wurde am ITC von den Herren *Eckhart* und *Van Leiden* für die ZEBRA-Rechenanlage programmiert.

Zunächst haben wir einen idealen Block von 7 Streifen mit je 7 Modellen und insgesamt 4 Paßpunkten berechnet. Um die 128 unbekannten *X*-, *Y*-Koordinaten der Verbindungspunkte zu rechnen, benötigte die ZEBRA 8 ½ Minuten.

Als nächster Test wurde ein am A7 gemessener Streifen von 12 Modellen in 2 Minuten berechnet.

Weiters haben wir einen Block von 4 Streifen mit je 8 Modellen mit insgesamt 40 Paßpunkten und 125 Verbindungspunkten in der Zeit von 75 Minuten berechnet.

Als letztes sei noch ein Block von 5 Streifen mit je 30 Modellen erwähnt, dessen Berechnung 120 Minuten dauerte.

Die Auflösung der Gleichungen erfolgt als Direktlösung ohne irgendwelche Iterationen. Besonders wichtig ist ferner, daß keine vorläufigen Näherungswerte der Verbindungspunkte erforderlich sind.

Die Methode eignet sich sowohl zur Ausgleichung von Blöcken als auch von Streifen. Die Lage der Paßpunkte kann selbstverständlich beliebig sein.

Die beschriebene Methode ist gegenwärtig für die planimetrische Blockausgleichung einsatzbereit. Wir sind dabei, die Methode auch auf die räumliche Blocktriangulation auszudehnen.»

Das hier beschriebene Verfahren zeichnet sich durch Strenge, Eleganz und Einfachheit so aus, daß sich seine Erprobung in der photogrammetrischen Praxis sehr empfiehlt.

In der großmaßstäblichen Vermessung wird anstelle eines zusätzlichen Höhenausgleiches im Block eine terrestrische Höhenpunktverdichtung durch Nivellement treten.

Erste österreichische Erfahrungen mit der Böschungsbegrünung nach dem Verfahren von Ing. H. Schiechtl

Von Helmut Sterzinger, dipl. Ing., Innsbruck

Die Saat auf Strohdeckschicht wurde vom Ingenieurbiologen Ing. Dr. Hugo Schiechtl von der Forschungsstelle der Wildbach- und Lawinenverbauung Innsbruck für die rasche Begrünung von Kahlflächen und humuslosen Hängen entwickelt. Es wird eine Primärvegetation geschaffen, welche den Boden innerhalb kürzester Zeit vor Wind- und Wassererosion schützt und in der Folge über die natürliche Pflanzensukzession eine standortgemäße Pflanzengesellschaft entstehen läßt.

Diese Methode der Flächenbegrünung wurde im Tiroler Güterwegbau erstmalig beim Bau der Straße Prutz–Fendels angewendet. Die Baustelle