Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 61 (1963)

Heft: 11

Artikel: Développements mathématiques pour l'orientation numérique de vues aériennes quelconques dans un stéréorestituter

Autor: Bachmann, W.K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-218466

Anerkennung aussprechen für sein Verständnis in Fragen der Entwicklungshilfe und der Forschung.

Die schweizerischen Vermessungsfachleute entbieten mit diesen wenigen Zeilen Herrn Dr. h. c. Albert J. Schmidheini die herzlichsten Glückwünsche zum 80. Geburtstag. Sie wünschen der Firma Wild-Heerbrugg, die er mit Stolz in hohem Maße als sein Werk betrachten darf, eine weitere gedeihliche Entwicklung. Dem Jubilar aber mögen noch viele Jahre bester Gesundheit vergönnt sein. Er wird sich wohl auch in den kommenden Jahren noch der Firma in hohem Maße annehmen und hier seine Befriedigung finden. Wir wünschen dem Jubilar aber auch zahlreiche Mußestunden, von denen er wohl einen großen Teil auf der Jagd, die ihm Erholung bedeutet, zubringen wird. Doch möchten wir nicht nur Herrn Dr. Schmidheini, sondern auch den Rehen und Hirschen noch ein langes, sorgenfreies Dasein gönnen.

F. Kobold

Développements mathématiques pour l'orientation numérique de vues aériennes quelconques dans un stéréorestituteur

Par Dr W. K. Bachmann,
professeur à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne

Avant-propos

Nous donnons ci-après les développements mathématiques qui sont à la base de l'orientation numérique de vues aériennes quelconques dans un stéréorestituteur. Ce problème a été exposé dans la *Revue technique Suisse des Mensurations, du Génie rural et de Photogrammétrie* du 15 décembre 1962 où le lecteur trouvera un certain nombre d'exemples numériques traités par cette méthode. Les calculs ont été faits avec la calculatrice *Zebra* de l'EPUL. Sur demande, les programmes peuvent être fournis par l'auteur sur bandes perforées.

Chapitre I *Programme No 400.10*

Méthode numérique d'orientation relative de vues quelconques à l'autographe Wild A 7

§ 1. Formules fondamentales

Dans ce qui suit, nous utiliserons fréquemment des formules que nous avons développées en 1951 dans la publication [1]. Nous les mentionnerons ici en faisant précéder leur numéro de [1]. En écrivant par exemple [1] (1.53), il s'agira donc de la formule (1.53) de la publication [1].

Les formules et méthodes de calcul que nous développerons seront tout à fait générales, en ce sens qu'elles s'appliqueront à des vues disposées arbitrairement et à une configuration quelconque du sol. Elles seront par conséquent particulièrement intéressantes pour l'orientation relative de vues à fortes différences d'altitude.

Etant donné que ces développements devraient pouvoir être utilisés aussi bien pour la triangulation aérienne que pour la restitution de couples isolés, nous avons choisi la méthode de la connexion des images en prenant $\varkappa_B$, φ_B, ω_B, by_B et bz_B comme variables d'orientation. *Leurs valeurs numériques seront par hypothèse nulles pour la position normale des chambres.*

La parallaxe verticale pv_B à la chambre B, *mesurée dans le plan du cliché,* est donnée par la formule

$$pv_B = + f \cdot \psi_B (dL_B - dL_A) \qquad \text{voir [1] (1.51)} \qquad (I.1.1)$$

pv_B = parallaxe verticale à la chambre B, mesurée dans le plan du cliché

qui devient dans le cas présent

$$\boxed{pv_B = + f \cdot \psi_B \cdot dL_B} \qquad (I.1.2)$$

vu que dL_A est nul puisqu'on oriente la chambre B par rapport à A, restée fixe.

Les grandeurs ψ et dL figurant dans les formules (I.1.1) et (I.1.2) sont données par

$$\psi = \frac{\sqrt{(-x \sin\varphi + z \cos\varphi \cos\omega)^2 + (x^2 + z^2) \cos^2\varphi \sin^2\omega}}{(-x \sin\varphi + y \cos\varphi \sin\omega + z \cos\varphi \cos\omega)^2} \qquad (I.1.3)$$

voir [1] (1.14)

Pour la position normale des chambres, on a

$$\varkappa = 0 \qquad \omega = 0 \qquad \varphi = 0 \qquad (I.1.4)$$

$$dL = \begin{cases} + \left\{x \cos\varphi \cos\omega + z\left(1 + \dfrac{y^2}{z^2}\right)\sin\varphi + \dfrac{xy}{z} \cos\varphi \sin\omega\right\} d\varkappa \\ + \left\{x \sin\omega - \dfrac{xy}{z} \cos\omega\right\} d\varphi + z\left\{1 + \dfrac{y^2}{z^2}\right\} d\omega \\ - dby - \dfrac{y}{z}\, dbz \end{cases} \qquad (I.1.5)$$

voir [1] (1. 38)

$d\varkappa$, $d\varphi$, $d\omega$ en radians

dby, dbz, pv_B en millimètres

Pour simplifier l'écriture de ces formules, nous allons introduire les notations suivantes:

$$
\begin{aligned}
\alpha &= +x\cos\varphi\cos\omega + z\left(1+\frac{y^2}{z^2}\right)\sin\varphi + \frac{xy}{z}\cos\varphi\sin\omega \\
\beta &= +x\sin\omega - \frac{xy}{z}\cos\omega \\
\gamma &= +z\left\{1+\frac{y^2}{z^2}\right\} \\
\delta &= -1 \\
\varepsilon &= -\frac{y}{z}
\end{aligned}
\qquad (\text{I.1.6})
$$

et la formule (I. 1. 2) de la parallaxe verticale devient alors

$$
pv_B = +f\cdot\psi_B\cdot\left\{\alpha\cdot d\varkappa + \beta\cdot d\varphi + \gamma\cdot d\omega + \delta\cdot dby + \varepsilon\cdot dbz\right\}
$$

$d\varkappa$, $d\varphi$, $d\omega$ en radians (I.1.7)

f, pv_B, dby, dbz en millimètres

pv_B = parallaxe verticale mesurée dans le plan du cliché

où $d\varkappa$, $d\varphi$, $d\omega$, dby, dbz désignent les accroissements attribués aux éléments d'orientation de la chambre B à partir de l'orientation relative correcte. Nous introduisons en outre les désignations suivantes:

$\varkappa$, φ, ω, by, bz	valeurs numériques des éléments d'orientation introduites dans l'autographe	(I.1.8)
$\varkappa_0$, φ_0, ω_0, by_0, bz_0	valeurs correctes des éléments d'orientation pour lesquelles on a $pv_B = 0$ pour tous les points de l'image plastique.	

La formule (I. 1. 2) devient ainsi

$$
pv_B = +f\cdot\psi_B\cdot\left\{\begin{aligned}&+\alpha(\varkappa-\varkappa_0)+\beta(\varphi-\varphi_0)+\gamma(\omega-\omega_0)\\&+\delta(by-by_0)+\varepsilon(bz-bz_0)\end{aligned}\right\} \qquad (\text{I.1.9})
$$

$(\varkappa-\varkappa_0)$, $(\varphi-\varphi_0)$, $(\omega-\omega_0)$ en radians.

Supposons maintenant qu'on annule successivement la parallaxe verticale en n points $P_1, P_2, \ldots, P_n$ avec by et désignons les valeurs ainsi obtenues par $by_1, by_2, \ldots, by_n$. Si $v_1, v_2, \ldots v_n$ représentent les erreurs des parallaxes verticales ainsi annulées, nous obtenons les *équations aux erreurs*

$$v_i = + f \cdot (\psi_B)_i \begin{Bmatrix} + \alpha_i (\varkappa - \varkappa_0) + \beta_i (\varphi - \varphi_0) + \gamma_i (\omega - \omega_0) \\ + \delta_i (by_i - by_0) + \varepsilon_i (bz - bz_0) \end{Bmatrix} \qquad \text{(I.1.10)}$$

by_i = valeur de by pour $pv_B = 0$ au point N° P_i
v_i = erreur de mesure de la parallaxe verticale dans le plan du cliché au point N° P_i.

Au point de vue du calcul numérique, il y aura encore quelques drécautions à prendre:

1° En introduisant $\varkappa$, φ, ω en grades, nous désignerons leurs valeurs numériques par $\varkappa^{gr}$, φ^{gr}, ω^{gr}.

2° Les composantes de base bx, by et bz seront exprimées en millimètres, et il en sera de même de la parallaxe verticale pv_B. On aura toujours $bx > 0$.

3° Dans le but d'éviter des changements de signe, nous prendrons pour la

position normale des chambres

$$\varkappa^{gr} = +400^{gr} \qquad \varphi^{gr} = +100^{gr} \qquad \omega^{gr} = +100^{gr} \qquad \text{(I.1.11)}$$
$$by = +100 \text{ mm} \qquad bz = +100 \text{ mm}$$

Les valeurs des éléments d'orientation lues à l'autographe seront ainsi toujours positives.

En posant maintenant

$$a_i = + f \cdot (\psi_B)_i \cdot \frac{\alpha_i}{\rho^{gr}} \qquad b_i = + f \cdot (\psi_B)_i \cdot \frac{\beta_i}{\rho^{gr}}$$
$$c_i = + f \cdot (\psi_B)_i \cdot \frac{\gamma_i}{\rho^{gr}} \qquad d_i = f_i = + f \cdot (\psi_B)_i \cdot \delta_i \qquad \text{(I.1.12)}$$
$$e_i = + f \cdot (\psi_B)_i \cdot \varepsilon_i \qquad \rho^{gr} = + 63^{gr}, 6620$$

l'équation (I.1.10) devient

$$v_i = \begin{cases} + a_i\,(\varkappa - \varkappa_0)^{gr} + b_i\,(\varphi - \varphi_0)^{gr} + c_i\,(\omega - \omega_0)^{gr} \\ + d_i\,(100\text{ mm} - by_0) + e_i\,(bz - bz_0) \\ + f_i\,(by_i - 100\text{ mm}) \end{cases} \qquad \text{(I.1.13)}$$

v_i = erreur résiduelle de la parallaxe verticale dans le plan du cliché.

où $f_i \cdot (by_i - 100\text{ mm})$ est le terme absolu. Les relations (I.1.13) sont donc des *équations aux erreurs*. Pour former les équations normales, nous attribuons le même poids ($p = 1$) à toutes les observations. La résolution des 5 équations normales donne alors la valeur des inconnues

$$(\varkappa - \varkappa_0)^{gr}, \quad (\varphi - \varphi_0)^{gr}, \quad (\omega - \omega_0)^{gr}$$
$$(100\text{ mm} - by_0)_{mm}, \quad (bz - bz_0)_{mm}.$$

Une fois celles-ci calculées, on en déduit les valeurs compensées à introduire à l'autographe. Cette compensation permet également de calculer l'erreur moyenne à craindre sur l'unité de poids, c'est-à-dire

$$\mu = \begin{cases} \text{erreur moyenne à craindre sur une mesure de la} \\ \text{parallaxe verticale dans le plan du cliché.} \end{cases} \qquad \text{(I.1.14)}$$

En résolvant ensuite les équations aux poids, on trouve les coefficients de poids et de corrélation des 5 variables d'orientation d'où l'on déduit les erreurs moyennes

$\mu_\varkappa{}^c$, $\mu_\varphi{}^c$, $\mu_\omega{}^c$ erreurs moyennes exprimées en minutes centésimales (I.1.15)

μ_{by}, μ_{bz} erreurs moyennes exprimées en $^1/_{100}$ mm.

Finalement, on calculera encore les coefficients de dépendance qui sont définis comme il suit:

Coefficient de dépendance

Si x et y sont deux variables aléatoires dépendantes ou indépendantes ayant Q_{xx}, Q_{yy}, Q_{xy} comme coefficients de poids et de corrélation, leur coefficient de dépendance $d^2{}_{xy}$ est défini par l'équation

$$d^2{}_{xy} = \frac{Q_{xx}\,Q_{yy} - Q^2{}_{xy}}{Q_{xx}\,Q_{yy}} = 1 - \frac{Q^2{}_{xy}}{Q_{xx}\,Q_{yy}} \qquad \text{(I.1.16)}$$

et l'on a

$d^2{}_{xy} = 1$ lorsque les deux variables sont indépendantes,

$d^2{}_{xy} = 0$ lorsque les deux variables sont liées par une équation linéaire.

§ 2. Exécution des calculs sur Zebra

Pour exécuter les calculs sur une calculatrice électronique telle que *Zebra,* il faut d'abord établir un programme sur bande perforée donnant à la machine les instructions nécessaires pour les diverses opérations qu'elle aura à effectuer. En plus de cela, il faut lui fournir, également sur bande perforée, les différentes lectures et mesures effectuées à l'autographe. Nous ne pouvons reproduire ici les développements que nécessite l'établissement de ce programme, car cela nous mènerait trop loin; mais sur demande nous pouvons les fournir au lecteur.

La bande numérique qui fournit à la calculatrice les mesures et lectures à l'autographe se compose de deux parties:

a) *Une bande numérique préliminaire* perforée à la main sur un téléscripteur ayant le code *Zebra Input.* La configuration de cette bande est indiquée ci-après sous le numéro (I.2.1). Le nombre n des points $P_1, P_2, \ldots, P_n$ auxquels on mesure la parallaxe verticale a été limité à 25. Nous aurons donc

$n \leq 25 \quad n =$	nombre des parallaxes verticales mesurées dans un couple.

L'échelle $1/E$ de l'image plastique (voir I. 2. 1) est introduite à l'aide du dénominateur $+E$. Pour ce qui a trait à la lecture des altitudes à l'autographe Wild A7, il faut d'abord voir quelle est l'unité donnée par le tambour altimétrique. Si c'est le centimètre, on prendra $k = +1$, tandis qu'on aura $k = +10$ si le tambour donne le décimètre; voir tableau (I.2.1) multiplicateur des altitudes. Moyennant cette disposition, on aura toujours *dans la calculatrice* les altitudes *en mètres avec deux décimales après la virgule.*

b) *Enregistrement automatique de la bande numérique au EK 3.* Pour que la *Zebra* puisse effectuer les calculs, nous devons lui fournir, sur bande perforée *en code Zebra Input,* pour chaque point observé:

1° le numéro du point;
2° la valeur de by_i pour $(pv_B)_i = 0$;
3° les coordonnées autographe ξ_i et η_i et l'altitude H_i du point P_i;
4° la lettre $\boxed{y}$ à la fin de l'enregistrement de chaque point. En lisant la lettre $\boxed{y}$, la calculatrice sait que l'enregistrement du point est terminé.

Vu que la *Zebra* doit calculer les coordonnées réduites X, Y (voir [1], fig. 1. 2) au *point nadiral de chaque vue,* et ceci à l'échelle de l'image plastique, nous devons lui fournir également les coordonnées machine ξ_0 et η_0 de ce point par un enregistrement préliminaire de référence avec la tige conductrice B verticale. Il en est de même des altitudes H_i pour lesquelles on procédera à un enregistrement de référence en amenant le chariot de base à $Z = 300$ mm. Ces enregistrements de référence pourraient être évités, au moins partiellement, en introduisant au préalable des valeurs données au EK3, mais une telle méthode ne serait pas pratique. Par conséquent, le travail à l'autographe se déroulera de la façon suivante *une fois l'orientation relative du couple dégrossie:*

Enregistrement au EK 3

1° *Placer les fiches de connexion de l'armoire de commande* de façon à pouvoir enregistrer *deux numéros* sur le clavier du pupitre de commande. Le premier, situé à gauche, donnera le numéro du point (trois chiffres) et le second (5 chiffres) la valeur de by_i pour $(pv_B)_i = 0$ en $^1/_{100}$ mm. On aura donc sur le pupitre de commande

$$\underbrace{\bullet \; \bullet \; \bullet}_{\text{N° } P_i} \qquad \underbrace{\bullet \; \bullet \; \bullet \; \bullet \; \bullet}_{by_i \text{ en } ^1/_{100} \text{ mm, compté depuis 100 mm pour la position normale de l'autographe}}$$

On accouplera ensuite le EK3 à l'autographe avec KX, KY, KZ, et ceci dans une position quelconque.

2° *Enregistrement des conditions initiales* (une seule fois par couple)

a) Rendre la tige conductrice B approximativement verticale avec une nivelle sphérique (par exemple avec la nivelle pour la mire topographique verticale).

b) Amener le chariot de base à $Z = 300$ mm (utiliser l'index de la colonne des Z).

c) Placer un numéro quelconque sur le clavier du pupitre de commande puis presser *la touche enregistrement,* ce qui donne sur la bande perforée

N° N° ξ_0 η_0 H_0 $\boxed{y}$ Espace

L'appareil est alors prêt pour la mesure des parallaxes verticales.

d) *Enregistrement de la mesure de la parallaxe verticale en un point quelconque* P_i. On élimine d'abord la parallaxe verticale avec by_B et l'on introduit la valeur ainsi obtenue pour by_B au clavier du pupitre de commande, ainsi que le numéro du point. L'unité pour l'enregistrement de by_B est le $^1/_{100}$ mm. Presser la touche enregistrement qui commande la perforation de

N° by_i ξ_i η_i H_i $\boxed{y}$

Dès que la lampe témoin du pupitre de commande est sur vert, on peut passer à l'enregistrement d'un nouveau point.

e) La fin de la mesure des n points n'a pas besoin d'être marquée spécialement puisque le nombre de points n est indiqué par la bande préliminaire.

Une fois les mesures terminées, les calculs sur *Zebra* sont commandés comme il suit:

Manipulations à la Zebra

U1 = U2 = ... = U6 = 0. Sortie sur *téléscripteur.*

1° Introduire programme par Clear et Start. Stop dynamique.

2° Introduction de la bande préliminaire par Start. Stop dynamique.

3° Introduction de la bande numérique principale par Start.

4° Les calculs s'effectuent alors automatiquement jusqu'à la fin. Stop dynamique.

5° Pour un nouveau calcul on commencera en 2° avec Start. Si U1 = 1 au début, reprise automatique en 2°.

Durée du calcul pour $n = 20$:

a) Sortie sur téléscripteur 7^{min}
b) Sortie sur punch 5^{min}

Le tableau N° (I. 2. 2) nous donne un exemple numérique.

Programme N° 400.10 (I.2.1)

Bande numérique préliminaire

N° Entreprise
N° Ligne de vol
N° cliché A
N° cliché B
E $({}^1/_E$ = Echelle de l'image plastique)

k = multiplicateur des altitudes $\left\{ \begin{array}{l} k = +1 \text{ si unité de lecture} = 1\text{ cm} \\ k = +10 \text{ si unité de lecture} = 1\text{ dm} \\ k = +100 \text{ si unité de lecture} = 1\text{ m} \end{array} \right.$

n = nombre de points auxquels pv_B a été mesurée

$$\boxed{n \leq 25}$$

$\left. \begin{array}{l} \varkappa_A{}^{\text{gr}} \\ \varkappa_B{}^{\text{gr}} \end{array} \right\}$ à compter à partir de 400^{gr}

$\left. \begin{array}{l} \varphi_A{}^{\text{gr}} \\ \varphi_B{}^{\text{gr}} \\ \omega_A{}^{\text{gr}} \\ \omega_B{}^{\text{gr}} \end{array} \right\}$ à compter à partir de 100^{gr}

$\left. \begin{array}{l} (by_A)_{\text{mm}} \\ (by_B)_{\text{mm}} \\ (bz_A)_{\text{mm}} \\ (bz_B)_{\text{mm}} \end{array} \right\}$ à compter à partir de 100 mm

$(bx)_{\text{mm}} > 0$

f_{mm} = distance focale (toujours > 0)

+ #

N° Entreprise	Ligne	Vues A	Vues B	E	f_{mm}
+ 139.00	+ 1.00	+ 3.00	+ 4.00	+ 3000.00	+ 151.96

k	n
+ 1.00	+ 19.00

Conditions initiales:

$\varkappa_A^{gr}$	$\varkappa_B^{gr}$	φ_A^{gr}	φ_B^{gr}	ω_A^{gr}	ω_B^{gr}
+ 398.5400	+ 400.2700	+ 99.4200	+ 100.0000	+ 99.0200	+ 99.4350

$(by)_A$	$(by)_B$	$(bz)_A$	$(bz)_B$	bx	
+ 100.00	+ 105.81	+ 100.00	+ 102.36	+ 151.50	← en millimètres

Contrôle de la résolution des 5 équations normales ≈ 0:

— 0.232830644	— 7
+ 0.232830644	— 8
+ 1.000000000	— 999
— 0.232830644	— 7
+ 1.000000000	— 999

Chambre B Résultat de la compensation:

$\varkappa_0^{gr}$	φ_0^{gr}	ω_0^{gr}	by_0 mm	bz_0 mm
+ 400.0178	+ 100.0906	+ 99.6906	+ 106.28	+ 102.00

+ 1.79 = μ en $^1/_{100}$ mm (dans le plan du cliché)

Erreurs de la mesure des parallaxes verticales dans le plan du cliché:

N°	v_i en $^1/_{100}$ mm
1	+ 0.71
2	+ 0.51
3	+ 0.55
4	— 1.01
5	+ 0.34
6	— 0.42
7	— 0.38
8	+ 0.30
9	+ 0.89
10	— 0.41
11	+ 0.66
12	— 1.82
13	— 1.35
14	+ 4.28
15	— 3.57
16	+ 1.61
17	— 1.40
18	+ 0.08
19	+ 0.49

Coefficients de poids et de corrélation des éléments d'orientation de la chambre B

Q_{ij}	$\varkappa$	φ	ω	by	bz
$\varkappa$	+ 0.0974	— 0.0815	— 0.0580	— 0.3510	+ 0.0726
φ	— 0.0815	+ 0.6506	+ 0.1641	+ 0.7743	+ 0.3811
ω	— 0.0580	+ 0.1641	+ 0.6393	+ 3.3157	— 0.2650
by	— 0.3510	+ 0.7743	+ 3.3157	+ 17.4275	— 1.4454
bz	+ 0.0726	+ 0.3811	— 0.2650	— 1.4454	+ 1.5052

Unités: $\varkappa, \varphi, \omega$: 1^c by, bz, μ: $^1/_{100}$ mm

$$\left.\begin{array}{ll} +\ 0.56 = \mu_{\varkappa}{}^{c} & \\ +\ 1.45 = \mu_{\varphi}{}^{c} & \\ +\ 1.43 = \mu_{\omega}{}^{c} & \\ +\ 7.48 = \mu_{by} & \text{en } {}^{1}/_{100}\text{ mm} \\ +\ 2.20 = \mu_{bz} & \text{en } {}^{1}/_{100}\text{ mm} \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Erreurs moyennes à craindre sur} \\ \text{les éléments d'orientation compensés}\end{array}$$

Coefficients de dépendance

$+\ 0.8953 \quad +\ 0.9459 \quad +\ 0.9275 \quad +\ 0.9640$	$d^2_{\varkappa\varphi} \quad d^2_{\varkappa\omega} \quad d^2_{\varkappa\, by} \quad d^2_{\varkappa\, bz}$
$+\ 0.9353 \quad +\ 0.9471 \quad +\ 0.8517$	$d^2_{\varphi\omega} \quad d^2_{\varphi\, by} \quad d^2_{\varphi\, bz}$
$+\ 0.0133 \quad +\ 0.9270$	$d^2_{\omega\, by} \quad d^2_{\omega\, bz}$
$+\ 0.9204$	$d^2_{by\, bz}$

Chapitre II — *Programme N° 401.4*

Précision de l'orientation relative numérique à l'autographe Wild A 7

§ 1. Généralités

Au chapitre I, nous avons donné les développements mathématiques du programme N° 400.10. Celui-ci permet de calculer la valeur des éléments d'orientation relative à introduire à l'autographe, ainsi que leurs erreurs moyennes. Dans ce qui suit, nous allons développer le programme N° 401.4 d'un caractère plus théorique donnant, outre les résultats fournis par le N° 400.10, les coefficients de poids et de corrélation des coordonnées X, Y et Z des points utilisés pour l'orientation relative. Les erreurs moyennes μ_x, μ_y, μ_z ainsi calculées sont donc *uniquement dues aux erreurs entachant les éléments d'orientation relative.* Nous ne ferons intervenir l'orientation absolue que plus tard en traitant le programme N° 403.45.

§ 2. Formules fondamentales

Partons d'une orientation relative correcte, c'est-à-dire exempte de toute erreur. En attribuant alors les accroissements $d\varkappa_B$, $d\varphi_B$, $d\omega_B$, dby_B, dbz_B aux éléments d'orientation de la chambre B, l'image plastique est déformée. D'après [1] les déformations δx, δy, δz sont données par les formules suivantes:

$$\delta x = \frac{x_A}{bx}\, dK_B \qquad x_A = x_B + bx \qquad \text{voir [1] (1.47)} \qquad \text{(II.2.1)}$$

$$\delta y = \frac{y}{bx}\, dK_B + \frac{\psi_B}{\psi_A + \psi_B}\, dL_B \qquad \text{voir [1] (1.53)} \qquad \text{(II.2.2)}$$

$$\delta z = \frac{z}{bx}\, dK_B \qquad \text{(II.2.3)}$$

où l'on a

$$dK_B = \begin{cases} + \left\{ z \cos\varphi_B \sin\omega_B - y \cos\varphi_B \cos\omega_B + \dfrac{x_B y}{z} \sin\varphi_B + \right. \\ \left. + \dfrac{x^2{}_B}{z} \cos\varphi_B \sin\omega_B \right\} d\varkappa_B \\ - \left\{ z \cos\omega_B + y \sin\omega_B + \dfrac{x^2{}_B}{z} \cos\omega_B \right\} d\varphi_B \\ + \dfrac{x_B y}{z}\, d\omega_B - \dfrac{x_B}{z}\, dbz_B \end{cases} \qquad \text{(II.2.4)}$$

voir [1] (1.37) où l'on a toujours $db\bar{x} = 0$

$d\varkappa_B$, $d\varphi_B$, $d\omega_B$ en radians

dbz_B en millimètres

tandis que dL_B et ψ_A, ψ_B sont donnés par les formules (I. 1. 5) et (I. 1. 3) où l'on placera partout l'indice B respectivement A.

Vu que dK_B et dL_B sont des fonctions de $d\varkappa_B$, $d\varphi_B$, $d\omega_B$, dby_B, dbz_B, ils peuvent être considérés comme variables aléatoires. Ces fonctions étant linéaires, on calcule facilement les coefficients de poids et de corrélation

$$Q_{KK} \qquad Q_{KL} \qquad Q_{LL}.$$

Pour simplifier les écritures, nous posons

$$\begin{aligned} A &= + \frac{1}{\rho^{gr}} \left\{ z \cos\varphi_B \sin\omega_B - y \cos\varphi_B \cos\omega_B + x_B \frac{y}{z} \sin\varphi_B + \right. \\ &\qquad \left. + \frac{x^2{}_B}{z} \cos\varphi_B \sin\omega_B \right\} \\ B &= - \frac{1}{\rho^{gr}} \left\{ z \cos\omega_B + y \sin\omega_B + \frac{x^2{}_B}{z} \cos\omega_B \right\} \\ C &= + \frac{1}{\rho^{gr}} \cdot x_B \cdot \frac{y}{z} \qquad C' = 0 \\ D &= - \frac{x_B}{z} \qquad \text{(II.2.5)} \\ E &= + \frac{1}{\rho^{gr}} \left\{ x_B \cos\varphi_B \cos\omega_B + z \left(1 + \frac{y^2}{z^2} \right) \sin\varphi_B + \right. \\ &\qquad \left. + x_B \frac{y}{z} \cos\varphi_B \sin\omega_B \right\} \end{aligned}$$

$$F = + \frac{1}{\rho^{gr}} \left\{ x_B \sin \omega_B - x_B \frac{y}{z} \cos \omega_B \right\} \tag{II.2.5}$$

$$G = + \frac{1}{\rho^{gr}} \cdot z \left(1 + \frac{y^2}{z^2} \right)$$

$$H = -1$$

$$J = - \frac{y}{z}$$

ce qui nous donne

$$\begin{aligned} dK_B{}^{mm} &= + A \cdot d\varkappa_B{}^{gr} + B \cdot d\varphi_B{}^{gr} + C \cdot d\omega_B{}^{gr} + \\ &\quad + C' \cdot dby_B{}^{mm} + D \cdot dbz_B{}^{mm} \\ dL_B{}^{mm} &= + E \cdot d\varkappa_B{}^{gr} + F \cdot d\varphi_B{}^{gr} + G \cdot d\omega_B{}^{gr} + \\ &\quad + H \cdot dby_B{}^{mm} + J \cdot dbz_B{}^{mm} \end{aligned} \tag{II.2.6}$$

En appliquant à ces formules le calcul symbolique des coefficients de poids, on trouve Q_{KK}, Q_{KL}, Q_{LL}. Il est dès lors facile d'obtenir les coefficients de poids et de corrélation des coordonnées x, y, z; en effet, les équations (II.2.1), (II.2.2) et (II.2.3) nous donnent immédiatement

$$\begin{aligned} Q_{xx} &= \frac{x^2{}_A}{(bx)^2} \cdot Q_{K_B K_B} \qquad Q_{zz} = \frac{z^2}{(bx)^2} \cdot Q_{K_B K_B} \\ Q_{yy} &= \frac{y^2}{(bx)^2} \cdot Q_{K_B K_B} + \left(\frac{\psi_B}{\psi_A + \psi_B} \right)^2 \cdot Q_{L_B L_B} + \\ &\quad + 2 \frac{y}{bx} \left(\frac{\psi_B}{\psi_A + \psi_B} \right) \cdot Q_{K_B L_B} \\ Q_{xy} &= \frac{x_A}{bx} \cdot \frac{y}{bx} \cdot Q_{K_B K_B} + \frac{x_A}{bx} \left(\frac{\psi_B}{\psi_A + \psi_B} \right) \cdot Q_{K_B L_B} \\ Q_{xz} &= \frac{x_A}{bx} \cdot \frac{z}{bx} \cdot Q_{K_B K_B} \\ Q_{yz} &= \frac{y}{bx} \cdot \frac{z}{bx} \cdot Q_{K_B K_B} + \frac{z}{bx} \left(\frac{\psi_B}{\psi_A + \psi_B} \right) \cdot Q_{K_B L_B} \end{aligned} \tag{II.2.7}$$

Unités: Le millimètre à l'échelle de l'image plastique si μ est exprimée en millimètres (voir I.1.14)

On obtient ensuite

$$\boxed{\mu_x = \pm \sqrt{Q_{xx}} \cdot \mu \qquad \mu_y = \pm \sqrt{Q_{yy}} \cdot \mu \qquad \mu_z = \pm \sqrt{Q_{zz}} \cdot \mu \qquad \text{(II.2.8)}}$$

Les coefficients de dépendance sont donnés par les formules

$$\begin{aligned}
d^2{}_{xy} &= \frac{Q_{xx}\,Q_{yy} - Q^2{}_{xy}}{Q_{xx}\,Q_{yy}} = 1 - \frac{Q^2{}_{xy}}{Q_{xx}\,Q_{yy}} \\
d^2{}_{xz} &= \frac{Q_{xx}\,Q_{zz} - Q^2{}_{xz}}{Q_{xx}\,Q_{zz}} = 1 - \frac{Q^2{}_{xz}}{Q_{xx}\,Q_{zz}} \qquad \text{(II.2.9)} \\
d^2{}_{yz} &= \frac{Q_{yy}\,Q_{zz} - Q^2{}_{yz}}{Q_{yy}\,Q_{zz}} = 1 - \frac{Q^2{}_{yz}}{Q_{yy}\,Q_{zz}}
\end{aligned}$$

Démontrons encore qu'on a toujours

$$\boxed{d^2{}_{yx} = d^2{}_{yz} \qquad d^2{}_{xz} = 0.} \qquad \text{(II.2.10)}$$

On obtient en effet à partir des équations (II.2.1) à (II.2.3)

$$Q_x = \frac{x_A}{bx} \cdot Q_{K_B} \qquad Q_z = \frac{z}{bx} \cdot Q_{K_B} \qquad \text{d'où}$$

$$Q_{xz} = \frac{x_A}{bx} \cdot \frac{z}{bx} \cdot Q_{K_B K_B} \qquad Q_{xx} = \frac{(x_A)^2}{(bx)^2} \cdot Q_{K_B K_B}$$

$$Q_{zz} = \left(\frac{z}{bx}\right)^2 \cdot Q_{K_B K_B}$$

Nous en déduisons

$$d^2{}_{xz} = \frac{-\left(\frac{x_A}{bx}\right)^2 \left(\frac{z}{bx}\right)^2 + \left(\frac{x_A}{bx}\right)^2 \left(\frac{z}{bx}\right)^2}{Q_{xx}\,Q_{zz}} \cdot Q_{K_B K_B} = 0, \quad \text{c.q.f.d.}$$

La première des formules (II.2.10) peut être démontrée de la même façon.

§ 3. Exécution des calculs numériques

Les calculs s'effectuent à l'aide du programme N° 401.4 indiqué ci-après.

La préparation de la bande numérique et les manipulations sont exactement les mêmes que pour le programme N° 400.10 précédemment décrit.

La calculatrice fournit alors comme résultats tout d'abord ceux du programme N° 400.10 qui ont déjà été indiqués sous (I.2.2), ce qui veut dire que le programme N° 400.10 est inclus dans le programme N° 401.4. La calculatrice imprime ensuite les coefficients de poids et de corrélation indiqués ci-après sous (II.3.1).

Ce qui nous intéresse finalement, ce sont les coefficients de dépendance $d^2{}_{xy}$, $d^2{}_{xz}$, $d^2{}_{yz}$ et les erreurs moyennes μ_x, μ_y, μ_z. Les résultats indiqués au tableau (II.3.1) permettent de tirer les conclusions suivantes au sujet des coefficients de dépendance:

1° On a toujours $d^2{}_{xy} = d^2{}_{yz}$, ce qui est confirmé par les développements théoriques donnés.

2° On a toujours $d^2{}_{xz} = 0$, ce qui est également confirmé par la théorie. Il existe donc toujours une relation linéaire entre les déformations δx et δz, ce qui résulte du reste immédiatement des équations (II.2.1) et (II.2.3).

3° Les coefficients $d^2{}_{xy}$ et $d^2{}_{yz}$ varient sensiblement avec la position des points. Dans le cas de vues verticales, ils atteignent leur maximum sur la droite joignant les deux points nadiraux.

Passons maintenant à l'examen des erreurs moyennes μ_x, μ_y, μ_z en indiquant tout d'abord les caractéristiques des vues utilisées:

Vues utilisées pour l'exemple numérique calculé: Objectif Aviogon $f = 150$ mm. Films 24×24 cm. Vues normales $h = 850$ m sur sol. Echelle des vues $\approx 1/5600$.	(II.3.2)

Avec ce genre de vues, on a l'habitude de garantir une précision altimétrique de la restitution de 15 à 20 cm. En examinant les valeurs indiquées pour μ_z dans (II.3.1), on est étonné de voir qu'elles peuvent atteindre $\pm$ 50 cm, ce qui est incontestablement un résultat très mauvais. Nous constatons ainsi une fois de plus que l'orientation relative, même exécutée avec une vingtaine de points, est toujours une opération fort délicate qui peut donner lieu à des erreurs particulièrement dangereuses pour la triangulation aérienne; voir par exemple [2].

Ces résultats, qui semblent à priori en désaccord avec ceux fournis par la pratique, s'expliquent cependant lorsqu'on fait également intervenir l'orientation absolue. En effet, l'orientation relative donne bien lieu aux erreurs moyennes

μ_x, μ_y, μ_z indiquées sous (II.3.1), mais les erreurs vraies
δx, δy, δz *pour des valeurs données* de $d\varkappa_B$, $d\varphi_B$, $d\omega_B$, dby_B, dbz_B

varient d'une façon continue avec les coordonnées X, Y, Z du point considéré. Il en résulte une déformation de l'image plastique qui est une fonction continue des coordonnées x, y, z. Nous ne pouvons par conséquent pas avoir de sauts brusques en passant d'un point au point voisin, car la répartition des déformations δx, δy, δz sur l'image plastique accusera toujours une allure régulière, c'est-à-dire systématique. Ces erreurs peuvent par conséquent être éliminées au moins partiellement par l'orientation absolue.

Programme N° 401.4 (II.3.1)

Résultats (2e partie)

Suite de l'exemple numérique (I.2.2)

N°	Q_{xx}	Q_{yy}	Q_{zz}
1	+ 11.9192	+ 0.1280	+ 48.0591
2	+ 23.2540	+ 0.1719	+ 54.2026
3	+ 32.0353	+ 0.6604	+ 60.4832
4	+ 27.7912	+ 7.3533	+ 58.0272
5	+ 33.0124	+ 28.4103	+ 65.0047
6	+ 7.2295	+ 21.8522	+ 42.3924
7	+ 0.1011	+ 27.2854	+ 56.2235
8	+ 0.0024	+ 19.1885	+ 71.4172
9	+ 1.0272	+ 18.1677	+ 81.1890
10	+ 1.8308	+ 12.0411	+ 80.3898
11	+ 1.5415	+ 0.3235	+ 75.1169
12	+ 2.0921	+ 4.5491	+ 89.8000
13	+ 2.8835	+ 8.6391	+ 44.6701
14	+ 7.2188	+ 11.6414	+ 35.1218
15	+ 20.4776	+ 13.9542	+ 35.9505
16	+ 19.6428	+ 8.5464	+ 39.8242
17	+ 22.1741	+ 3.6212	+ 50.7799
18	+ 24.3779	+ 1.7976	+ 56.0391
19	+ 13.3751	+ 1.3956	+ 51.7616

Coefficients de poids et de corrélation des coordonnées autographe

N°	Q_{xy}	Q_{xz}	Q_{yz}
1	— 0.2174	+ 23.9338	— 0.4365
2	— 0.6886	+ 35.5025	— 1.0513
3	— 3.9513	+ 44.0181	— 5.4293
4	— 14.1809	+ 40.1578	— 20.4912
5	— 30.5359	+ 46.3245	— 42.8493
6	— 12.5399	+ 17.5064	— 30.3658
7	— 1.6558	+ 2.3846	— 39.0393
8	+ 0.2132	— 0.4124	— 36.9188
9	+ 4.3039	— 9.1323	— 38.2631
10	+ 4.6643	— 12.1318	— 30.9074
11	+ 0.3247	— 10.7609	— 2.2669
12	— 3.0031	— 13.7067	+ 19.6750
13	+ 4.9568	+ 11.3493	+ 19.5094
14	+ 9.1113	+ 15.9229	+ 20.0972
15	+ 16.8584	+ 27.1327	+ 22.3373
16	+ 12.9143	+ 27.9689	+ 18.3883
17	+ 8.8528	+ 33.5559	+ 13.3969
18	+ 6.4219	+ 36.9610	+ 9.7366
19	+ 4.1979	+ 26.3119	+ 8.2582

Unités:
Le millimètre si μ en millimètres

Exemple N° 0	Entreprise N° 139	Couple 1/3, 4
Vues normales	Support film	Format 24 × 24 cm
Objectif Aviogon	F = 150 mm	
Hauteur de vol sur sol 850 m		
Echelle des vues 1 : 5600		
Echelle de l'image plastique 1 : 3000		
$v1 = 0$	$v2 = 1$	$v3 = 1$

N° Entreprise	Clichés Ligne	Clichés A	Clichés B	(Echelle modèle = $1/E$) E	f_{mm}
+ 139.00	+ 1.00	+ 3.00	+ 4.00	+ 3000.00	+ 151.96

k	n
+ 1.00	+ 19.00

Conditions initiales

$\varkappa_A^{gr}$	$\varkappa_B^{gr}$	φ_A^{gr}	φ_B^{gr}	ω_A^{gr}	ω_B^{gr}
+ 398.5400	+ 400.2700	+ 99.4200	+ 100.0000	+ 99.0200	+ 99.4350

by_A	by_B	bz_A	bz_B	bx
→ + 100.00	+ 105.81	+ 100.00	+ 102.36	+ 151.50 ← Unité mm

Contrôle de la résolution des équations normales ≈ 0

— 0.232830644	— 7
+ 0.232830644	— 8
+ 1.000000000	— 999
— 0.232830644	— 7
+ 1.000000000	— 999

Chambre B — Eléments définitifs à introduire

$\varkappa_0^{gr}$	φ_0^{gr}	ω_0^{gr}	by_0 mm	bz_0 mm
+ 400.0178	+ 100.0906	+ 99.6906	+ 106.28	+ 102.00

+ 1.79 = $\pm\mu$ en 1/100 mm = Erreur moyenne à craindre sur une mesure de la parallaxe verticale dans le plan du cliché

Corrections v des parallaxes verticales mesurées

Corrections calculées dans le plan du cliché

N°	v en 1/100 mm
1	+ 0.71
2	+ 0.51
3	+ 0.55
4	— 1.01
5	+ 0.34
6	— 0.42
7	— 0.38
8	+ 0.30
9	+ 0.89
10	— 0.41
11	+ 0.66
12	— 1.82
13	— 1.35
14	+ 4.28
15	— 3.57
16	+ 1.61
17	— 1.40
18	+ 0.08
19	+ 0.49

Coefficients de poids et de corrélation des éléments d'orientation

Q_{ij}	$\varkappa$	φ	ω	by	bz	
$\varkappa$	+ 0.0974	— 0.0815	— 0.0580	— 0.3510	+ 0.0726	*Unités:*
φ	— 0.0815	+ 0.6506	+ 0.1641	+ 0.7743	+ 0.3811	$\varkappa, \varphi, \omega$: 1gr
ω	— 0.0580	+ 0.1641	+ 0.6393	+ 3.3157	— 0.2650	by, bz, μ: 1 mm
by	— 0.3510	+ 0.7743	+ 3.3157	+ 17.4275	— 1.4454	
bz	+ 0.0726	+ 0.3811	— 0.2650	— 1.4454	+ 1.5052	

Erreurs moyennes des éléments d'orientation

+ 0.56 = $\pm\mu^c{}_\varkappa$
+ 1.45 = $\pm\mu^c{}_\varphi$
+ 1.43 = $\pm\mu^c{}_\omega$
+ 7.48 = $\pm\mu_{by}$ en 1/100 mm
+ 2.20 = $\pm\mu_{bz}$ en 1/100 mm

Coefficients de dépendance

$$d^2_{xy} = \frac{Q_{xx}\,Q_{yy} - Q^2_{xy}}{Q_{xx}\,Q_{yy}}$$

$\varkappa\varphi$	$\varkappa\omega$	$\varkappa by$	$\varkappa bz$
+ 0.8953	+ 0.9459	+ 0.9275	+ 0.9640
$\varphi\omega$	φby	φbz	
+ 0.9353	+ 0.9471	+ 0.8517	
ωby	ωbz		
+ 0.0133	+ 0.9270		
$by bz$			
+ 0.9204			

N°		Q_{xx}		Q_{yy}		Q_{zz}
1	+	11.9192	+	0.1280	+	48.0591
2	+	23.2540	+	0.1719	+	54.2026
3	+	32.0353	+	0.6604	+	60.4832
4	+	27.7912	+	7.3533	+	58.0272
5	+	33.0124	+	28.4103	+	65.0047
6	+	7.2295	+	21.8522	+	42.3924
7	+	0.1011	+	27.2854	+	56.2235
8	+	0.0024	+	19.1885	+	71.4172
9	+	1.0272	+	18.1677	+	81.1890
10	+	1.8308	+	12.0411	+	80.3898
11	+	1.5415	+	0.3235	+	75.1169
12	+	2.0921	+	4.5491	+	89.8000
13	+	2.8835	+	8.6391	+	44.6701
14	+	7.2188	+	11.6414	+	35.1218
15	+	20.4776	+	13.9542	+	35.9505
16	+	19.6428	+	8.5464	+	39.8242
17	+	22.1741	+	3.6212	+	50.7799
18	+	24.3779	+	1.7976	+	56.0391
19	+	13.3751	+	1.3956	+	51.7616
N°		Q_{xy}		Q_{xz}		Q_{yz}
1	—	0.2174	+	23.9338	—	0.4365
2	—	0.6886	+	35.5025	—	1.0513
3	—	3.9513	+	44.0181	—	5.4293
4	—	14.1809	+	40.1578	—	20.4912
5	—	30.5359	+	46.3245	—	42.8493
6	—	12.5399	+	17.5064	—	30.3658
7	—	1.6558	+	2.3846	—	39.0393
8	+	0.2132	—	0.4124	—	36.9188
9	+	4.3039	—	9.1323	—	38.2631
10	+	4.6643	—	12.1318	—	30.9074
11	+	0.3247	—	10.7609	—	2.2669
12	—	3.0031	—	13.7067	+	19.6750
13	+	4.9568	+	11.3493	+	19.5094
14	+	9.1113	+	15.9229	+	20.0972
15	+	16.8584	+	27.1327	+	22.3373
16	+	12.9143	+	27.9689	+	18.3883
17	+	8.8528	+	33.5559	+	13.3969
18	+	6.4219	+	36.9610	+	9.7366
19	+	4.1979	+	26.3119	+	8.2582
N°		d^2_{xy}		d^2_{xz}		d^2_{yz}
1	+	0.9690	—	0.0000	+	0.9690
2	+	0.8813	—	0.0000	+	0.8813
3	+	0.2620	—	0.0000	+	0.2620
4	+	0.0160	—	0.0000	+	0.0160
5	+	0.0058	+	0.0000	+	0.0058
6	+	0.0046	+	0.0000	+	0.0046
7	+	0.0065	+	0.0000	+	0.0065
8	+	0.0054	+	0.0000	+	0.0054
9	+	0.0074	—	0.0000	+	0.0074
10	+	0.0131	+	0.0000	+	0.0131
11	+	0.7886	—	0.0000	+	0.7886
12	+	0.0524	—	0.0000	+	0.0524
13	+	0.0137	—	0.0000	+	0.0137
14	+	0.0121	+	0.0000	+	0.0121
15	+	0.0054	+	0.0000	+	0.0054
16	+	0.0065	—	0.0000	+	0.0065
17	+	0.0240	+	0.0000	+	0.0240
18	+	0.0589	—	0.0000	+	0.0589
19	+	0.0559	+	0.0000	+	0.0559

Coefficients de poids et de corrélation des coordonnées

x, y, z de l'image plastique

Unité: 1 mm si μ est exprimé en millimètres

N°		x_B		y_B		z_B		μ_x		μ_y		μ_z
1	—	8.14	—	3.09	+	287.87	+	18.56	+	1.92	+	37.28
2	+	39.87	—	7.12	+	292.17	+	25.93	+	2.23	+	39.59
3	+	62.49	—	26.90	+	294.03	+	30.43	+	4.37	+	41.82
4	+	47.31	—	96.57	+	287.28	+	28.35	+	14.58	+	40.96
5	+	52.18	—	174.17	+	285.81	+	30.90	+	28.66	+	43.35
6	—	42.28	—	184.54	+	264.48	+	14.46	+	25.14	+	35.01
7	—	140.44	—	189.28	+	260.77	+	1.71	+	28.09	+	40.32
8	—	153.11	—	149.16	+	278.79	+	0.26	+	23.55	+	45.44
9	—	182.56	—	136.01	+	276.13	+	5.45	+	22.92	+	48.45
10	—	192.36	—	108.53	+	270.75	+	7.28	+	18.66	+	48.21
11	—	189.76	—	4.55	+	267.08	+	6.68	+	3.06	+	46.60
12	—	194.00	+	73.07	+	278.44	+	7.78	+	11.47	+	50.96
13	—	81.64	+	130.59	+	274.96	+	9.13	+	15.80	+	35.94
14	—	28.50	+	159.27	+	271.31	+	14.45	+	18.35	+	31.87
15	+	52.25	+	155.39	+	269.97	+	24.33	+	20.09	+	32.24
16	+	43.40	+	119.80	+	277.51	+	23.83	+	15.72	+	33.93
17	+	41.95	+	72.23	+	292.75	+	25.32	+	10.23	+	38.32
18	+	45.07	+	47.94	+	298.03	+	26.55	+	7.21	+	40.25
19	—	0.94	+	46.23	+	296.19	+	19.67	+	6.35	+	38.69

Erreurs moyennes provenant de l'orientation relative

en centimètres Echelle 1 : 1

Etat I

	m_1		m_2		m_3		m_4		m_5
+	1.0	+	0.0	+	0.0	+	0.0	+	0.0

N°		$d\varkappa^c$		$d\varphi^c$		$d\omega^c$		dby		dbz
+ 1	+	0.44	+	0.00	+	0.00	—	0.00	+	0.00

$\underbrace{dby \quad dbz}_{\text{en } ^1/_{100}\text{ mm}}$

N°	P_i	pv_B	δx	δy	δz
+	1	— 0.0	+ 0.1	— 0.1	+ 0.1
+	2	+ 0.1	+ 0.2	+ 0.4	+ 0.3
+	3	+ 0.2	+ 0.8	+ 0.6	+ 1.1
+	4	+ 0.2	+ 2.6	— 0.8	+ 3.8
+	5	+ 0.2	+ 4.9	— 3.6	+ 6.9
+	6	— 0.2	+ 2.8	— 5.1	+ 6.7
+	7	— 0.6	+ 0.3	— 6.4	+ 6.8
+	8	— 0.6	— 0.0	— 4.7	+ 5.7
+	9	— 0.7	— 0.6	— 4.5	+ 5.1
+	10	— 0.7	— 0.6	— 3.6	+ 4.0
+	11	— 0.8	— 0.0	— 2.0	+ 0.1
+	12	— 0.7	+ 0.4	— 2.8	— 2.9
+	13	— 0.3	— 1.3	— 3.2	— 5.0
+	14	— 0.1	— 2.7	— 3.8	— 6.0
+	15	+ 0.2	— 4.4	— 2.8	— 5.8
+	16	+ 0.2	— 3.2	— 1.5	— 4.6
+	17	+ 0.2	— 1.9	— 0.3	— 2.9
+	18	+ 0.2	— 1.3	+ 0.2	— 2.0
+	19	— 0.0	— 1.0	— 0.3	— 1.9

$\left.\begin{array}{l}\delta x\\ \delta y\\ \delta z\end{array}\right\}$ Variation des coordonnées restituées
Echelle 1 : 1 Unité: 1 cm

Ces erreurs proviennent uniquement de la variation des éléments de l'orientation relative ($d\varkappa_B$, $d\varphi_B$, . . ., dbz_B)

pv_B = parallaxe verticale calculée dans le plan du cliché
Unité: $^1/_{100}$ mm

$+ \ 0.4 \quad = \quad \pm \mu_{pv} = \sqrt{\dfrac{[(pv)^2]}{n}}$ Unité: $^1/_{100}$ mm

	$(1+\lambda)$				$d\alpha^c$				Δz_{cm}		
+	0.100001480	+	1	+	0.283219937	+	0	—	0.612712220	—	9

	$\Delta\omega^c$		$\Delta\varphi^c$
+	0.8	+	0.0

	f_s cm		f_z cm
+	2.0	+	0.1

N°	P_i	v_{x_i}	v_{y_i}	v_{z_i}
+	1	+ 0.3	+ 1.7	+ 0.0
+	2	+ 0.2	+ 1.6	— 0.0
+	3	+ 0.4	+ 1.5	+ 0.0
+	4	+ 1.4	+ 0.7	+ 0.2
+	5	+ 2.6	— 1.9	+ 0.3
+	6	+ 0.8	— 2.1	— 0.2
+	7	— 1.4	— 2.0	— 0.2
+	8	— 1.1	— 0.3	+ 0.1
+	9	— 1.3	+ 0.3	+ 0.1
+	10	— 0.9	+ 1.1	+ 0.0
+	11	+ 1.0	+ 2.3	+ 0.1
+	12	+ 2.5	+ 1.2	— 0.0
+	13	+ 1.1	— 1.0	+ 0.0
+	14	— 0.2	— 2.4	+ 0.1
+	15	— 2.3	— 2.5	+ 0.2
+	16	— 1.6	— 1.0	— 0.0
+	17	— 0.9	+ 0.5	— 0.2
+	18	— 0.6	+ 1.0	— 0.2
+	19	— 0.1	+ 1.2	— 0.2

Erreurs résiduelles des coordonnées restituées après orientation absolue

$\left.\begin{array}{l}v_{x_i}\\ v_{y_i}\\ v_{z_i}\end{array}\right\}$ **en centimètres**
Echelle 1 : 1

Etat II

+	0.0	+	1.0	+	0.0	+	0.0	+	0.0

+ 2	+	0.00	+	1.05	—	0.00	—	0.00	+	0.00

+	1	— 0.0	— 13.5	+ 0.3	— 27.1
+	2	+ 0.0	— 18.6	+ 0.7	— 28.4
+	3	+ 0.0	— 21.5	+ 2.8	— 29.5
+	4	+ 0.1	— 19.2	+ 9.7	— 27.7
+	5	+ 0.3	— 19.7	+ 17.7	— 27.7
+	6	— 0.3	— 9.7	+ 15.7	— 23.6
+	7	— 1.0	— 1.2	+ 18.4	— 28.8
+	8	— 0.7	+ 0.2	+ 15.7	— 33.1
+	9	— 0.8	+ 4.0	+ 15.5	— 35.9
+	10	— 0.7	+ 5.4	+ 12.6	— 36.1
+	11	— 0.0	+ 5.0	+ 0.6	— 35.0
+	12	+ 0.5	+ 5.7	— 8.6	— 37.5
+	13	+ 0.4	— 6.8	— 11.7	— 26.7
+	14	+ 0.2	— 11.0	— 13.8	— 24.2
+	15	— 0.3	— 18.5	— 14.9	— 24.6
+	16	— 0.2	— 18.0	— 11.5	— 25.7
+	17	— 0.1	— 18.8	— 7.3	— 28.5
+	18	— 0.1	— 19.5	— 5.0	— 29.6
+	19	+ 0.0	— 14.5	— 4.5	— 28.6

+ 0.4

+	0.999670512	+	0	—	0.345718861	—	1	+	0.955831064	—	8

—	0.0	+	0.8
+	1.2	+	2.1

+	1	+ 0.0	— 0.2	+ 1.7
+	2	— 0.3	— 0.1	— 1.0
+	3	— 1.0	+ 0.1	— 2.7
+	4	— 0.1	+ 0.0	— 1.0
+	5	+ 0.0	+ 0.3	— 1.1
+	6	+ 0.7	— 2.8	+ 4.5
+	7	— 0.5	— 0.8	+ 2.6
+	8	— 0.4	+ 0.5	+ 0.4
+	9	+ 0.5	+ 1.5	— 1.5
+	10	+ 0.9	+ 1.4	— 1.9
+	11	+ 0.6	— 0.4	— 1.5
+	12	+ 0.7	— 1.8	— 2.8
+	13	— 0.8	+ 0.8	+ 3.3
+	14	+ 0.3	+ 1.7	+ 3.5
+	15	+ 0.7	+ 0.3	— 0.1
+	16	+ 0.4	+ 0.2	— 0.0
+	17	— 0.5	— 0.3	— 1.2
+	18	— 0.9	— 0.3	— 1.9
+	19	— 0.4	— 0.1	+ 0.7

Etat III

\+ 0.0 + 0.0 + 1.0 + 0.0 + 0.0

\+ 3 + 0.00 + 0.00 + 0.14 + 0.00 — 0.00

+	1	+	0.3	+	0.0	+	1.0	+ 0.0
+	2	+	0.3	—	0.0	+	1.0	— 0.0
+	3	+	0.3	—	0.1	+	1.0	— 0.1
+	4	+	0.4	—	0.1	+	1.2	— 0.2
+	5	+	0.5	—	0.3	+	1.6	— 0.4
+	6	+	0.5	+	0.1	+	1.1	+ 0.4
+	7	+	0.5	+	0.1	+	0.5	+ 1.2
+	8	+	0.4	—	0.0	+	0.7	+ 1.0
+	9	+	0.4	—	0.1	+	0.6	+ 1.1
+	10	+	0.4	—	0.1	+	0.7	+ 0.9
+	11	+	0.3	—	0.0	+	0.9	+ 0.0
+	12	+	0.4	+	0.1	+	0.8	— 0.6
+	13	+	0.4	—	0.1	+	0.9	— 0.5
+	14	+	0.5	—	0.1	+	1.1	— 0.2
+	15	+	0.5	+	0.3	+	1.4	+ 0.4
+	16	+	0.4	+	0.2	+	1.2	+ 0.2
+	17	+	0.4	+	0.1	+	1.1	+ 0.1
+	18	+	0.4	+	0.1	+	1.1	+ 0.1
+	19	+	0.4	—	0.0	+	1.0	— 0.0

\+ 0.4

\+ 0.100000171 + 1 + 0.128501801 — 1 — 0.612712220 — 10

\+ 0.0 — 0.0

\+ 0.3 + 0.4

+	1	—	0.0	—	0.0	—	0.1
+	2	—	0.0	—	0.1	—	0.1
+	3	—	0.1	—	0.0	—	0.1
+	4	—	0.2	+	0.2	—	0.4
+	5	—	0.4	+	0.6	—	0.8
+	6	+	0.0	+	0.2	—	0.2
+	7	—	0.0	—	0.4	+	0.5
+	8	—	0.0	—	0.2	+	0.4
+	9	—	0.1	—	0.2	+	0.5
+	10	—	0.1	—	0.2	+	0.3
+	11	+	0.1	—	0.0	—	0.4
+	12	+	0.2	—	0.1	—	0.9
+	13	—	0.0	—	0.1	—	0.4
+	14	+	0.0	+	0.0	—	0.0
+	15	+	0.3	+	0.3	+	0.7
+	16	+	0.2	+	0.1	+	0.5
+	17	+	0.1	—	0.0	+	0.3
+	18	+	0.1	—	0.0	+	0.2
+	19	+	0.0	—	0.0	—	0.0

Etat IV

\+ 0.0 + 0.0 + 0.0 + 1.0 + 0.0

\+ 4 + 0.00 + 0.00 + 0.00 + 0.76 — 0.00

+	1	—	0.4	—	0.0	—	1.1	— 0.0
+	2	—	0.4	+	0.0	—	1.1	+ 0.0
+	3	—	0.4	+	0.0	—	1.1	+ 0.0
+	4	—	0.4	+	0.0	—	1.1	+ 0.0
+	5	—	0.4	+	0.0	—	1.1	+ 0.0
+	6	—	0.4	—	0.0	—	1.1	— 0.0
+	7	—	0.4	—	0.0	—	1.1	— 0.0
+	8	—	0.4	+	0.0	—	1.1	— 0.0
+	9	—	0.4	+	0.0	—	1.1	— 0.0
+	10	—	0.4	+	0.0	—	1.1	— 0.0
+	11	—	0.4	+	0.0	—	1.1	— 0.0
+	12	—	0.4	+	0.0	—	1.1	— 0.0
+	13	—	0.4	—	0.0	—	1.1	— 0.0
+	14	—	0.4	—	0.0	—	1.1	— 0.0
+	15	—	0.4	+	0.0	—	1.1	+ 0.0
+	16	—	0.4	+	0.0	—	1.1	+ 0.0
+	17	—	0.4	+	0.0	—	1.1	+ 0.0
+	18	—	0.4	+	0.0	—	1.1	+ 0.0
+	19	—	0.4	—	0.0	—	1.1	— 0.0

\+ 0.4

\+ 0.100000004 + 1 — 0.689814479 — 4 + 0.287974744 — 11

\+ 0.0 — 0.0

\+ 0.0 + 0.0

+	1	—	0.0	—	0.0	—	0.0
+	2	—	0.0	—	0.0	—	0.0
+	3	—	0.0	—	0.0	—	0.0
+	4	—	0.0	—	0.0	—	0.0
+	5	—	0.0	—	0.0	+	0.0
+	6	+	0.0	—	0.0	+	0.0
+	7	+	0.0	—	0.0	+	0.0
+	8	+	0.0	—	0.0	—	0.0
+	9	+	0.0	+	0.0	—	0.0
+	10	+	0.0	+	0.0	—	0.0
+	11	+	0.0	+	0.0	+	0.0
+	12	+	0.0	+	0.0	—	0.0
+	13	+	0.0	+	0.0	+	0.0
+	14	—	0.0	+	0.0	+	0.0
+	15	—	0.0	+	0.0	+	0.0
+	16	—	0.0	+	0.0	+	0.0
+	17	—	0.0	—	0.0	—	0.0
+	18	—	0.0	—	0.0	—	0.0
+	19	—	0.0	+	0.0	—	0.0

Etat V

\+ 0.0 + 0.0 + 0.0 + 0.0 + 1.0

\+ 5 + 0.00 + 0.00 + 0.00 + 0.00 — 1.73

+	1	—	0.0	—	0.1	—	0.0	— 0.3
+	2	—	0.0	+	0.9	—	0.1	+ 1.4
+	3	—	0.1	+	1.6	—	0.4	+ 2.1
+	4	—	0.3	+	1.1	—	1.4	+ 1.6
+	5	—	0.6	+	1.3	—	2.7	+ 1.8
+	6	—	0.7	—	0.6	—	0.8	— 1.5
+	7	—	0.7	—	0.2	+	1.6	— 4.8
+	8	—	0.5	+	0.0	+	1.4	— 5.3
+	9	—	0.5	+	0.7	+	1.8	— 6.3
+	10	—	0.4	+	1.0	+	1.6	— 6.6
+	11	—	0.0	+	0.9	+	0.1	— 6.5
+	12	+	0.2	+	1.0	—	1.1	— 6.7
+	13	+	0.5	—	0.7	—	0.1	— 2.8
+	14	+	0.6	—	0.4	+	0.9	— 1.0
+	15	+	0.6	+	1.4	+	2.5	+ 1.8
+	16	+	0.4	+	1.0	+	1.8	+ 1.5
+	17	+	0.2	+	1.0	+	1.0	+ 1.4
+	18	+	0.1	+	1.0	+	0.7	+ 1.5
+	19	+	0.1	—	0.0	+	0.4	— 0.0

\+ 0.4

\+ 0.100000828 + 1 — 0.290070655 — 1 + 0.355373088 — 8

\+ 0.0 + 0.7

\+ 1.4 + 0.0

+	1	—	0.8	—	0.4	—	0.0
+	2	+	0.1	—	0.4	—	0.0
+	3	+	0.7	—	0.6	—	0.0
+	4	+	0.4	—	1.5	—	0.0
+	5	+	0.7	—	2.5	+	0.0
+	6	—	0.9	—	0.8	+	0.0
+	7	—	0.3	+	1.5	+	0.0
+	8	—	0.1	+	1.2	—	0.0
+	9	+	0.6	+	1.5	—	0.0
+	10	+	0.9	+	1.3	—	0.0
+	11	+	0.7	—	0.5	+	0.0
+	12	+	0.7	—	1.9	—	0.0
+	13	—	1.4	—	0.9	+	0.0
+	14	—	1.3	+	0.2	+	0.0
+	15	+	0.3	+	1.9	+	0.0
+	16	+	0.1	+	1.2	+	0.0
+	17	+	0.1	+	0.5	—	0.0
+	18	+	0.1	+	0.3	—	0.0
+	19	—	0.8	—	0.1	—	0.0

+ 1.0 + 1.0 + 0.0 + 0.0 + 0.0

+ 1 + 0.25 + 0.62 + 0.00 + 0.00 + 0.00

+ 1	— 0.0	— 7.9	+ 0.1	— 15.9
+ 2	+ 0.1	— 10.8	+ 0.7	— 16.5
+ 3	+ 0.2	— 12.2	+ 2.0	— 16.8
+ 4	+ 0.2	— 9.8	+ 5.3	— 14.2
+ 5	+ 0.3	— 8.8	+ 8.3	— 12.4
+ 6	— 0.3	— 4.1	+ 6.3	— 10.0
+ 7	— 0.9	— 0.6	+ 7.2	— 13.1
+ 8	— 0.8	+ 0.1	+ 6.6	— 16.3
+ 9	— 0.9	+ 2.0	+ 6.6	— 18.2
+ 10	— 0.8	+ 2.9	+ 5.4	— 19.0
+ 11	— 0.4	+ 2.9	— 0.8	— 20.6
+ 12	— 0.1	+ 3.6	— 6.6	— 23.7
+ 13	+ 0.0	— 4.7	— 8.7	— 18.6
+ 14	+ 0.0	— 8.0	— 10.3	— 17.6
+ 15	— 0.1	— 13.4	— 10.4	— 17.8
+ 16	— 0.0	— 12.4	— 7.7	— 17.7
+ 17	+ 0.0	— 12.2	— 4.5	— 18.4
+ 18	+ 0.1	— 12.2	— 2.8	— 18.6
+ 19	— 0.0	— 9.1	— 2.8	— 17.9

+ 0.4

+ 0.999814475 + 0 + 0.141019364 + 0 — 0.145580423 — 7

+ 0.4 + 0.5

+ 1.3 + 1.2

+ 1	+ 0.2	+ 0.8	+ 1.0
+ 2	— 0.1	+ 0.8	— 0.6
+ 3	— 0.3	+ 0.9	— 1.6
+ 4	+ 0.8	+ 0.4	— 0.5
+ 5	+ 1.5	— 0.9	— 0.5
+ 6	+ 0.8	— 2.8	+ 2.6
+ 7	— 1.1	— 1.6	+ 1.4
+ 8	— 0.9	+ 0.2	+ 0.3
+ 9	— 0.5	+ 1.1	— 0.8
+ 10	+ 0.0	+ 1.4	— 1.1
+ 11	+ 0.9	+ 1.0	— 0.8
+ 12	+ 1.9	— 0.4	— 1.7
+ 13	+ 0.2	— 0.1	+ 2.0
+ 14	+ 0.0	— 0.4	+ 2.1
+ 15	— 0.9	— 1.2	+ 0.0
+ 16	— 0.7	— 0.5	— 0.0
+ 17	— 0.8	+ 0.1	— 0.8
+ 18	— 0.8	+ 0.4	— 1.2
+ 19	— 0.3	+ 0.6	+ 0.3

N°	d^2_{xy}	d^2_{xz}	d^2_{yz}
1	+ 0.9690	— 0.0000	+ 0.9690
2	+ 0.8813	— 0.0000	+ 0.8813
3	+ 0.2620	— 0.0000	+ 0.2620
4	+ 0.0160	— 0.0000	+ 0.0160
5	+ 0.0058	+ 0.0000	+ 0.0058
6	+ 0.0046	+ 0.0000	+ 0.0046
7	+ 0.0065	+ 0.0000	+ 0.0065
8	+ 0.0054	+ 0.0000	+ 0.0054
9	+ 0.0074	— 0.0000	+ 0.0074
10	+ 0.0131	+ 0.0000	+ 0.0131
11	+ 0.7886	— 0.0000	+ 0.7886
12	+ 0.0524	— 0.0000	+ 0.0524
13	+ 0.0137	— 0.0000	+ 0.0137
14	+ 0.0121	+ 0.0000	+ 0.0121
15	+ 0.0054	+ 0.0000	+ 0.0054
16	+ 0.0065	— 0.0000	+ 0.0065
17	+ 0.0240	+ 0.0000	+ 0.0240
18	+ 0.0589	— 0.0000	+ 0.0589
19	+ 0.0559	+ 0.0000	+ 0.0559

Coefficients de dépendance
des coordonnées autographe

$d^2_{xy} = d^2_{yz}$
$d^2_{xz} = 0$

Coordonnées autographe
en millimètres

N°	x_B	y	z
1	— 8.14	— 3.09	+ 287.87
2	+ 39.87	— 7.12	+ 292.17
3	+ 62.49	— 26.90	+ 294.03
4	+ 47.31	— 96.57	+ 287.28
5	+ 52.18	— 174.17	+ 285.81
6	— 42.28	— 184.54	+ 264.48
7	— 140.44	— 189.28	+ 260.77
8	— 153.11	— 149.16	+ 278.79
9	— 182.56	— 136.01	+ 276.13
10	— 192.36	— 108.53	+ 270.75
11	— 189.76	— 4.55	+ 267.08
12	— 194.00	+ 73.07	+ 278.44
13	— 81.64	+ 130.59	+ 274.96
14	— 28.50	+ 159.27	+ 271.31
15	+ 52.25	+ 155.39	+ 269.97
16	+ 43.40	+ 119.80	+ 277.51
17	+ 41.95	+ 72.23	+ 292.75
18	+ 45.07	+ 47.94	+ 298.03
19	— 0.94	+ 46.23	+ 296.19

Erreurs moyennes des points restitués
Echelle 1 : 1
Unité: 1 cm

$\pm\mu_x$	$\pm\mu_y$	$\pm\mu_z$
+ 18.56	+ 1.92	+ 37.28
+ 25.93	+ 2.23	+ 39.59
+ 30.43	+ 4.37	+ 41.82
+ 28.35	+ 14.58	+ 40.96
+ 30.90	+ 28.66	+ 43.35
+ 14.46	+ 25.14	+ 35.01
+ 1.71	+ 28.09	+ 40.32
+ 0.26	+ 23.55	+ 45.44
+ 5.45	+ 22.92	+ 48.45
+ 7.28	+ 18.66	+ 48.21
+ 6.68	+ 3.06	+ 46.60
+ 7.78	+ 11.47	+ 50.96
+ 9.13	+ 15.80	+ 35.94
+ 14.45	+ 18.35	+ 31.87
+ 24.33	+ 20.09	+ 32.24
+ 23.83	+ 15.72	+ 33.93
+ 25.32	+ 10.23	+ 38.32
+ 26.55	+ 7.21	+ 40.25
+ 19.67	+ 6.35	+ 38.69

Ces erreurs ne proviennent que de
l'orientation relative

(A suivre)