

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 60 (1962)

**Heft:** 6

**Artikel:** Les calculs géodésique basés sur des éléments initiaux non exempts s'erreurs

**Autor:** Ansermet, A.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-217688>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 06.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Les calculs géodésiques basés sur des éléments initiaux non exempts d'erreurs

par A. Ansermet

Le problème assez complexe qui fait l'objet de ces lignes n'est pas nouveau en triangulation, mais il fut traité jusqu'ici de façon assez fragmentaire; les développements qui suivent porteront surtout sur des réseaux télémétrés dont l'importance ne cesse de croître en géodésie moderne. Le sujet est vaste et peut donner lieu, si on l'aborde sous une forme purement analytique, à des systèmes de formules qui ne seront guère appréciées en pratique. Des simplifications substantielles sont réalisables en procédant, d'une part, à des calculs semi-graphiques et, d'autre part, en dissociant l'élément « échelle » lors du tracé d'ellipses d'erreur; provisoirement on peut admettre une valeur arbitraire pour l'erreur moyenne quadratique  $m_0$  relative à l'unité de poids. A l'échelle près ces courbes sont connues.

Des applications feront mieux comprendre ce qui précède: Considérons un point nouveau  $P$  déterminé par des mesures linéaires à partir de points  $P_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ). A la base du calcul on a le système connu (voir [3], [4]) où les  $dx, dy$  sont des variations

$$-f_i + v_i = a_i dx + b_i dy \quad (\text{poids } p_i) \quad a_i^2 + b_i^2 = 1. \quad (1)$$

Si les points  $P_i$  ne sont pas exempts d'erreur, mais qu'on connaisse leurs ellipses d'erreur ([1], p. 123), le calcul usuel est en défaut. Formulons l'hypothèse suivante: L'ordre de grandeur des erreurs aux points  $P_i$  permet de conserver pratiquement les coefficients  $a_i, b_i$  sans les corriger. Il sera nécessaire, par contre, de modifier les poids  $p_i$ ; mais ici le calcul est assez facile, car la loi de Gauss sera applicable ([1], p. 123).

Admettons, pour rendre plus clair le raisonnement, qu'un des côtés  $PP_1$  soit parallèle à l'axe des  $x$ ; au poids  $p_1$  correspond l'erreur moyenne  $\pm m_1$  tandis que l'ellipse d'erreur est inscrite dans le rectangle  $\pm m_x$  et  $\pm m_y$ . Ici c'est  $m_x$  qui joue un rôle, et la loi connue de propagation est applicable:

$$m_1^2 + m_x^2 = M_1^2 \quad \text{ou aussi} \quad \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_x} = \frac{1}{p_1'}, \quad (2)$$

les  $p_1'$  étant les poids tenant compte des ellipses d'erreur.

Exemple:  $m_x^2 = 0,5 m_1^2$   $M_1^2 = 1,5 m_1^2$  ou, en fonction des poids:

$$p_x = 2 p_1 \quad \frac{1}{p_1'} = \frac{3}{2 p_1} \quad p_1' = \frac{2}{3} p_1$$

On poursuivra le calcul par voie semi-graphique en traçant des tangentes aux ellipses d'erreur aux points  $P_i$  mais respectivement normales aux différents côtés  $PP_i$ . C'est comme si l'on faisait subir une rotation aux axes de coordonnées en réalisant successivement le parallélisme de l'axe des  $x$  avec chacun des côtés  $PP_i$ .

*Applications.* Admettons les valeurs suivantes:

$i =$	$a_i =$	$b_i =$	$p_i =$	$p_i' =$
1	+0.8	+0.6	1	0.8
2	+0.141	+0.99	1,2	0.9
3	-0.6	+0.8	1	0.8
4	-0.99	+0.141	1,2	0.9

On voit immédiatement que l'ellipse d'erreur au point nouveau  $P$  est circulaire pour les poids  $p_i$  de même que pour les  $p_i'$ .

*Détermination d'une paire de points nouveaux  $P$  et  $P'$*

Le nombre des inconnues est égal à 4; ce sont les accroissements que doivent subir les coordonnées provisoires. Il y a 7 points fixes, chacun étant le centre d'une ellipse d'erreur; perpendiculairement à chaque côté  $PP_1, PP_2 \dots P'P_7$ , on trace une paire de tangentes à la courbe respective, ce qui fournit les éléments pour le calcul des  $p_i'$  d'après (2). L'équation initiale est:

$$-f_i + v_i = a_i dx + b_i dy + c_i dx' + d_i dy' \quad (\text{poids } p_i) \quad (3)$$

$$a_i^2 + b_i^2 = 1 \quad c_i^2 + d_i^2 = 1 \quad (\text{voir [3], [4]})$$

Côtés	$a_i$	$b_i$	$c_i$	$d_i$	$p_i$	$p_i'$
$PP_1$	+0,259	+0,966	0	0		1,25
$PP_2$	+0,866	+0,500	0	0		1,40
$PP_3$	+0,966	-0,259	0	0		1,25
$PP_4$	+0,500	-0,866	0	0		1,40
$PP'$	+ 1	0	- 1	0	1	1
$P'P_5$	0	0	+0,643	+0,766		1,2
$P'P_6$	0	0	+0,342	-0,940		1,2
$P'P_7$	0	0	-0,985	+0,174		1,2

Les  $p_i$  ne sont pas indiqués. Pour  $i = 5$  seulement on a:  $p_5 = p_5' = 1$  par hypothèse.

On a ensuite les matrices inverses: celle des équations normales et celle aux coefficients de poids:

$$\begin{bmatrix} 3,65 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2,65 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2,80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,80 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} +0,304 & 0 & +0,109 & 0 \\ 0 & 0,377 & 0 & 0 \\ +0,109 & 0 & 0,397 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,556 \end{bmatrix}$$

Le seul élément non diagonal +0,109 exprime la corrélation liant  $dx$  et  $dx'$ . Les axes de symétrie des ellipses d'erreur en  $P$  et  $P'$  sont parallèles aux axes de coordonnées, et leurs longueurs sont proportionnelles à  $\sqrt{0,304}$  et  $\sqrt{0,377}$ , respectivement  $\sqrt{0,397}$  et  $\sqrt{0,556}$ . L'axe des  $x$  est parallèle à  $PP'$ . On pourrait sans difficulté traiter le cas où il y a plus de 2 points nouveaux.

### Point nouveau spatial

La détermination télémétrique du point  $P$  est fondée sur l'équation:

$$-f_i + v_i = a_i dx + b_i dy + c_i dz \quad (\text{poids } p_i) \quad a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 = 1 \quad (4)$$

Le terme absolu est encore  $f_i$ , tandis que les trois inconnues sont des accroissements s'ajoutant aux coordonnées provisoires. Les points fixes  $P_i$  sont les centres d'ellipsoïdes d'erreur qui doivent être connus. Pour le calcul des poids  $p_i'$  tenant compte de ces ellipsoïdes, on raisonne comme précédemment: Amenons par rotation l'axe des  $x$ , par exemple, à être parallèle à  $PP_1$ . Un calcul connu donne les erreurs moyennes  $\pm m_x$ ,  $\pm m_y$ ,  $\pm m_z$ , qui définissent trois paires de plans parallèles mutuellement et enveloppant l'ellipsoïde de centre  $P_1$ . Ces valeurs  $\pm m_x$  sont mesurées à partir de  $P_1$  et de part et d'autre de ce point sur le côté  $PP_1$ ; les relations (2) sont applicables, ce qui fournit  $p_1'$  en fonction de  $p_1$  et  $p_x$ .

Si  $PP_1$  n'était pas parallèle à l'axe des  $x$ , le calcul serait un peu moins simple; dans une récente publication (voir [5]), ce problème est traité. Au lieu de  $m_x$  on a un rayon vecteur de la surface podaire par rapport au centre de l'ellipsoïde. Ce rayon est parallèle à  $PP_1$ . Ici on ne peut pas procéder, comme dans le plan, par voie semi-graphique.

### Relèvement basé sur des mesures angulaires (combinaisons binaires)

Il a paru opportun de ne pas considérer uniquement des mesures linéaires; considérons toujours un point nouveau  $P$  à partir duquel on a mesuré 4 points  $P_1 P_2 P_3 P_4$  par la méthode connue des combinaisons binaires (6 angles). Chacun de ces 4 points est caractérisé par une ellipse d'erreur permettant le calcul des  $p_i'$  ( $i = 1, 2 \dots 6$ ). La loi de Gauss sera appliquée à trois éléments et non à deux; ainsi pour l'angle  $P_1 PP_2$  il faut tenir compte de l'erreur moyenne sur l'angle lui-même et combiner cette valeur avec celles déduites des ellipses d'erreur en  $P_1$  et  $P_2$ . Supposons que l'axe des  $x$  soit parallèle à  $PP_1$  d'où les erreurs moyennes  $\pm m_x$  et  $\pm m_y$ , mais ici ce n'est plus  $m_x$  qui intervient, c'est  $\pm m_y$ :

$$\pm \frac{m_y}{PP_1} \rho'' = \pm m_1''$$

En d'autres termes, en télémétrie, ce sont les écarts longitudinaux révélés par les ellipses d'erreur qui sont déterminants; en triangulation, ce sont les écarts transversaux par rapport aux  $PP_i$  et une conversion en secondes s'impose. Admettons, pour simplifier, que les 4 valeurs  $m_1''$ ,  $m_2''$ ,  $m_3''$ ,  $m_4''$  sont égales; si les  $p_i$  sont aussi égaux, il en sera de même des  $p_i'$ .

Pour une meilleure compréhension considérons un exemple à 4 directions (série), ce qui équivaut à 6 angles par la méthode des *combinaisons binaires*; on forme deux à deux les différences des  $a_i$  et  $b_i$

	$a_i =$	$b_i =$	Angles	$a_i' =$	$b_i' =$
$PP_1$	+0,8	+0,6	$P_1 PP_2$	+1,4	-0,2
$PP_2$	-0,6	+0,8	$P_1 PP_3$	+1,4	+1,4
$PP_3$	-0,6	-0,8	$P_1 PP_4$	0	+1,2
$PP_4$	+0,8	-0,6	$P_2 PP_3$	0	+1,6
Longueur des côtés = 206 265 cm			$P_2 PP_4$	-1,4	+1,4
			$P_3 PP_4$	-1,4	-0,2

$$[a' b'] = 0, \quad [a' a'] = 7,84, \quad [b' b'] = 8,0$$

Les  $p_i'$  sont égaux, et *a posteriori* on a les  $(p_i)$ ;  $-f_i + v_i = a_i' dx + b_i' dy$  ( $i = 1, 2 \dots 6$ ).

Un calcul connu donne:

$$[p_i' : (p_i)] = 0,255 + 0,495 + 0,18 + 0,32 + 0,495 + 0,255 = 2,00$$

(2 inconnues)

La formule de la *translation de la tangente* fournit des paires de tangentes parallèles, par exemple:

$$\pm \frac{PP_1 \times PP_2}{P_1 P_2} \frac{m_0''}{\rho''} \sqrt{0,255} \quad (5)$$

L'ellipse d'erreur en  $P$  est presque circulaire mais l'échelle dépend de  $m_0$ .

#### *Cas d'une erreur en un seul point fixe*

En pratique ce cas se présente; le calculateur, en formant les termes absolus  $f_i$ , soupçonne l'existence d'une erreur sans pouvoir la localiser. Considérons l'équation

$$-f_i + v_i = a_i dx + b_i dy \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (p_i = 1).$$

Une solution connue consiste à traiter cette compensation comme moyenne arithmétique générale:

$$dx = \frac{p_1 dx_{12} + p_2 dx_{13} + p_3 dx_{23} + p_4 dx_{14} + p_5 dx_{24} + p_6 dx_{34}}{[p]} \quad (6)$$

et de même pour  $dy$ ; les quatre équations furent combinées deux à deux, les  $v$  respectifs étant nuls ([2], p. 327-29, [4]).

$$p_1 = \left| \begin{array}{cc} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{array} \right|^2, \quad p_2 = \left| \begin{array}{cc} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_3 \end{array} \right|^2 \quad \dots \quad p_6 = \left| \begin{array}{cc} a_3 & b_3 \\ a_4 & b_4 \end{array} \right|^2$$

$$i = \quad a_i = \quad b_i =$$

Exemple:	1	+0,8	+0,6
	2	+0,141	+0,99
	3	-0,6	+0,8
	4	-0,99	+0,141

$$p_1 = p_3 = p_4 = p_6 = 0,5 \quad p_2 = p_5 = 1$$

Le calculateur constate que le groupe constitué par les trois premiers termes de (6) donne lieu à une meilleure concordance que le groupe des trois derniers; c'est donc sur le point  $P_4$  que les soupçons doivent se porter. Il y a encore d'autres solutions à envisager.

Dans les lignes qui précèdent certains aspects seulement de ce vaste problème furent traités, en considérant surtout les exigences de la pratique.

#### *Littérature*

- [1] *F. Ackerl*, «Die Fehlerellipse des Neupunktes beim Rückwärtseinschnitt aus fehlerhaften Punkten» (Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, 1949, N° 5).
- [2] *E. Czuber*, «Theorie der Beobachtungsfehler» (Teubner).
- [3] *W. Grossmann*, «Grundzüge der Ausgleichsrechnung» (Springer-Verlag).
- [4] *S. Wellisch*, «Ausgleichsrechnung II» (Wien, Fromme).
- [5] *A. Ansermet*, «Sur l'application de la théorie de l'équivalence» (Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, 1960, N° 3).

## **Vergleich von Beobachtungsergebnissen einer Maulwurf- und Normaldrainage im Versuchsfeld Therwil**

*Von Prof. E. Ramser, Zürich*

### *Einleitung*

Über die Verwendung des Maulwurfpfluges und des Untergrundlockerers zur Entwässerung bindiger Böden und zur Behebung von Verdichtungshorizonten wurde vom Schreibenden bereits in den nachstehenden Publikationen berichtet:

- «Unsere bisherigen Versuchsergebnisse bei Maulwurfdrainagen» («Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik», Nr. 10, 1953).
- «Untersuchungen bindiger Böden auf Grund ihres Wasserhaltevermögens und Folgerungen für die Entwässerungspraxis» («Schweizerisches Baublatt», Nr. 41, 1954).
- «Die zweckmäßige Lösung problematischer Fragen in der Entwässerung bindiger Böden» («Schweizerische Bauzeitung», Nr. 42, 1955).

Neben kleineren Versuchsanlagen von Maulwurf- oder Moledrainagen in den Jahren 1948/49 wurde dieses Entwässerungsverfahren bei uns erstmals 1952 auf einer größeren Fläche von rund 11 ha in der Gemeinde Therwil (Baselland) angewendet, nachdem die dortige Meliorationsgenossenschaft einen «Dekkerpflug» aus Holland beschafft hatte.

Gestützt auf Artikel 16, Alinea 2, unseres Landwirtschaftsgesetzes vom 30. Oktober 1951, machte der Chef des Eidgenössischen Meliorationsamtes den Vorschlag, hier ein Versuchsfeld durch das Kulturtechnische Institut der ETH zu installieren, um die Auswirkungen einer Mole- drainage gleichzeitig mit denjenigen einer Normaldrainage innerhalb des-