

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 60 (1962)

Heft: 6

Artikel: Die geodätischen Probleme der künstlichen Satelliten (Satellitengeodäsie) [Fortsetzung und Schluss]

Autor: Ledersteger, K.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-217687>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 28.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie

Revue technique Suisse des Mensurations, du Génie rural et de Photogrammétrie

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungs-
wesen und Kulturtechnik; Schweiz. Kulturingenieurverein;
Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Editeur: Société suisse des Mensurations et Amélio-
rations foncières; Société suisse des ingénieurs du
Génie rural; Société suisse de Photogrammétrie

Nr. 6 · LX. Jahrgang

Erscheint monatlich

15. Juni 1962

Die geodätischen Probleme der künstlichen Satelliten (Satellitengeodäsie)

Von K. Ledersteger, Wien

(Fortsetzung und Schluß)

i) Der innere Aufbau der Erde

Das wesentlichste physikalische Ergebnis der künstlichen Satelliten ist die einwandfreie Bestimmung der statischen Abplattung, welche erst eine hypothesenfreie Berechnung des hydrostatischen Normalsphäroides der Erde gestattet. Eine der wichtigsten Aufgaben der künftigen geodätischen Satelliten wird es sein, die Genauigkeit in der Bestimmung von J_2 , J_3 und J_4 zu steigern. Dann können J_3 und die Differenz des empirischen und theoretischen Wertes von J_4 zur Deutung der Anomalien des irdischen Gravitationsfeldes herangezogen werden. Weil die Näherung 4.0. für das Normalsphäroid, die mit (35) vorliegt, gänzlich unabhängig von der Parameterzahl ist, gestattet sie die Anwendung auf verschiedene Modelle, deren Berechnung natürlich nichts mehr mit der Satellitengeodäsie zu tun hat, umgekehrt aber die hohe Bedeutung einer exakten empirischen Bestimmung der statischen und dynamischen Abplattung unterstreicht. Daher seien ganz kurz einige Bemerkungen zu den bisherigen Berechnungen mehrparametrischer hydrostatischer Gleichgewichtsfiguren gemacht.

Nachdem sich das einparametrische Modell als unzureichend erwiesen hatte, kam ein dreiparametrisches Modell in Frage, bestehend aus einer homogenen Wasserhülle und einer darunterliegenden einparametrischen Festerde. Da der Ozean eigentlich nur eine dünne Haut darstellt, war es von vornherein klar, daß dadurch die Diskrepanz zwischen statischer und dynamischer Abplattung nicht beseitigt werden kann. Wäre aber die Festerde tatsächlich einparametrisch, so würde die Aufgabe eine interessante Umkehrung gestatten. Wir nehmen an, es läge keine einzige Echolotung vor, so daß wir keine Ahnung von der mittleren Tiefe der

Lithosphäre hätten. Dann könnten wir für die Tiefe des Ozeans eine Reihe äquidistanter Werte wählen, den Einfluß des Ozeans auf die Trägheitsmomente abziehen und die einparametrische Festerde aus $[E', \omega, R', J_2']$ oder aus $[E', \omega, R', H']$ oder schließlich aus $[E', R', J_2', H']$ berechnen. Zu jeder dieser Figuren ergäbe sich beziehungsweise ein Wert für H' , J_2' oder ω , und man fände durch Interpolation mit dem richtigen Wert jedes dieser drei Parameter die mittlere Meerestiefe mit der erstaunlichen Genauigkeit von etwa 0,5 m. Im Falle der dreiparametrischen Erde könnte also aus rein astronomischen Daten, nämlich aus der statischen und der dynamischen Abplattung, die mittlere Meerestiefe ohne eine einzige Echolotung ermittelt werden¹¹.

Das nächste Modell ist bereits sechsparametrisch, bestehend aus einem homogenen Weltmeer der Tiefe 2456 m, einem heterogenen Mantel und ebensolchem Kern, wobei die Tiefe der Kernoberfläche entsprechend dem seismischen Befund in 2900 km angenommen wird. Nach Abhebung des Meeres verbleibt eine vierparametrische Erde, zu deren eindeutigen Bestimmung neben der Masse E' sechs Bestimmungsstücke erforderlich wären. Gegeben sind aber nur 4 Stücke, nämlich ω, J_2', R' und der Äquatorradius der Kernoberfläche $R'' = R - 2900$ km. Man erhält demnach ∞^2 Lösungen, deren Bereich durch drei Figurenreihen begrenzt ist: eine lineare Reihe mit homogenem Kern, eine lineare Reihe mit homogenem Mantel und eine Reihe mit verschwindendem Dichtesprung an der Kernoberfläche. Die Grenzfigur mit homogenem Kern und verschwindendem Dichtesprung hat innerhalb der Gesamtheit aller Lösungen das minimale Trägheitsmoment C , welches sehr nahe identisch ist mit dem Wert der tatsächlichen Erde. Mithin scheint das Normalsphäroid der Erde relativ zu den gegebenen Daten durch einen minimalen Drehimpuls, gleichzeitig aber auch durch einen homogenen Kern der Dichte 8,8 ausgezeichnet zu sein. Noch merkwürdiger wird das Ergebnis, wenn man unter Festhaltung der drei übrigen Bestimmungsstücke den Kernradius variiert; es scheint dann, daß das Normalsphäroid überdies durch einen minimalen Kernradius charakterisiert ist. Freilich läßt sich gegen das Ergebnis einwenden, daß das zugrunde gelegte Modell noch nicht genügt. Die Durchrechnung eines achtparametrischen Modells ist daher in Aussicht genommen. Jedenfalls aber darf schon jetzt geschlossen werden, daß sich aus den rein astronomischen Daten der dynamischen und der statischen Abplattung die Möglichkeit einer mechanischen Kontrolle der seismischen Forschungsergebnisse ergibt oder daß die künstlichen Satelliten unsere Kenntnis vom Aufbau des Erdinneren wesentlich vertiefen können¹².

¹¹ K. Ledersteger, «Das Normalsphäroid der Erde als zweiteilige Gleichgewichtsfigur und die mittlere Tiefe der Lithosphäre», Sitzungsberichte der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Wien 1961, Bd. 169, S. 225–239.

¹² K. Ledersteger, «Der physikalische Zusammenhang zwischen der statischen Abplattung und dem inneren Aufbau der Erde auf der hypothetischen Grundlage einer sechsparametrischen Gleichgewichtsfigur», *Geofisica pura e applicata*, Vol. 51, 1962, S. 1–27.

j) Die geozentrischen Koordinaten der Beobachtungsstationen

Da es noch keinen geodätischen Satelliten gibt, sei hier nur noch die Schaffung eines Systems geozentrischer Polarkoordinaten rein theoretisch erörtert, ein Problem, das bereits Markowitz¹³ ausführlich behandelt hat, noch bevor der erste Sputnik gestartet wurde. Denn das Problem ist im Grunde dasselbe, wie es bei den geodätischen Methoden der Mondparallaxe auftritt. Wir wählen ein mit dem Erdkörper fest verbun-

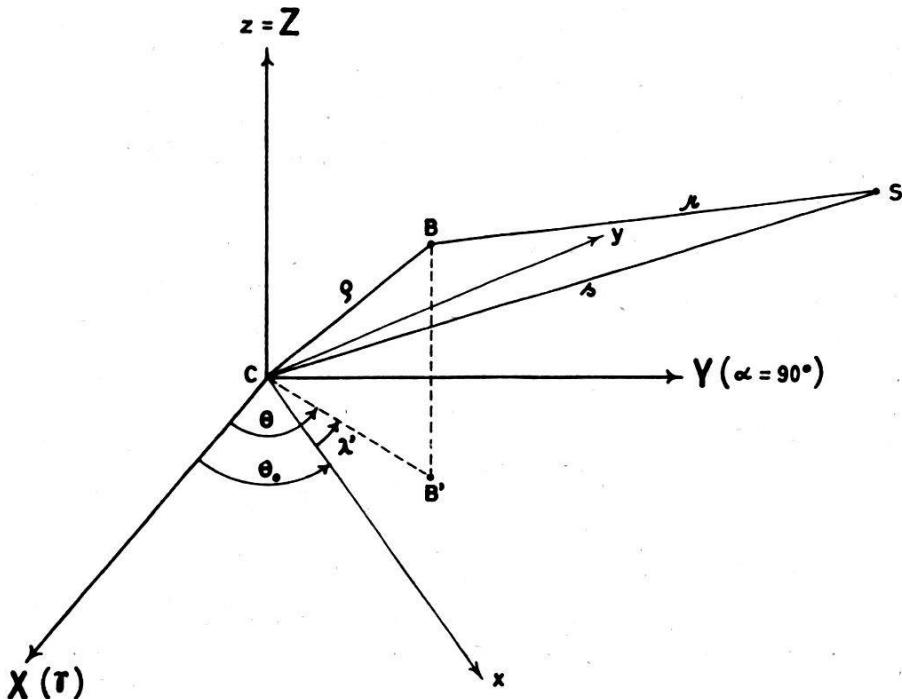


Fig. 4

denes positives Koordinatensystem x, y, z , dessen Ursprung im Erdschwerpunkt liegt und dessen z -Achse mit der Rotationsachse zusammenfällt und nach Nord weist. Die xz -Ebene legen wir parallel zur astronomischen Meridianebene von Greenwich. Die x -Achse hat also die geozentrische Länge $\lambda' = 0$, während die y -Achse nach der östlichen Länge $\lambda' = 90^\circ$ weist. Sind ρ, φ' und λ' die geozentrischen Polarkoordinaten der Beobachtungsstation B, so gilt (Figur 4):

$$\begin{aligned} x_0 &= \rho \cos \varphi' \cos \lambda' \\ y_0 &= \rho \cos \varphi' \sin \lambda' \\ z_0 &= \rho \sin \varphi' \end{aligned} \quad (46)$$

Sodann wählen wir ein geozentrisches Äquatorsystem, dessen X -Achse nach dem Frühlingspunkt und dessen Y -Achse nach der Rektaszension $\alpha = 90^\circ$ weist. In diesem Koordinatensystem ist Θ die Rekt-

¹³ Wm. Markowitz, «Geocentric Coordinates from Lunar and Satellite Observations», vorgelegt der 11. Generalversammlung der UGGI, Toronto, August 1957.

aszenion des geozentrischen Zenits von B oder der Stundenwinkel des Frühlingspunktes bezüglich des geozentrischen Meridians von B; wegen der absoluten Lotabweichung ist Θ etwas verschieden von der Orts-Sternzeit der Station B. Bezeichnet noch Θ_0 die augenblickliche Rektaszension des geozentrischen Nullmeridians, also die Sternzeit in Greenwich, so gilt $\Theta = \Theta_0 + \lambda'$ und daher:

$$\begin{aligned} X_1 &= \rho \cos \varphi' \cos \Theta = x_0 \cos \Theta_0 - y_0 \sin \Theta_0 \\ Y_1 &= \rho \cos \varphi' \sin \Theta = x_0 \sin \Theta_0 + y_0 \cos \Theta_0 \\ Z_1 &= \rho \sin \varphi' = z_0 \end{aligned} \quad (47)$$

Sind ferner s , α und δ (= Deklination) die geozentrischen Äquatorkoordinaten des künstlichen Satelliten und analog r , α' und δ' seine topozentrischen, scheinbaren Koordinaten bezüglich B, so gilt:

$$\begin{aligned} X_2 &= s \cos \delta \cos \alpha; \quad X_2 - X_1 = r \cos \delta' \cos \alpha' \\ Y_2 &= s \cos \delta \sin \alpha \quad Y_2 - Y_1 = r \cos \delta' \sin \alpha' \\ Z_2 &= s \sin \delta \quad Z_2 - Z_1 = r \sin \delta' \end{aligned} \quad (48)$$

Hieraus kann man bilden:

$$(X_2 - X_1) \sin \alpha' - (Y_2 - Y_1) \cos \alpha' = 0 = s \cos \delta \sin (\alpha' - \alpha) - x_0 \sin (\alpha' - \Theta_0) + y_0 \cos (\alpha' - \Theta_0) \quad (49)$$

und ähnlich:

$$\begin{aligned} (X_2 - X_1) \cos \alpha' + (Y_2 - Y_1) \sin \alpha' - (Z_2 - Z_1) \cotg \delta' &= 0 = \\ &= s \cos \delta \cos (\alpha' - \alpha) - s \sin \delta \cotg \delta' - x_0 \cos (\alpha' - \Theta_0) - \\ &- y_0 \sin (\alpha' - \Theta_0) + z_0 \cotg \delta'. \end{aligned} \quad (50)$$

Jede Beobachtung des Satelliten liefert zwei solche Gleichungen mit den drei Unbekannten x_0 , y_0 , z_0 , zu deren eindeutiger Bestimmung mindestens zwei Beobachtungen erforderlich sind. Die beobachtete Uhrzeit kann mittels der Zeitzeichen leicht über die Weltzeit in Sternzeit Greenwich ausgedrückt werden. Die scheinbaren Äquatorkoordinaten α' und δ' des Satelliten ergeben sich aus den photographischen Aufnahmen mit Hilfe der Vergleichssterne, deren scheinbare Koordinaten selbstverständlich unabhängig sind von der täglichen Parallaxe. Die geozentrischen Koordinaten des Satelliten werden aus einer Ephemeride interpoliert, die auf Grund einer möglichst exakten Bahnberechnung berechnet werden kann. Weil aber die Berechnung der Bahnelemente selbst wieder bereits aufs Geozentrum reduzierte Beobachtungen voraussetzt, wozu die Erddimensionen bekannt sein müssen, wird das gewonnene System der rechtwinkligen Stationskoordinaten über die Radienvektoren s mit einem Maßstabfehler behaftet sein.

Berechnet man mittels (46) die polaren geozentrischen Koordinaten aller Beobachtungspunkte, so können die Radienvektoren ρ mittels der Meereshöhen, wofür natürlich die Helmert-Höhen vollkommen ausreichen, auf das Meeresniveau reduziert werden, und man findet so die Gestalt, nicht aber die wahre Größe des Geoides. Rein geometrisch

könnte man dann durch die so gewonnenen kontinentalen Geoidteile ein bestanschließendes Ellipsoid legen und dessen Äquatorachse zwecks Bestimmung des Maßstabfehlers der Achse jenes «Erdellipsoids» gegenüberstellen, welches aus sämtlichen kontinentalen Lotabweichungssystemen abgeleitet werden kann.

Korrekter dürfte aber der physikalische Weg sein. Man berechnet mit einem möglichst guten Näherungswert für die Äquatorachse – etwa $a = 6378260$ m – wie oben die Abplattung des Normalsphäroides und legt diese einer «absoluten Lotabweichungsausgleichung¹⁴» zugrunde, welche über die Geoidundulationen die Verbesserung der Achse und damit das mittlere Erdellipsoid liefert. Werden die geozentrischen Radienvektoren der Stationen noch wegen der Geoidundulationen reduziert, so kann durch sie ein Ellipsoid der gegebenen Abplattung gelegt werden, und die Abweichung des Achsenwertes von der Achse des mittleren Erdellipsoides liefert schließlich den Maßstabfehler.

Das oben skizzierte Verfahren zur Ableitung der geozentrischen Stationskoordinaten ist ebenso wie die geodätischen Methoden der Mondparallaxe unabhängig von der Lotrichtung. Wird diese astronomisch festgestellt, so gewinnt man unmittelbar die absoluten Lotabweichungen. Man sieht also, daß es sich im Grunde um dasselbe parallaktische Universalverfahren handelt, dessen Lösung während des Geophysikalischen Jahres durch Beobachtungen mit der Mondkamera von Markowitz auf 20 gut über die ganze Erde verteilten Stationen angestrebt wurde. Doch ist bei den künstlichen Satelliten natürlich eine Genauigkeitssteigerung zu erwarten. Da mit der Schaffung eines Systems geozentrischer Koordinaten auch gleichzeitig die geodätische Verbindung der durch die Weltmeere getrennten Kontinente geliefert wird, brauchen wir dieses übrigens von der Hochzieltriangulation her wohlbekannte Spezialproblem nicht gesondert behandeln.

Berichtigung

Auf Seite 62 ist infolge Unklarheit im Manuskript ein bedauerlicher Fehler unterlaufen. Richtig muß es heißen:

$$|r'| - r = \frac{r}{y^2 - 1} \quad (5)$$

für die Achse 2a und in weiterer Folge für den Abstand des Hyperbelmittelpunktes vom Erdzentrum C:

$$ea = \frac{|r'| + r}{2} = \frac{r}{2} \frac{2y^2 - 1}{y^2 - 1}. \quad (6)$$

¹⁴ K. Ledersteger, «Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoids und der absoluten Lage der Landestriangulationen», Sonderheft 12 der Österreichischen Zeitschrift für Vermessung, Wien 1951.