

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 59 (1961)

**Heft:** 5

**Artikel:** Druckverlustberechnung mit Hilfe der Formel von Prandtl-Colebrook

**Autor:** Trüeb, E.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-216895>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Druckverlustberechnung mit Hilfe der Formel von Prandtl-Colebrook<sup>1</sup>

Von Dipl.-Ing. E. Trüeb, Winterthur

## Zusammenfassung

Durch eine Kombination der bekannten allgemein gültigen Formeln für den Reibungsbeiwert  $\lambda$  nach Prandtl und Nikuradse für hydraulisch glatte Rohre einerseits und hydraulisch rauhe Rohre andererseits ist es Colebrook gelungen, auch für den Übergangsbereich zwischen hydraulisch glatt und hydraulisch rau eine stetig verlaufende Funktion des Reibungsbeiwertes  $\lambda$  zu finden. Da die Strömungsvorgänge in der Praxis häufig in diesem Übergangsbereich liegen, ist die Anwendung der Formel von Prandtl-Colebrook von einiger Bedeutung. Zur Erleichterung der Handhabung dieser Formel wird in Diagrammform eine sogenannte  $\lambda$ -Harfe dargestellt. Ferner werden Diagramme beigegeben, welche die Anpassung der  $k_{St}$ -Werte nach Strickler an die theoretisch einwandfreien Reibungsbeiwerte nach Prandtl-Colebrook ermöglichen. Anschließend an die Diskussion der Formel von Strickler werden einige Zahlenwerte zur Erleichterung der numerischen Durchführung der Druckverlustberechnung mit Hilfe der Formel von Strickler gegeben.

## 1. Grundlagen

Die von Darcy [1] um die Mitte des letzten Jahrhunderts entwickelte Formel zur Berechnung des Reibungsverlustes in turbulent durchströmten Rohrleitungen

$$\boxed{\Delta P = \lambda \frac{l}{D} \gamma \frac{v^2}{2g}} \quad (1) \quad \text{oder} \quad \boxed{\Delta z_e = \lambda \frac{lv^2}{D 2g}} \quad (2)$$

ist für alle Strömungsmedien und praktisch vorkommenden Temperaturbereiche gültig, indem die für die verschiedenen Strömungsmedien maßgebenden Beiwerte implizite im Reibungskoeffizienten  $\lambda$  enthalten sind.

Dabei bedeuten:

|              |  |     |   |
|--------------|--|-----|---|
| $\Delta P$   | Reibungsverlust in t/m <sup>2</sup>                              | $l$ | Rohrlänge in m                                  |
| $\Delta z_e$ | Reibungsverlust in m   | $D$ | Rohrdurchmesser in m                            |
| $\lambda$    | dimensionsloser Reibungsbeiwert                                  | $v$ | mittlere Strömungs-<br>geschwindigkeit in m/sec |
| $\gamma$     | spezifisches Gewicht des<br>Strömungsmediums in t/m <sup>3</sup> | $g$ | Erdbeschleunigung in m/sec <sup>2</sup>         |

<sup>1</sup> Mitteilung Nr. 2 der Technischen Kommission der Sektion Zürich-Schaffhausen des SVVK.

Durch die umfangreichen Versuche von Prandtl [2], [3], Nikuradse [4] und anderen Forschern ist es gelungen, auf mathematisch-physikalischem Wege einen Ansatz zur Bestimmung des Reibungsbeiwertes zu begründen. Allerdings zeigte es sich, daß die von Nikuradse verwendete künstliche, gleichförmige «Sandrauhigkeit» der Rohrwandung nicht durchwegs den in der Praxis auftretenden Verhältnissen entspricht. Wie die Erfahrung lehrt, handelt es sich bei der «natürlichen Rauigkeit» handelsüblicher Rohre um eine ungleichmäßige Rauigkeit. Außerdem liegen die in der Praxis auftretenden Strömungsverhältnisse zur Hauptsache im Übergangsbereich zwischen glatt und rau. Diese Lücke hat Colebrook [5] geschlossen, mit der Formel (5), welche für den turbulenten Bereich allgemein gültig ist und stetig vom Übergangsbereich sowohl in den glatten als auch in den rauhen Bereich übergeht. Dabei handelt es sich um eine Kombination der bereits früher bekannten Formeln für den glatten Bereich (3)

$$1/\sqrt{\lambda} = 2 \log \frac{Re \sqrt{\lambda}}{2,51} = 2 \log Re \sqrt{\lambda} - 0,8 \quad (3)$$

und für den rauhen Bereich (4)

$$1/\sqrt{\lambda} = 2 \log \frac{3,71}{k/D} = -2 \log k/D + 1,14 \quad (4)$$

die er in der Form

$$1/\sqrt{\lambda} = -2 \log \left( \frac{k/D}{3,71} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (5)$$

miteinander verbindet.

Für den Übergang zum rauhen Bereich gilt

$$1/\sqrt{\lambda} = \frac{Re \cdot k}{200 D} \quad \text{beziehungsweise} \quad Re \sqrt{\lambda} \cdot k/D = 200. \quad (5a)$$

Der Übergang von der laminaren zur turbulenten Strömung erfolgt bei  $Re = 2320$ . Voll ausgebildete Turbulenz wird jedoch in der Regel erst bei  $Re = 6000$  bis  $10000$  erreicht. Im üblichen technischen Anwendungsbereich besteht – abgesehen von Rohren sehr kleiner Nennweite – immer voll ausgebildete Turbulenz.

In den Formeln (3) bis (5) bedeuten:

- $\lambda$  dimensionsloser Reibungsbeiwert       $D$  Rohrdurchmesser in m  
 $Re$  Reynoldssche Zahl       $\nu$  kinematische Zähigkeit des  
(dimensionslos)  $Re = \frac{v D}{\nu}$       Strömungsmediums in  $\text{m}^2/\text{sec}$   
 $v$  mittlere Strömungs-       $k$  absolute Rauigkeit in m  
geschwindigkeit in  $\text{m}/\text{sec}$

Damit dürfte die Theorie der Berechnung des Reibungsverlustes von Rohrleitungen einen gewissen Abschluß gefunden haben. Nachdem am 2. Internationalen Wasserversorgungskongreß 1952 in Paris beschlossen wurde, die bisherigen empirischen Druckverlustformeln zu verlassen und fortan nur noch die Formel von Prandtl-Colebrook zu verwenden, dürfte dieses Verfahren auch eine vermehrte Anwendung erlangen. Allerdings ist die Ermittlung des Reibungsbeiwertes  $\lambda$  nach der Formel (5) etwas umständlich. Die implizite Form dieser Formel erfordert in der Regel eine Iterationsrechnung, wobei sich gerne Rechenfehler einschleichen. Wir haben es deshalb übernommen, für verschiedene relative Rauigkeiten  $k/D$  in Tafel I eine sogenannte  $\lambda$ -Harfe zu berechnen, wie sie bereits früher von Kirschmer [6] und Wiederhold [7] in kleinerem Maßstabe und von Richter [8] in etwas anderer Form dargestellt wurde.

Dazu ist allerdings zu bemerken, daß sich die Werte für die relative Rauigkeit  $k/D$  einer Rohrleitung nicht durch Ausmessen ermitteln lassen, eben weil es sich dabei in der Regel um eine ungleichmäßige Rauigkeit handelt. Nach Wierz [9] und Tonn [10] und [11] lassen sich die relativen Rauigkeiten im Vergleich mit einem Eichrohr durch Ähnlichkeitsbetrachtungen im rauen Bereich ermitteln.

Wie man aus Tafel I leicht feststellen kann, ist der Einfluß der relativen Rauigkeit  $k/D$  auf die  $\lambda$ -Werte im üblichen technischen Anwendungsbereich nicht sehr bedeutend. Dazu sind in Tabelle 1 einige Beispiele aufgeführt.

Tabelle 1. Einfluß von  $k/D$  auf die  $\lambda$ -Werte

| $v = 0,50 \text{ m/sec}$ |                                   |                                   |                       | $v = 2,00 \text{ m/sec}$ |                                   |                                   |                       |
|--------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------|
| $D$<br>mm                | $k_1 =$<br>0,25 mm<br>$\lambda_1$ | $k_2 =$<br>0,50 mm<br>$\lambda_2$ | $\lambda_2/\lambda_1$ | $D$<br>mm                | $k_1 =$<br>0,25 mm<br>$\lambda_1$ | $k_2 =$<br>0,50 mm<br>$\lambda_2$ | $\lambda_2/\lambda_1$ |
| 100                      | 0,0283                            | 0,0327                            | 1,16                  | 100                      | 0,0258                            | 0,0310                            | 1,20                  |
| 250                      | 0,0223                            | 0,0251                            | 1,13                  | 200                      | 0,0204                            | 0,0239                            | 1,17                  |
| 500                      | 0,0189                            | 0,0211                            | 1,12                  | 500                      | 0,0173                            | 0,0200                            | 1,16                  |
| 1000                     | 0,0163                            | 0,0179                            | 1,10                  | 1000                     | 0,0149                            | 0,0170                            | 1,14                  |



Für die damit untersuchten Verhältnisse beträgt bei einer Fehlschätzung der relativen Rauigkeit von 100 % die Abweichung des  $\lambda$ -Wertes und damit auch des Reibungsverlustes  $\Delta z_e$  maximal 20 %. Vergewärtigt man sich die übrigen Unsicherheiten, welche bei der Druckverlustberechnung auftreten, wie Unsicherheit in der Annahme des tatsächlichen Durchmessers gegenüber der Nennweite usw., so darf für die Bedürfnisse der Praxis mit guter Annäherung mit den in Tabelle 2 enthaltenen Angaben für die absolute Rauigkeit  $k$  gerechnet werden, welche den Arbeiten von Kirschmer [6], Wiederhold [7] und Richter [8] und den Druckverlusttafeln des DVGW [12] entnommen wurden.

*Tabelle 2. Absolute Rauigkeiten  $k$  für verschiedene Rohrarten*

| Werkstoff<br>und Rohrart                               | Zustand   | $k$ in mm                     |
|--|---|-------------------------------|
| gezogene Rohre:<br>Kupfer, Messing<br>Glas, Kunststoff | technisch glatt   | 0,00135–0,00152               |
| nahtlose<br>Stahlrohre                                 | neu ungebeizt<br>handelsüblich verzinkt                                 | 0,04–0,06<br>0,10–0,16        |
| geschweißte<br>Stahlrohre                              | neu<br>neu bituminiert<br>mäßig angerostet und<br>leicht verkrustet     | 0,04–0,10<br>~ 0,05<br>~ 0,40 |
| Ferngasleitung   | 20 Jahre in Betrieb, feste<br>Ablagerung in blättriger Form             | ~ 1,1                         |
| Stadtgasleitung  | 25 Jahre in Betrieb,<br>unregelmäßige Teer- und<br>Naphthalinablagerung | ~ 2,4                         |
| Gußeisenrohre  | neu bituminiert<br>angerostet<br>verkrustet                             | 0,125<br>1,0–1,5<br>1,5–3,0   |
| Schleuderguß<br>Asbestzement                           | isoliert<br>unisoliert<br>isoliert                                      | 0,05<br>0,025–0,10<br>glatt   |
| Holzrohre  |   | 0,20–1,0                      |
| Spannbetonrohre  | Bonna und Socoman   | ~ 0,25                        |
| Betonrohre   | mit Glattstrich<br>roh  | 0,3–0,8<br>1,0–3,0            |

Um die Anwendung der Formel von Prandtl-Colebrook zu erleichtern, ist in Tabelle 3 ein Beispiel einer  $\lambda$ -Wertberechnung wiedergegeben.

Tabelle 3.  $\lambda$ -Wertberechnung für  $D = 0,10$  m,  $k = 0,1$  mm,  
 $k/D = 10^{-3}$ ,  $\nu = 51,8 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/sec (Heizöl)

$$1/\sqrt{\lambda} = -2 \log \left( \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,71 D} \right) \quad \frac{k}{3,71 D} \sim 26,9 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Abkürzung: } \Sigma = \left( \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,71 D} \right)$$

| $v$<br>m/s | $Re = \frac{vD}{\nu}$ | $\lambda_g$ | $\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda_g}}$ | $\Sigma$         | $1/\Sigma$         | $\log 1/\Sigma$ | $2 \log 1/\Sigma$ | $\lambda_1$<br>1. Nähe-<br>rung | $\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda_1}}$ | $\Sigma$         | $\log 1/\Sigma$ | $2 \log 1/\Sigma$ | $\lambda$ |
|------------|-----------------------|-------------|------------------------------------|------------------|--------------------|-----------------|-------------------|---------------------------------|------------------------------------|------------------|-----------------|-------------------|-----------|
|            |                       |             | 10 <sup>-5</sup>                   | 10 <sup>-5</sup> |                    |                 |                   |                                 | 10 <sup>-5</sup>                   | 10 <sup>-5</sup> |                 |                   |           |
| 2,00       | $3,86 \cdot 10^3$     | 0,0410      | 321,0                              | 347,9            | $2,880 \cdot 10^2$ | 2,459           | 4,918             | 0,0414                          | 319,8                              | 346,7            | 2,460           | 4,920             | 0,0413    |
| 3,00       | $5,79 \cdot 10^3$     | 0,0375      | 223,8                              | 250,7            |                    | 2,601           | 5,202             | 0,0369                          | 225,7                              | 252,6            | 2,598           | 5,196             | 0,0371    |
| 5,00       | $9,65 \cdot 10^3$     | 0,0325      | 144,3                              | 171,2            |                    | 2,7665          | 5,533             | 0,0327                          | 143,8                              | 170,7            | 2,768           | 5,536             | 0,0327    |
| 10,00      | $1,93 \cdot 10^4$     | 0,0282      | 77,4                               | 104,3            |                    | 2,982           | 5,964             | 0,0281                          | 77,5                               | 104,4            | 2,981           | 5,962             | 0,0281    |
| 20,00      | $3,86 \cdot 10^4$     | 0,0252      | 41,0                               | 67,9             |                    | 3,168           | 6,336             | 0,0250                          | 41,1                               | 68,0             | 3,168           | 6,336             | 0,0250    |
| 30,00      | $5,79 \cdot 10^4$     | 0,0238      | 28,1                               | 55,0             |                    | 3,260           | 6,520             | 0,0235                          | 28,3                               | 55,2             | 3,258           | 6,516             | 0,0236    |
| 50,00      | $9,65 \cdot 10^4$     | 0,0223      | 17,4                               | 44,3             |                    | 3,353           | 6,706             | 0,0222                          | 17,5                               | 44,4             | 3,353           | 6,706             | 0,0222    |

$\lambda_g$  geschätzt gemäß Tafel I.

Dabei ist zu berücksichtigen, daß die vorliegende Rechnung mit dem 50-cm-Rechenschieber durchgeführt wurde. Seine Rechengenauigkeit genügt für diesen Zweck vollauf. Es lohnt sich aber, alle Vorteile, welche der Schieber bietet, voll auszunützen. So kann zum Beispiel die Ablesung  $1/\Sigma$  übergangen und direkt  $\log 1/\Sigma$  auf dem Schieber abgelesen werden. Das Zwischenresultat wird nur einmal zur Festlegung der Kennziffer benötigt. Aus Tabelle 3 geht die gute Konvergenz der Näherungsberechnung hervor. Wenn aus der  $\lambda$ -Harfe der Tafel I Näherungswerte herausgelesen werden, genügt in der Regel bereits die erste Näherung für die Bedürfnisse der Praxis.

Um die Herleitung der Reynoldsschen Zahlen zur Handhabung der Tafel I zu erleichtern, wurden in Abbildung 1 die  $Re$ -Werte für reines Wasser von 10° C ( $\nu_{10^\circ} = 1,31 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/sec) für verschiedene Rohrdurchmesser  $D$  in Funktion der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  aufgetragen.

Zur Verdeutlichung des Einflusses der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  wurden für den üblichen technischen Anwendungsbereich in Tafel II die  $\lambda$ -Werte als Funktion der Geschwindigkeit für eine konstante kinematische Zähigkeit  $\nu_{10^\circ} = 1,31 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/sec (Wasser bei 10° C) mit dem Rohrdurchmesser  $D$  als Parameter für verschiedene absolute Rauigkeiten  $k$  dargestellt. Wie aus der Formel (5) hervorgeht, ist der Einfluß der Strömungsgeschwindigkeit für eine absolute Rauigkeit  $k = 1,00$  mm bereits von untergeordneter Bedeutung. In diesem Bereich überwiegt in

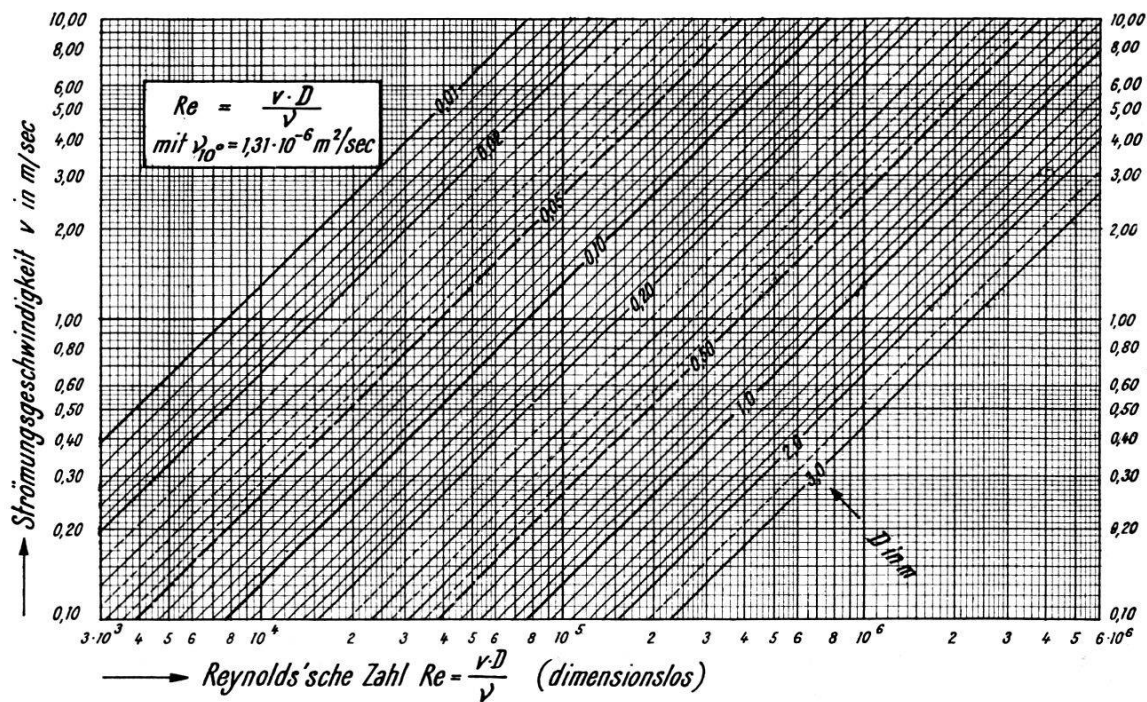


Abb. 1. Reynoldssche Zahlen  $Re$  in Funktion der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  mit dem Rohrdurchmesser  $D$  als Parameter

Formel (5) bereits der Einfluß des Terms  $\frac{k/D}{3,71}$  für Rohre mit rauhem Charakter, welcher von der Reynoldszahl  $Re$  und damit von der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  unabhängig ist.

## 2. Diskussion der empirischen Potenzformeln, insbesondere der Formel von Strickler

Wenn das allgemein gültige Verfahren zur Berechnung des Reibungsverlustes von Rohrleitungen nach Prandtl-Colebrook in der Praxis kaum Eingang gefunden hat, so dürfte der Grund dafür hauptsächlich darin zu suchen sein, daß die empirischen Potenzformeln wesentlich einfacher zu handhaben sind und eine explizite Lösung ermöglichen. Dabei müssen selbstverständlich gewisse Vereinfachungen in Kauf genommen werden, die nur näherungsweise gültig sind. Solange bei der Berechnung von weitverzeigten Leitungsnetzen auf die Verwendung von elektronischen Rechenautomaten verzichtet werden soll, ist die Einführung von der Durchflußmenge unabhängiger Rohrleitungsbeiwerte geradezu Voraussetzung, wenn die numerische Durchführung der ohnehin langwierigen Iterationsrechnung nicht noch weiter kompliziert werden soll. Diese Vereinfachung ist angesichts der Unsicherheiten hinsichtlich der Zuschläge für Krümmer, Formstücke und Armaturen und unter Beachtung der ohnehin nur schätzungsweise möglichen Annahme der Verbrauchsverteilung bestimmt zulässig. Um so bedeutungsvoller wird aber unter diesen Umständen eine möglichst zuverlässige Einführung der Rohrleitungs-

beiwerte. Dazu ist die Kenntnis der Gültigkeitsgrenzen der Potenzformeln Voraussetzung. Wir folgen bei diesen Untersuchungen im wesentlichen den Betrachtungen, die Kirschmer in [6] niedergelegt hat.

Die gebräuchlichen Potenzformeln lassen sich auf die Form

$$v = CR^\varphi J^\psi \quad (6) \quad \text{zurückführen, wobei} \\ R = D/4 \text{ den hydraulischen Radius bedeutet,}$$

mit  $\varphi = 0,5$  und  $\psi = 0,5$  entspricht Formel (6) der bekannten Formel von Chézy

$$v = C \sqrt{RJ}, \quad (7)$$

mit  $\varphi = 2/3$  und  $\psi = 0,5$  entspricht Formel (6) der Formel von Strickler

$$v = CR^{2/3} J^{1/2}. \quad (8)$$

Für hydraulisch glatte Rohre gilt nach Gleichung (3)

$$1/\sqrt{\lambda} = 2 \log \frac{Re \sqrt{\lambda}}{2,51} = 2 \log Re + 2 \log \sqrt{\lambda} - 0,8, \quad (3a)$$

in Potenzform kann geschrieben werden

$$1/\sqrt{\lambda} = A Re^n \quad (9)$$

wobei  $n$  zu ermitteln ist. Wird Gleichung (9) logarithmiert, so folgt

$$\log 1/\sqrt{\lambda} = \log A + n \log Re; \quad (10)$$

man erhält die Gleichung einer Geraden mit der Neigung  $n$ . Für  $n$  gilt die Bestimmungsgleichung

$$n = \frac{d \log 1/\sqrt{\lambda}}{d \log Re}. \quad (11)$$

Wird Gleichung (3a) logarithmiert, so folgt

$$\log 1/\sqrt{\lambda} = \log (2 \log Re + 2 \log \sqrt{\lambda} - 0,8) \quad (12)$$

mit den Substitutionen  $x = \log Re$  und  $y = \log 1/\sqrt{\lambda}$ ,

folgt  $F(x, y) = 0 = y - \log (2x - 2y - 0,8)$ ,

und mit  $\frac{dF(x, y)}{dx} = - \frac{\partial F / \partial x}{\partial F / \partial y}$  folgt

$$n = \frac{2 \cdot \frac{2,3(2x - 2y - 0,8)}{-2}}{1 - \frac{2,3(2x - 2y - 0,8)}{-2}} = \frac{2}{2 + 2,3(2x - 2y - 0,8)};$$

wird nach Gleichung (12)  $(2x - 2y - 0,8) = 1/\sqrt{\lambda}$  eingesetzt,

so folgt  $n = \frac{2}{2 + 2,3 \cdot 1/\sqrt{\lambda}}$   $n = \frac{1}{1 + \frac{1,15}{\sqrt{\lambda}}}$  (13)

Zur Ermittlung der Exponenten  $\varphi$  und  $\psi$  der Potenzformel  $v = CR^\varphi J^\psi$  lassen sich die folgenden Betrachtungen anstellen:

Aus Gleichung (2) folgt mit  $\frac{\Delta z_e}{l} = J$   $v = \sqrt{2g} D^{0,5} J^{0,5} \lambda^{-0,5}$ ; (2a)

wird Gleichung (9)  $1/\sqrt{\lambda} = ARe^n = AD^n v^n \nu^{-n}$  in Gleichung (2a)

eingesetzt, so folgt  $v = (2gA^2 \nu^{-2n})^{0,5} D^{0,5+n} J^{0,5} \nu^n$

oder  $v = (2gA^2 \nu^{-2n})^{\frac{1}{2-2n}} D^{\frac{2n+1}{2-2n}} J^{\frac{1}{2-2n}}$ ;

daraus erfolgt  $\varphi = \frac{2n+1}{2-2n}$  (14) und  $\psi = \frac{1}{2-2n}$ . (15)

Eliminiert man  $n$  aus den Gleichungen (14) und (15), so erhält man

$$\varphi = 3\psi - 1. \quad (16)$$

In Tabelle 3 sind die  $\varphi$ - und  $\psi$ -Werte für verschiedene Reynoldssche Zahlen nach den Gleichungen (13) bis (16) berechnet.

*Tabelle 3. Reibungsbeiwerte  $\lambda$  und Exponenten  $n$ ,  $\varphi$  und  $\psi$  für glatte Rohre in Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl  $Re$*

| $Re$            | $10^4$  | $10^5$  | $10^6$  | $10^7$  | $10^8$  | $\infty$ |
|-----------------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| $\lambda$ glatt | 0,03089 | 0,01800 | 0,01165 | 0,00810 | 0,00594 | 0        |
| $n$             | 0,133   | 0,1045  | 0,0858  | 0,0726  | 0,0628  | 0        |
| $\varphi$       | 0,7295  | 0,674   | 0,641   | 0,617   | 0,601   | 0,5      |
| $\psi$          | 0,5765  | 0,558   | 0,547   | 0,539   | 0,534   | 0,5      |

Es zeigt sich somit, daß die Formel von Chézy für glatte Rohre und sehr hohe Reynoldssche Zahlen zutrifft, während die Formel von Strickler für glatte Rohre im ganzen Bereich relativ starke Abweichungen aufweist.

Analog kann für hydraulisch rauhe Rohre nach Gleichung (4) geschrieben werden

$$1/\sqrt{\lambda} = A (k/D)^n. \quad (17)$$

Wird auch diese Gleichung logarithmiert, so folgt

$$\log 1/\sqrt{\lambda} = \log A + n \log (k/D). \quad (17a)$$

Die Bestimmungsgleichung für die Neigung  $n$  dieser Geraden lautet

$$n = \frac{d \log 1/\sqrt{\lambda}}{d \log k/D}; \quad (18)$$

andererseits lautet die logarithmierte Gleichung (4)

$$\log 1/\sqrt{\lambda} = \log (-2 \log k/D + 1,14) \quad (4a)$$

mit den Substitutionen  $x = \log k/D$  und  $y = \log 1/\sqrt{\lambda}$ , folgt

$$F(x, y) = 0 = y - \log (1,14 - 2x)$$

mit  $\frac{dF(x, y)}{dx} = -\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}$ , folgt  $n = \frac{-2}{2,3 (1,14 - 2x)}$ .

Da nach Gleichung (4a)  $(1,14 - 2x) = 1/\sqrt{\lambda}$ , folgt

$$n = -\frac{\sqrt{\lambda}}{1,15}, \quad \boxed{n = -0,87 \sqrt{\lambda}}. \quad (19)$$

Wird Gleichung (17) in Gleichung (2a) eingesetzt, so folgt

$$v = \sqrt{2g} A D^{0,5} J^{0,5} \frac{k^n}{D^n} = \sqrt{2g} A k^n D^{(0,5-n)} J^{0,5}; \quad (20)$$

während  $\psi = 0,5$  für den ganzen Bereich konstant bleibt,

gilt  $\boxed{\varphi = 0,5 - n}. \quad (21)$

Mit Hilfe der Gleichungen (19) und (21) läßt sich für die in Tabelle 4 aufgeführten  $\lambda$ -Werte die folgende Zuordnung der  $n$ - und  $\varphi$ -Werte herleiten:

*Tabelle 4. Zuordnung von Reibungsbeiwert  $\lambda$  und Exponenten  $n$  und  $\varphi$  für hydraulisch rauhe Rohre.*

|           |        |        |        |        |        |        |         |        |        |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|
| $\lambda$ | 0,01   | 0,02   | 0,025  | 0,03   | 0,0368 | 0,04   | 0,05    | 0,06   | 0,07   |
| $n$       | -0,087 | -0,123 | -0,137 | -0,151 | -0,167 | -0,174 | -0,1945 | -0,213 | -0,230 |
| $\varphi$ | 0,587  | 0,623  | 0,637  | 0,651  | 0,667  | 0,674  | 0,6945  | 0,713  | 0,730  |



Daraus geht hervor, daß die Formel von Strickler nur für hydraulisch raue Rohre und nur im Bereich etwa  $0,025 < \lambda < 0,050$  eine brauchbare Näherungslösung darstellt. In Tabelle 5 sind für Rohrnennweiten von 0,10 m bis 2,50 m durch den schraffierten Linienzug die absoluten und relativen reziproken Rauigkeiten eingetragen, für welche die  $\lambda$ -Werte innerhalb des Bereiches  $0,025 < \lambda < 0,050$  liegen. Aus Gleichung (4)

$$1/\sqrt{\lambda} = 2 \log \frac{3,71}{k/D} = -2 \log D/k + 1,14 \quad (4)$$

folgt für  $\lambda = 0,025$  beziehungsweise  $\lambda = 0,050$

$$D/k \sim 389 \text{ beziehungsweise } \sim 46,2$$

oder näherungsweise  $k/D \sim 2,5 \cdot 10^{-3}$  beziehungsweise  $k/D \sim 2 \cdot 10^{-2}$

Tabelle 5. Reziproke relative Rauigkeiten  $D/k$ .

| $D$ in m  |      |      |      |        |        |
|-----------|------|------|------|--------|--------|
| $k$ in mm | 0,10 | 0,25 | 0,50 | 1,00   | 2,00   |
| 0,1       | 1000 | 2500 | 5000 | 10 000 | 20 000 |
| 0,25      | 400  | 1000 | 2000 | 4 000  | 8 000  |
| 0,5       | 200  | 500  | 1000 | 2 000  | 4 000  |
| 1,0       | 100  | 250  | 500  | 1 000  | 2 000  |
| 2,0       | 50   | 125  | 250  | 500    | 1 000  |
| 5,0       | 20   | 50   | 100  | 200    | 400    |

Daraus wird ersichtlich, daß die Formel von Strickler nur für einen relativ engen Bereich mit hinreichender Genauigkeit erfüllt ist.

Um sich leicht eine Vorstellung von der Genauigkeit dieser Formel im betreffenden Bereich machen zu können, wurden in der Abbildung 2 die relativen Abweichungen gegenüber den korrekten Werten für  $\lambda = 0,025$  und  $\lambda = 0,05$  dargestellt, wobei die relativen Abweichungen  $\Delta$  folgendermaßen definiert wurden:

$$\Delta v \text{ beziehungsweise } \Delta Q = \frac{v_{St} - v_{\lambda}}{v_{\lambda}} \text{ beziehungsweise } \frac{Q_{St} - Q_{\lambda}}{Q_{\lambda}}$$

und 
$$\Delta \Delta z_e = \frac{\Delta z_{eSt} - \Delta z_{e\lambda}}{\Delta z_{e\lambda}}$$

Dabei beziehen sich die Indizes  $St$  auf die Näherungswerte nach Strickler und die Indizes  $\lambda$  auf die korrekten Werte für  $\lambda = 0,025$  beziehungsweise  $\lambda = 0,05$ .



In dieser Hinsicht sind zwei Fälle zu unterscheiden:

Im Kanalisationsfach werden in der Regel für ein gegebenes Gefälle und einen bestimmten Rohrdurchmesser die  $v$ - beziehungsweise  $Q$ -Werte gesucht.

Mit 
$$v = CR^\varphi J^{0,5} = C (D/4)^\varphi J^{0,5} \quad (22)$$

folgt für die relative Abweichung von  $v$

$$\Delta v = \frac{(D/4)^{\varphi_{St}} - (D/4)^{\varphi_\lambda}}{(D/4)^{\varphi_\lambda}} = \frac{D^{\varphi_{St} - \varphi_\lambda}}{4^{\varphi_{St} - \varphi_\lambda}} - 1. \quad (23)$$

Diese Relation gilt auch für die relative Abweichung von  $Q$ , da  $Q = vF$ , wobei  $F$  fehlerfrei ist.

Im Wasserversorgungsfach wird dagegen in der Regel bei gegebener Durchflußmenge  $Q$  und gegebenem Rohrdurchmesser  $D$  nach dem Druckverlust  $\Delta z_e$  gefragt.

Aus Gleichung (22) 
$$v = C (D/4)^\varphi J^{0,5}$$

folgt 
$$\Delta z_e = \frac{v^2 l}{C^2 (D/4)^{2\varphi}} = \frac{Q^2 l}{C^2 F^2 (D/4)^{2\varphi}}; \quad (24)$$

daraus folgt für die relative Abweichung von  $\Delta z_e$

$$\Delta \Delta z_e = \frac{\frac{1}{(D/4)^{2\varphi_{St}}} - \frac{1}{(D/4)^{2\varphi_\lambda}}}{\frac{1}{(D/4)^{2\varphi_\lambda}}} = \frac{(D/4)^{2\varphi_\lambda}}{(D/4)^{2\varphi_{St}}} - 1 = \frac{D^{2(\varphi_\lambda - \varphi_{St})}}{4^{2(\varphi_\lambda - \varphi_{St})}} - 1 \quad (25)$$

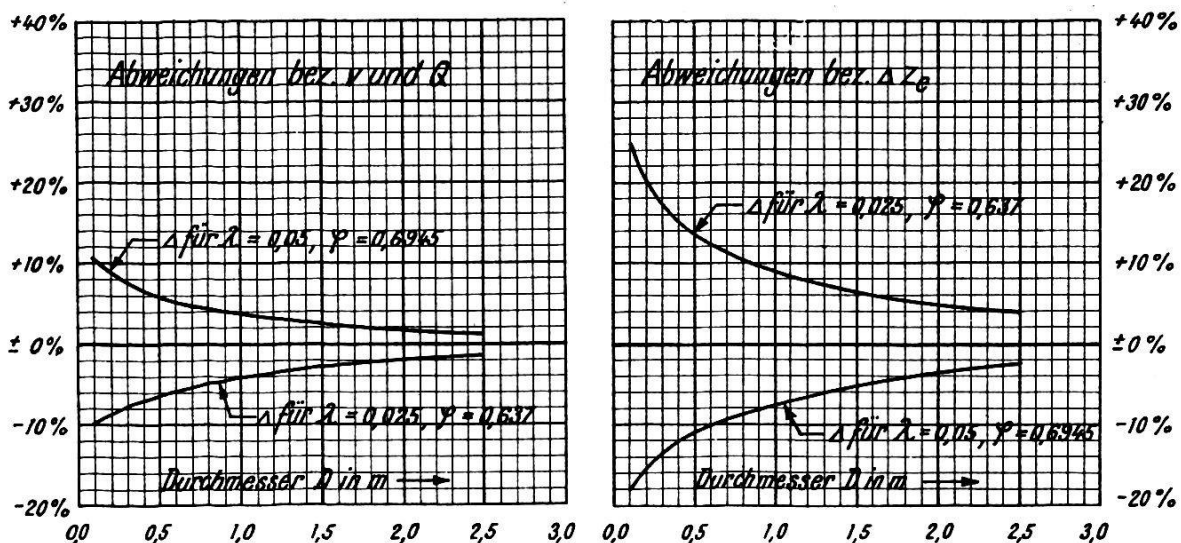


Abb. 2

Aus diesen Abbildungen erhellt, daß die Formel von Strickler im Bereich  $0,025 < \lambda < 0,050$  für das Kanalisationsfach unter Berücksichtigung der übrigen Unsicherheiten mit hinreichender Genauigkeit erfüllt ist, während bei der im Wasserfach üblichen Druckverlustberechnung besonders für Rohre  $D < 1,00$  m doch schon ganz beträchtliche Abweichungen resultieren.

Nun gibt es aber einen Ausweg, die uns lieb gewordene Formel von Strickler uns doch für einen breiteren Bereich nutzbar zu machen. Wesentlich ist dabei, daß die quadratische Abhängigkeit von  $Q$  bei der Druckverlustberechnung erhalten bleibt.

Vergleicht man die Formel von Strickler

$$v = k_{St} (D/4)^{2/3} J^{0,5} \quad (26)$$

mit der allgemein gültigen Druckverlustformel

$$v = \sqrt{\frac{2g}{\lambda}} D^{0,5} J^{0,5}, \quad (27)$$

so folgt

$$k_{St} = (4/D)^{1/6} \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \quad (28)$$

beziehungsweise

$$k_{St} = R^{-1/6} \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}, \quad (28a)$$

wobei  $k_{St}$  den Glättekoeffizienten ( $k_{St}$ -Wert) nach Strickler bedeutet.

In Tafel III sind diese  $k_{St}$ -Werte nach der Formel von Prandtl-Colebrook berechnet für reines Wasser und eine Temperatur von  $10^\circ \text{C}$  ( $\nu_{10^\circ} = 1,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$ ) als Funktion der Geschwindigkeit  $v$  für verschiedene absolute Rauigkeiten  $k$  mit dem Rohrdurchmesser  $D$  als Parameter dargestellt. Analog sind in Tafel IV die  $k_{St}$ -Werte für die absoluten Rauigkeiten  $k$  von 0,10–1,00 mm als Funktion des Rohrdurchmessers  $D$  mit der Geschwindigkeit  $v$  als Parameter dargestellt. Ferner wurden in der Tafel V als obere Grenzwerte die  $k_{St}$ -Werte für reines Wasser mit einer Temperatur von  $10^\circ \text{C}$  für hydraulisch glatte Rohre als Funktion des Durchmessers  $D$  mit der Geschwindigkeit  $v$  als Parameter und als Funktion der Geschwindigkeit  $v$  mit dem Rohrdurchmesser  $D$  als Parameter und schließlich in der Tafel VI die  $k_{St}$ -Werte für hydraulisch rauhe Rohre als Funktion des Rohrdurchmessers  $D$  mit der absoluten Rauigkeit als Parameter dargestellt. Einen ähnlichen Weg hat Kropf [13] bereits früher beschritten, wobei seinen Kurven hauptsächlich die älteren Untersuchungen von Nikuradse zugrunde liegen, so daß der Übergangsbereich nach Prandtl-Colebrook nicht in der neueren Form erfaßt wurde.

Um den Einfluß der Temperatur des Strömungsmediums aufzuzeigen, wurden in Tafel VII die  $k_{St}$ -Werte für reines Wasser mit den

Temperaturen 0°, 10° und 20° C für eine absolute Rauigkeit  $k = 0,10$  mm und einen Rohrdurchmesser  $D = 0,10$  m als Funktion der Geschwindigkeit aufgetragen. Man ersieht daraus, daß die Abweichungen im Bereich der praktisch auftretenden Geschwindigkeiten  $v > 0,5$  m/sec nicht sehr bedeutend sind. In die gleiche Tafel wurden zur Orientierung auch die  $k_{St}$ -Werte für Dieselöl und schweres Heizöl eingetragen. Daraus geht der Einfluß der Viskosität deutlich hervor. Für solche Strömungsmedien wird mit Vorteil die allgemein gültige Druckverlustformel (2) verwendet. Als Übersicht sind in der Tabelle 6 die kinematischen Zähigkeiten für einige Öltypen zusammengestellt.

*Tabelle 6. Spezifisches Gewicht und kinematische Zähigkeit von Mineralölprodukten.*

|                          | $\gamma_{15^\circ \text{C}}$ in t/m <sup>3</sup> | $\nu_{20^\circ \text{C}}$ in 10 <sup>6</sup> m <sup>2</sup> /sec |
|--------------------------|--|--|
| Benzin (Gasolin)         | 0,680–0,748                                      | 0,430–0,837  |
| Dieseltreibstoff         | 0,857  | 4,14   |
| Petroleum                | 0,802  | 2,60   |
| Schweres Heizöl          | 0,930  | 51,8   |
| Spindelöl                | 0,912  | 16,5   |
| Motorenöl                | 0,911  | 94,0   |
| Zylinderöl               | 0,969  | 940,0  |
| Rohöl je nach Provenienz | 0,891–0,899                                      | 49,0–55,0  |

Mit Hilfe der in den Tafeln III bis VI eingetragenen  $k_{St}$ -Werte wird es ohne längere Berechnungen möglich, die  $k_{St}$ -Werte für bestimmte Rechnungsfälle und Rohrtypen herauszulesen, um damit unter Weiterverwendung der Formel von Strickler eine dem neuesten Stand der Forschung entsprechende Druckverlustermittlung durchzuführen. Die eingetragenen Werte gelten mit guter Näherung auch für Abwasser, denn seine an sich höhere kinematische Zähigkeit wird durch die üblicherweise gegenüber Frischwasser höhere Temperatur wieder ausgeglichen, wie dies durch die Werte der Tabelle 7 veranschaulicht wird.

*Tabelle 7. Kinematische Zähigkeit  $\nu$  von Frischwasser und Abwasser in 10<sup>6</sup> m<sup>2</sup>/sec nach [14].*

| Temperatur $\vartheta$ in °C | 6     | 8           | 10          | 12          | 14          | 16          | 18          | 20          |
|------------------------------|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Frischwasser                 | 1,468 | 1,385       | 1,306       | 1,235       | 1,172       | 1,112       | 1,060       | 1,007       |
| Abwasser                     | 1,671 | 1,562–1,730 | 1,468–1,615 | 1,385–1,516 | 1,306–1,425 | 1,235–1,345 | 1,172–1,272 | 1,112–1,206 |

Die Variation von  $\lambda$  und damit auch von  $k_{St}$  in Abhängigkeit von  $\nu$  und damit von der Temperatur  $\vartheta$  und der Reynoldsschen Zahl  $Re$  ist relativ träge. Deshalb ist nur für verhältnismäßig stark abweichende Temperatur- beziehungsweise Zähigkeitsverhältnisse eine detaillierte Berechnung nach Formel (2) erforderlich. Für solche Fälle lassen sich die  $\lambda$ -Werte mit wenig rechnerischem Aufwand der  $\lambda$ -Harfe (Tafel I) entnehmen.

Nun ist allerdings zu berücksichtigen, daß die Tafeln III bis VI  $k_{St}$ -Werte für völlig gerade Rohrleitungen liefern. Kürzlich hat Bättig [14] eine Untersuchung über den Einfluß der Muffenstöße und der üblichen Abweichungen von der idealen Rohrxaxe für Betonrohre veröffentlicht. Für normale Betonrohre von 1,00 m Baulänge findet er im Bereich  $0,50 < \nu < 2,00$  m/sec  $k \sim 0,25$  mm und eine Reduktion des  $k_{St}$ -Wertes gegenüber  $k_{glatt}$  auf 61 % bis 94 %. Für denselben Geschwindigkeitsbereich zeigt er, daß Rohre aus Spezialbeton mit einer Baulänge von 2,0 bis 3,6 m als praktisch glatt betrachtet werden können. Sicherheits halber empfiehlt er, mit  $k = 0,10$  mm zu rechnen. Für diese Rohrtypen findet er eine Reduktion bezüglich  $k_{glatt}$  auf 73 bis 100 %. In beiden Fällen treten die größeren Reduktionen bei kleineren Rohren auf, welche nicht begangen werden können. Hier bildet vor allem die saubere Ausbildung der Muffen beträchtlich mehr Mühe als bei den begehbaren Rohren.

Bei aller Vorsicht, die nach Kirschmer [6] Versuchen aus der Praxis entgegenzubringen ist, gestatten die Untersuchungen von Bättig [14] doch eine näherungsweise Aussage über die erforderlichen Sicherheitszuschläge zur Erfassung der zusätzlichen Druckverluste, welche durch die Rohrverlegung gegeben sind. Werden die Resultate von Bättig für normale Betonrohre von 1,00 m Baulänge und  $k \sim 0,25$  mm im Bereich  $0,5 < \nu < 2,0$  m/sec, auf den zugehörigen  $k_{St}$ -Wert nach Prandtl-Colebrook bezogen, so folgt für die unteren Grenzwerte

$$k_{St_{eff.}} \sim 0,76 \dots 0,83 k_{St_{0,25}} \quad (29)$$

Dabei bedeuten:

$k_{St_{eff.}}$  effektiver  $k_{St}$ -Wert nach Strickler,

$k_{St_{0,25}}$   $k_{St}$ -Wert nach Strickler, berechnet nach Prandtl-Colebrook für  $k = 0,25$  mm.

Analog folgt für die oberen Grenzwerte, das heißt für sorgfältige Verlegung

$$k_{St_{eff.}} \sim 0,96 \dots 1,00 k_{St_{0,25}} \quad (30)$$

Werden die unteren Grenzwerte für Spezialbetonrohre mit einer Baulänge von 2,00 bis 3,60 m auf die  $k_{St}$ -Werte nach Prandtl-Colebrook für  $k = 0,10$  mm bezogen, so folgt

$$k_{St\text{eff.}} \sim 0,86 \dots 0,94 k_{St0,10} \quad (31)$$

Demgegenüber liegen die oberen Grenzwerte für solche Rohre zum Teil über  $k_{St0,10}$ , das heißt, die absoluten Rauigkeiten  $k$  liegen zum Teil unter  $k = 0,10$  mm, so daß für eine Auswahl dieser Rohre die Bezeichnung praktisch glatt wohl zulässig ist.

Nun sind in der Kanalisationstechnik außer diesen durch die Leitungsverlegung bedingten zusätzlichen Druckverlusten auch noch die zusätzlichen Druckverluste durch Schächte und andere Querschnittsveränderungen zu berücksichtigen. Es dürfte sich somit ein mittlerer Sicherheitszuschlag beziehungsweise eine Reduktion der  $k_{St}$ -Werte auf 0,80 bis 0,90  $k_{St}$  rechtfertigen, wobei die größere Reduktion bei kleineren Rohrdurchmessern zur Anwendung kommen soll, bei denen eine einwandfreie Rohrverlegung schwieriger einzuhalten ist.

Bei der Druckverlustberechnung von Wasserleitungsnetzen und Druckleitungen können die zusätzlichen Druckverluste, bedingt durch Formstücke und Armaturen, besser erfaßt werden. Jedenfalls empfiehlt es sich, für größere Förderleitungen diese Verluste einzeln zu berücksichtigen. Dafür stehen genügend Grundlagen zur Verfügung, wie sie zum Beispiel bei Richter [8] ausführlich enthalten sind. Für kleinere Anlagen oder für komplizierte Netze können die zusätzlichen Druckverluste auch implizit mit einer entsprechenden Reduktion der  $k_{St}$ -Werte erfaßt werden, wie dies zum Beispiel bei den  $k_{St}$ -Werten in Tabelle 11 der Fall ist. Entgegen der Gesetzmäßigkeit nach Prandtl-Colebrook sind nach diesen von der Wasserversorgung der Stadt Zürich durchgeführten Untersuchungen die  $k_{St}$ -Werte für Rohre kleiner Nennweiten geringer als für Rohre größerer Nennweite. Dies rührt davon her, daß bei kleinen Rohren – wie bereits bei Bättig [14] erwähnt – die zusätzlichen Druckverluste bedingt durch Rohrverbindungen, Formstücke und Armaturen, vor allem aber auch zufolge der Verringerung der Nennweite durch Inkrustation viel stärker zum Ausdruck kommen. Da diese  $k_{St}$ -Werte unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit angegeben werden, sind sie besonders bei größeren Leitungen mit Vorsicht zu verwenden. Immerhin dürften die damit erhaltenen Resultate eher auf der sicheren Seite liegen.

### 3. Hilfswerte zur numerischen Anwendung der Formel von Strickler

In der Kanalisationstechnik wird die Formel von Strickler in der Regel in der Form

$$v = k_{St} R^{2/3} J^{1/2} \quad \text{oder} \quad Q = k_{St} R^{2/3} F J^{1/2} \quad \text{angewendet;}$$



mit  $R = D/4$  läßt sich schreiben

$$v = k_{St} \frac{D^{2/3}}{4^{1/3}} J^{1/2} = 0,39684 k_{St} D^{2/3} J^{1/2} \quad (32)$$

oder

$$Q = k_{St} \frac{D^{2/3} \pi D^2}{4^{2/3} \cdot 4} J^{1/2} = \frac{\pi}{4^{1/3}} k_{St} D^{8/3} J^{1/2} = 0,31168 k_{St} D^{8/3} J^{1/2}. \quad (33)$$

Obwohl sich diese Formeln auf doppelt logarithmischem Papier als Geraden abbilden lassen, scheint uns die Verwendung von Diagrammen zur  $v$ - und  $Q$ -Ermittlung nicht besonders sinnvoll zu sein, weil man dadurch dazu verleitet wird, auf eine Variation des  $k_{St}$ -Wertes zu verzichten. Wir schlagen deshalb die Verwendung der in Tabelle 8 eingetragenen Hilfswerte vor, die entsprechend den Werten der Tafeln III bis VI und den Hinweisen am Schluß des letzten Hauptabschnittes auf die tatsächlichen Verhältnisse umzurechnen sind. Werden dafür die  $k_{St}$ -Werte nach Tafel III beziehungsweise Tafel IV für  $v = 1,00$  m/sec verwendet, so kann in der Regel auf die Berücksichtigung der tatsächlichen Strömungsgeschwindigkeit  $v$  verzichtet werden. Andernfalls müßten die Grundwerte für  $v$  und  $Q$  interpoliert werden, wozu als Beispiel Tabelle 9 dient. Da  $v$  und  $Q$  nach Gleichung (32) beziehungsweise Gleichung (33) bei gegebenem  $D$  nur mit  $\sqrt{J}$  variieren, können die Schlußresultate für vollaufende Rohre zum Beispiel nach einer Tabelle für reduzierte  $v$ - und  $Q$ -Grundwerte mit einer einzigen Rechenschieberstellung ermittelt werden. Damit wird leicht ersichtlich, daß dieses Vorgehen nicht nur genauere Resultate liefert, als die Verwendung von Diagrammen, sondern dazu erst noch rascher zum Ziele führt.

*Tabelle 8. Grundwerte für  $v$  und  $Q$   
bei  $k_{St} = 100 \text{ m}^{1/3}/\text{sec}$  und  $J = 10^0/_{00}$*

| $D$ | $v_0$ | $Q_0$ | $D$ | $v_0$ | $Q_0$ | $D$ | $v_0$ | $Q_0$ |
|-----|-------|-------|-----|-------|-------|-----|-------|-------|
| cm  | m/sec | l/sec | cm  | m/sec | l/sec | cm  | m/sec | l/sec |
| 10  | 0,855 | 6,72  | 45  | 2,332 | 370,8 | 120 | 4,481 | 5068  |
| 12  | 0,967 | 10,93 | 50  | 2,502 | 491,3 | 125 | 4,605 | 5651  |
| 15  | 1,127 | 19,92 | 60  | 2,823 | 798,3 | 135 | 4,846 | 6937  |
| 20  | 1,357 | 42,64 | 70  | 3,130 | 1205  | 150 | 5,199 | 9188  |
| 25  | 1,574 | 77,24 | 80  | 3,420 | 1719  | 175 | 5,762 | 13860 |
| 30  | 1,779 | 125,7 | 90  | 3,699 | 2353  | 200 | 6,294 | 19773 |
| 35  | 1,969 | 189,5 | 100 | 3,968 | 3117  | 220 | 6,711 | 25509 |
| 40  | 2,155 | 270,8 | 110 | 4,229 | 4019  | 250 | 7,308 | 35872 |

*Tabelle 9. Reduzierte Grundwerte für  $v$  und  $Q$  bei  $J = 10^0/_{\infty}$   
für  $k = 0,10$  mm mit  $k_{\text{Steff.}} = 0,9 k_{\text{St}0,10}$   
berechnet mit Hilfe von Tafel IV.*

|      | $v = 0,50$ m/sec      |        |        | $v = 1,00$ m/sec      |         |         | $v = 2,00$ m/sec      |          |          |
|------|-----------------------|--------|--------|-----------------------|---------|---------|-----------------------|----------|----------|
| $D$  | $k_{\text{St}0,10}$   | $v_0'$ | $Q_0'$ | $k_{\text{St}0,10}$   | $v_0''$ | $Q_0''$ | $k_{\text{St}0,10}$   | $v_0'''$ | $Q_0'''$ |
| m    | m <sup>1/3</sup> /sec | m/sec  | l/sec  | m <sup>1/3</sup> /sec | m/sec   | l/sec   | m <sup>1/3</sup> /sec | m/sec    | l/sec    |
| 0,30 | 98,3                  | 1,57   | 111,2  | 102,9                 | 1,65    | 116,4   | 106,0                 | 1,70     | 119,9    |
| 0,35 | 97,5                  | 1,73   | 166,3  | 102,0                 | 1,81    | 174,0   | 104,9                 | 1,86     | 178,9    |
| 0,40 | 96,8                  | 1,88   | 235,9  | 101,1                 | 1,96    | 246,4   | 104,0                 | 2,02     | 253,5    |
| 0,50 | 95,4                  | 2,15   | 421,8  | 99,7                  | 2,25    | 440,8   | 102,6                 | 2,31     | 453,7    |
| 0,60 | 94,6                  | 2,40   | 679,7  | 98,4                  | 2,50    | 707,0   | 101,4                 | 2,58     | 728,5    |

Im Wasserfach wird die Formel von Strickler in der Regel in der Form

$$\Delta z_e = \frac{Q^2 l}{k_{\text{St}}^2 R^{4/3} F^2} \quad \text{verwendet;}$$

$$\text{mit } R = \frac{D}{4} \quad \text{und} \quad F = \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{folgt}$$

$$\Delta z_e = \frac{4^{4/3} \cdot 16 Q^2 l}{\pi^2 k_{\text{St}}^2 D^{16/3}} = 10,293 \frac{Q^2 l}{k_{\text{St}}^2 D^{16/3}}, \quad (34)$$

$$\text{und mit} \quad \beta = \frac{10,293}{k_{\text{St}}^2 D^{16/3}} \quad (35)$$

folgt

$$\boxed{\Delta z_e = \beta Q^2 l.} \quad (36)$$

Wie für den Fall der Kanalisationsberechnung bereits ausgeführt, empfiehlt sich aus den gleichen Gründen auch für die numerische Anwendung von Gleichung (36) die Verwendung von Diagrammen nicht. Wesentlich einfacher und einer Anpassung auf die besonderen Verhältnisse leichter zugänglich ist die Tabellierung der  $\beta$ -Werte nach Gleichung (36) zum Beispiel für  $k_{\text{St}} = 100$  m<sup>1/3</sup>/sec, wie dies in Tabelle 10 durchgeführt wurde. Dabei ist allerdings zu beachten, daß in Gleichung (35) im Nenner der Ausdruck  $k_{\text{St}}^2$  auftritt, das heißt, die  $\beta$ -Werte sind mit  $1/k_{\text{St}}^2$  zu reduzieren.



Tabelle 10.  $\beta$ -Werte für  $k_{St} = 100 \text{ m}^{1/3}/\text{sec}$

$$\beta = \frac{10,293}{k_{St}^2 D^{16/3}}$$

Einheit:  $\beta = \Delta z_e$  in m bei  $Q = 10 \text{ l/sec}$  und  $l = 100 \text{ m}$

| $D$<br>mm | $\beta$ | $D$<br>mm | $\beta$  | $D$<br>mm | $\beta$   |
|-----------|---------|-----------|----------|-----------|-----------|
| 40        | 293,92  | 100       | 2,2175   | 200       | 0,055002  |
| 50        | 89,405  | 110       | 1,3338   | 225       | 0,029344  |
| 60        | 33,811  | 120       | 0,83854  | 250       | 0,016731  |
| 70        | 14,856  | 125       | 0,67456  | 275       | 0,010063  |
| 75        | 10,284  | 150       | 0,25510  | 300       | 0,0063275 |
| 80        | 7,2898  | 175       | 0,11211  | 350       | 0,0027804 |
| 90        | 3,8893  | 180       | 0,096468 | 400       | 0,0013642 |

Zur Berücksichtigung der Einzelwiderstände, bedingt durch Formstücke, wie Krümmer, Abzweiger usw., und für Absperrorgane, wie Schieber, Klappen, Ventile usw., stehen im wesentlichen zwei Verfahren zur Verfügung. Mit  $\xi$  als Gesamtwiderstandsziffer folgt für Einzelwiderstände

$$\Delta z_e = \xi \frac{v^2}{2g}. \quad (37)$$

Zahlenwerte für die Gesamtwiderstandsziffern finden sich zum Beispiel bei Richter [8]. Ein anderes Verfahren besteht darin, den Einzelwiderständen dadurch Rechnung zu tragen, daß zur Leitungslänge die äquivalenten Rohrlängen der Formstücke und Armaturen hinzugezählt werden. Dabei ist allerdings zu beachten, daß die Einzelwiderstände nicht nur vom Rohrdurchmesser  $D$ , sondern auch von der Reynoldsschen Zahl  $Re$  abhängig sind. Richtwerte für äquivalente Rohrlängen sind zum Beispiel in den Veröffentlichungen [8] und [15] enthalten.

Ist die getrennte Erfassung der Einzelwiderstände nicht möglich, so kann für Gußrohre unter Einschluß der zusätzlichen Verluste näherungsweise mit den  $\beta$ -Werten der Tabelle 11 gerechnet werden, wobei jedoch auf die früher angeführten Einschränkungen verwiesen werden muß. Den entsprechenden reduzierten  $k_{St}$ -Werten liegen Versuche der Wasserversorgung der Stadt Zürich zugrunde.

Tabelle 11.  $\beta$ -Werte für Gußrohre.

Einheit:  $\beta = \Delta z_e$  in m bei  $Q = 10$  l/sec und  $l = 100$  m

$$\beta = \frac{10,293}{k_{St}^2 \cdot D^{1/3}}$$

| $D$<br>mm | $k_{St}$<br>$m^{1/3}/sec$ | $\beta$ | $D$<br>mm | $k_{St}$<br>$m^{1/3}/sec$ | $\beta$ | $D$<br>mm | $k_{St}$<br>$m^{1/3}/sec$ | $\beta$   |
|-----------|---------------------------|---------|-----------|---------------------------|---------|-----------|---------------------------|-----------|
| 40        | 63,0                      | 740,53  | 100       | 75,2                      | 3,9213  | 200       | 86,7                      | 0,073171  |
| 50        | 64,6                      | 214,24  | 110       | 76,6                      | 2,2731  | 225       | 88,7                      | 0,037297  |
| 60        | 67,0                      | 75,321  | 120       | 78,0                      | 1,3783  | 250       | 90,3                      | 0,020519  |
| 70        | 69,5                      | 30,756  | 125       | 78,7                      | 1,0891  | 275       | 91,75                     | 0,011954  |
| 75        | 70,7                      | 20,574  | 150       | 81,6                      | 0,38312 | 300       | 93,2                      | 0,0072845 |
| 80        | 71,6                      | 14,219  | 175       | 84,3                      | 0,15776 | 350       | 95,7                      | 0,0030359 |
| 90        | 73,4                      | 7,2191  | 180       | 84,8                      | 0,13415 | 400       | 97,3                      | 0,0014410 |

Schließlich sei auf ein wenig bekanntes Verfahren zur Ermittlung der  $k_{St}$ -Werte für hydraulisch raue Rohre und offene Gerinne hingewiesen. Da bei den letzteren in der Regel der Strömungsvorgang im rauhen Bereich liegt, können für beide Profiltypen ähnliche Betrachtungen angestellt werden.

Aus Gleichung (4)  $1/\sqrt{\lambda} = 2 \log \frac{3,71 D}{k}$

folgt mit  $k_{St} = (4/D)^{1/6} \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$

$$k_{St} = 2 (4/D)^{1/6} \sqrt{8g} \log \frac{3,71 D}{k} = 4^{1/6} \sqrt{2g} D^{-1/6} \log \frac{3,71 D}{k}$$

$$k_{St} = 22,32 D^{-1/6} \log \frac{3,71 D}{k} \quad (38)$$

Formel (38) gilt für Rohrleitungen im rauhen Bereich.

Analog folgt für offene Gerinne mit  $R = D/4$  beziehungsweise  $D = 4 R$  aus der Gleichung (4) mit  $k_{St} = R^{-1/6} \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$ .

$$k_{St} = 2 R^{-1/6} \sqrt{8g} \log \frac{14,84 R}{k} = 4 R^{-1/6} \sqrt{2g} \log \frac{14,84 R}{k}$$

$$k_{St} = 17,72 \log \frac{14,84 R}{k} \quad (39)$$

In den Tafeln VIII und IX sind die  $k_{St}$ -Werte für hydraulisch raue Rohre und verhältnismäßig große Rauigkeitserhebungen in Funktion

der absoluten Rauigkeit  $k$  mit dem Rohrdurchmesser  $D$  als Parameter und für offene Gerinne in Funktion der Rauigkeitserhebung  $k$  mit dem hydraulischen Radius  $R$  als Parameter dargestellt.

Nach Müller [16] und Strickler [17] gilt für offene Gerinne näherungsweise

$$k_{St} = \frac{c' g^{1/2}}{k^{1/6}} \quad \text{oder mit} \quad c = c' g^{1/2} \quad k_{St} = \frac{c}{k^{1/6}}. \quad (40)$$

Dabei können die  $c'$ - beziehungsweise  $c$ -Werte der Tabelle 12 entnommen werden.

*Tabelle 12.  $c'$ - beziehungsweise  $c$ -Werte für verschiedene Sohlenzustände.*

|   | $c'$          | $c$                  |
|---|---------------|----------------------|
|   | dimensionslos | $m^{1/2}/\text{sec}$ |
| Sandkörner mit Lack befestigt, etwa<br>gültig für Zementverputz,<br>Steinverkleidung usw. | 8,3           | 26,0                 |
| Kiessohle in Ruhe   | 7,5           | 23,5                 |
| Kiessohle mit Geschiebetrieb  | 6,7           | 21,0                 |

In Abbildung 3 sind die  $k_{St}$ -Werte nach Gleichung (40) dargestellt.

In Abbildung 4 sind die  $k_{St}$ -Werte für offene Gerinne nach Gleichung (39) den  $k_{St}$ -Werten, wie sie sich aus Gleichung (40) ergeben, gegenüber-

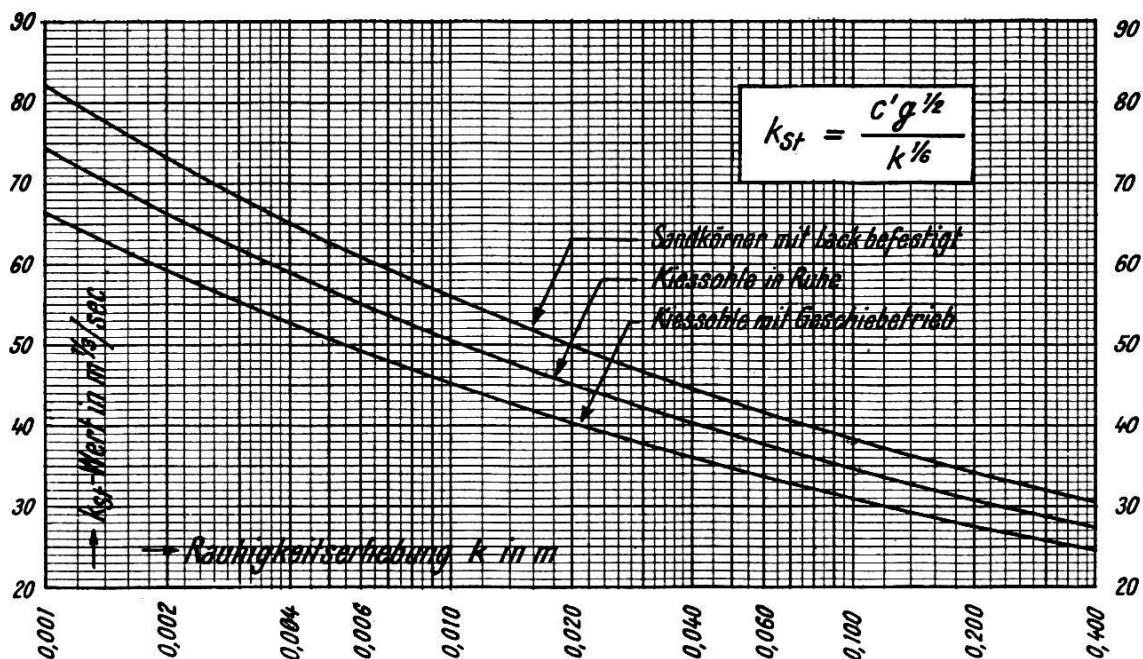


Abb. 3.  $k_{St}$ -Werte für offene Gerinne nach Gleichung (40)

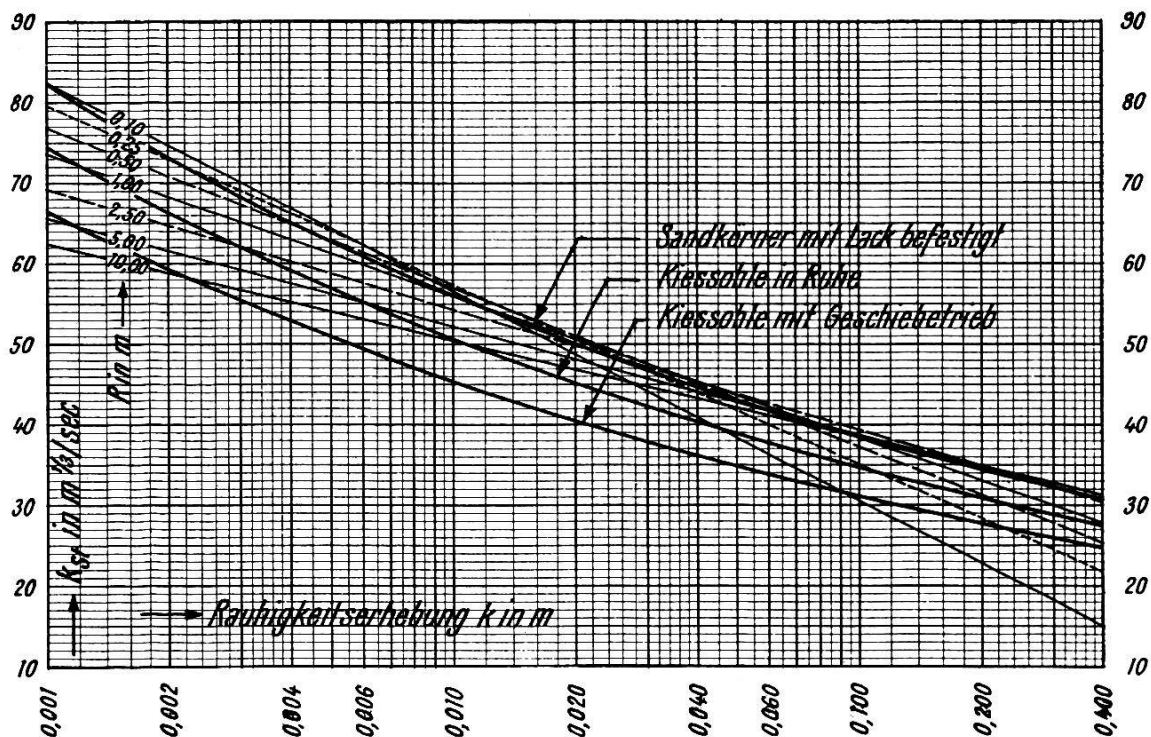


Abb. 4. Vergleich der  $k_{St}$ -Werte für offene Gerinne nach den Gleichungen (39) und (40)

gestellt. Wie zu erwarten ist, treten gewisse Abweichungen auf, die dadurch bedingt sind, daß in den älteren Betrachtungen von Strickler der Begriff der relativen Rauigkeit  $k/R$  fehlt. In besonders gelagerten Fällen rechtfertigt es sich somit, die Formel (39) zu verwenden, welche den Untersuchungen von Nikuradse-Prandtl gerecht wird.

Zur Ermittlung des mittleren  $k_{St}$ -Wertes für offene Gerinne mit unterschiedlichen  $k_{St}$ -Werten kann mit den Bezeichnungen der Abbildung 5 nach Müller [16] Formel (41) verwendet werden.

$$k_{St_m} = \left( \frac{\sum P_i}{\sum \frac{P_i}{k_{St_i}^{3/2}}} \right)^{2/3} \quad (41)$$

Abb. 5

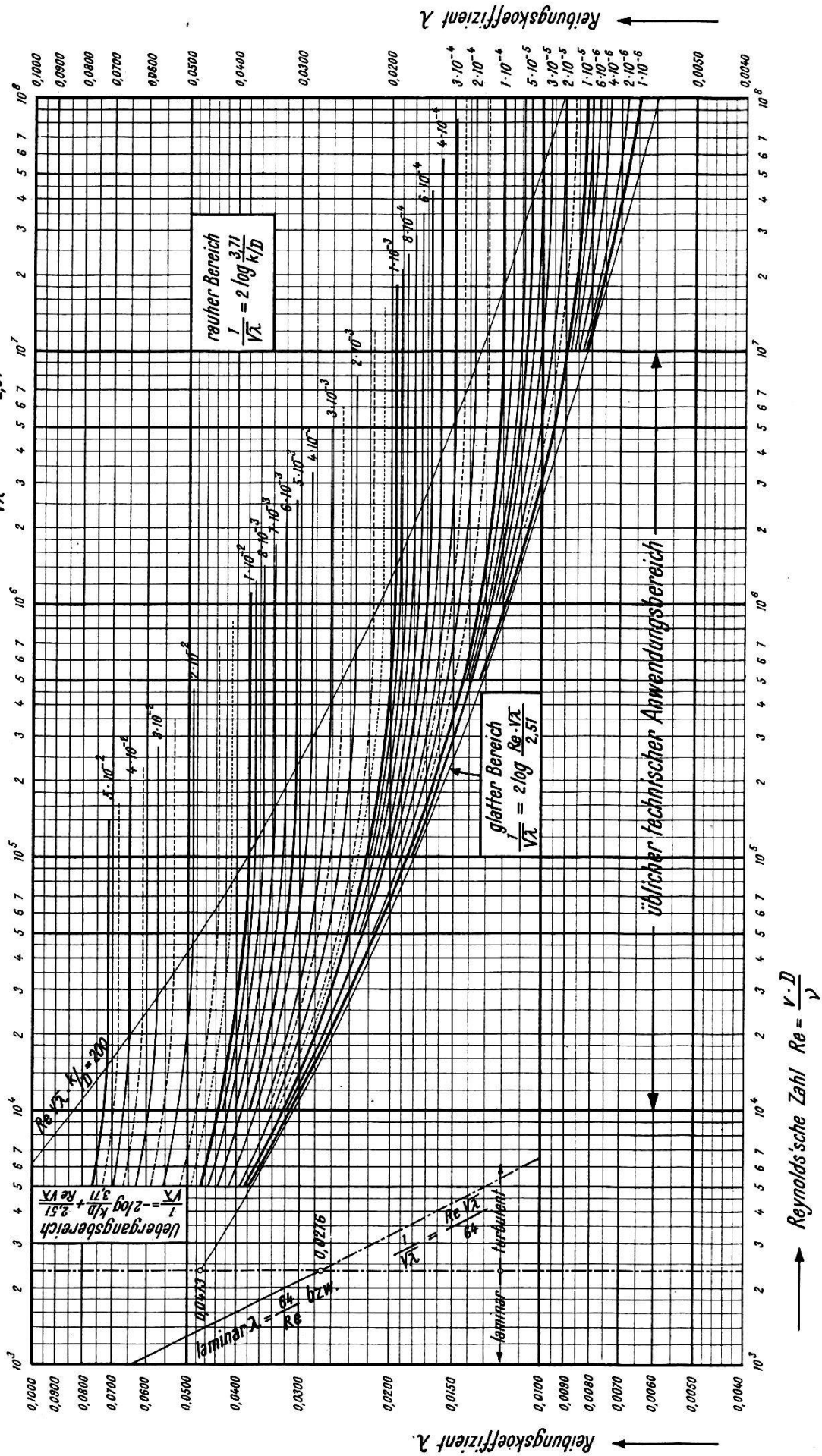
Damit sind nicht nur die Grundlagen gegeben, die Formel von Strickler durch eine entsprechende Modifikation des Glättekoefizienten  $k$  dem neuesten Stand der Strömungsforschung anzupassen, sondern auch Zahlenwerte aufgeführt, welche eine rasche und bequeme Handhabung dieser Formel unter Beachtung der geforderten Anpassung des Glättekoefizienten  $k$  erlauben.

# Tafel I, $\lambda$ - Werte nach Prandtl - Colebrook

*rauh*er Bereich  
 $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{0,11}{k/D}$

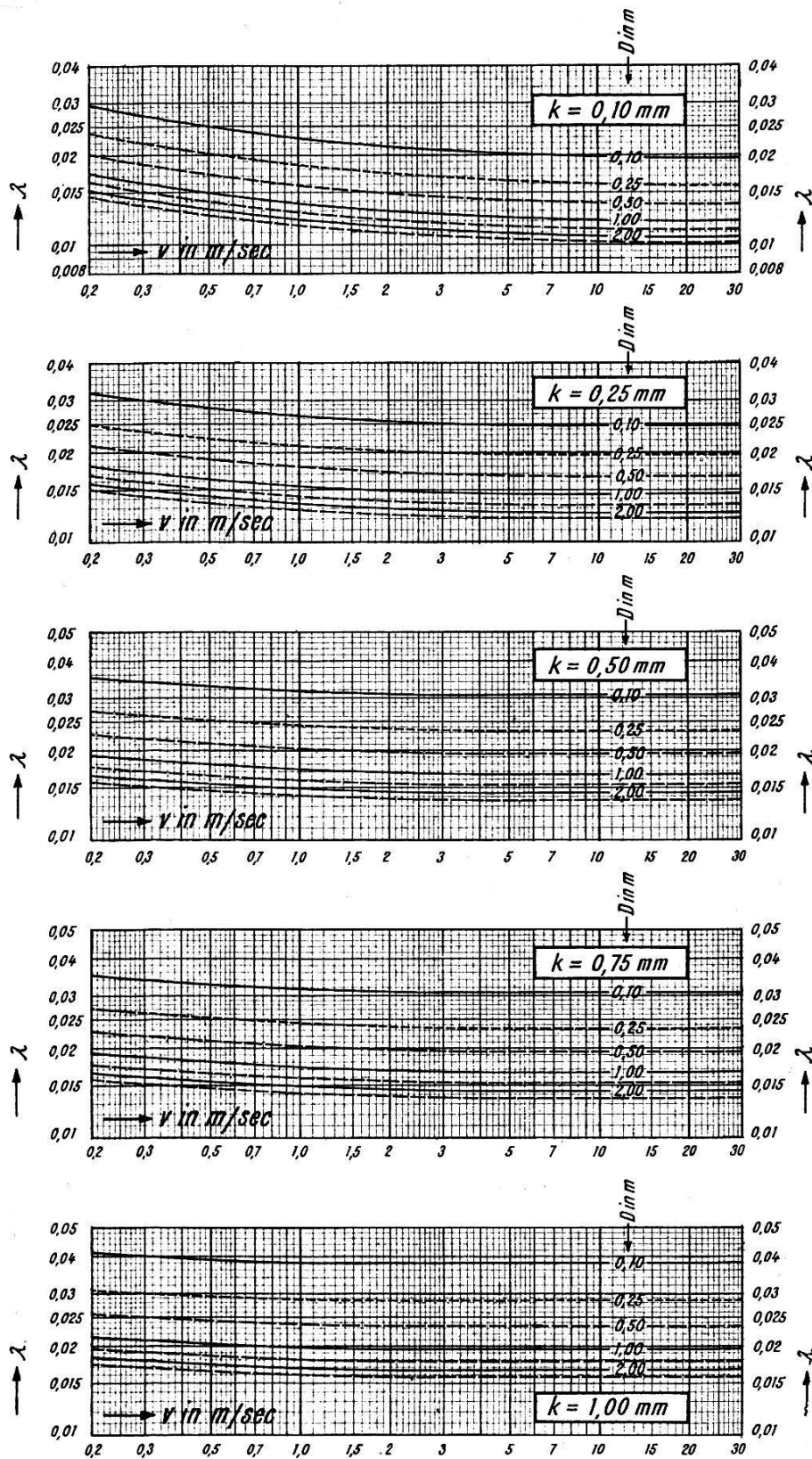
*Übergangsbereich*  
*nach Colebrook*  
 $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{k/D}{3,71} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$

*glatt*er Bereich  
 $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{Re \sqrt{\lambda}}{2,51}$

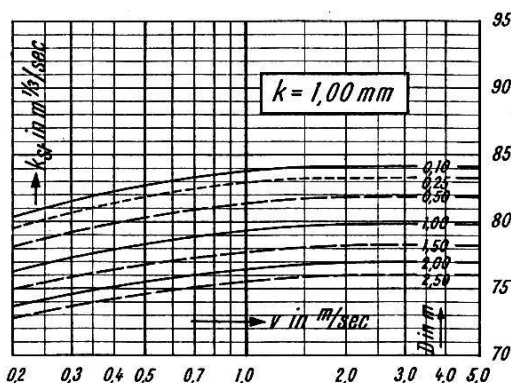
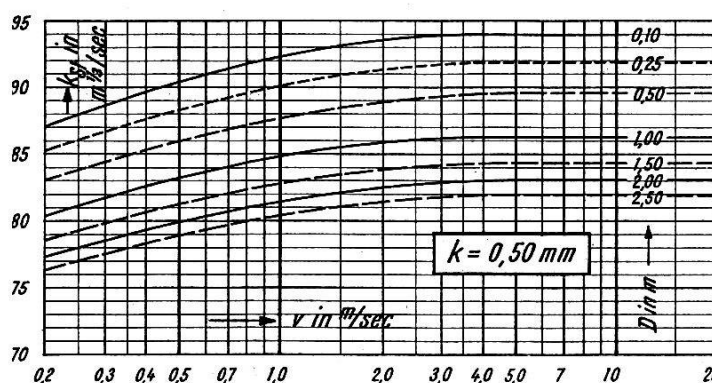
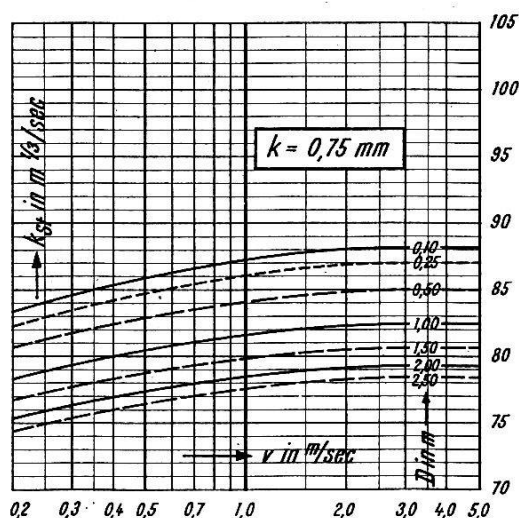
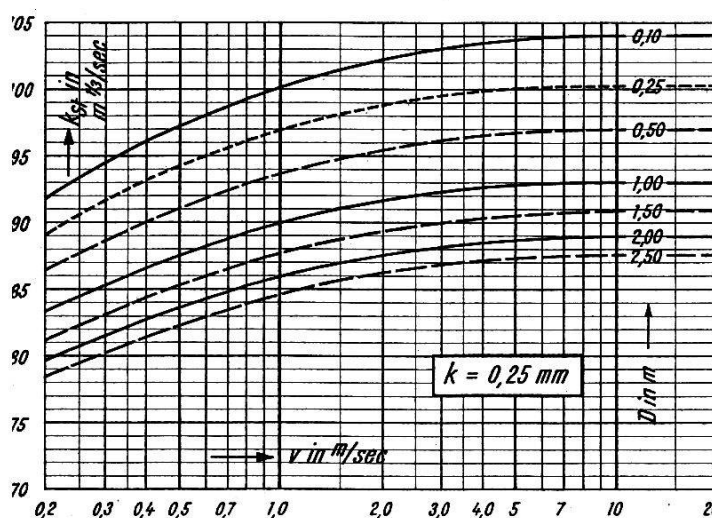
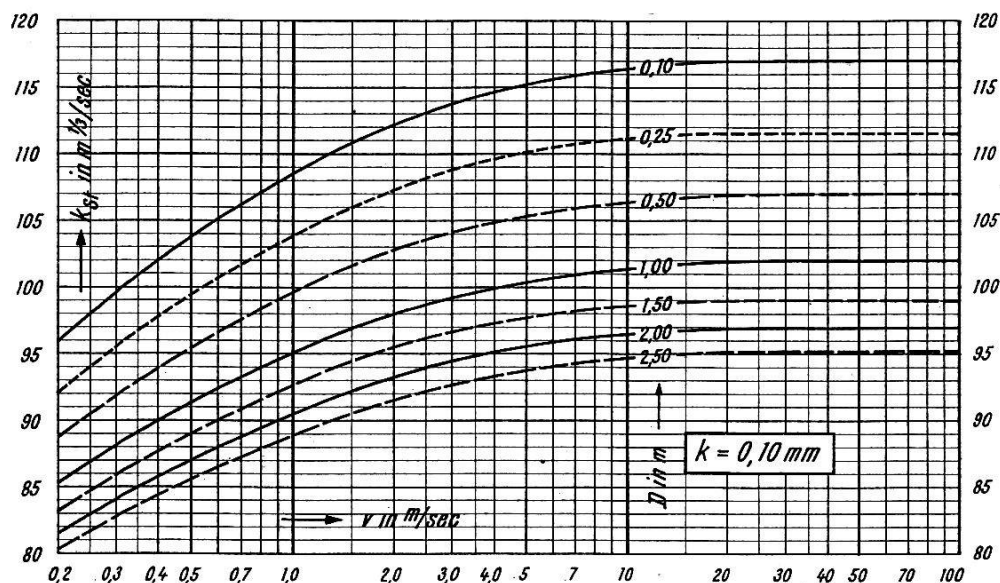




**Tafel II,  $\lambda$ -Werte in Funktion der Geschwindigkeit  $v$**   
 (mit  $\nu_{10^\circ} = 1,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$ )

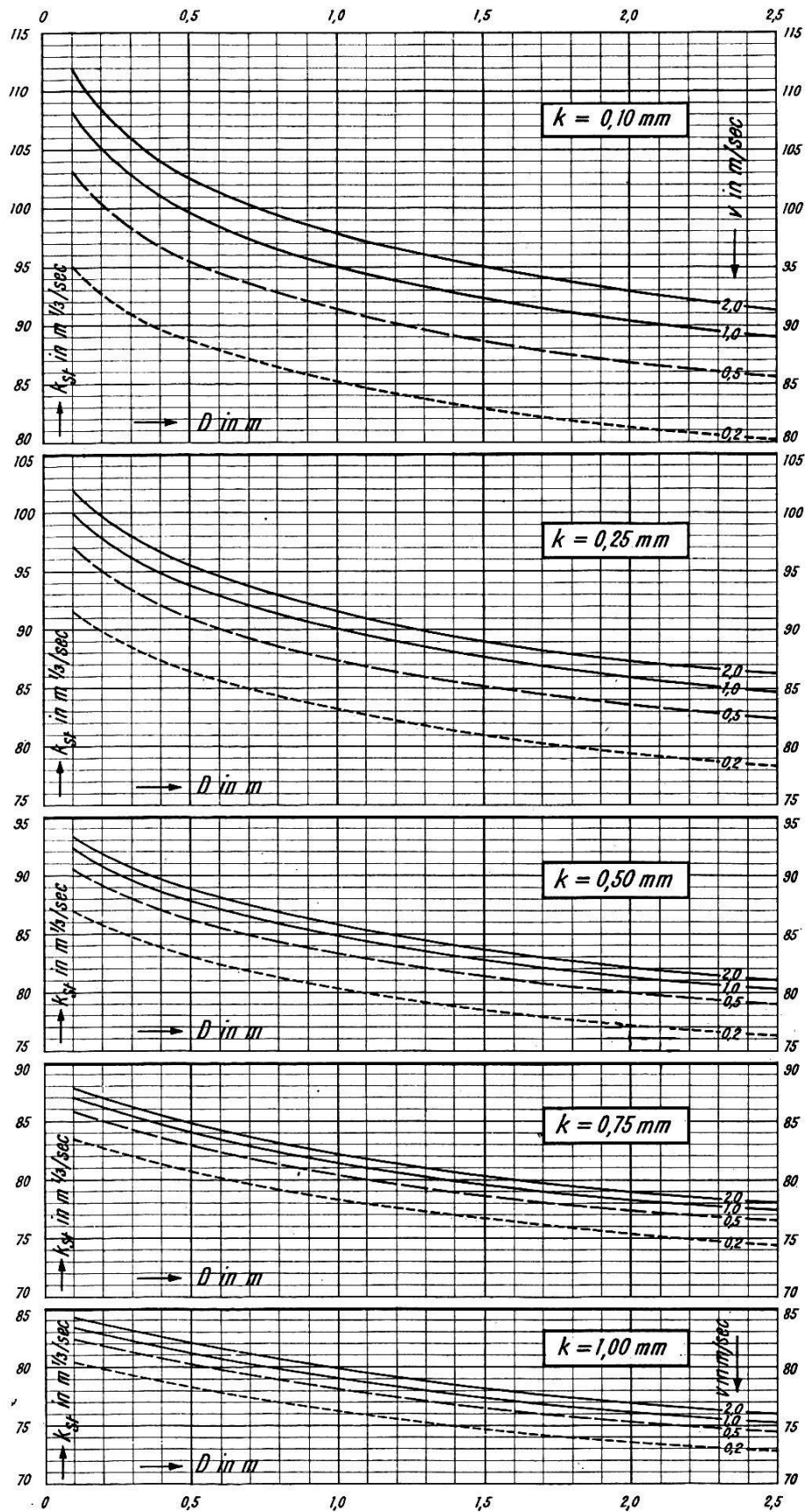


**Tafel III,  $k_{st}$ -Werte nach Strickler in Funktion der Geschwindigkeit  $v$**   
 (mit  $v_{100} = 1,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$ )

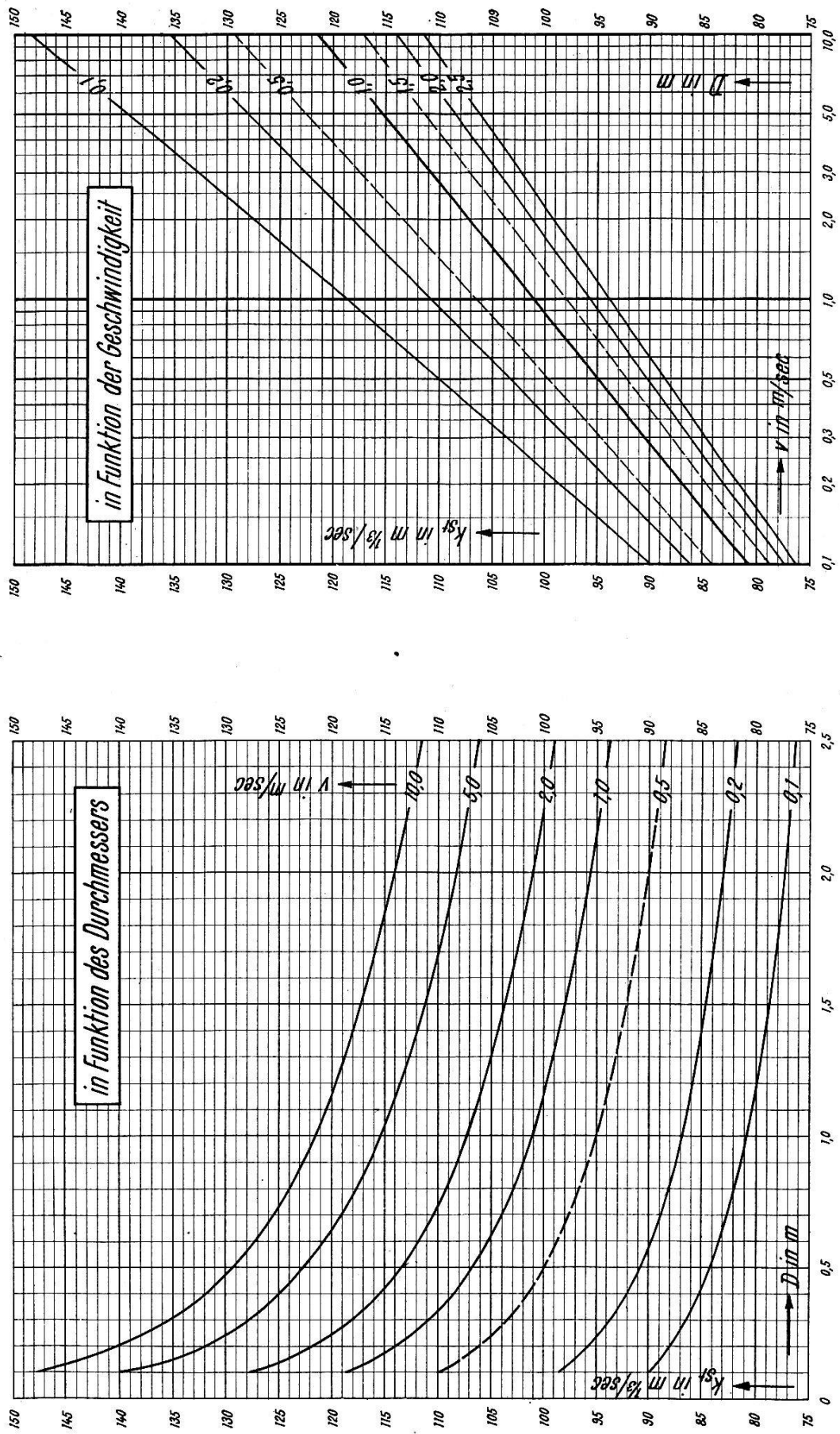




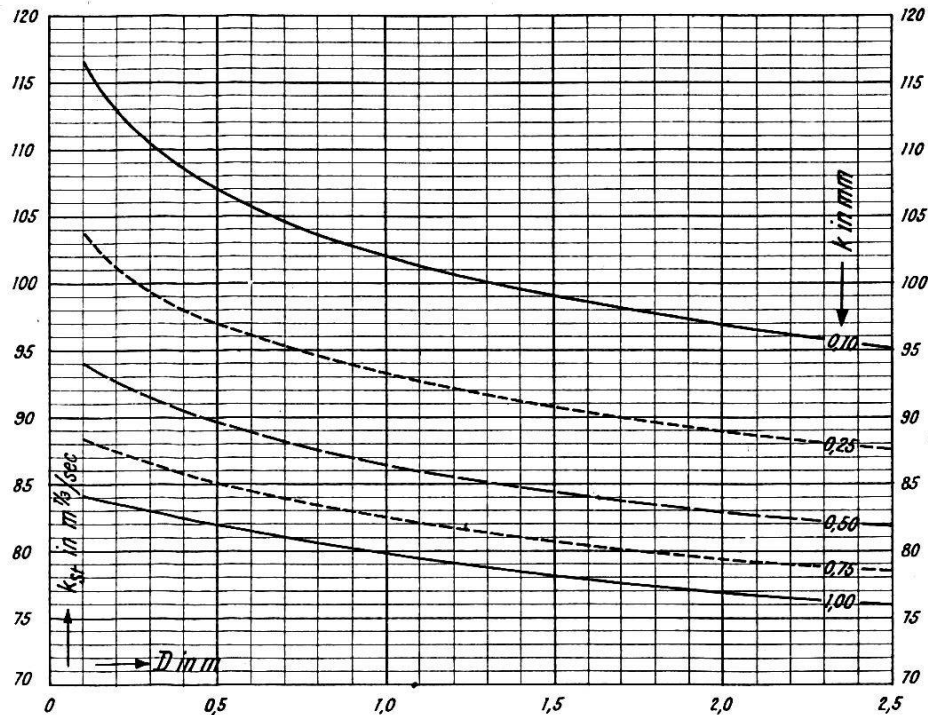
**Tafel IV,  $k_{sf}$  - Werte nach Strickler in Funktion des Durchmessers  $D$**   
 (mit  $\nu_{10^\circ} = 1,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$ )



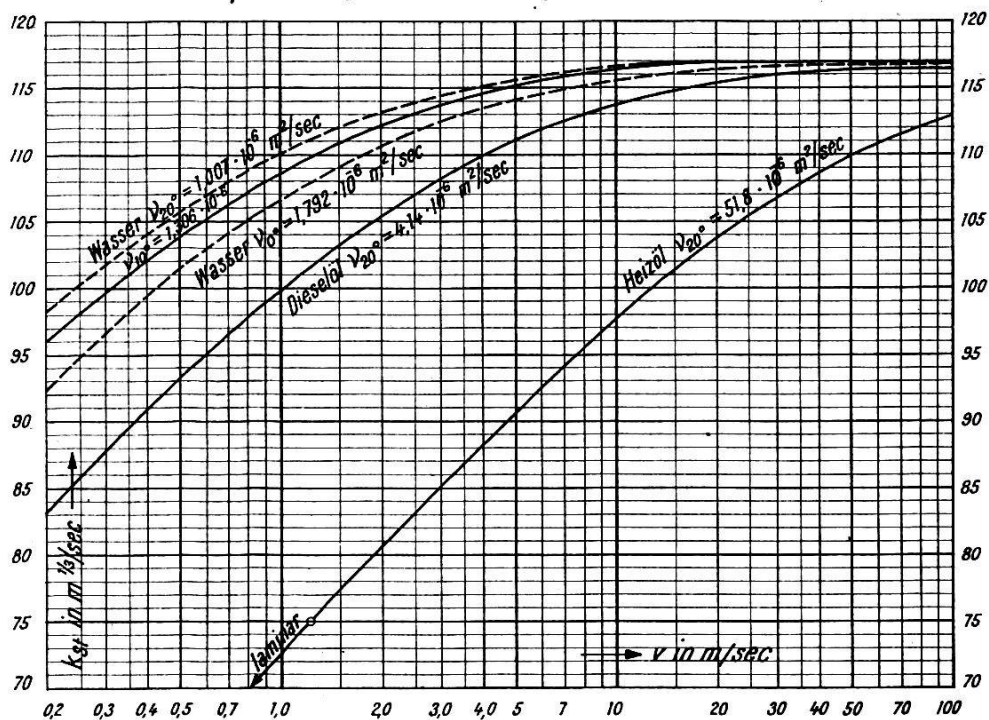
Tafel V,  $k_{st}$  - Werte nach Strickler für hydraulisch glatte Rohre (mit  $V_{10^0} = 1,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$ )

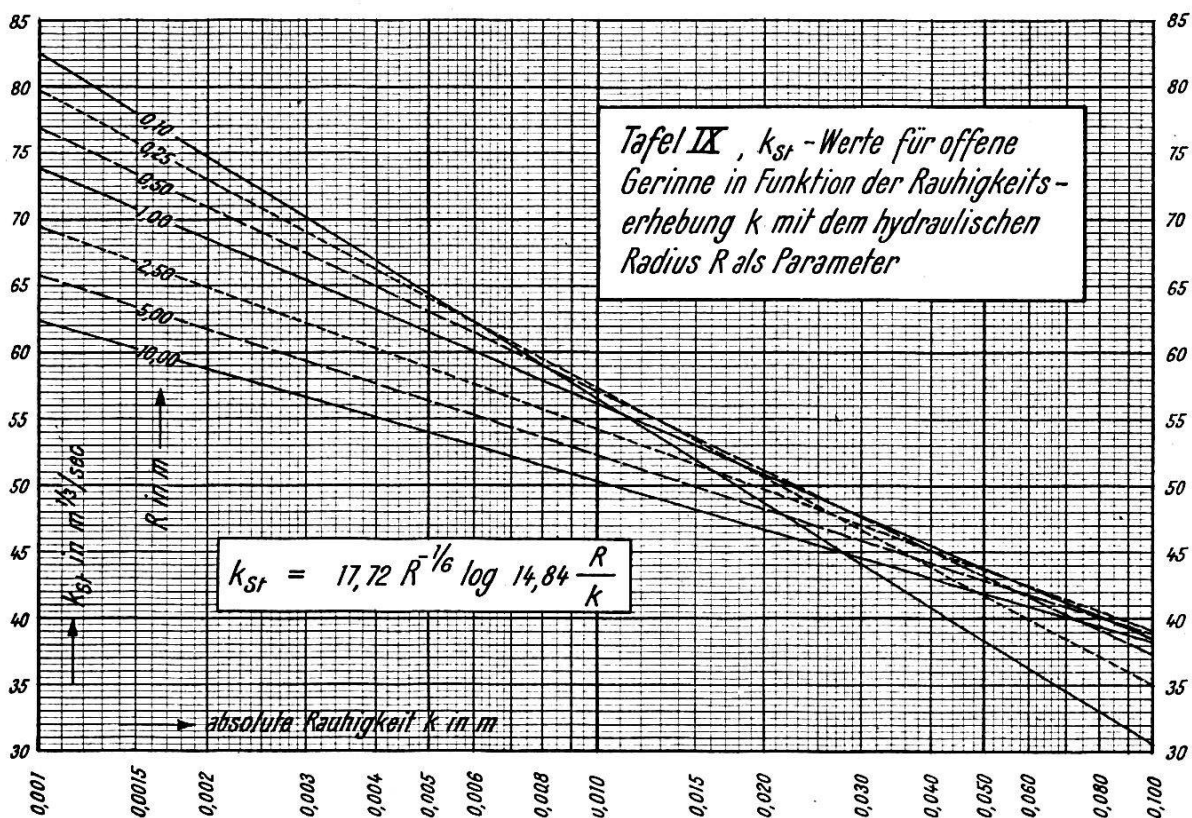
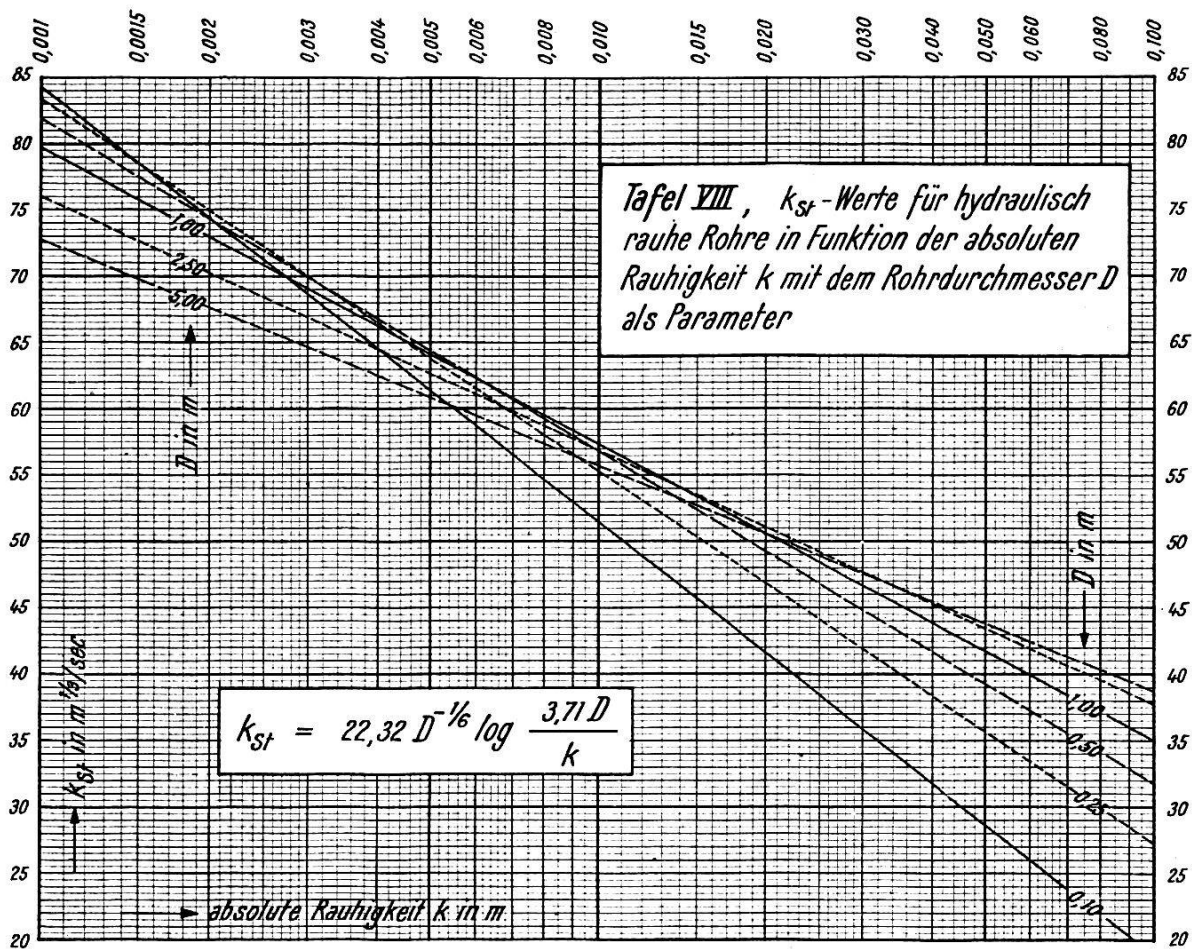


**Tafel VI,  $k_{St}$ -Werte nach Strickler für hydraulisch raue Rohre in Funktion des Durchmessers  $D$  und der absoluten Rauigkeit  $k$**



**Tafel VII,  $k_{St}$ -Werte nach Strickler für verschiedene kinematische Zähigkeiten in Funktion der Geschwindigkeit  $v$  für  $D = 0,10\text{ m}$  und  $k = 0,10\text{ mm}$**







### *Literaturverzeichnis*

- [1] *H. Darcy*, Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux. Mémoires à l'Académie des Sciences de l'Institut impériale de France, Bd. 15, 1858, S. 141.
- [2] *L. Prandtl*, Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung. Z. VDI, Bd. 77, 1933, S. 105–114.
- [3] *L. Prandtl*, Strömungslehre. Verlag Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1949.
- [4] *J. Nikuradse*, Strömungsgesetze in rauhen Rohren. VDI-Forschungsheft 361, Berlin 1933.
- [5] *C.F. Colebrook*, Turbulent flow in pipes, with particular reference of the transition region between the smooth and rough pipe laws. Journal Institution Civ. Engineers, London, Bd. 11, 1938/39, S. 133–156.
- [6] *O. Kirschmer*, Kritische Betrachtungen zur Frage der Rohrreibung. Z. VDI, Bd. 94, 1952, S. 785–791.
- [7] *W. Wiederhold*, Die Berechnung der Rohrleitungen. GWF, 1952, S. 690–692.
- [8] *H. Richter*, Rohrhydraulik. Springer-Verlag, Berlin 1958.
- [9] *M. Wierz*, Die Ermittlung der Rauigkeiten bei der Strömung von Flüssigkeiten und Gasen in technischen Rohren. Gesundheits-Ingenieur, 1952, S. 73–76.
- [10] *H. Tonn*, Graphische Ermittlung der Rauigkeit und Berechnung der Rauigkeitscharakteristik von Rohren. Gesundheits-Ingenieur, 1952, S. 337–339.
- [11] *H. Tonn*, Ermittlung der Rauigkeiten und Widerstandszahlen technischer Rohre. Gesundheits-Ingenieur, 1955, S. 36–41.
- [12] DVGW, Druckabfalltafeln und Tabellen für Wasserversorgungsleitungen. GWF, 1957, S. 704–710.
- [13] *A. Kropf*, Dimensionierung von Kanalisationen. SBZ, Bd. 125, Heft 19, 1945, S. 229–231.
- [14] *K. Böttig*, Die effektive hydraulische Leistungsfähigkeit von Beton-Rohrleitungen. SBZ, Heft 41, 1960, S. 653–656.
- [15] *Gebrüder Sulzer AG*, Hydraulische Grundlagen zu Kreiselpumpenanlagen.
- [16] *R. Müller*, Der Wasserbau. Separatabdruck aus dem Bau- und Ingenieurkalender, 1947.
- [17] *A. Strickler*, Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitsformel und der Rauigkeitszahlen für Ströme, Kanäle und geschlossene Leitungen. Mitteilung des Eidgenössischen Amtes für Wasserwirtschaft, Bern 1923.

## **Jahresbericht des Zentralvorstandes des SVVK für das Jahr 1960**

### *1. Allgemeines*

Seit der Versammlung vom 21. Mai 1960 sind keine bedeutenden Ereignisse zu verzeichnen. Der Verein befaßte sich mit der Organisation eines Fortbildungskurses. Doch wird das Denken des Zentralkomitees immer wieder vom dringlichsten Problem beherrscht, das leider immer noch nicht gelöst ist, nämlich von der Berufsausbildung, der Ausbildung unserer Techniker und unserer Zeichner.

Es ist selbstverständlich, daß im Zusammenhang damit die Frage der Deckung des Bedarfs an auszubildenden Leuten wichtige Probleme aufwirft.