

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 57 (1959)

Heft: 4

Artikel: Über die Absteckung von zusammengesetzten Kurven

Autor: Tomkiewicz, Ivans

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-215214>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Abschließend verdienen noch die relativen, in die ersten zwei Dezennien unseres Jahrhunderts fallenden Schweremessungen besonderer Erwähnung. Die damals geschätzte Genauigkeit einer gemessenen Differenz zwischen den Schwerebeschleunigungen auf einer Feldstation und auf der Referenzstation Basel, von ± 1 mgal, ist durch die Gravimeterbeobachtungen vollauf bestätigt worden. Daß aus den Anschlußmessungen in Karlsruhe und in Potsdam für die neue Fundamentalstation Zürich ein Wert hervorgeht, der innerhalb eines Milligals mit dem abgerundeten Betrag der neuesten gravimetrischen Bestimmungen zusammenfällt, zeigt ebenfalls, wie vorzüglich die damaligen Mittel von der Schweizerischen Geodätischen Kommission eingesetzt und von Th. Niethammer verwendet wurden.

Über die Absteckung von zusammengesetzten Kurven

Von Ivan Tomkiewicz, Dipl.-Ing., Aarau

Unter zusammengesetzter Kurve soll ein Gebilde verstanden werden, das aus mehreren Kreis- und der notwendigen Zahl von Übergangsbogen zusammengesetzt ist. Aus eigener Erfahrung weiß ich, daß die Absteckung solcher Kurven dem Ingenieur Schwierigkeiten bereitet. In diesem Artikel möchte ich einige Absteckungsmethoden für zusammengesetzte Kurven darlegen.

Ich gehe von einer etwas komplizierten, nur auf gewisse Fälle anwendbaren Lösung aus und gelange dann zu andern, leicht verständlichen Lösungen, die sehr allgemein und in jedem Fall anwendbar sind. Der in diesem Beitrag behandelte Stoff ist das Ergebnis eigener Arbeit. Möglicherweise sind solche oder ähnliche Methoden schon gelegentlich in der Fachliteratur behandelt worden, doch sind mir Publikationen dieser Art nicht bekannt¹.

Meine Ausführungen beziehen sich zunächst auf einen aus zwei Kreisbogen zusammengesetzten Korbbogen, doch wird sich zeigen, daß mit den vorgeschlagenen Methoden jede zusammengesetzte Kurve behandelt werden kann. Abbildung 1 stellt einen solchen Korbbogen dar. Die Trasse geht von der Geraden über die Übergangskurve L_1, R_1 in den Kreisbogen l_1, R_1 über. Der Übergang vom Kreisbogen l_1, R_1 zum Kreisbogen l_2, R_2 erfolgt mittels des Übergangsbogens R_1, R_2, L_3 . Schließlich kommt man vom Kreisbogen l_2, R_2 in die zweite Gerade über den Übergangsbogen L_2, R_2 . Da es sich hier um Autobahnen handelt, werden die Übergangsbogen in der Form von Klothoiden ausgebildet.

¹ *Anmerkung der Redaktion:* Artikel über die von I. Tomkiewicz behandelten Methoden finden sich in Lehrbüchern und in Zeitschriften. Da der Absteckung zusammengesetzter Kurven im Zusammenhang mit dem Ausbau unseres Straßennetzes immer größere Bedeutung zukommt, werden die Schweizer Leser der Zeitschrift, denen die ausländische Literatur wenig bekannt ist, den vorliegenden Aufsatz aus der Feder eines Praktikers begrüßen.

Das ganze Trassengebilde stützt sich auf das Scheitelpunktpolygon, und für den *absteckenden Ingenieur* sind daher die Tangentenlängen AT und BT sowie die Kreisbogenlängen l_1 und l_2 wichtig. Die andern Ele-

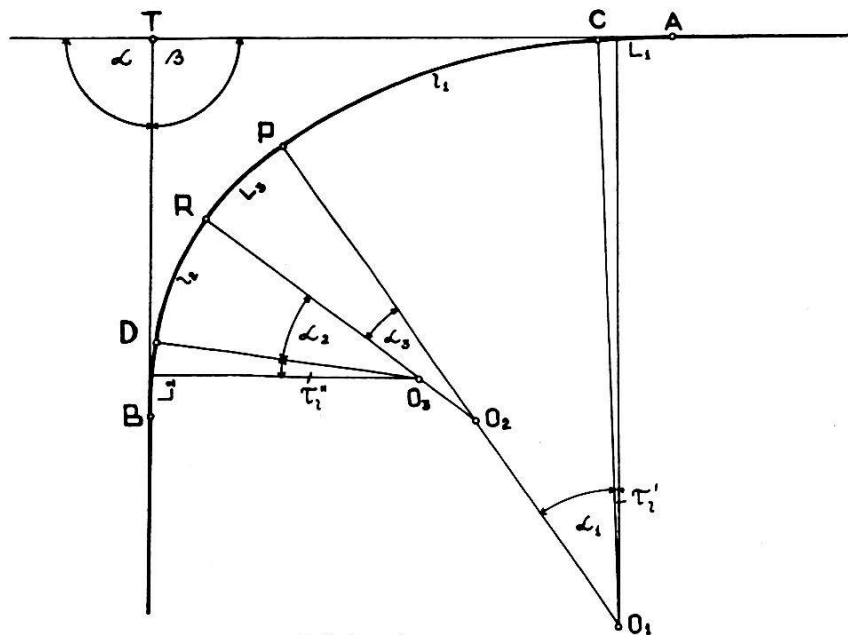


Abb. 1

mente werden vom *projektierenden Ingenieur* genau angegeben, und zwar

1. für den ersten Übergangsbogen: Bogenlänge L_1 und Endradius R_1 ;
2. für den ersten Kreisbogen: Radius R_1 und die angenäherte Bogenlänge l_1 ;
3. für den Zwischenübergangsbogen: Konstante C_3 , beide Radien R_1, R_2 und die Nutzbogenlänge L_3 ;
4. für den zweiten Kreisbogen: Radius R_2 und die angenäherte Bogenlänge l_2 ;
5. für den zweiten Übergangsbogen: Bogenlänge L_2 und Endradius R_2 .

Vorbereitende Rechnungen

Die Angaben unter 1. und 5. erlauben, einem Taschenbuch¹ für die Absteckung der klothoidenförmigen Übergangsbogen die folgenden, für die weiteren Berechnungen nötigen Werte zu entnehmen (Abbildung 2):

$d', \Delta R', \tau_1'$ für den ersten Übergangsbogen;

$d'', \Delta R'', \tau_1''$ für den zweiten Übergangsbogen.

¹ Es soll vermerkt werden, daß ich sowie auch das übrige Absteckungspersonal, mit dem ich zusammenwirkte, zu diesem Zwecke das «Taschenbuch für die polare Absteckung der Übergangsbogen in Form von Klothoiden» von Dr. Ing. Branko Znideršič, Professor der technischen Hochschule in Ljubljana/Laibach, Jugoslawien, benutzte. Diese Tabellen eignen sich ausgezeichnet sowohl für die Projektierungs- wie auch für die Absteckungsarbeiten im Terrain.

R_1 , R_2 und der kürzesten Entfernung beider Kreisbogen D mit Hilfe der

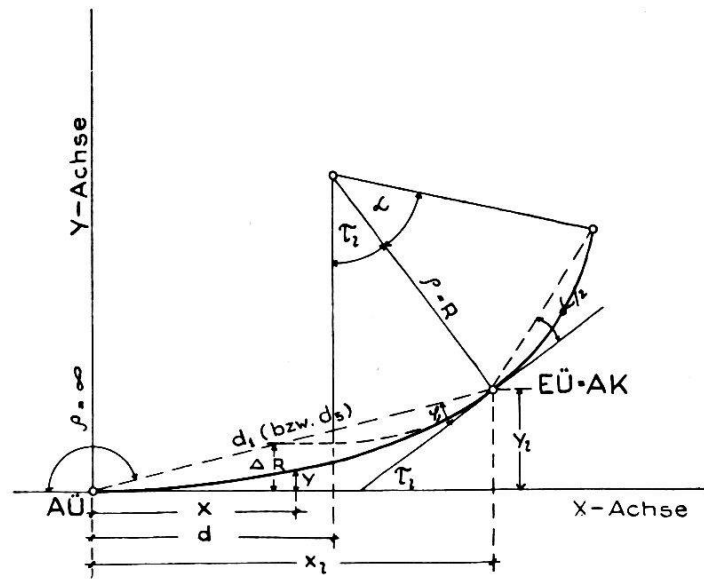


Abb. 2

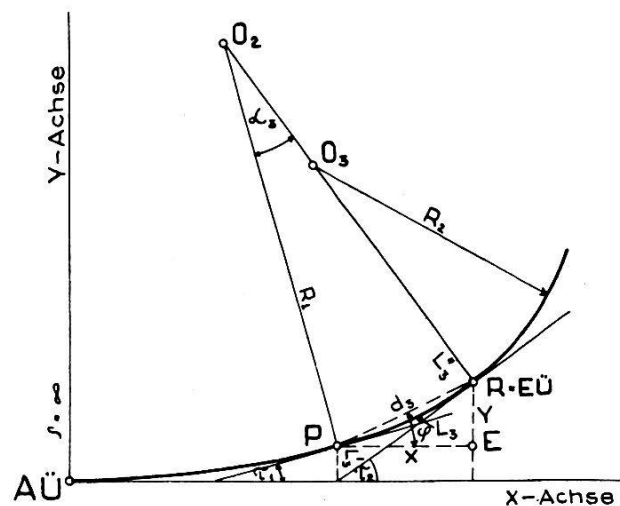


Abb. 3

Tabellen aus dem führenden Buche auf diesem Gebiete «Klothoide als Trassierungselement» von Kasper, Schürba, Lorenz die passendste Klothoide beziehungsweise ihre Konstante C_3 sowie die Nutzbogenlänge L_3 . Diese zerlegt sich im Falle $R_1 > R_2$ in zwei Teile:

$$L_3 = L''_3 - L'_3 \quad (1)$$

oder

$$\frac{C_3}{R} = \frac{C_3}{R_2} - \frac{C_3}{R_1} \quad (2)$$

wobei

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 - R_2} \quad (3)$$

Die beiden Tangentenwinkel τ_1 und τ_2 lassen sich nach folgenden Formeln berechnen:

$$\tau_1 = \frac{L_3'^2}{2 C_3} = \frac{L_3'}{2 R_1} \quad (4)$$

$$\tau_2 = \frac{L_3''^2}{2 C_3} = \frac{L_3''}{2 R_2} \quad (5)$$

Wenn wir durch P die Parallele zur x -Achse ziehen und durch R die Parallele zur y -Achse, P und R verbinden, bekommen wir das Dreieck P, R und E . Die beiden Katheten X und Y sind Differenzen der rechtwinkligen Koordinaten der Punkte P und R in bezug auf das Koordinatensystem, dessen x -Achse sich mit der Tangente im Klothoidenausgangspunkt deckt, also:

$$X = x_R - x_P \quad (6)$$

$$Y = y_R - y_P \quad (7)$$

Da sich diese Koordinaten in Taschenbüchern befinden, kann man beide Katheten ohne weiteres bestimmen, ebenso die Hypotenuse d_3 sowie φ :

$$d_3 = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (8)$$

$$\varphi = \text{arc. tg} \frac{Y}{X} \quad (9)$$

Nachdem wir über alle diese Angaben verfügen, können wir an das eigentliche Thema dieses Artikels herantreten.

Erste Methode: Als erstes zu lösendes Problem drängt sich die Bestimmung der genauen Kreisbogenlängen l_1 und l_2 auf. Wenn die Angaben über alle drei Übergangsbogen mit der notwendigen Genauigkeit von 1 cm vorliegen, so stimmen die beiden Kreisbogenlängen infolge des vorwiegend graphischen Charakters der Projektierungsarbeiten nicht genau. Sie lassen sich jedoch genau bestimmen, sobald man die Bedingung, daß die Gesamtlänge L der zusammengesetzten Kurve in Übereinstimmung mit dem Brechungswinkel $\beta = \pi - \alpha$ stehen muß, einführt. Die beiden nachfolgenden Gleichungen (10) und (11) für die Gesamtlänge L und die Zentriwinkel enthalten die zu erfüllende Bedingung

$$L = L_1 + l_1 + L_3 + l_2 + L_2 \quad (10)$$

$$\alpha = \pi - \beta = \tau'_1 + \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_2 + \tau''_1 \quad (11)$$

Zwischen Bogen und Zentriwinkeln bestehen die Beziehungen:

$$\tau'_1 = \frac{L_1}{2 R_1} \quad \tau''_1 = \frac{L_2}{2 R_2} \quad (12)$$

$$\alpha_1 = \frac{l_1}{R_1} \quad \alpha_2 = \frac{l_2}{R_2} \quad (13)$$

$$\alpha_3 = \tau_2 - \tau_1 = \frac{L_3}{R_m} \quad (14)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichungen (4) und (5) und der Grundgleichung der Klothoide

$$R \cdot L = C \quad (15)$$

folgt für R_m :

$$R_m = \frac{2 R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (16)$$

Übernimmt man nun für die Bogenlänge l_1 den angenäherten Wert, so läßt sich die richtige Bogenlänge l_2 mit Hilfe der Gleichungen (10) und (11) bestimmen.

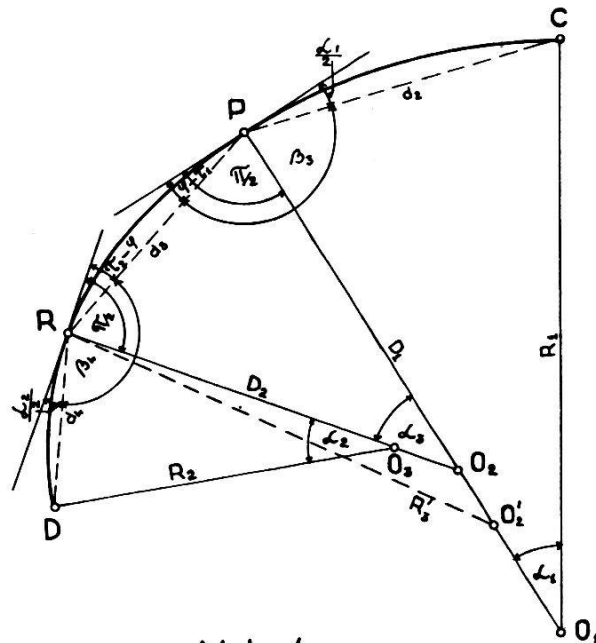


Abb. 4

Nachdem wir über die richtigen Bogenlängen verfügen, besteht die weitere Aufgabe darin, den Weg zu finden, um vom Punkt P zum Punkt R (Abb. 4) zu gelangen. Aus Abbildung 4 folgt für den Brechungswinkel

$$\beta_3 = \pi - \frac{\alpha_1}{2} - (\varphi - \tau_1) \quad (17)$$

und aus der schon bekannten Länge d_3 läßt sich der Radius des den Übergangsbogen ersetzenden Kreisbogens R'_3 , der größer als R_m ist, nach der Formel

$$R'_3 = \frac{d_3}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{\varphi - \tau_1}{2} \quad (18)$$

bestimmen. Um weiter zum Punkt D zu kommen, müssen wir zuerst den Brechungswinkel β_4 und die Sehnenlänge d_4 rechnen aus:

$$\beta_4 = \pi - (\tau_2 - \varphi) - \frac{\alpha_2}{2} \quad (19)$$

$$d_4 = 2 R_2 \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2} \quad (20)$$

Tragen wir weiter von der Tangente im Punkt R den rechten Winkel ab, bekommen wir als Schnittpunkt mit der Strecke PO_1 den Punkt O_2 . Aus dem Dreieck P, R, O_2 (Abb. 4) müssen wir die Seiten D_1 und D_2 , die für die weiteren Berechnungen nötig sind, bestimmen:

$$D_1 = d_3 \cdot \frac{\cos (\tau_2 - \varphi)}{\sin \alpha_3} \quad (21)$$

$$D_2 = d_3 \cdot \frac{\cos (\varphi - \tau_1)}{\sin \alpha_3} \quad (22)$$

Gemäß Abbildung 5 können wir jetzt schreiben:

$$AT = d' + GF + FT_3 - T_3 T \quad (23)$$

$$BT = d'' + ET_1 + T_1 T \quad (24)$$

$$ET_1 = (R_2 + \Delta R'') \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = FT_3 \quad (25)$$

$$TT_1 = \frac{TT_2}{\sin \alpha} \quad (26)$$

$$T_1 T_2 = \frac{TT_2}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (27)$$

$$GF = (R_1 - D_1) \cdot \sin (\alpha_1 - \tau'_l) + (D_2 - R_2) \cdot \sin (\alpha_1 + \tau'_l + \alpha_3) \quad (28)$$

$$T_2 T = (R_1 + \Delta R') - (R_2 + \Delta R'') - O_1 J \quad (29)$$

$$O_1 J = (R_1 - D_1) \cdot \cos (\alpha_1 + \tau'_l) + (D_2 - R_2) \cdot \cos (\alpha_1 + \tau'_l + \alpha_3) \quad (30)$$

Die Tangentenlängen AT und BT sind damit bestimmt, und das Problem ist für den absteckenden Ingenieur gelöst. Es ist aber angebracht, noch die Gleichungen für die rechtwinkligen Koordinaten der Punkte P und R aufzustellen.

$$\text{Punkt } P: \quad AM = d' + R_1 \cdot \sin (\alpha_1 + \tau'_l) \quad (31)$$

$$MP = R_1 \cdot [1 - \cos (\alpha_1 + \tau'_l)] + \Delta R' \quad (32)$$

$$\text{Punkt } R: \quad BN = d'' + R_2 \cdot \sin (\alpha_2 + \tau''_l) \quad (33)$$

$$NR = R_2 \cdot [1 - \cos (\alpha_2 + \tau''_l)] + \Delta R'' \quad (34)$$

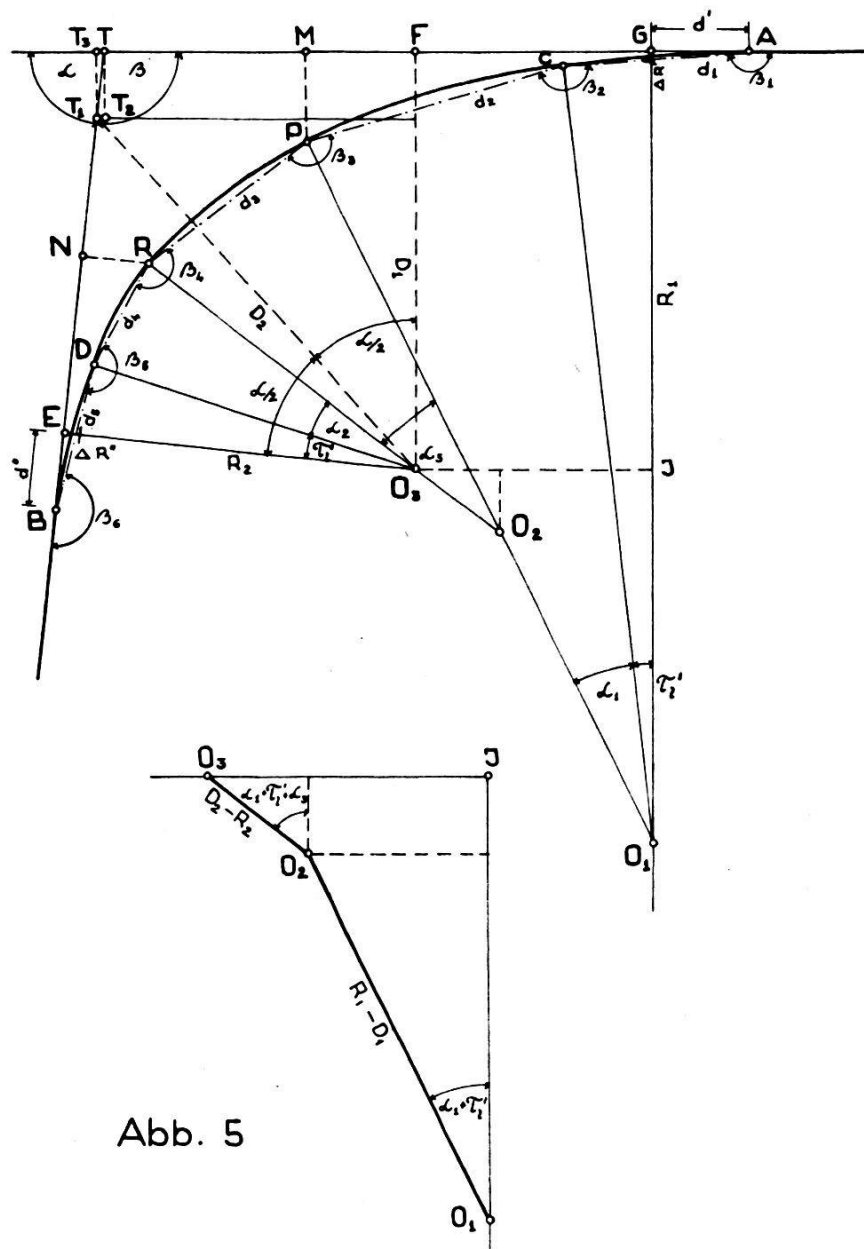


Abb. 5

Damit sind die Ausführungen über die erste Methode abgeschlossen. Aus dem nachfolgenden *Zahlenbeispiel* erkennt man, daß die Berechnungen weder langwierig sind noch irgendwelche Schwierigkeiten bereiten.

Daten:

$R_1 = 1200,00 \text{ m}$	$R_2 = 350,00 \text{ m}$
$L_1 = 20,00 \text{ m}$	$L_2 = 60,00 \text{ m}$
$L_3 = 70,83 \text{ m}$	$C_3 = 35\,000$
$\tau_1 = 0^\circ 41' 17''$	$X = 70,63 \text{ m}$
$\tau_2 = 8^\circ 11' 06''$	$Y = 4,76 \text{ m}$
$l'_2 = 122,00 \text{ m (angenähert)}$	$\beta = 129^\circ 48' 44'', \alpha = 50^\circ 11' 16''$

Der besseren Übersichtlichkeit wegen erfolgen die Berechnungen etappenweise wie folgt:

1. Aus einem Taschenbuch für die Absteckung der Klothoide (in meinem Falle aus dem schon erwähnten Taschenbuch von Dr. Žnideršič) suchen wir mit Hilfe obiger Angaben die folgenden Werte auf:

für den ersten Übergangsbogen: für den zweiten Übergangsbogen:

$$d' = 10,00 \text{ m}$$

$$\Delta R' = 0,01 \text{ m}$$

$$\tau'_1 = 0^\circ 28' 39''$$

$$d'' = 29,99 \text{ m}$$

$$\Delta R'' = 0,43 \text{ m}$$

$$\tau''_1 = 4^\circ 54' 40''$$

und dazu die für die zunächst zu behandelnden Methoden notwendigen Werte gemäß Abbildung 2:

$$x'_1 = 20,00 \text{ m}$$

$$y'_1 = 0,06 \text{ m}$$

$$\omega'_1 = 0 \ 09 \ 33$$

$$\varphi'_1 = 0 \ 19 \ 06$$

$$x''_1 = 59,96 \text{ m}$$

$$y''_1 = 1,71 \text{ m}$$

$$\omega''_1 = 1 \ 38 \ 13$$

$$\varphi''_1 = 3 \ 16 \ 27$$

$$2. \ R_m = \frac{2 \cdot R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 541,94 \text{ m}$$

$$\alpha_3 = \frac{L_3}{R_m} \cdot \rho^\circ = 7^\circ 29' 49'' = \tau_2 - \tau_1 \quad \text{Kontrolle!}$$

$$3. \ \alpha_2 = \frac{l'_2}{R_2} \cdot \rho^\circ = 19^\circ 58' 17''$$

$$\alpha_1 = \alpha - [\tau'_1 + \tau''_1 + \alpha_2 + \alpha_3] = 17^\circ 20' 21''$$

$$l_1 = \frac{\alpha_1 \cdot R_1}{\rho^\circ} = 363,14 \text{ m}$$

$$L = L_1 + l_1 + L_3 + l_2 + L_2 = 635,97 \text{ m}$$

$$4. \ \varphi = \text{arc. tg } \frac{Y}{X} = 3^\circ 51' 06''$$

$$d_3 = \sqrt{Y^2 + X^2} = 70,79 \text{ m}$$

$$5. \ \tau_2 - \varphi = 4^\circ 20' 00''$$

$$\varphi - \tau_1 = 3^\circ 09' 19''$$

$$D_1 = d_3 \cdot \frac{\cos (\tau_2 - \varphi)}{\sin \alpha_3} = 541,65 \text{ m}$$

$$D_2 = d_3 \cdot \frac{\cos (\varphi - \tau_1)}{\sin \alpha_3} = 542,37 \text{ m}$$

$$6. \ ET_1 = FT_3 = (R_2 + \Delta R'') \cdot \text{tg } \frac{\alpha}{2} = 164,10 \text{ m}$$

$$R_1 - D_1 = 658,35 \text{ m} \quad D_2 - R_2 = 192,37 \text{ m}$$

$$\alpha_1 + \tau'_1 = 17^\circ 49' 00'' \quad \alpha_1 + \tau'_1 + \alpha_3 = 25^\circ 18' 19''$$

$$GF = 283,67 \text{ m [nach Formel (28)]}$$

$$O_1J = 800,70 \text{ m [nach Formel (30)]}$$

$$T_2T = 48,88 \text{ m [nach Formel (29)]}$$

$$TT_1 = 63,63 \text{ m [nach Formel (26)]}$$

$$T_1T_2 = 40,75 \text{ m [nach Formel (27)]}$$

$$AT = 417,02 \text{ m [nach Formel (23)]}$$

$$BT = 257,73 \text{ m [nach Formel (24)]}$$

Punkte *P* und *R*:

$$AM = 377,17 \text{ m [nach Formel (31)]}$$

$$MP = 57,56 \text{ m [nach Formel (32)]}$$

$$BN = 177,26 \text{ m [nach Formel (33)]}$$

$$NR = 32,91 \text{ m [nach Formel (34)]}$$

Die Methode stellt eine einwandfreie Lösung dar, denn mit den errechneten Werten kann man den Korbbogen ohne weiteres abstecken. Besteht der Korbbogen jedoch aus mehr als zwei Kreisbogen, so wird die Lage unübersichtlich, und die Lösung erweist sich als kompliziert. Man fordert daher eine einfachere Methode; außerdem wünscht man eine unabhängige Kontrolle, wie man sie bei allen Vermessungsarbeiten erstrebt, um die nach der ersten Methode berechneten Größen mit den Ergebnissen einer anderen Methode vergleichen zu können.

Zweite Methode: Die jetzt zu beschreibende Methode stützt sich auf die Anwendung des zum Kurvengebilde gehörenden Sehnenpolygons, dessen Eckwinkel und Längen man aus den schon bekannten Größen folgendermaßen bestimmen kann (Abb. 2, 4 und 5):

$$\beta_1 = \pi - \omega'_1 \quad (35)$$

$$d_1 = \sqrt{x'_1{}^2 + y'_1{}^2} \quad (36)$$

$$\beta_2 = \pi - \varphi'_1 - \frac{\alpha_1}{2} \quad (37)$$

$$d_2 = 2 \cdot R_1 \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2} \quad (38)$$

$$\beta_3 = \pi - \frac{\alpha_1}{2} - (\varphi - \tau_1) \quad (17)$$

$$d_3 = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (8)$$

$$\beta_4 = \pi - (\tau_2 - \varphi) - \frac{\alpha_2}{2} \quad (19)$$

$$d_4 = 2 \cdot R_2 \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2} \quad (20)$$

$$\beta_5 = \pi - \frac{\alpha_2}{2} - \varphi''_1 \quad (39)$$

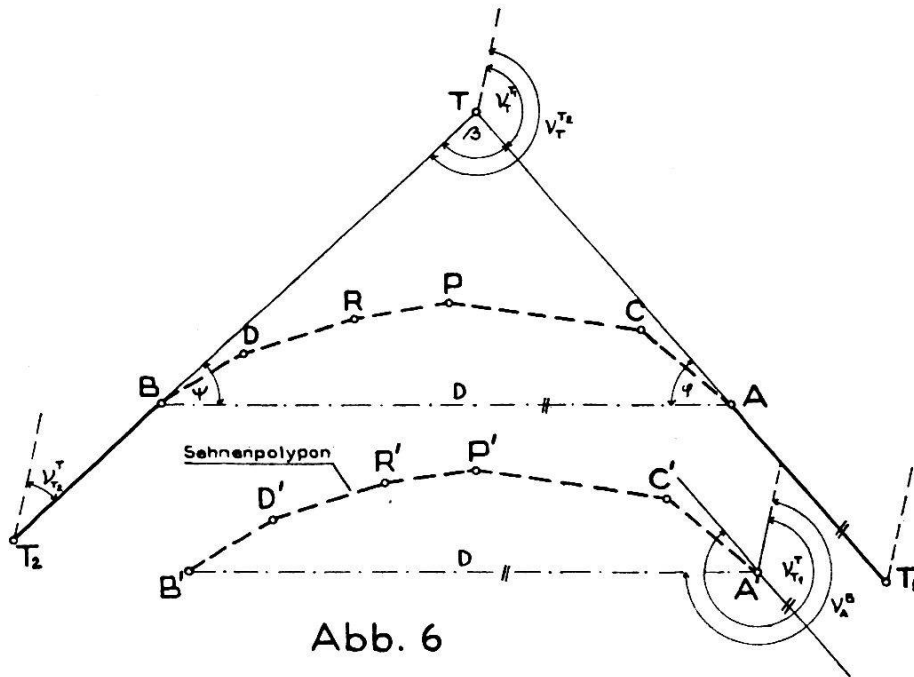
$$d_5 = \sqrt{x''_1^2 + y''_1^2} \quad (40)$$

$$\beta_6 = \pi - \omega''_1 \quad (41)$$

Unter der Annahme beliebiger Werte für den Richtungswinkel $\nu_{T_1}^{T_1}$ der Geraden T_1T Abbildung 6 sowie für die Koordinaten des Ausgangspunktes A' rechnen wir das Sehnepolygon durch und bekommen so die Koordinaten des Punktes B' . Die Länge der Verbindungslinie D sowie ihr Richtungswinkel ν_A^B lassen sich dann wie folgt bestimmen:

$$D = \sqrt{(x_{B'} - x_{A'})^2 + (y_{B'} - y_{A'})^2} \quad (42)$$

$$\nu_A^B = \text{arc. tg} \frac{y_{B'} - y_{A'}}{x_{B'} - x_{A'}} \quad (43)$$



Durch Translatieren der Linie D können wir das Dreieck A, T, B bilden, bei welchem außer D und β noch die beiden Winkel φ und ψ zu bestimmen sind:

$$\varphi = \nu_{T_1}^T - \nu_A^B \quad (44)$$

$$\psi = \nu_B^A - \nu_{T_2}^T \quad (45)$$

wo
$$\nu_{T_2}^T = \nu_{T_1}^T + \beta \quad (46)$$

Die beiden gesuchten Längen AT und BT werden jetzt

$$AT = D \cdot \frac{\sin \psi}{\sin \beta} \quad (47)$$

$$BT = D \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \beta} \quad (48)$$

Beide Methoden zusammen ergeben eine wirksame Kontrolle. Eine weitere Vereinfachung ist möglich, wenn wir uns schon von Anfang an der analytischen Geometrie bedienen. Wir müssen zu diesem Zwecke die Koordinaten der Scheitelpunkte T_1 , T , T_2 direkt vom Plane ablesen. Mit Hilfe der nach der ersten Methode errechneten Längen AT und BT lassen sich dann die Koordinaten der Punkte A und B bestimmen. Die Kontrolle durch die zweite Methode besteht jetzt darin, daß wir die Koordinaten des Punktes B bekommen, wenn wir die Berechnung des Sehnepolygons mit den Koordinaten des Punktes A begonnen haben.

Zu Vergleichszwecken wollen wir das nach der ersten Methode berechnete Beispiel auch nach der zweiten Methode behandeln. Auch hier werden wir etappenweise vorgehen:

1. Wir berechnen nach Gleichungen (35) bis (41) die Eckwinkel und die Längen. Mit diesen Werten rechnen wir das Sehnepolygon durch:

Punkt	Eckwinkel β	Richtungs- winkel ν	Längen d m	Koordinaten und Koordinatendifferenzen $y = d \cdot \sin \nu$ m $x = d \cdot \cos \nu$ m	
		$\nu_{T_1}^{T_2} = 315\ 00\ 00$ (angenommen)			(angenommen)
A'	179 50 27			0,00	0,00
C'	171 00 43	134 50 27	20,00	+ 14,18	— 14,10
P'	168 10 31	125 51 10	361,77	+ 293,22	— 211,89
R'	165 40 51	114 01 41	70,79	+ 64,66	— 28,82
D'	166 44 25	99 42 32	121,38	+ 119,64	— 20,47
B'	178 21 47	86 26 57	59,98	+ 59,86	+ 3,71
		$\nu_{T_2}^{T_1} = 84\ 48\ 44$		$y_{B'} =$ + 551,56	$x_{B'} =$ — 271,57

$$2. D = \sqrt{551,56^2 + 271,57^2} = 614,79 \text{ m}$$

$$\nu_A^B = \text{arc. tg} \frac{+ 551,56}{- 271,57} = 116^\circ 12' 51'', \nu_B^A = 296^\circ 12' 51''$$

$$3. \quad \nu_{T_2}^{T_2} = \nu_{T_1}^{T_1} + \beta = 84^\circ 48' 44'', \quad \nu_{T_2}^{T_2} = 264^\circ 48' 44''$$

$$\varphi = \nu_{T_1}^{T_1} - \nu_A^B = 18^\circ 47' 09''$$

$$\psi = \nu_{T_2}^{T_2} - \nu_B^A = 31^\circ 24' 07''$$

$$4. \quad AT = D \cdot \frac{\sin \psi}{\sin \beta} = 417,01 \text{ m}$$

$$BT = D \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \beta} = 257,74 \text{ m}$$

Die Resultate beider Methoden sind praktisch gleich. Es ist klar, daß man mit der zweiten Methode eine beliebige zusammengesetzte Kurve für die Absteckungszwecke lösen kann. Da aber bei den komplizierten zusammengesetzten Kurven die Kontrolle durch die erste Methode ausfällt, muß man nach einer dritten Methode suchen.

Dritte Methode: Wenn schon die zweite Methode Zuflucht zur analytischen Geometrie nimmt, so ist die Anwendung der Koordinatenrechnung bei der dritten Methode erst recht unvermeidlich. Wir müssen also über die Koordinaten der Scheitelpunkte T_1 , T , T_2 verfügen. Damit sind auch die Richtungswinkel beider Geraden T_1T und T_2T bekannt, und es fällt nicht schwer, ihre Gleichungen aufzustellen:

$$y_A - y_{T_1} = \operatorname{tg} \nu_{T_1}^{T_1} \cdot (x_A - x_{T_1}) \quad (49)$$

$$y_B - y_T = \operatorname{tg} \nu_{T_2}^{T_2} \cdot (x_B - x_T) \quad (50)$$

Die Methode beruht zudem auf der Voraussetzung, daß die Angaben über das Sehnepolygon der zusammengesetzten Kurve schon vorliegen. Wir müssen das Sehnepolygon der zusammengesetzten Kurve, ausgehend von einem beliebigen Punkt A' (Abb. 7) auf der Geraden T_1T , durchrechnen. Um uns unnötige Arbeit zu ersparen, fangen wir die Polygonrechnung einfach im Punkte T_1 an. Die Ergebnisse sind die Länge D , der Richtungswinkel ν_A^B und die Koordinaten des Punktes K . Wenn wir jetzt das Polygon translatieren, dann bewegt sich der Punkt B' auf der Geraden KK' , die parallel zur Geraden T_1T verläuft und mit der folgenden Gleichung ausgedrückt werden kann:

$$y_B - y_K = \operatorname{tg} \nu_{T_1}^{T_1} \cdot (x_B - x_K) \quad (51)$$

Der Schnittpunkt der Geraden T_2T und KK' ist der erste gesuchte Punkt B , und seine Koordinaten bekommen wir durch das Auflösen der Gleichungen (50) und (51). Die Gleichung der Geraden BA hat die Form:

$$y_B - y_A = \operatorname{tg} \nu_A^B \cdot (x_B - x_A) \quad (52)$$

Der Schnittpunkt der Geraden T_1T und AB ist der Punkt A , und das Ergebnis der aufgelösten Gleichungen (49) und (52) sind seine Koordinaten.

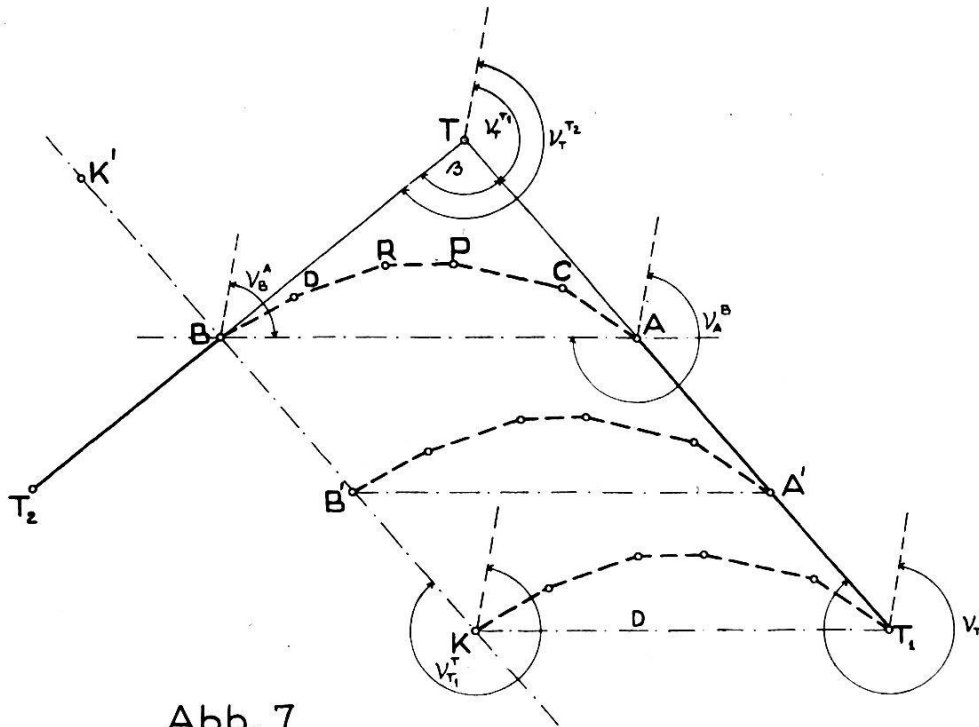


Abb. 7

Die dritte Methode stellt eine unabhängige Kontrolle für die erste und eine gute, aber nicht ganz unabhängige Kontrolle für die zweite dar. Denn die beiden letzten Methoden beruhen auf der Sehnenvielreckrechnung, und hier gemachte Fehler kommen nicht zum Vorschein.

Beim Zahlenbeispiel nehmen wir an, daß die folgenden Angaben als Ergebnis früher durchgeführter Arbeiten schon vorliegen:

$$T_1 \begin{cases} y = 1000,00 \\ x = 1000,00 \end{cases} \quad T \begin{cases} y = 1494,97 \\ x = 505,03 \end{cases}$$

$$\nu_{T_1}^T = 135^\circ 00' 00'' \quad \nu_T^T = 84^\circ 48' 44'' \quad \overline{T_1 T} = 700,00 \text{ m}$$

1. Mit Hilfe der nach der zweiten Methode errechneten Werte für Tangentenlängen $AT = 417,01 \text{ m}$ und $BT = 257,74 \text{ m}$ berechnen wir im Koordinatensystem der Scheitelpunkte die Koordinaten der Punkte A und B:

$$A \begin{cases} y = 1200,10 \\ x = 799,90 \end{cases} \quad B \begin{cases} y = 1751,65 \\ x = 528,33 \end{cases}$$

2. Aufstellen der Gleichungen der Geraden $T_1 T$ und TT_2 :

$$\begin{aligned} y_A - y_{T_1} &= \operatorname{tg} \nu_{T_1}^T \cdot (x_A - x_{T_1}) \\ \text{oder} \\ y_A - 1000,00 &= - (x_A - 1000,00) \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} y_B - y_T &= \operatorname{tg} \nu_T^T \cdot (x_B - x_T) \\ \text{oder} \\ y_B - 1494,97 &= + 11,0142 \cdot (x_B - 505,03) \end{aligned} \quad (50)$$

3. Mit den Resultaten der Polygonrechnung der zweiten Methode bestimmen wir die Koordinaten des Punktes K :

Punkt Koordinaten und Koordinatendifferenzen			
	y Δy	x Δx	
T	1000,00	1000,00	
	+ 551,56	— 271,57	$\nu_T^K = \nu_A^B = 116^\circ 12' 51''$
K	1551,56	728,43	

4. Aufstellen der Gleichung der Geraden KK' :

$$y_B - y_K = \operatorname{tg} \nu_{T_1}^T \cdot (x_B - x_K)$$

oder

$$y_B - 1551,56 = - (x_B - 728,43) \quad (51)$$

5. Die Auflösung der Gleichungen (50) und (51) ergibt die Koordinaten des Punktes B :

$$B \quad \begin{cases} y = 528,33 \\ x = 1751,66 \end{cases}$$

6. Aufstellen der Gleichung der Geraden AB :

$$y_B - y_A = \operatorname{tg} \nu_A^B (x_B - x_A)$$

oder

$$1751,66 - y_A = - 2,0310 \cdot (528,33 - x_A) \quad (52)$$

7. Die Auflösung der Gleichungen (49) und (52) ergibt die Koordinaten des Punktes A :

$$A \quad \begin{cases} y = 1200,10 \\ x = 799,90 \end{cases}$$

Die Kontrolle stimmt ausgezeichnet. Die dritte Methode ist der zweiten vollkommen gleichwertig.

Am Schluß kann man wohl sagen, daß es an einwandfreien Methoden zur Lösung des angewiesenen Problems nicht fehlt. Es ist die Aufgabe des absteckenden Ingenieurs, die passendste anzuwenden.