

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 56 (1958)

**Heft:** 12

**Artikel:** Zur Eliminierung von Stativdrehungen bei der Satzmessung

**Autor:** Wyss, Niklaus

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-214409>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

(29) bewirkt demnach einen Fehler in der Differenz  $T_{21}$ , der erst nach Division durch 31,36 mit den Restfehlern der Ausgleichung vergleichbar wird. Der Betrag  $0,0594 : 31,36 = 0,0019$  mgal erscheint aber als durchaus tragbar. Vor allem aber hat bereits die für beide Zentren getrennt durchgeführte Ausgleichung hinlänglich gelehrt, daß der horizontale Gradient des Durchschnittswertes der Schwere in der Lotlinie von einer fehlerhaften Zerlegung der topographischen Korrekturen nicht berührt wird, wie die Ausschaltung der Differenzen  $\Delta T_{ki}$  ohne direkte Berechnung in erster Linie auf der Reduktion auf die Distanz 1 m beruht.

## Zur Eliminierung von Stativdrehungen bei der Satzmessung

Von Niklaus Wyss, dipl. Ing., Unterseen-Interlaken

Die Erscheinung von Stativ- und Pfeilerdrehungen bei Richtungsmessungen ist schon lange bekannt. Mißt man die Richtungen in der ersten Lage im Uhrzeigersinn und in der zweiten Lage jedoch im Gegenuhrzeigersinn, so wird eine konstante Stativdrehung eliminiert.

Oft wird die Ausgangsrichtung am Ende des Satzes noch ein zweites Mal beobachtet. Stimmen die beiden Beobachtungen innerhalb des mittleren Fehlers miteinander überein, wird mit dem Mittelwert weitergerechnet. Erreicht jedoch die Differenz der beiden Werte größere Beträge, so erfolgt meist gefühlsmäßig eine lineare Verteilung der Differenz auf alle Richtungen des Satzes.

Im Rahmen einer Arbeit am geodätischen Seminar der ETH war zu untersuchen, *welcher Art die einer linearen Verteilung zugeordnete Stativdrehung* sei und ob die Methode auf vernünftigen Voraussetzungen beruhe.

Die wesentlichen Ergebnisse sind im folgenden zusammengefaßt:

$\alpha$  bedeutet eine in der 1. Lage beobachtete Richtung,  
 $\alpha'$  die entsprechende Beobachtung in der 2. Lage,  
 $\beta$  und  $\beta'$  sind die entsprechenden, von Stativdrehungen freien Beobachtungen.

Wenn ferner mit  $\varphi$  der Drehungswinkel des Stativen im Moment der Beobachtung bezeichnet wird, so ist

$$\alpha = \beta + \varphi \quad (1)$$

$\varphi$  ist eine Funktion der Zeit  $t$ :

$$\varphi = \varphi(t) \quad (2)$$

Wir setzen voraus, daß innerhalb eines Halbsatzes zwischen den einzelnen Richtungsbeobachtungen immer die gleiche Zeit  $d$  verstreiche. Die Zeit zwischen den beiden Halbsätzen beim Durchschlagen des Fernrohres wollen wir  $d'$  nennen.

Die Mittel aus den beiden Lagen werden mit

$$a = \frac{1}{2}(\alpha + \alpha') \text{ bzw. } b = \frac{1}{2}(\beta + \beta') \quad \text{bezeichnet.}$$

Wir erhalten damit folgende Gleichungen (Satz mit 5 Richtungen):

1. Lage	2. Lage	(3)
$\alpha_1 = \beta_1 + \varphi(0)$	$\alpha'_1 = \beta'_1 + \varphi(d' + 8d)$	
$\alpha_2 = \beta_2 + \varphi(d)$	$\alpha'_2 = \beta'_2 + \varphi(d' + 7d)$	
$\alpha_3 = \beta_3 + \varphi(2d)$	$\alpha'_3 = \beta'_3 + \varphi(d' + 6d)$	
$\alpha_4 = \beta_4 + \varphi(3d)$	$\alpha'_4 = \beta'_4 + \varphi(d' + 5d)$	
$\alpha_5 = \beta_5 + \varphi(4d)$	$\alpha'_5 = \beta'_5 + \varphi(d' + 4d)$	
Mittel		
$a_1 = b_1 + \frac{1}{2}[\varphi(0) + \varphi(d' + 8d)]$	$a'_1 = b'_1 + \frac{1}{2}[\varphi(d) + \varphi(d' + 7d)]$	
$a_2 = b_2 + \frac{1}{2}[\varphi(2d) + \varphi(d' + 6d)]$	$a'_2 = b'_2 + \frac{1}{2}[\varphi(3d) + \varphi(d' + 5d)]$	
$a_3 = b_3 + \frac{1}{2}[\varphi(4d) + \varphi(d' + 4d)]$	$a'_3 = b'_3 + \frac{1}{2}[\varphi(0) + \varphi(d' + 8d)]$	
$a_4 = b_4 + \frac{1}{2}[\varphi(0) + \varphi(d' + 8d)]$	$a'_4 = b'_4 + \frac{1}{2}[\varphi(d) + \varphi(d' + 7d)]$	
$a_5 = b_5 + \frac{1}{2}[\varphi(d) + \varphi(d' + 7d)]$	$a'_5 = b'_5 + \frac{1}{2}[\varphi(2d) + \varphi(d' + 6d)]$	

Unter der Annahme, daß die erste Richtung am Ende des Satzes wiederholt wurde, sind in unserem Beispiel die Richtungen 1 und 5 identisch. Stimmen die zugehörigen Beobachtungen  $a_1$  und  $a_5$  innerhalb ihrer mittleren Fehler zusammen, so können wir annehmen, daß unsere Beobachtungen keine systematischen Fehler aufweisen. Man darf dann mit dem Mittelwert weiterrechnen.

Gelegentlich zeigen sich jedoch in allen Sätzen erhebliche systematische Differenzen  $\Delta$  zwischen den beiden Werten:

$$\Delta = a_1 - a_5 \quad (4)$$

Wir wollen nun verschiedene möglichst einfache Ansätze für die Stativdrehung  $\varphi$  untersuchen:

Als einfachsten Ansatz setzen wir die Winkelgeschwindigkeit

$$w = \frac{d\varphi}{dt} = 2c = \text{constant} \quad (5)$$

Damit erhalten wir

$$\varphi = 2ct + p \quad (5')$$

$p$  ist eine Integrationskonstante, die beim Reduzieren des Satzes wegfällt. Mit  $\varphi = 2ct$  erhalten wir aus den Gleichungen (3):

$$\begin{aligned} a_1 &= b_1 + c(0 + d' + 8d) = b_1 + c(d' + 8d) \\ a_2 &= b_2 + c(d + d' + 7d) = b_2 + c(d' + 8d) \\ a_3 &= b_3 + c(2d + d' + 6d) = b_3 + c(d' + 8d) \\ a_4 &= b_4 + c(3d + d' + 5d) = b_4 + c(d' + 8d) \\ a_5 &= b_5 + c(4d + d' + 4d) = b_5 + c(d' + 8d) \end{aligned} \quad (6)$$

Wir reduzieren alle Richtungen um  $c (d' + 8d)$  und sehen, daß alle  $a = b$  werden und  $a_1 = a_5$  ist. Wir gelangen zu folgenden Schlüssen:

1. *Konstante Stativdrehungen werden durch Messung des ersten Halbsatzes im Uhrzeiger- und des zweiten Halbsatzes im Gegenuhrzeigersinn eliminiert; eine längst bekannte Tatsache.*
2. *Bei linearen Stativdrehungen können keine Differenzen zwischen der Anfangs- und Endablesung der Ausgangsrichtung auftreten.* Diese Erkenntnis wurde wohl bisher zu wenig beachtet. Denn aus ihr ergibt sich als Umkehrung unmittelbar, daß die übliche lineare Verteilung der Differenzen  $\Delta$  keiner linearen Stativdrehung entsprechen kann, wie das häufig gefühlsmäßig angenommen wird.

Als nächst komplizierterer Ansatz wählen wir als Winkelbeschleunigung

$$\dot{w} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = c = \text{constant} \quad (7)$$

Durch Integration erhalten wir:

$$\frac{d\varphi}{dt} = ct + p \quad \text{und} \quad \varphi = 2ct^2 + pt + q \quad (7')$$

Die Glieder  $pt$  und  $q$  können wir wieder weglassen, denn wir haben eben bewiesen, daß die lineare Stativdrehung zu keinen Differenzen führt. Mit  $\varphi = 2ct^2$  erhalten wir:

$$\begin{aligned} a_1 &= b_1 + c (0 + d'^2 + 16dd' + 64d^2) = b_1 + c (16dd' + 64d^2) \\ a_2 &= b_2 + c (d_2 + d'^2 + 14dd' + 49d^2) = b_2 + c (14dd' + 50d^2) \\ a_3 &= b_3 + c (4d^2 + d'^2 + 12dd' + 36d^2) = b_3 + c (12dd' + 40d^2) \quad (8) \\ a_4 &= b_4 + c (9d^2 + d'^2 + 10dd' + 25d^2) = b_4 + c (10dd' + 34d^2) \\ a_5 &= b_1 + c (16d^2 + d'^2 + 8dd' + 16d^2) = b_1 + c (8dd' + 32d^2) \end{aligned}$$

Der Wert  $cd'^2$  wurde ganz rechts weggelassen, da er als Konstante beim Reduzieren der Richtungen herausfällt.

Hier tritt nun eine Differenz  $\Delta = a_1 - a_5$  auf, nämlich

$$\Delta = c (8dd' + 32d^2)$$

Setzen wir noch voraus, daß

$$d' = d \quad (9)$$

ist, das heißt, daß die Zeit beim Wechseln der Lagen gleich der Zeit zwischen zwei Richtungsablesungen in der gleichen Lage ist, so erhalten wir nach Reduktion des Satzes (8) um  $40d^2$  folgende Korrekturen an den einzelnen Richtungen:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= b_1 + 40cd^2 = b_1 + (4cd^2)f_1 = b_1 + kf_1 \text{ mit } f_1 = 10 \\
 a_2 &= b_2 + 24cd^2 = b_2 + (4cd^2)f_2 = b_2 + kf_2 \text{ mit } f_2 = 6 \\
 a_3 &= b_3 + 12cd^2 = b_3 + (4cd^2)f_3 = b_3 + kf_3 \text{ mit } f_3 = 3 \\
 a_4 &= b_4 + 4cd^2 = b_4 + (4cd^2)f_4 = b_4 + kf_4 \text{ mit } f_4 = 1 \\
 a_5 &= b_1 + 0 = b_1 + (4cd^2)f_5 = b_1 + kf_5 \text{ mit } f_5 = 0
 \end{aligned} \tag{10}$$

Dabei ist

$$k = 4cd^2 = \frac{a_1 - a_5}{f_1} = \frac{\Delta}{f_1} \quad (11)$$

Die Faktoren  $f$  können wir leicht finden, wenn wir beachten, daß die Differenzen zwischen aufeinanderfolgenden Faktoren von unten nach oben immer um 1 zunehmen.

Für  $n$  Richtungen ( $n + 1$  Beobachtungen) erhalten wir daher folgendes Schema:

1. Richtung =  $(n + 1)$ . Richtung

$$\Delta = a_1 - a_{n+1} \quad k = -\frac{\Delta}{f_1}$$

Faktor	Wert	Diff.
$f_1$	$\frac{1}{2} [n(n+1)]$	$b_1 = a_1 - f_1 k = a_{n+1}$
	$n$	
$f_2$	.	$b_2 = a_2 - f_2 k$
	$n-1$	
$f_3$	.	$b_3 = a_3 - f_3 k$
.	.	.
.	.	.
$f_{n-1}$	3	$b_{n-1} = a_{n-1} - f_{n-1} k$
	2	
$f_n$	1	$b_n = a_n - f_n k$
	1	
$f_{n+1}$	0	$b_1 = a_{n+1} - 0$

Die Reihe der  $f$  lautet:

$$0 = 1 = 3 = 6 = 10 = 15 = 21 = 28 = 36 = 45 = 55 = 66 \dots$$

Diese quadratische Verteilung des Widerspruchs lässt sich auf dem Rechenschieber ebenso leicht ausführen wie die lineare Verteilung.

## Hätten wir

$$2d' \equiv d \quad (13)$$

an Stelle von (9) gesetzt, so würde man eine ähnliche Faktorenreihe finden. Die Zunahme der Differenzen beträgt wieder 1, jedoch beginnt sie mit der Differenz 1.5:

$$0 = 1.5 = 4 = 7.5 = 12 = 17.5 = 24 = 31.5 = 40 = 49.5 = 60 \dots$$

Zielpkt.	Messung				ohne Verteilung				lineare		
	1. Lage	2. Lage	Mittel	Red. S.	Satz-M.	$v'$	$v$	$vv$	Red. S.	Korr.	Korr. S.
	g ' "	' "	' "	' "	' "				' "	' "	' "
A	0 02 73	02 15	02 44	00 00	00 00	0	+2	4	00 00	- 0	00 00
B	8 22 32	22 15	22 24	19 80	19 79	-1	+1	1	19 80	- 2	19 78
C	11 72 86	72 82	72 84	70 40	70 37	-3	-1	1	70 40	- 3	70 37
D	15 83 44	83 35	83 40	80 96	80 94	-2	0	0	80 96	- 4	80 92
E	38 95 58	95 80	95 69	93 25	93 23	-2	0	0	93 25	- 6	93 19
F	48 50 41	50 22	50 32	47 88	47 83	-5	-3	9	47 88	- 8	47 80
G	297 62 18	61 61	61 90	59 46	59 37	-9	-7	49	59 46	- 9	59 37
H	385 92 73	92 43	92 58	90 14	90 10	-4	-2	4	90 14	-10	90 04
A	0 02 63	02 50	02 56	00 12	00 18	+6	+8	64	00 12	-12	00 00
						-20	-2	132			
A	100 02 90	02 23	02 56	00 00		0	-3	9	00 00	- 0	00 00
B	108 22 38	22 31	22 34	19 78		+1	-2	4	19 78	- 2	19 76
C	111 72 96	72 81	72 88	70 32		+5	+2	4	70 32	- 5	70 27
D	115 83 48	83 43	83 46	80 90		+4	+1	1	80 90	- 7	80 83
E	138 95 54	95 89	95 72	93 16		+7	+4	16	93 16	-10	93 06
F	148 50 41	50 27	50 34	47 78		+5	+2	4	47 78	-12	47 66
G	397 62 19	61 56	61 88	59 32		+5	+2	4	59 32	-14	59 18
H	85 92 76	92 46	92 61	90 05		+5	+2	4	90 05	-17	89 88
A	100 02 89	02 61	02 75	00 19		-1	-4	16	00 19	-19	00 00
						+31	+4	62			
A	200 02 73	0 214	02 44	00 00		0	0	0	00 00	- 0	00 00
B	208 22 29	22 17	22 23	19 79		0	0	0	19 79	- 3	19 76
C	211 72 84	72 77	72 80	70 36		+1	+1	1	70 36	- 6	70 30
D	215 83 51	83 33	83 42	80 98		-4	-4	16	80 98	- 9	80 89
E	238 95 49	95 78	95 64	93 20		+3	+3	9	93 20	-12	93 08
F	248 50 32	50 19	50 26	47 82		+1	+1	1	47 82	-16	47 66
G	97 62 14	61 34	61 74	59 30		+7	+7	49	59 30	-19	59 11
H	185 92 78	92 34	92 56	90 12		-2	-2	4	90 12	-22	89 90
A	200 02 81	02 57	02 69	00 25		-7	-7	49	00 25	-25	00 00
						-1	-1	129			
A	300 02 68	02 16	02 42	00 00		0	+1	1	00 00	- 0	00 00
B	308 22 25	22 14	22 20	19 78		+1	+2	4	19 78	- 2	19 76
C	311 72 85	72 78	72 82	70 40		-3	-2	4	70 40	- 4	70 36
D	315 83 41	83 31	83 36	80 94		0	+1	1	80 94	- 5	80 89
E	338 95 57	95 86	95 72	93 30		-7	-6	36	93 30	- 7	93 23
F	348 50 31	50 20	50 26	47 84		-1	0	0	47 84	- 9	47 75
G	197 62 15	61 49	61 82	59 40		-3	-2	4	59 40	-10	59 30
H	285 92 70	92 28	92 49	90 07		+3	+4	16	90 07	-12	89 95
A	300 02 76	02 35	02 56	00 14		+4	+5	25	00 14	-14	00 00
						-6	+3	91			
								414			

$$m = \sqrt{\frac{414}{3.8}} = 4''.14 \quad M = 2''.07$$

$$m = \sqrt{\frac{480}{3.8}} = 4''.48 \quad M = 2''.24$$

$$m = \sqrt{\frac{519}{3.8}} = 4''.74 \quad M = 2''.37$$

(Wenn wir  $\frac{d'}{d} = \infty$  setzen würden, erhielten wir eine lineare Verteilung; diese Annahme ist aber meßtechnisch unsinnig.)

Welche Funktionen  $\varphi(t)$  entsprechen nun aber einer linearen Verteilung der Differenz  $\Delta$ ? Graphische Überlegungen zeigen, daß schon deren erste Ableitungen zwischen den beiden Halbsätzen unstetig sind und daher als Ausnahmen wegfallen.

*Wir erhalten aus der Untersuchung daher folgende Resultate:*

*1. Der nicht selten eingeführten linearen Verteilung der Differenz zwischen den Mitteln aus den Beobachtungen derselben Ausgangsrichtung am Anfang und am Ende eines Satzes entspricht kein befriedigender Ansatz für die Stativdrehung in Funktion der Zeit.*

*2. Die einfachste Annahme für diese Funktion, konstante Winkelbeschleunigung, führt auf eine quadratische Verteilung (12) der Differenz  $\Delta$ .*

Nun sträuben wir uns etwas gegen die Annahme, daß die Geschwindigkeit der Stativdrehung ständig zunimmt oder abnimmt, während uns eine konstante Drehung natürlicher erscheint. Es ist aber zu bemerken, daß Stationen, bei denen systematische Differenzen  $\Delta$  über alle Sätze auftreten, eher selten sind. Bei den meisten Stationen dürfte vielmehr die Voraussetzung einer konstanten Drehung zutreffen. Doch ist nicht einzusehen, warum zum Beispiel eine Temperaturzunahme am Morgen, die sicher nicht linear verläuft, eine lineare Stativdrehung bewirken soll. Hier ist die quadratische Verteilung zweifellos gerechtfertigt.

Die Stativdrehungen verlaufen, wie Untersuchungen zeigen, wohl selten stetig, sondern ruckweise. Doch läßt eine kleine Streuung zwischen den Differenzen  $\Delta$  über alle Sätze vermuten, daß zwischen je zwei Ablesungen mehrere kleine Sprünge erfolgen. Die hier für stetige Drehungen abgeleiteten Formeln gelten dann im Sinne einer Näherung weiter.

Weisen dagegen die Differenzen  $\Delta$  große Streuungen auf, wird jede Verteilungsart problematisch.

Eine sehr günstige Art der Elimination würde man bei folgender Meßanordnung erhalten:

Es werden so viele Sätze gemessen, wie Richtungen vorhanden sind. Bei jedem Satz wird mit einer anderen Richtung begonnen, in der Meinung, daß so im Gesamtmittel aller Sätze die Stativdrehungen beliebiger Art eliminiert werden. Bei der praktischen Arbeit dürfte dieses Prinzip nur schwer zu verwirklichen sein, es wurde jedoch seiner bestechenden Einfachheit wegen weiter untersucht. Dabei zeigt sich, daß, wenn sich bei jedem einzelnen Satz immer derselbe Bewegungsablauf der Stativdrehung wiederholt, dieser, welcher Art er auch sei, im Gesamtmittel eliminiert wird. Dies bedingt aber in der Regel eine Unstetigkeit der Drehung zwischen den einzelnen Sätzen, was der Wirklichkeit kaum entspricht. Interessanter ist die Frage, welche Funktionen  $\varphi(t)$ , die über

alle Sätze stetig verlaufen, auf diese Art eliminiert werden. Die Untersuchung zeigt, daß nur lineare und quadratische Glieder eliminiert werden. Diese umfassende Methode grenzt daher gewissermaßen die erfassbaren Funktionen  $\varphi(t)$  von oben ein; mit der gezeigten quadratischen Verteilung wird in Strenge das gleiche erreicht, nämlich die Elimination des quadratischen Gliedes.

### *Beispiel*

In der Tabelle S. 356/357 kommt die Systematik der Differenzen  $\Delta$  in den vier Sätzen nach Vorzeichen und Wert deutlich zum Ausdruck. Zudem sind diese  $\Delta$  im Vergleich zu den mittleren Fehlern von auffallender Größe. Die Satzausgleichung wurde ohne Verteilung, mit linearer und mit quadratischer Verteilung durchgerechnet. *Die Differenzen zwischen den Satzmitteln der linearen und der quadratischen Verteilungsart übersteigen die mittleren Fehler beträchtlich.*

Wären die Differenzen  $\Delta$  bei jedem Satz gleich groß, so würden die entsprechenden Verbesserungen  $v$  (und damit die mittleren Fehler) bei den drei Berechnungsarten identisch, und die Korrekturen müßten nur ein einziges Mal am Satzmittel angebracht werden. Sind die Abweichungen der Differenzen  $\Delta$  in den einzelnen Sätzen nur unbedeutend, so wird praktisch diese vereinfachte Berechnungsart genügen. Man erkennt daraus, daß die eigentliche Fehlerrechnung im Prinzip von der Verteilungsart nicht berührt wird. Daher geben die verschiedenen mittleren Fehler kein Kriterium für die Wahl der zweckmäßigsten Verteilungsart der Differenzen  $\Delta$ . Es sei noch bemerkt, daß die untersuchten Sätze aus Beobachtungen (Eidgenössische Landestopographie) stammen und nicht als konstruiertes Beispiel anzusehen sind.

## **Genauigkeitsuntersuchung an einer photogrammetrischen Parzellarvermessung 1:5000**

*Von P. Hunsperger*

### *1. Allgemeines, Lage des Gebietes, Aufnahme und Auswertung*

Die Luftphotogrammetrie kommt im schweizerischen Vermessungswesen immer mehr zur Anwendung. Wenn zu Beginn die Aufnahme des Übersichtsplanes oder des alten Besitzstandes für Güterzusammenlegungen im Vordergrund standen, so gewinnt jetzt die Parzellarvermessung mit ihren gesteigerten Genauigkeitsanforderungen an Bedeutung. Die schweizerische Geometerschaft setzt sich denn auch mit den Problemen der photogrammetrischen Vermessung in verschiedener Form auseinander. Neben in- und ausländischen Versuchen werden Vortragskurse abgehalten, Kommissionen versuchen den Lösungen näher zu kommen, Diskussion herrscht. Die vor einigen Jahren erteilten Aufträge für photo-