

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 56 (1958)

Heft: 11

Artikel: Die Bestimmung der Lotkrümmung auf dem TP Rosalionkapelle [Fortsetzung]

Autor: Ledersteger, K.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-214403>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 24.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie

Revue technique Suisse des Mensurations, du Génie rural et de Photogrammétrie

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungs-
wesen und Kulturtechnik; Schweiz. Kulturlingenieurverein;
Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Editeur: Société suisse des Mensurations et Améliorations
foncières; Société suisse des Ingénieurs du
Génie rural; Société suisse de Photogrammétrie

Nr. 11 • LVI. Jahrgang

Erscheint monatlich

15. November 1958

Die Bestimmung der Lotkrümmung auf dem TP Rosalienkapelle

Von K. Ledersteger, Wien

(Fortsetzung)

Die unmittelbaren Messungsergebnisse wurden zunächst wegen des Einflusses der Gezeiten korrigiert. Hierzu dienten die von der European Association of Exploration Geophysicists herausgegebenen «Tidal Gravity Corrections for 1957», die für den Meridian 15° östlich von Greenwich berechnet sind. Die Korrektur ist in der Form

$$c = P + N \cos \varphi (\cos \varphi + \sin \varphi) + S \cos \varphi (\cos \varphi - \sin \varphi) \quad (17)$$

gegeben. Der erste Term, die Korrektur für den Pol, ist stets negativ und ändert sich so langsam, daß er für die Differenzbildung gänzlich unberücksichtigt bleiben kann; es ist P am 29. Juli $-0,088$ mgal und am 30. Juli $-0,090$ mgal. Die tabulierten Werte N und S sind die Korrekturen für die geographischen Breiten 45° Nord und 45° Süd. Mit der Position von Rosalienkapelle: $\varphi = +47^\circ 42'$, $\lambda = 16^\circ 18'$ östlich von Greenwich findet man

$$c' = 0,951 N - 0,045 S \quad (17a)$$

und hat überdies für die Interpolation von N und S aus der Tabelle die beobachteten Uhrzeiten (MEZ) zwecks Überganges auf den Ortsmeridian um 5 m zu vergrößern.

Die Elimination des Ganges erfolgt am bequemsten rechnerisch in folgender Weise. Jede Messung auf P_k ist zwischen zwei benachbarten Messungen des jeweiligen Hauptpunktes – PP_4 am 29. Juli und Z_1 am 30. Juli – eingeschlossen. Interpoliert man daher linear den Schwerewert des Hauptpunktes P_i für die Zeit der Beobachtung auf P_k , so erhält man eine Schweredifferenz ($g_k - g_i$) und kann alle so gewonnenen Werte einfach mitteln. Dieser Vorgang hat lediglich zur Voraussetzung, daß die benachbarten Messungen auf dem Hauptpunkt zeitlich nicht allzu weit

auseinanderliegen. Was den Gang betrifft, sei übrigens das Urteil des erfahrenen Beobachters zitiert:

«Zur Auswertung vom 29. Juli ist zu sagen, daß das Gerät doch noch nicht ganz so ausgeglichen war, wie ich das auf Grund der Meßergebnisse annehmen konnte, da ein Einlaufvorgang zu erkennen ist. Ist man aber der Auffassung, daß der Gang bereits nach 11 h 50 m abknickt, dann ändern sich die Schweredifferenzen 4/3, 4/2 und 4/0 nur geringfügig in der dritten Dezimale. Die Auswertung ist also nicht kritisch, trotz dem teilweise nicht linearen Gange. – Bei der Auswertung des 30. Juli zeigt sich, daß bei den Vormittagsmessungen die Schweredifferenzen zum Beispiel $Z_1/4$ und $Z_1/10$ um etwa 0,02–0,03 mgal niedriger gemessen werden, als das am Nachmittag und am 29. Juli der Fall ist. Hier scheint sich doch der Einfluß des Windes bemerkbar zu machen in Verbindung mit der Tatsache, daß auf den Wurzeln der Bäume gemessen wurde. – Im allgemeinen sind die Meßergebnisse sehr gut und weichen untereinander nicht mehr ab als maximal 0,015 mgal ...»

Für die Zusammenlegung der Meßergebnisse mußte schließlich noch die geänderte Instrumentenhöhe auf den Meßpunkten, die überdies an beiden Tagen verschieden war, berücksichtigt werden. Es wurden daher an beiden Tagen alle Meßresultate auf die Instrumentenhöhe in Z_1 reduziert. Selbstverständlich wurde hierzu der Freiluftgradient 0,0031 mgal/cm verwendet. Sodann wurden die beiden Messungsreihen derart in den «Schwerpunkt» der vier gemeinsamen Stationen verschoben, daß sich sofort für Z_1 das Mittel Null ergab:

Tabelle 1

Die Messungsergebnisse (Einheit 0,001 mgal)

PP	29. Juli	30. Juli	Mittel	PP	29. Juli	30. Juli	Mittel
Z_1	— 11	+ 11	0	11		+ 471	+ 471
0	— 1057		— 1057	12		+ 383	+ 383
1	— 405		— 405	13		+ 343	+ 343
2	+ 42		+ 42	14	+ 283	+ 287	+ 285
3	+ 217		+ 217	15	+ 226	+ 199	+ 213
4	+ 180	+ 178	+ 179	16	+ 138		+ 138
5		+ 197	+ 197	17	— 34		— 34
6		+ 204	+ 204	18	— 90		— 90
7		+ 245	+ 245	19	+ 25		+ 25
8		+ 326	+ 326	20	— 1092		— 1092
9		+ 589	+ 589	Z_2		— 858	— 858
10		+ 541	+ 541				

Die Ergebnisse der lokalen Einmessung sind in Tabelle 2 in Polarkoordinaten bezüglich der beiden Zentren Z_1 und Z_2 zusammengestellt.

Tabelle 2

<i>PP</i>	α	Δs_{k1}	Δn_{k1}	<i>PP</i>	α	Δs_{k2}	Δn_{k2}
$Z_1 \rightarrow 0$	326° 10'	39,14 m	+ 3,40 m	$Z_2 \rightarrow 0$	340° 24'	23,04 m	+ 0,46 m
1	345° 29'	28,10 m	+ 1,24 m	1	23° 11'	17,84 m	— 1,70 m
2	7° 28'	23,76 m	— 0,30 m	2	53° 22'	21,38 m	— 3,24 m
3	52° 04'	18,40 m	— 0,89 m	3	88° 59'	28,58 m	— 3,83 m
4	82° 24'	22,50 m	— 0,75 m	4	102° 09'	37,20 m	— 3,69 m
5	89° 38'	19,99 m	— 0,76 m	5	107° 25'	35,69 m	— 3,70 m
6	98° 07'	18,02 m	— 0,76 m	6	112° 43'	34,58 m	— 3,70 m
7	107° 46'	16,59 m	— 0,84 m	7	118° 00'	33,81 m	— 3,78 m
8	120° 49'	15,63 m	— 1,19 m	8	124° 23'	33,31 m	— 4,13 m
9	136° 45'	15,61 m	— 1,98 m	9	131° 51'	33,23 m	— 4,92 m
10	161° 08'	18,23 m	— 1,78 m	10	144° 34'	34,43 m	— 4,72 m
11	193° 26'	16,24 m	— 1,48 m	11	158° 51'	28,53 m	— 4,42 m
12	219° 38'	18,91 m	— 1,31 m	12	175° 30'	25,45 m	— 4,25 m
13	235° 54'	23,91 m	— 1,21 m	13	193° 19'	24,88 m	— 4,15 m
14	245° 22'	29,61 m	— 1,11 m	14	209° 03'	26,47 m	— 4,05 m
15	251° 14'	35,30 m	— 0,90 m	15	221° 08'	29,43 m	— 3,84 m
16	255° 28'	41,36 m	— 0,68 m	16	230° 48'	33,51 m	— 3,62 m
17	263° 44'	46,90 m	— 0,09 m	17	243° 55'	36,24 m	— 3,03 m
18	268° 56'	51,83 m	— 0,02 m	18	252° 40'	39,55 m	— 2,96 m
19	275° 06'	59,92 m	— 0,65 m	19	263° 09'	45,94 m	— 3,59 m
20	302° 04'	42,49 m	+ 3,64 m	20	298° 10'	24,89 m	+ 0,70 m
Z_2	307° 33'	17,73 m	+ 2,94 m	Z_1	127° 33'	17,73 m	— 2,94 m

Eine erste Versuchsrechnung erwies, daß die Punkte 1, 2, 3 die größten Verbesserungen erfordern, derart, daß ihr Anteil an der restlichen Fehlerquadratsumme 60 Prozent ausmacht. Offenbar ist dies auf größere topographische Korrekturen zurückzuführen, die unberücksichtigt blieben. Da aber der horizontale Gradient der Schwere in diametralen Richtungen entgegengesetzt gleiche Komponenten haben muß, ist es keineswegs erforderlich, daß seiner Bestimmung oder der direkten Bestimmung der Lotkrümmungsreduktion die Messungen der ganzen Spinne zugrunde gelegt werden. Nach Ausschaltung dieser drei Polygonpunkte bleibt im Falle des tiefergelegenen Zentrums Z_1 ein Sektor von 244°, im Falle des höhergelegenen Zentrums Z_2 ein Sektor von 238° über. Um eine möglichst äquidistante Verteilung der Azimute zu erzielen, wurden aber den folgenden Ausgleichungen stets nur die 12 Polygonpunkte 4, 6, 8, 10, 11, 12, 14, 16, 17, 19, 20 und 0 zugrunde gelegt.

3. Die Bestimmung der mittleren Bodendichte

Das erste Problem ist die Bestimmung der mittleren Dichte im Bereiche der Meßpunkte, also in einer Schicht von 5,62 m. Das Meßgebiet ist ein von größeren und kleineren Felsblöcken durchsetzter Waldboden mit einer sicher ziemlich starken Humusschicht, ohne daß sich angeben läßt, in welcher Tiefe der geschlossene Felsboden beginnt. Verschiedene Gesteinsproben der Oberfläche – Glimmerschiefer und Quarz – zeigen ein mittleres Raumgewicht von 2,54. Man darf somit vermuten, daß die gesuchte mittlere Dichte bei 2,0 liegt.

Zur Bestimmung der Bodendichte im Bereich der in verschiedenen Höhen gelegenen Schwerestationen gibt es bekanntlich das Nettleton-Verfahren. Man berechnet die Bouguersche Reduktion mit mehreren äquidistant gewählten Dichten und trägt die Bouguerschen Anomalien als Profilkurven auf; es gilt dann jene Dichte als richtig, für welche die zugehörige Schwerekurve die geringste Beziehung zum Oberflächenrelief aufweist. K. Jung³ hat dieses Verfahren in eine analytische Form gebracht, indem er fordert, daß der Korrelationskoeffizient der Bouguerschen Anomalien und der Geländehöhen Null sein soll. Ein ähnliches Verfahren ist das von Parasnis⁴, der die Bouguerschen Anomalien als zufällige Fehler ansieht und die Bodendichte nach der Methode der kleinsten Quadrate ableitet. Da diese Methode praktisch dasselbe Resultat liefert, wollen wir hier ebenfalls die Dichte gleichzeitig mit dem Gradienten der Bouguerschen Schwere im Ausgleichswege ableiten.

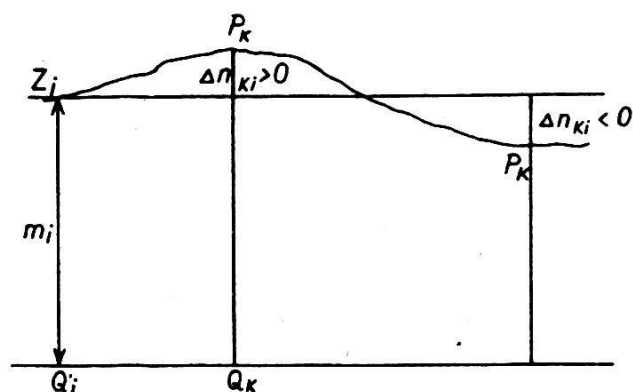


Abb. 5

Zur Bestimmung des Bouguerschen Gradienten muß die gesamte Topographie in Abzug gebracht werden. Wir wählen daher als Basisfläche jene Niveaulfläche, die durch den tiefstgelegenen Geländepunkt in einem Umkreis von etwa 200 m von den beiden Zentren geht. Die Höhe des Zentrums Z_i ($i = 1,2$) über dieser Niveaulfläche sei m_i . Man hat jeden in einem Polygonpunkt P_k beobachteten Schwerewert g_k zuerst topographisch zu reduzieren (T_k), sodann die Bouguersche Platte der Dicke ($m_i + \Delta n_{ki}$) in Abzug zu bringen und schließlich wie in freier Luft auf die Basis-Niveaulfläche nach Q_k zu reduzieren. Damit erhält man gleicherweise für positive und negative Δn_{ki} unter Verwendung von (7)

$$\begin{aligned} (g_k)_Q &= g_k + T_k + 0,1966 (m_i + \Delta n_{ki}) \\ (g_i)_Q &= g_i + T_i + 0,1966 m_i \end{aligned} \quad (18)$$

Die Berechnung der Differenz der topographischen Korrekturen $T_{ki} = (T_k - T_i)$ kann erspart werden, weil sie ja in den Fehlergleichungen

³ K. Jung, «Zur Bestimmung der Bodendichte nach dem Nettleton-Verfahren», Sonderband der Zeitschrift für Geophysik, Braunschweig 1953, S. 54–58.

⁴ D. S. Parasnis, «A Study of Rock Density in the English Midlands», Monthly Not. Roy. Astr. Soc., Geophys. Suppl. 6, 1952, S. 252–271.

für den Gradienten durch die Distanzen Δs_{ki} zu dividieren ist. Jedoch muß ihr Mittelwert T_{mi} :

$$T_{ki} = T_{km} + T_{mi} \quad (19)$$

neben den beiden Komponenten des Gradienten als dritte Unbekannte angesetzt werden, um den möglichen systematischen Anteil der T_{ki} genähert zu erfassen. Bezeichnen wir noch mit G_{ki} die Komponente des horizontalen Bouguerschen Gradienten in Richtung $Z_i \rightarrow P_k$, so erhält man die von m_i unabhängige Grundgleichung

$$G_{ki} \Delta s_{ki} = (g_k - g_i)_Q = \Delta g_{ki} + 0,1966 \Delta n_{ki} + T_{ki}$$

und daraus die Fehlergleichung:

$$G_x \cos \alpha + G_y \sin \alpha - \frac{1}{\Delta s} T_{mi} - \frac{1}{\Delta s} \Delta' g_{ki} = v_{ki} \quad (20)$$

mit

$$\Delta' g_{ki} = \Delta g_{ki} + 0,1966 \Delta n_{ki}$$

und

$$v_{ki} = \frac{1}{\Delta s} [T_{km} - f_{ki}],$$

worin f_{ki} die Fehler der beobachteten Schweredifferenzen Δg_{ki} sind. Die Berechnung der Absolutglieder ist in Tabelle 3 durchgeführt.

Tabelle 3
(Einheit 0,001 mgal)

P_k	Δg_{k1}	$0,1966 \Delta n$	$\Delta' g_{k1}$	$-\frac{\Delta' g}{\Delta S}$	g_{k2}	$0,1966 \Delta n$	$\Delta' g_{k2}$	$-\frac{\Delta' g}{\Delta S}$
4	+ 179	— 147	+ 32	— 1,42	+1037	— 725	+ 312	— 8,39
6	+ 204	— 149	+ 55	— 3,05	+1062	— 727	+ 335	— 9,69
8	+ 326	— 234	+ 92	— 5,89	+1184	— 812	+ 372	—11,17
10	+ 541	— 350	+ 191	—10,53	+1399	— 928	+ 471	—13,68
11	+ 471	— 291	+ 180	—11,08	+1329	— 869	+ 460	—16,12
12	+ 383	— 258	+ 125	— 6,61	+1241	— 836	+ 405	—15,91
14	+ 285	— 218	+ 67	— 2,26	+1143	— 796	+ 347	—13,11
16	+ 138	— 134	+ 4	— 0,10	+ 996	— 712	+ 284	— 8,48
17	— 34	— 18	— 52	+ 1,11	+ 824	— 596	+ 228	— 6,29
19	+ 25	— 128	— 103	+ 1,72	+ 883	— 706	+ 177	— 3,85
20	—1092	+ 716	— 376	+ 8,85	— 234	+ 138	— 96	+ 3,86
0	—1057	+ 668	— 389	+ 9,94	— 199	+ 90	— 109	+ 4,73

Vom Ergebnis der Ausgleichung, die sofort geschlossen für beide Zentren, das heißt für alle 24 Fehlergleichungen mit den vier Unbekannten G_x , G_y , T_{m1} und T_{m2} , vorgenommen wurde, interessieren nur die beiden letzten Größen

$$T_{m1} = + 0,0057 \text{ mgal}; T_{m2} = - 0,1249 \text{ mgal} \quad (21)$$

Bei einer geringeren Dichte verringert sich nun die Plattenwirkung um einen bestimmten Betrag b :

$$(0,1120 - b) h_m \text{ mgal}, \quad (7a)$$

während sich der Bouguersche Vertikalgradient um den gleichen Betrag auf $(0,1966 + b)$ mgal/m erhöht. Gleichzeitig gehen die topographischen Korrekturen (21) über in:

$$T'_{mi} = T_{mi} \left[1 - \frac{b}{0,112} \right] = T_{mi} - \frac{T_{mi}}{0,112} b \quad (22)$$

Damit treten an Stelle von (20) die neuen Fehlergleichungen

$$G_x \cos \alpha + G_y \sin \alpha - \frac{b}{\Delta s} (\Delta n_{k1} + 0,05) - \frac{1}{\Delta s} (\Delta' g_{k1} + 6) = v_{k1} \quad (23)$$

$$G_x \cos \alpha + G_y \sin \alpha - \frac{b}{\Delta s} (\Delta n_{k2} + 1,12) - \frac{1}{\Delta s} (\Delta' g_{k2} - 125) = v_{k2}$$

mit den drei Unbekannten G_x , G_y und b . In der folgenden Tabelle 4 sind die Koeffizienten der Unbekannten – an Stelle von b wird zwecks Koeffizientenangleichung $b/10$ als dritte Unbekannte eingeführt – und die Absolutglieder ausgewiesen.

Tabelle 4

	$\cos \alpha_{k1}$	$\sin \alpha_{k1}$	B_{k1}	A_{k1}	$\cos \alpha_{k2}$	$\sin \alpha_{k2}$	B_{k2}	A_{k2}
4	+0,132	+0,991	+0,356	— 1,69	—0,210	+0,978	+0,691	— 5,03
6	—0,141	+0,990	+0,450	— 3,39	—0,386	+0,922	+0,746	— 6,07
8	—0,512	+0,859	+0,793	— 6,27	—0,565	+0,825	+0,904	— 7,42
10	—0,946	+0,323	+1,004	—10,81	—0,815	+0,580	+1,046	—10,05
11	—0,973	—0,232	+0,942	—11,45	—0,933	+0,361	+1,157	—11,74
12	—0,770	—0,638	+0,719	— 6,93	—0,997	+0,078	+1,230	—11,00
14	—0,417	—0,909	+0,392	— 2,47	—0,874	—0,486	+1,107	— 8,39
16	—0,251	—0,968	+0,177	— 0,24	—0,632	—0,775	+0,746	— 4,74
17	—0,109	—0,994	+0,030	+ 0,98	—0,440	—0,898	+0,527	— 2,84
19	+0,089	—0,996	+0,117	+ 1,62	—0,119	—0,993	+0,538	— 1,13
20	+0,531	—0,847	—0,845	+ 8,71	+0,472	—0,882	—0,731	+ 8,88
0	+0,831	—0,557	—0,856	+ 9,79	+0,942	—0,335	—0,686	+10,16

Die getrennte Ausgleichung liefert für die beiden Zentren:

$$\begin{aligned} G_x &= -0,008\,3886 \text{ mgal/m} & G_x &= -0,008\,0885 \text{ mgal/m} \\ G_y &= +0,001\,6368 \text{ mgal/m} & G_y &= +0,001\,9381 \text{ mgal/m} \\ b &= +0,02452 \pm 0,02374 & b &= +0,02357 \pm 0,01189 \end{aligned}$$

Durch Addition der beiden Normalgleichungssysteme ergibt sich schließlich die einheitliche Lösung:

$$\begin{aligned} G_x &= -0,008\,4796 \text{ mgal/m}; \quad G_y = +0,001\,8119 \text{ mgal/m} \\ b &= +0,02179 \pm 0,00698 \text{ mgal/m} \end{aligned} \quad (24)$$

Damit aber folgt für die Bouguersche Platte:

$$0,09021 \pm 0,00698$$

und wegen $2 \pi k^2 \vartheta = 0,0419\,0885 \vartheta \text{ mgal/m}$

$$\vartheta = 2,1525 \pm 0,1666 \quad (25)$$

Schließlich sinken die mittleren topographischen Korrekturen (21) gemäß (22) auf 80,5 Prozent ab:

$$T'_{m1} = + 0,0046 \text{ mgal}; T'_{m2} = - 0,1005 \text{ mgal} \quad (21a)$$

Das hier entwickelte Verfahren zur Bestimmung der Bodendichte hat den Vorteil, daß der Einfluß der Topographie dank der Differenzbildung und der Division durch die Entfernungen Δs_{ki} weitgehend ausgeschaltet ist. Für ein ideal ebenes geneigtes Gelände wären die topographischen Reduktionen in sämtlichen Meßpunkten gleich und daher ihre Differenz streng Null. Während im vorliegenden Falle der Mittelwert bezüglich des ersten Zentrums praktisch verschwindet, ist er für das zweite Zentrum $- 0,1 \text{ mgal}$. Dies erklärt sich aus dem Umstand, daß der Mittelwert der Δn_{ki} für das erste Zentrum bloß $- 0,23 \text{ m}$, für das zweite Zentrum jedoch $- 3,17 \text{ m}$ beträgt. Es dürfte sich daher bei der Anlage eines Ovals mit zwei Zentren stets empfehlen, das eine der beiden Zentren in der mittleren Höhe der Polygonpunkte zu wählen, während es studienhalber vorteilhaft ist, wenn für das zweite Zentrum das Mittel der Δn_{k2} möglichst groß ausfällt. (Fortsetzung folgt.)

Problèmes d'aérotéléométrie et de trilatération

Par A. Ansermet

Généralités

Depuis quelques années la littérature géodésique s'est enrichie d'un chapitre important relatif aux moyens modernes de mesures linéaires. Ce sujet, très vaste, chevauche sur les domaines de la physique d'une part, de la mensuration quant à certaines applications pratiques d'autre part, qu'il s'agisse des méthodes radiotéléométriques ou électro-optiques comportant la modulation d'ondes lumineuses à haute fréquence.

Sur ces problèmes, traités au point de vue de la physique, on dispose d'une documentation abondante; en ce qui concerne plus spécialement les applications (géodésie, aéromensuration), la documentation est plus fragmentaire surtout pour ce qui est de la radiotéléométrie. C'est un domaine en plein développement, et il serait prématuré de se prononcer de façon trop affirmative quant à son évolution future.

Dans le numéro de janvier de cette Revue, un spécialiste éminent a consacré quelques pages à une méthode radiotéléométrique susceptible d'intéresser la géodésie et l'aéromensuration. Ce fut, de la part de l'auteur, une performance d'avoir, en onze pages, développé de façon si instructive cette matière nouvelle et assez complexe. Toutefois, certains aspects du problème étaient présentés forcément sous une forme un peu