Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 55 (1957)

Heft: 6

Artikel: Fehlertheoretische Behandlung photogrammetrischer Modelle in gebirgigem Gelände

Autor: Ottoson, L.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-213577

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Fehlertheoretische Behandlung photogrammetrischer Modelle in gebirgigem Gelände

Von L. Ottoson,
Institut für Photogrammetrie, Stockholm 70

Die Genauigkeit der gegenseitigen Orientierung ist von grundlegender Bedeutung für die Genauigkeitsverhältnisse der luftphotogrammetrischen Verfahren. Um die Fehlerfortpflanzung theoretisch studieren zu können, muß die Methode der kleinsten Quadrate für die Ausgleichung der gegenzeitigen Orientierung vorausgesetzt werden. Unten wird also vorausgesetzt, daß die Restparallaxen in den Orientierungspunkten in irgendeiner Weise gemäß der Bedingungen der Methode der kleinsten Quadrate verteilt sind.

Beim numerischen Orientierungsverfahren werden übliche Parallaxenmessungen in sechs oder neun Punkten benutzt. So lange nur kleine Höhenunterschiede im Modell vorhanden sind, können die Elemente der äußeren Orientierung und die Genauigkeit dieser Elemente und der Parallaxenmessung ganz einfach bestimmt werden [1]. Wenn das Gelände jedoch gebirgig ist, wird die Ausgleichung etwas komplizierter. *Jerie* zeigt in [2], wie die Korrektionen der Orientierungselemente auf Grund von Parallaxenmessungen in sechs regelmäßig angeordneten Punkten in Modellen mit beliebigen Höhenunterschieden berechnet werden können. Die quadratischen Gewichtskoeffizienten der Elemente der gegenseitigen Orientierung wurden von *Winkelmann* in [3] veröffentlicht. Um die Fehlerfortpflanzung in Funktionen der indirekten Beobachtungen studieren zu können, müssen auch die nichtquadratischen Gewichtskoeffizienten bestimmt werden.

Die sechs Meßpunkte werden in gleicher Weise wie in [2] so angeordnet, daß die Punkte 3–6 dieselben Bildordinaten erhalten, das heißt,

$$k^2 = \frac{y_\nu^2}{z_\nu^2} \quad \text{für } \nu = 3 \ldots 6,$$

wo z_ν den Abstand vom Aufnahmestandort zu den verschiedenen Punkten bezeichnet.

Weiter sind

$$x_1 = x_3 = x_5 = 0 \text{ und } x_2 = x_4 = x_6 = b.$$

Folgende Bezeichnungen werden nun eingeführt:

$$\begin{aligned}
K &= 1 + k^2 \\
i &= z_2 + z_4 K + z_6 K \\
j &= z_1 + z_2 - z_3 K + z_4 K - z_5 K + z_6 K \\
m &= z_3 K - z_4 K - z_5 K + z_6 K \\
n &= - z_4 K + z_6 K \\
w &= (2 z_1 - z_3 K - z_5 K)^2 + (2 z_2 - z_4 K - z_6 K)^2
\end{aligned}$$

In der Tabelle 1 sind sämtliche Gewichtskoeffizienten zusammengestellt.

Tabelle 1

	Q_{by_2}	Q_{κ_2}	Q_{bz_2}	Q_{φ_2}	Q_{w_2}
Q_{by_2}	$\frac{1}{3}\left(\frac{2i^2}{w}+1\right)$	$\frac{1}{3b}\left(\frac{2ij}{w}+1\right)$	$-\frac{in}{kw}$	$-\frac{im}{bkw}$	$\frac{2i}{w}$
Q_{κ_2}		$\frac{2}{3b^2}\left(\frac{j^2}{w}+1\right)$	$\frac{in}{bkw}$	$-\frac{jm}{b^2kw}$	$\frac{2j}{bw}$
Q_{bz_2}			$\frac{1}{2k^2}\left(\frac{3n^2}{w}+1\right)$	$\frac{1}{2bk^2}\left(\frac{3mn}{w}-1\right)$	$-\frac{3n}{kw}$
Q_{φ_2}				$\frac{1}{k^2b^2}\left(\frac{3m^2}{2w}+1\right)$	$-\frac{3m}{bkw}$
Q_{w_2}					$\frac{6}{w}$

Die Gewichtskoeffizienten können unter anderem für die Untersuchung, ob die Orientierungspunkte sich auf oder in der Nähe einer gefährlichen Fläche befinden, verwendet werden. Beim Sonderfall – wobei die gefährliche Fläche ein Drehzylinder mit der Achse parallel der Basis ist – werden zum Beispiel

$$Q_{by_2 by_2} = Q_{\omega_2 \omega_2} = Q_{by_2 \omega_2} = \infty.$$

Wenn nur sechs Messungen in der Ausgleichung mitgenommen werden, wird der mittlere Fehler der Parallaxenmessungen ziemlich ungenau bestimmt, da nur eine Überbestimmung vorliegt. Eine Untersuchung der Genauigkeit, die durch eine numerische Ausgleichung erreicht werden kann, sollte deshalb mindestens neun Parallaxenmessungen voraussetzen.

Die drei neuen Punkte 7, 8 und 9 sind wie üblich so gewählt, daß

$$x_7 = x_8 = x_9 = \frac{b}{2}.$$

Die Bildordinaten sind $y'_7 = kc$, $y'_8 = -kc$, $y'_9 = 0$,
wo c die Kammerkonstante bezeichnet.

Die Berechnung der Korrektionen der Orientierungselemente wird jedoch ziemlich kompliziert und soll hier nicht angegeben werden. Auch die Bestimmung eines generellen Ausdrucks des mittleren Gewichtseinheitsfehlers fordert umfassende Rechnungen, die im einzelnen hier nicht wiedergegeben werden. Das Resultat ist ein Ausdruck, der in konzentrierter Form wie folgt geschrieben werden kann:

$$[vv] = \frac{1}{36}\left\{6\,(q^2+r^2+s^2)+a^2+b^2+c^2-\frac{[\,6\,(qt+ru+sv)+ad+be+cf\,]^2}{6\,(t^2+u^2+v^2)+d^2+e^2+f^2}\right\} \quad \ldots (2)$$

oder, wie in Tafel 1, $[vv] = \frac{1}{36}\left(S_1 - \frac{S_2{}^2}{S_3}\right)$

und

$$\mu = \frac{\sqrt{[vv]}}{2} \quad (3)$$

Die in Gleichung (2) eingeführten Bezeichnungen $a \ldots f$ und $q \ldots v$ sind einfache Funktionen der Parallaxen und der beliebigen Höhen der Meßpunkte.

$$\begin{aligned}
a &= -p_1 - p_2 - 2p_3 - 2p_4 + 4p_7 + 2p_9\\
b &= -p_1 - p_2 - 2p_5 - 2p_6 + 4p_8 + 2p_9\\
c &= -p_3 - p_4 + p_5 + p_6 + 2p_7 - 2p_8\\
d &= -z_1 - z_2 - 2Kz_3 - 2Kz_4 + 4Kz_7 + 2z_9\\
e &= -z_1 - z_2 - 2Kz_5 - 2Kz_6 + 4Kz_8 + 2z_9\\
f &= -Kz_3 - Kz_4 + Kz_5 + Kz_6 + 2Kz_7 - 2Kz_8\\
q &= -p_7 - p_8 + 2p_9\\
r &= 2p_1 - p_3 - p_5\\
s &= 2p_2 - p_4 - p_6\\
t &= -Kz_7 - Kz_8 + 2z_9\\
u &= 2z_1 - Kz_3 - Kz_5\\
v &= 2z_2 - Kz_4 - Kz_6
\end{aligned}$$

Ein Berechnungsformular, wie auf Tafel 1 gezeigt wird, erleichtert die Bestimmung der mittleren Fehler. Zur Veranschaulichung des Berechnungsvorganges ist ein Beispiel einer Parallaxenmessung gezeigt worden. Die Orientierungspunkte sind so gewählt, daß $K = 1{,}4$. Das Gelände war in diesem Falle ganz eben, und ein einfacheres Verfahren hätte selbstverständlich hier verwendet werden können.

Durch Parallaxenmessungen und Berechnungen der mittleren Fehler kann die gegenseitige Orientierung einfach geprüft werden. Ein Vergleich zwischen dem mittleren Fehler und dem quadratischen Mittelwert der gemessenen Restparallaxen zeigt, ob die Orientierung mit genügender Schärfe durchgeführt worden ist oder nicht. Untersuchungen haben gezeigt [4], daß eine wesentliche Steigerung der Genauigkeit der gegenseitigen Orientierung durch eine numerische Ausgleichung im allgemeinen zu erwarten ist. Durch numerische Korrektionen kann die Genauigkeit der Koordinatenmessungen zweifellos sehr gesteigert werden.

Tafel 1

Pkt.	p_ν	a		b		c		q		r		s	
1	−3	−1	3	−1	3					2	−6		
2	−3	−1	3	−1	3							2	−6
3	−1	−2	2			−1	1			−1	1		
4	−1	−2	2			−1	1					−1	1
5	−2			−2	4	1	−2			−1	2		
6	−1			−2	2	1	−1					−1	1
7	−2	4	−8			2	−4	−1	2				
8	1			4	4	−2	−2	−1	−1				
9	−3	2	−6	2	−6			2	−6				
$S_1 = 465$		a: −4 a^2: 16		b: 10 b^2: 100		c: −7 c^2: 49		q: −5 $6\,q^2$: 150		r: −3 $6\,r^2$: 54		s: −4 $6\,s^2$: 96	
$S_2 = 172{,}8$		ad: 0		be: 0		cf: 0		$6\,tq$: 72		$6\,ru$: 43,2		$6\,sv$: 57,6	
z und Kz		d		e		f		t		u		v	
z_1	3	−1	−3	−1	−3					2	6		
z_2	3	−1	−3	−1	−3							2	6
Kz_3	4,2	−2	−8,4			−1	−4,2			−1	−4,2		
Kz_4	4,2	−2	−8,4			−1	−4,2					−1	−4,2
Kz_5	4,2			−2	−8,4	1	4,2			−1	−4,2		
Kz_6	4,2			−2	−8,4	1	4,2					−1	−4,2
Kz_7	4,2	4	16,8			2	8,4	−1	−4,2				
Kz_8	4,2			4	16,8	−2	−8,4	−1	−4,2				
z_9	3	2	6	2	6			2	6				
$S_3 = 103{,}8$		d: 0 d^2: 0		e: 0 e^2: 0		f: 0 f^2: 0		t: −2,4 $6\,t^2$: 34,6		u: −2,4 $6\,u^2$: 34,6		v: −2,4 $6\,v^2$: 34,6	

$$[vv] = \frac{1}{36}\left\{S_1 - \frac{S_2^2}{S^3}\right\} = 4{,}93;\ \mu = \frac{\sqrt{[vv]}}{2} = 1{,}1$$

Einheiten: p in 0,01 mm, z in dm

Literatur:

[1] *B. Hallert:* Contribution to Theory of Errors for Double Point Intersection in Space. Transactions of the R. Inst. of Technology, No. 35. Stockholm 1950.

[2] *H. G. Jerie:* Beitrag zu numerischen Orientierungsverfahren für gebirgiges Gelände. Photogrammetria 1953/54, 1.

[3] *G. Winkelmann:* The Accuracy of Relative Orientations as a Function of the Shape of the Model. Photogrammetria 1955/56, 2.

[4] *B. Hallert:* Einige Untersuchungen über die gegenseitige Orientierung. Schweizerische Zeitschrift für Vermessung 1956, Nr. 3.