

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 55 (1957)

Heft: 3

Artikel: Untersuchungen über die Genauigkeit des ersten Modelles einer Aerotriangulation [Schluss]

Autor: Hallert, B.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-213561>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Untersuchungen über die Genauigkeit des ersten Modelles einer Aerotriangulation

Von B. Hallert, Stockholm 70.

(Schluß)

Wir setzen nun:

$$x = b (n + 1),$$

wo b die Basis und n die Nummer der Bilder bezeichnet.

Die Bilder sind mit $-1, 0, 1, 2 \dots n-1, n, n+1$ bezeichnet.

Ferner werden Weitwinkelaufnahmen und etwa 60 % Überdeckung angenommen. Wir können also $b = d = 0,6 h$ setzen.

Unter diesen Voraussetzungen erhalten wir aus (21) und (22):

$$Q_{xx} = 9,716 n^2 + 17,432 n + 9,716 + \frac{13}{6b^2} y^2 \quad (25)$$

$$Q_{yy} = \frac{13}{6} (n^2 + n + 1) + 9,716 \frac{y^2}{b^2} \quad (26)$$

Unter denselben Voraussetzungen erhält man aus (16):

$$Q_{xy} = (7,549 n + 7,216) \frac{y}{b} \quad (27)$$

Die mittleren Fehler der Streifenkoordinaten infolge der Fehler des ersten Modells sind in Diagramm 1 für die Streifenmitte und für $\mu = 1$ dargestellt.

2. Die Höhengenaugkeit

2.1 Die Fehler infolge der gegenseitigen Orientierung

Die Fehler der Elemente der gegenseitigen Orientierung verursachen Höhenfehler gemäß der bekannten Formel:

$$dh = \frac{hy}{b} d\kappa_2 - \left(1 - \frac{x}{b}\right) dbz_2 - \frac{h^2 + (x-b)^2}{b} d\varphi_2 + \frac{(x-b)y}{b} d\omega_2 \quad (28)$$

Die entsprechende Formel der absoluten Orientierung ist:

$$dh = dh_0 + xd\eta + yd\xi, \quad (29)$$

wo dh_0 die Translation und $d\eta$ und $d\xi$ die Rotationen des Modelles sind.

Wenn man voraussetzt, daß die Höhenfehler infolge der gegenseitigen Orientierung in den Höhenfestpunkten bis auf die Einstellungsfehler restlos kompensiert werden, soll in den drei Höhenfestpunkten die Summe der Höhenfehler (28) und (29) Null sein.

Für die Punkte 2, 3 und 5 gemäß (1) erhält man nach einfachen Berechnungen:

$$dh_0 = dbz_2 + \frac{h^2 + b^2}{b} d\varphi_2 \quad (30)$$

$$d\eta = -\frac{dbz_2}{b} - d\varphi_2 \quad (31)$$

$$d\xi = -\frac{h}{b} d\kappa_2 + d\omega_2 \quad (32)$$

Durch Einsetzen von (30) bis (32) in (29) findet man:

$$dh = \frac{b-x}{b} dbz_2 - \left(x - \frac{h^2 + b^2}{b} \right) d\varphi_2 - \frac{hy}{b} d\kappa_2 + y d\omega_2 \quad (33)$$

Durch diese Gleichung kann man die Einflüsse der Fehler der gegenseitigen Orientierung des ersten Modelles auf beliebige Höhenpunkte des Streifens berechnen.

Die endgültigen Höhenfehler des *ersten Modelles* infolge der gegenseitigen Orientierung findet man als die Summe der Gleichungen (28) und (33):

$$dh = -\frac{x}{b} (x - b) d\varphi_2 + \frac{xy}{b} d\omega_2 \quad (34)$$

Aus (33) findet man den Gewichtskoeffizienten (Ausgleichung der Vertikalparallaxen in 6 Punkten):

$$Q_{hh} = \frac{(b-x)^2}{b^2} Q_{bz_2 bz_2} + \left(x - \frac{h^2 + b^2}{b} \right)^2 Q_{\varphi_2 \varphi_2} + \\ + 2 \frac{(b-x)(h^2 + b^2 - bx)}{b^2} Q_{\varphi_2 bz_2} + \frac{h^2 y^2}{b^2} Q_{\kappa_2 \kappa_2} + y^2 Q_{\omega_2 \omega_2} \quad (35)$$

Nach Einsetzen der Gewichtskoeffizienten der Elemente der gegenseitigen Orientierung findet man:

$$Q_{hh} = \frac{h^2}{2b^2 d^2} x^2 - \left(\frac{h^2}{bd^2} + \frac{h^4}{b^3 d^2} \right) x + \left(\frac{2h^2}{3b^4} + \frac{3h^2}{4d^4} \right) y^2 + \\ + \frac{h^2}{2d^2} + \frac{h^4(b^2 + h^2)}{b^4 d^2} \quad (36)$$

Der entsprechende mittlere Fehler ist also

$$m_h = \mu \sqrt{Q_{hh}}, \quad (37)$$

wo μ der mittlere Gewichtseinheitsfehler der Vertikalparallaxenmessungen ist.

2.2 Die Fehler infolge der Einstellungen

Aus (29) erhält man nach einfachen Berechnungen den Einfluß auf die Höhen von den Einstellungsfehlern in den drei Höhenfestpunkten und in einem beliebigen Punkte. Vgl. zum Beispiel [3], Gleichung (38).

Man findet also den Gewichtskoeffizienten der Höhen infolge des mittleren Einstellungsfehlers μ_h :

$$Q_{hh} = \frac{3}{2} + \frac{3x^2}{2b^2} + \frac{y^2}{2d^2} - \frac{x}{b} \quad (38)$$

Unter der Voraussetzung, daß die Horizontal- und Vertikalparallaxen mit derselben Genauigkeit gemessen werden, besteht die einfache Relation

$$\mu_h = \frac{h}{b} \mu. \quad (39)$$

2.3 Die totalen Fehler

Aus (37) und (38) erhält man also den endgültigen Gewichtskoeffizienten:

$$\begin{aligned} Q_{hh} = & \left(\frac{h^2}{2b^2d^2} + \frac{3h^2}{2b^4} \right) x^2 - \left(\frac{h^2}{b^3} + \frac{h^2}{bd^2} + \frac{h^4}{b^3d^2} \right) x + \left(\frac{h^2}{2b^2d^2} + \frac{2h^2}{3b^4} + \frac{3h^2}{4d^4} \right) y^2 + \\ & + \frac{h^2}{2d^2} + \frac{3h^2}{2b^2} + \frac{h^4(b^2 + h^2)}{b^4d^2} \end{aligned} \quad (40)$$

Als mittlerer Gewichtseinheitsfehler in Verbindung mit (40) soll also derjenige der Vertikalparallaxenmessungen benutzt werden.

Für $x = b(n + 1)$ und

$$b = d = 0,6 h$$

erhält man

$$Q_{hh} = 5,556 n^2 - 2,160 n + 4,861 \frac{y^2}{b^2} + 26,989. \quad (41)$$

Die mittleren Höhenfehler entlang des Streifens infolge der Fehler der gegenseitigen und absoluten Orientierung des ersten Modelles sind in Diagramm 1 für die Streifenmitte und für $\mu = 1$ dargestellt.

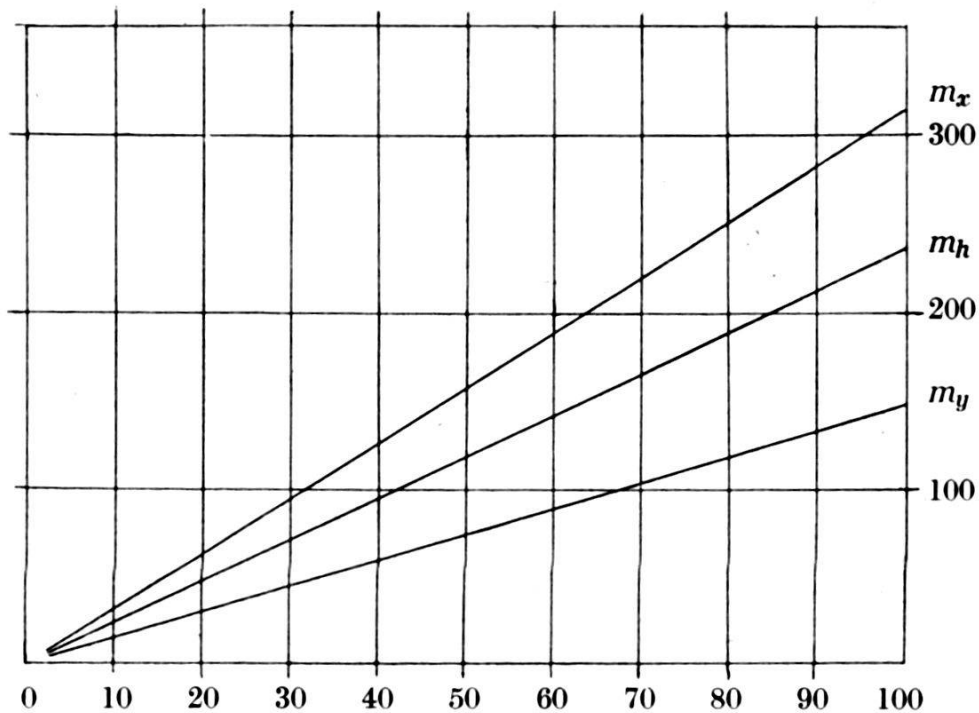


Diagramm 1. Mittlere Fehler der x - y -Koordinaten und der Höhen von Modellpunkten einer Aerotriangulation infolge der Fehler der gegenseitigen und absoluten Orientierung des ersten Modelles. Mittlere Gewichtseinheitsfehler der Parallaxenmessungen und Koordinateneinstellungen = 1. Weitwinkelaufnahmen und 60% Überdeckung.

3. Die Genauigkeit der Elemente der äußeren Orientierung eines vollständig orientierten Modelles

Mit den in [3] benutzten Prinzipien können die mittleren Fehler der endgültigen Elemente der äußeren Orientierung gefunden werden, [4]. Es werden nur die zufälligen Fehler der gegenseitigen und absoluten Orientierung berücksichtigt. Die mittleren Fehler der Parallaxenmessungen und der Koordinateneinstellungen sind alle gleich μ angenommen.

Die Anzahl und Lage der Festpunkte sind gemäß Gleichung (1), Abb. 1 angenommen.

Gemäß [3] und [4] erhält man die folgenden Gewichtskoeffizienten der Koordinaten X , Y und Z der Aufnahmeorte 1 und 2:

$$Q_{X_1 X_1} = Q_{X_2 X_2} = 1 + \frac{3h^4}{2b^4} + \frac{h^4}{2b^2 d^2} \quad (42)$$

$$Q_{Y_1 Y_1} = \frac{7}{6} + \frac{2h^4}{3b^4} + \frac{3h^4}{4d^4} + \frac{h^4}{2b^2 d^2} + \frac{h^2}{3b^2} + \frac{h^2}{2d^2} \quad (43)$$

$$Q_{Y_2 Y_2} = \frac{7}{6} + \frac{2h^4}{3b^4} + \frac{h^4}{2b^2 d^2} + \frac{h^2}{3b^2} \quad (44)$$

$$Q_{Z_1 Z_1} = \frac{h^6}{b^4 d^2} + \frac{h^4}{b^2 d^2} + \frac{h^2}{2 d^2} + \frac{h^2}{2 b^2} \quad (45)$$

$$Q_{Z_2 Z_2} = \frac{h^6}{b^4 d^2} + \frac{h^4}{b^2 d^2} + \frac{h^2}{2 d^2} + \frac{h^2}{b^2} \quad (46)$$

Die Gewichtskoeffizienten der Längs- und Querneigungen der Bilder und des horizontalen Richtungswinkels γ der Basis sind gemäß [3] und [4]:

$$Q_{\varphi_1 \varphi_1} = Q_{\varphi_2 \varphi_2} = \frac{h^2}{2 b^2 d^2} + \frac{3 h^2}{2 b^4} \quad (47)$$

$$Q_{\omega_1 \omega_1} = \frac{h^2}{2 b^2 d^2} + \frac{2 h^2}{3 b^4} + \frac{3 h^2}{4 d^4} \quad (48)$$

$$Q_{\omega_2 \omega_2} = \frac{h^2}{2 b^2 d^2} + \frac{2 h^2}{3 b^4} \quad (49)$$

$$Q_{\gamma \gamma} = \frac{h^2}{b^2 d^2} + \frac{3 h^4}{4 b^2 d^4} + \frac{5}{2 b^2} \quad (50)$$

Für Weitwinkelaufnahmen $c = 150$ mm mit 60 % Überdeckung ($b = d = 0,6 h$) und $\mu = 0.01$ mm erhält man:

$$m_{X_1} = m_{X_2} = 0.041 \text{ mm}$$

$$m_{Y_1} = 0.042 \text{ mm}$$

$$m_{Y_2} = 0.033 \text{ mm}$$

$$m_{Z_1} = 0.052 \text{ mm}$$

$$m_{Z_2} = 0.053 \text{ mm}$$

$$m_{\varphi_1} = m_{\varphi_2} = 0.017$$

$$m_{\omega_1} = 0.016$$

$$m_{\omega_2} = 0.013$$

$$m_{\gamma} = 0.024$$

Zusammenfassung

Die Resultate der Untersuchung zeigen, daß die Fehler der gegenseitigen und absoluten Orientierung des ersten Modelles wesentliche Bedeu-

tung für die Genauigkeit der Aerotriangulation haben. Die Resultate sind unter bestimmten Voraussetzungen dargestellt. Es wurden nur zufällige Fehler der grundlegenden Beobachtungen berücksichtigt, und ferner wurden die Fehlerfortpflanzungsgesetze der Methode der kleinsten Quadrate durchgehend vorausgesetzt.

Wenn größere systematische Fehler vorkommen, was noch heute in der Praxis der Fall ist, und wenn die Widersprüche der gegenseitigen Orientierung nicht gemäß der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen werden, muß man größere Fehler befürchten.

Mangelnde Ausgleichung der gegenseitigen Orientierung dürfte auf die Stabilität des Modelles und der Fehlerfortpflanzung sehr ungünstig einwirken.

Ferner ist eine bestimmte Anzahl und Lage der Festpunkte vorausgesetzt. Selbstverständlich spielt diese Annahme eine wesentliche Rolle für die Fehlerfortpflanzung. Konvergente Aufnahmen können in genau derselben Weise behandelt werden.

Zum Schluß soll noch einmal unterstrichen werden, wie wichtig es ist, daß die systematischen Fehler der grundlegenden Operationen der Photogrammetrie möglichst vollständig und genau *unter wirklichen Aufnahme- und Auswertungsverhältnissen* bestimmt und daß die Widersprüche der gegenseitigen und absoluten Orientierung in *jedem einzelnen Fall* gemessen werden. Vor allem sind Messungen der restlichen Vertikalparallaxen nach der absoluten Orientierung als unentbehrlich zu bezeichnen, wenn man die höchste Genauigkeit und zuverlässige Angaben der erreichten Genauigkeit erhalten will.

Literatur:

- [1] *M. Zeller*: Bericht über die Verhandlungen der Kommission III am Internationalen Kongreß für Photogrammetrie in Stockholm 1956. Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie. 1956, Heft 12.
- [2] *B. Hallert, L. Ottoson*: Error Distribution in Aerial Triangulation Strips, after Application of the Principles of Numerical Corrections and Simple Coordinate Transformation Procedures. Svensk Lantmäteritidskrift 1956: 2/3 (Kongreßnummer), und Fotogrammetriskä Meddelanden, Band II, Heft 6. Institutionen för Fotogrammetri, Stockholm 70.
- [3] *B. Hallert*: Über die Genauigkeit der Luftphotogrammetrie. Transactions of the R. Institute of Technology, Stockholm. Nr. 99, 1956.
- [4] *L. Ottoson*: Determination of the Accuracy of Double and Single Point Resection in Space. Manuskript. Institut für Photogrammetrie, Stockholm 70. 1957.

Prof. Dr. Pierre Aeby †

Am 4. Februar 1957 ist in Fribourg nach einem fünfjährigen Krankenlager Prof. Dr. Pierre Aeby im Alter von 72 Jahren gestorben. Prof. Aeby war von 1915 bis 1950 Mitglied der *Eidg. Geometerprüfungskommission* und hat dort mit seinem Wirken als Jurist und als Berater in menschlichen Fragen sich hohe Anerkennung und bleibende Dankbarkeit