

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 55 (1957)

**Heft:** 2

**Artikel:** Untersuchungen über die Genauigkeit des ersten Modelles einer Aerotriangulation

**Autor:** Hallert, B.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-213559>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**Arbeitskraft und die Bedürfnisse einer landwirtschaftlich tätigen Familie bestimmt.**

Die «Siedlungseinheit» muß groß genug sein, um einer Familie von normaler Größe bei entsprechender Anpassung auch ohne nichtlandwirtschaftliche Zusatzarbeit ein ausreichendes Einkommen zu sichern. Dagegen darf sie nicht so groß sein, daß Lohnarbeiter nötig würden. Nach dem gleichen Grundsatz wird die Bodenzuteilung des landwirtschaftlich tätigen Teils der Bewohner eines Kibbutz oder eines Moshav Shitufi bemessen; dabei wird zur Bestimmung der berechtigten «Familieneinheiten» die halbe Zahl der im Alter der vollen Erwerbstätigkeit stehenden Mitglieder angenommen. Mit dieser Beschränkung in der Betriebsgröße, die der Nationalfonds als Bodeneigentümer ganz in seiner Hand hat, wird selbsttätig die zusätzliche landwirtschaftliche Lohnarbeit weitestgehend ausgeschaltet, und zwar bewußt. Dies scheint wiederum auf grundsätzliche Anschauungen der ganzen nationalen Erneuerungsbewegung zurückzugehen, kannten doch die kollektiven Betriebe bis in den zweiten Weltkrieg hinein ein grundsätzliches Verbot der Lohnarbeit für ihre Mitglieder.

Für uns Westeuropäer am verblüffendsten ist natürlich der extreme Typ des Kibbutz. Gegenüber osteuropäischen Kolchosen ist aber einmal voraus festzustellen, daß es sich um den freiwilligen Zusammenschluß von Leuten handelt, die von gewissen Vorteilen dieser Lebensform überzeugt sind. Sein Funktionieren beruht auf den drei fundamentalen Grundsätzen von freiwilliger Arbeit, demokratischer Struktur (auch im Nahen Orient nicht selbstverständlich!) und gegenseitiger Verantwortlichkeit. Die Gemeinschaft ist auf private Initiative und vor allem auf ein großes Verantwortungsbewußtsein angewiesen. Wenn man aber einem prominenten Vertreter der Kibbutz-Bewegung sagt, für diese Lösung brauche es große Idealisten, riskiert man die Antwort zu erhalten: Im Gegenteil, es sei ein großes Stück Materialismus dabei, und warum? Die soziale Sicherheit ist außerordentlich groß, und durch die kollektive Übernahme der Kinderausbildung – bis zur Hochschule für Befähigte – kann ein Zwischenfall, wie Krankheit oder Tod des Vaters, die Zukunft der Jugend gar nicht beeinträchtigen.

(Fortsetzung folgt)

## **Untersuchungen über die Genauigkeit des ersten Modelles einer Aerotriangulation**

*Von B. Hallert, Stockholm 70.*

### *Einleitung*

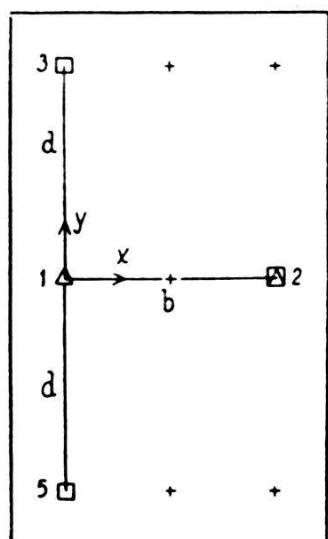
In theoretischen und auch praktischen Untersuchungen über Aerotriangulation wird im allgemeinen angenommen, daß das erste Modell fehlerfrei orientiert ist. Wie von Zeller in [1] erwähnt ist, wurde am Kongreß in Stockholm 1956 die Frage gestellt, wie zuverlässig diese Annahme eigentlich ist.

Die theoretische Untersuchung [2] über die Fehlerfortpflanzung der Aerotriangulation unter gewissen wohl definierten Voraussetzungen erwähnt auch den Einfluß der Orientierung des ersten Modelles. Die Ausdrücke (10) – (12) in [2] sind die Gewichtskoeffizienten beliebiger Punkte entlang des Streifens mit Rücksicht auf die Fehler der gegenseitigen und absoluten Orientierung des ersten Modelles.

Die vollständige Ableitung dieser Ausdrücke wurde in [2] nicht gezeigt und soll deswegen hier durchgeführt werden.

Wir machen zunächst dieselben Voraussetzungen wie in [2]. Vor allem wird angenommen, daß die systematischen Fehler der rekonstruierten Strahlenbündel möglichst vollständig bekannt sind und am liebsten auch in irgendwelcher Weise automatisch korrigiert werden können. Ferner sollen die Widersprüche der gegenseitigen Orientierung (die Restparallaxen) in wenigstens 9 Punkten nach der gegenseitigen Orientierung gemessen sein. Dadurch können immer die Bedingungen der Methode der kleinsten Quadrate erfüllt werden. Wenn notwendig, können numerische Korrekturen der gemessenen Modellkoordinaten berechnet und angebracht werden. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler  $\mu$  der Parallaxenmessungen kann auch mit wohlbekannten Formeln bestimmt werden. Ferner müssen auch die Lage und Anzahl der gegebenen Festpunkte des ersten Modelles bekannt sein. Wir nehmen hier an, daß keine Überbestimmungen vorliegen. Die beiden notwendigen Lagefestpunkte liegen in der Nähe der Nadirpunkte 1 und 2 (Fig. 1) und die drei Höhenfestpunkte in der Nähe der Modellpunkte 2, 3 und 5.

Die Koordinaten der Festpunkte sind also:



Punkt	$x$	$y$
1	0	0
2	$b$	0
3	0	$d$
5	0	$-d$

Abb. 1. Die Lage der Festpunkte in dem ersten Modell. Die Dreiecke bezeichnen die Lagefestpunkte und die Quadrate die Höhenfestpunkte.

### 1. Die Lagegenauigkeit

#### 1.1. Die Fehler infolge der gegenseitigen Orientierung

Zwischen den Fehlern der  $x$ - $y$ -Koordinaten des Modelles und den Fehlern der Elemente der gegenseitigen Orientierung bestehen, wie bekannt, folgende Differentialausdrücke:

$$dx = -\frac{xy}{b} d\kappa_2 - \frac{x(x-b)}{bh} dbz_2 + \frac{x[h^2 + (x-b)^2]}{bh} d\varphi_2 - \frac{x(x-b)y}{bh} d\omega_2 \dots \quad (2)$$

$$dy = \frac{dby_2}{2} + \left( \frac{x-b}{2} - \frac{y^2}{b} \right) d\kappa_2 - \left( \frac{x}{b} - \frac{1}{2} \right) \frac{y}{h} dbz_2 + \\ + \left\{ \frac{(x-b)^2 + h^2}{b} + \frac{x-b}{2} \right\} \frac{y}{h} d\varphi_2 - \left\{ \frac{y^2 + h^2}{2} + \frac{(x-b)y^2}{b} \right\} \frac{d\omega_2}{h} \quad (3)$$

Die entsprechenden Differentialausdrücke der Elemente der absoluten Orientierung sind, wie bekannt:

$$dx = dx_0 + \frac{xdb}{b} - yda \quad (4)$$

$$dy = dy_0 + \frac{ydb}{b} + xda \quad (5)$$

Die Bezeichnungen, Zeichen usw. sind wie in [3] gewählt. Die Fehler der Modellkoordinaten infolge der gegenseitigen Orientierung werden durch die absolute Orientierung in den Festpunkten kompensiert. In Formeln bedeutet die Ausgleichung, daß die Summen der Ausdrücke (2) und (4) bzw. (3) und (5) Null sein müssen.

Wenn man die Koordinaten der Festpunkte 1 und 2 gemäß (1) einsetzt, erhält man folgende Ausdrücke:

$$dx_0 = 0$$

$$hd\varphi_2 + dx_0 + db = 0$$

$$\frac{dby_2}{2} - \frac{b}{2} d\kappa_2 - \frac{h}{2} d\omega_2 + dy_0 = 0$$

$$\frac{dby_2}{2} - \frac{h}{2} d\omega_2 + dy_0 + bda = 0$$

oder

$$dx_0 = 0 \quad (6)$$

$$dy_0 = -\frac{dby_2}{2} + \frac{b}{2} d\kappa_2 + \frac{h}{2} d\omega_2 \quad (7)$$

$$db = -hd\varphi_2 \quad (8)$$

$$da = -\frac{d\kappa_2}{2} \quad (9)$$

Nach Einsetzen von (6) bis (9) in (4) und (5) findet man:

$$dx = -\frac{hx}{b} d\kappa_2 + \frac{y}{2} d\omega_2 \quad (10)$$

$$dy = -\frac{dby_2}{2} + \frac{b-x}{2} d\kappa_2 - \frac{hy}{b} d\varphi_2 + \frac{h}{2} d\omega_2 \quad (11)$$

Durch die Gleichungen (10) und (11) kann man also die Koordinatenfehler beliebiger Punkte als Funktionen der Fehler der Elemente der gegenseitigen Orientierung nach der Ausgleichung in den Festpunkten ausdrücken.  $x$  und  $y$  sind in einem Koordinatensystem angegeben, dessen Ursprung in dem Nadirpunkt des ersten (linken) Bildes liegt. Die Fehler entlang des Streifens können also durch Einsetzen der betreffenden  $x$ - und  $y$ -Koordinaten in (10) und (11) erhalten werden. Die Fehler der Elemente der gegenseitigen Orientierung können aus den gemessenen Vertikalparallaxen berechnet werden. Systematische Fehler der Vertikalparallaxen, zum Beispiel infolge radialer Verzeichnung oder Asymmetrien, wirken systematisch auf die Koordinaten durch (10) und (11) ein. Wenn solche systematischen Fehlerquellen bekannt, aber nicht korrigiert sind, kann man durch (10) und (11) und entsprechende Formeln für andere Festpunkt kombinationen die Wirkung berechnen.

Es muß aber besonders unterstrichen werden, daß die endgültigen Koordinatenfehler des *ersten Modelles* nicht vollständig durch (10) und (11) gegeben sind. In diesem Modell muß man auch mit der direkten Einwirkung gemäß (2) und (3) rechnen.

Durch Summierung von (2) und (10) bzw. (3) und (11) erhält man die totalen Fehler der Koordinaten des ersten Modelles infolge der gegenseitigen Orientierung und nach der Ausgleichung in den Festpunkten.

Man findet:

$$dx = \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{b} \right) y d\kappa_2 - \frac{x(x-b)}{bh} dbz_2 + \frac{x(x-b)^2}{bh} d\varphi_2 - \frac{x(x-b)y}{bh} d\omega_2 \dots \quad (12)$$

$$dy = -\frac{y^2}{b} d\kappa_2 - \frac{(2x-b)y}{2bh} dbz_2 + \frac{(2x-b)(x-b)y}{2bh} d\varphi_2 - \frac{(2x-b)y^2}{2bh} d\omega_2 \quad (13)$$

Wenn man weiß, daß die gegenseitige Orientierung gemäß der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen ist und die systematischen Fehler in irgendwelcher Weise korrigiert sind, kann man die Fehlerfortpflanzung statistisch aus (10) und (11) und (12) und (13) berechnen.

Aus (10) und (11) findet man mit wohlbekannten Verfahren die Gewichtskoeffizienten:

$$Q_{xx} = \frac{h^2 x^2}{b^2} Q_{\varphi_2 \varphi_2} + \frac{y^2}{4} Q_{\kappa_2 \kappa_2} - \frac{hxy}{b} Q_{\varphi_2 \kappa_2} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} Q_{yy} = & \frac{1}{4} Q_{by_2 by_2} + \frac{(b-x)^2}{4} Q_{\kappa_2 \kappa_2} + \frac{h^2 y^2}{b^2} Q_{\varphi_2 \varphi_2} + \frac{h^2}{4} Q_{\omega_2 \omega_2} - \\ & - \frac{b-x}{2} Q_{by_2 \kappa_2} + \frac{hy}{b} Q_{by_2 \varphi_2} - \frac{h}{2} Q_{by_2 \omega_2} - \frac{(b-x)hy}{b} Q_{\varphi_2 \kappa_2} + \\ & + \frac{(b-x)h}{2} Q_{\kappa_2 \omega_2} - \frac{h^2 y}{b} Q_{\varphi_2 \omega_2} \end{aligned} \quad (15)$$

Die Gewichtskoeffizienten der Elemente der gegenseitigen Orientierung sind von der benutzten Methode der gegenseitigen Orientierung abhängig.

Am gebräuchlichsten sind wohl die Gewichtskoeffizienten für den Fall der sechs Orientierungspunkte. Viele von den nichtquadratischen Gewichtskoeffizienten sind dann Null.

Aus mehreren Gründen kann auch der nichtquadratische Gewichtskoeffizient  $Q_{xy}$  von Interesse sein. Für den erwähnten Orientierungsfall erhält man aus (10) und (11):

$$Q_{xy} = \frac{h^2 xy}{b^2} Q_{\varphi_2 \varphi_2} + \frac{(b-x)y}{4} Q_{\kappa_2 \kappa_2} - \frac{y}{4} Q_{by_2 \kappa_2} \quad (16)$$

Als mittlerer Gewichtseinheitsfehler bei der Verwendung von (14) bis (16) ist der mittlere Gewichtseinheitsfehler der Vertikalparallaxenmessungen zu benutzen.

## 1.2 Die Fehler infolge der Einstellungen

Die Einstellungsfehler in den Modellpunkten müssen auch berücksichtigt werden.

Aus einer einfachen Koordinatentransformation gemäß Gleichungen (4) und (5) und den Festpunkten 1 und 2 findet man die Gewichtskoeffizienten infolge der Einstellungsfehler als:

$$Q_{xx} = Q_{yy} = 2 + \frac{2x^2}{b^2} + \frac{2y^2}{b^2} - \frac{2x}{b} \quad (17)$$

$$Q_{xy} = 0 \quad (18)$$

Vgl. Gleichungen (69) bis (75) in [3].

Als mittlerer Gewichtseinheitsfehler ist der mittlere Gewichtseinheitsfehler der Koordinateneinstellungen zu verwenden. Normalerweise kann hierfür der mittlere Gewichtseinheitsfehler  $\mu$  der Vertikalparallaxenmessungen benutzt werden.

### 1.3 Die totalen Fehler

Aus den Gleichungen (14) und (15) erhält man zunächst nach Einsetzen der Gewichtskoeffizienten der Elemente der gegenseitigen Orientierung, vgl. zum Beispiel [3], Tabelle 2:

$$Q_{xx} = \frac{h^4}{b^4 d^2} x^2 + \frac{y^2}{6 b^2} \quad (19)$$

$$Q_{yy} = \frac{x^2}{6 b^2} - \frac{x}{6 b} + \frac{h^4}{b^4 d^2} y^2 + \frac{1}{6} \quad (20)$$

Die totalen Gewichtskoeffizienten werden nun als die Summen von (17) und (19) bzw. (20) erhalten.

Wir finden also:

$$Q_{xx} = \left( \frac{2}{b^2} + \frac{h^4}{b^4 d^2} \right) x^2 - \frac{2x}{b} + \frac{13}{6 b^2} y^2 + 2 \quad (21)$$

$$Q_{yy} = \frac{13x^2}{6 b^2} - \frac{13x}{6 b} + \left( \frac{2}{b^2} + \frac{h^4}{b^4 d^2} \right) y^2 + \frac{13}{6} \quad (22)$$

Die mittleren Fehler der Streifenkoordinaten infolge der Fehler des ersten Modells sind also

$$m_x = \mu \sqrt{Q_{xx}} \quad (23)$$

$$m_y = \mu \sqrt{Q_{yy}}. \quad (24)$$

$\mu$  ist der mittlere Gewichtseinheitsfehler der Vertikalparallaxenmessungen.  
(Fortsetzung folgt)

## Mitteilung der Eidgenössischen Vermessungsdirektion

### Communication de la direction fédérale des mensurations cadastrales

Der Bundesrat hat in seiner Sitzung vom 28. Dezember 1956 die *Eidgenössische Kommission für Grundbuchgeometerprüfungen* für die Amtsduer vom 1. Januar 1957 bis zum 31. Dezember 1959 folgendermaßen neu bestellt:

Dans sa séance du 28 décembre 1956, le Conseil fédéral a reconstitué la *Commission fédérale des examens de géomètres* ainsi qu'il suit pour la période administrative allant du 1<sup>er</sup> janvier 1957 au 31 décembre 1959:

Präsident: *Bertschmann, S.*, dipl. Ing., Dr. e.h., Direktor der Landestopographie und Professor an der ETH, in Zürich;

Mitglieder: *Bachmann, W.K.*, Dr. sc. tech., géomètre officiel, professeur à l'E.P.U.L., à Lausanne;

*Bühlmann, W.*, Stadtgeometer, in Bern;

*Cavin, F.*, géomètre officiel, à Baulmes;

*Früh, J.*, Grundbuchgeometer, in Münchwilen;