Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 53 (1955)

Heft: 10

Artikel: Die Beseitigung der Modellverbiegung mit Hilfe der Änderung der relativen Orientierung für den genäherten vertikalen Normalfall

Autor: Braum, Franjo

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-211802

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Beseitigung der Modellverbiegung mit Hilfe der Änderung der relativen Orientierung für den genäherten vertikalen Normalfall

Von Dipl.-Ing. Franjo Braum, Zagreb

I. Die Ursachen der Modellverbiegung

Die Modellverbiegung kann von den Fehlern der inneren und der relativen Orientierung herrühren. Was die Fehler der inneren Orientierung anbelangt, ist zu bemerken:

1. Systematische Fehler sind eine Angelegenheit der Justierung des Instrumentes und dürften nicht einmal bis zum kartierenden Auswerter gelangen.

2. Die Fehler der inneren Orientierung geben wenigstens bei flachem Gelände keinen Anlaß zur Modellverbiegung [1].

3. Die Operation der inneren Orientierung ist derart einfach, leicht und übersichtlich, daß sie als Ursache einer Modellverbiegung in der Regel nicht in Betracht kommt. Ein grober Fehler in der Zentrierung wird gleich augenfällig, und ein grober Fehler der Bildweite (Bildkonstante), etwa bei rechnerischer Bestimmung, ist dadurch sehr leicht zu vermeiden, daß man eine solche rechnerische Bestimmung bzw. die f-Einstellung wenigstens beim ersten Bilde der bekannten optischen Nachprüfung unterzieht, die auch eine hohe Präzision gewährleistet.

Die angeführten Bemerkungen berechtigen uns, gleich auf den Einfluß der gegenseitigen Orientierung überzugehen. Wenn man sich auf die Tätigkeit des Auswerters bei der Orientierung beschränkt, bleibt also für die Beseitigung der Modellverbiegung nur übrig, die Änderung der gegenseitigen Orientierung heranzuziehen, womit die gegenseitige Orientierung ihr letztes Ziel erreicht – das Zustandebringen eines formtreuen Modells. Dabei mögen bei dieser Gelegenheit nur die Höhen berücksichtigt werden, wie das der technischen und topographischen Praxis entspricht. In diesem Falle liegt es nahe, die Prüfung bzw. die Bestimmung der Modelldeformation und der Modellhorizontierung gemeinsam vorzunehmen [2].

Der durch die Fehler der relativen und absoluten Orientierung hervorgerufene Höhenwiderspruch lautet für ein unabhängiges Bildpaar:

$$dh = h_{\text{ist}} - h_{\text{soll}} = a' - z \cdot db + \Phi' x + \frac{yz}{b} \cdot d\kappa' - \frac{yz}{b} \cdot d\kappa'' + \frac{yx}{b} \cdot d\omega' - \\ - \frac{y(x-b)}{b} \cdot d\omega'' + \left(\frac{z^2}{b} + \frac{x^2}{b}\right) \cdot d\varphi' - \left(\frac{z^2}{b} + \frac{(x-b)^2}{b}\right) \cdot d\varphi'' \tag{1}$$

wobei a' die Additionskonstante der Höhenablesungen und Φ' die Längsneigung des Modells um das linke Projektionszentrum darstellen. Nach-

dem der Maßstab bestimmt ist – und zwar bei gebirgigem Gelände nicht aus der horizontalen Projektion der Vergleichsstrecke, sondern aus der schrägen Länge – und nach Einführung von (3) und (3a) haben wir:

$$dh = a' + \Phi' x + \frac{yz}{b} \cdot d\Delta\kappa + y\Omega + \frac{yx}{b} \cdot d\Delta\omega + \left(\frac{z^2}{b} + \frac{x^2}{b}\right) \cdot d\gamma +$$

$$+ (2x - b) \cdot d\varphi'' = a' - b \cdot d\varphi'' + x \cdot (\Phi' + 2d\varphi'') + y \cdot \left(\Omega + \frac{z}{b} d\Delta\kappa\right) + \qquad (1a)$$

$$+ \frac{yx}{b} \cdot d\Delta\omega + \left(\frac{z^2}{b} + \frac{x^2}{b}\right) \cdot d\gamma.$$

Die Abhängigkeit des $d\Delta\kappa$-Einflusses von der Geländeform kann man gegenüber gleichartiger Abhängigkeit des $d\gamma$-Einflusses vernachlässigen (s. Kap. VI). Der $d\Delta\kappa$-Einfluß bei ebenem Gelände wird von der Modellquerneigung Ω erfaßt. Auf die Horizontierung wirken die Konstanten a' und $b \cdot d\varphi''$ wie auch die Modellängsneigung Φ' und die doppelte gemeinsame Komponente $2 \cdot d\varphi''$ der Einzellängsneigung gemeinsam, so daß wir sie in den neuen Unbekannten a_0 bzw. Φ zusammenfassen können:

$$dh \approx a_0 + x\Phi + y\Omega + \frac{xy}{b} d\Delta\omega + \frac{1}{b}(z^2 + x^2)\, d\gamma =$$

$$= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy + a_4 (z^2 + x^2).$$

Damit wird die Anzahl der für die Horizontierung und Beseitigung der Modellverbiegung erforderlichen unbekannten Orientierungselemente auf ein vernünftiges Minimum reduziert.

Von den Elementen der gegenseitigen Orientierung rufen bekanntlich eine Verbiegung in erster Annäherung nur die Fehler der Quer- und Längsneigungsdifferenzen

$$\Delta\omega = \omega' - \omega'' = \omega' - \Omega \text{ und } \Delta\varphi = \varphi' - \varphi'' = \gamma \qquad (3)$$

hervor, während ein Fehler der Kantungsdifferenz

$$\Delta\kappa = \kappa' - \kappa'' \qquad (3a)$$

die Modellfläche nur bei gebirgigem Gelände deformieren kann. Die Genauigkeit, mit welcher diese Differenzen bei der gegenseitigen Orientierung in der Regel bestimmt werden, erlaubt nicht die Annahme, daß sie aus der genannten Operation fehlerfrei hervorgehen, und in Sonderfällen (gefährliche Flächen, Restverzeichnung) können die Fehler beträchtliche Beträge annehmen. Abgesehen von der Geländeform, kann die Konvergenz auch bei einer fehlerfreien Vertikalparallaxenbeseitigung verfälscht werden. Die Ursache hierfür ist in der Hauptsache die Restverzeichnung, etwas auch die Refraktion und die Erdkrümmung. Es ist zu beachten, daß auch ein kleiner Konvergenzfehler bei gebirgigem Gelände die Höhen stark und unregelmäßig beeinflußt.

Der Fehler des Elementes $\Delta\varphi$ ruft bei ebenem Gelände eine zylindrische Verbiegung hervor, wobei die Mantellinie parallel zu y verläuft:

$$dh_\gamma = d\gamma\left(\frac{z^2}{b} + \frac{x^2}{b}\right) \tag{4}$$

Diese Höhenabweichung wird durch eine Horizontverschiebung und eine Längsneigung des Modells teilweise kompensiert. Die gefährlichste Verbiegung rührt bei ebenem Gelände vom Fehler $d\Delta\omega$ her, die durch die Horizontierung des Modells nicht zu reduzieren ist:

$$dh_{\Delta\omega} = \frac{xy}{b}\, d\Delta\omega \tag{5}$$

Demgemäß wird, wenn für die absolute Orientierung nur eine Länge und vier Höhen zur Verfügung stehen, die überzählige Angabe zur Fehlerbestimmung des Elementes $\Delta\omega$ herangezogen. Dagegen macht bei gebirgigem Gelände ein Konvergenzfehler, dessen Einfluß sich mit der Geländehöhe ändert, mehr Schwierigkeiten. Er ist aber mit Eckpaßpunkten allein nicht bestimmbar und verlangt noch einen Paßpunkt im mittleren Querstreifen. Je mehr Höhenpaßpunkte zur Verfügung stehen, desto mehr Orientierungselemente können herangezogen werden, um die Modellfläche zu zwingen, durch alle Paßpunkte zu verlaufen, und man behandelt je nach der Anzahl von Höhenpaßpunkten eine Niveaufläche im Modell entweder als nur geneigt:

$$dh = a + a_1x + a_2y \tag{6}$$

oder als geneigt und sattelförmig deformiert:

$$dh = a + a_1x + a_2y + a_3xy \tag{7}$$

oder endlich als geneigt hyperbolisch und parabolisch verbogen (2). Die exakte Lösung des Systems von 4 Gleichungen (7) bzw. von 5 Gleichungen (2) sei als „strenge Lösung" bezeichnet.

Im folgenden will ich für die Beseitigung der Modellverbiegung Verfahren angeben, die weder den Ausnahmefall einer regelmäßigen Paßpunktverteilung voraussetzen noch zur zeitraubenden analytisch strengen Lösung greifen, die aber doch praktisch streng wirken.

II. Die Bestimmung der hyperbolischen Verbiegung

1. Ungefähr regelmäßige Paßpunktverteilung

Wollen wir zunächst den oft vorkommenden Fall betrachten, daß für die Modellhorizontierung 4 gegen die Ecken des Stereofeldes verteilten Höhenpaßpunkte zur Verfügung stehen, und daß auf Grund der einen überzähligen Angabe der Fehler der Querneigungsdifferenz bestimmt werden soll (7).

Poivilliers wendet in seiner graphischen Konstruktion für die Modellhorizontierung [2] die lineare Interpolation (Extrapolation) der Höhenfehler an (Konstruktion 1, Abb. 1), um die Paßpunkte 1 und 4 bzw. 2 und

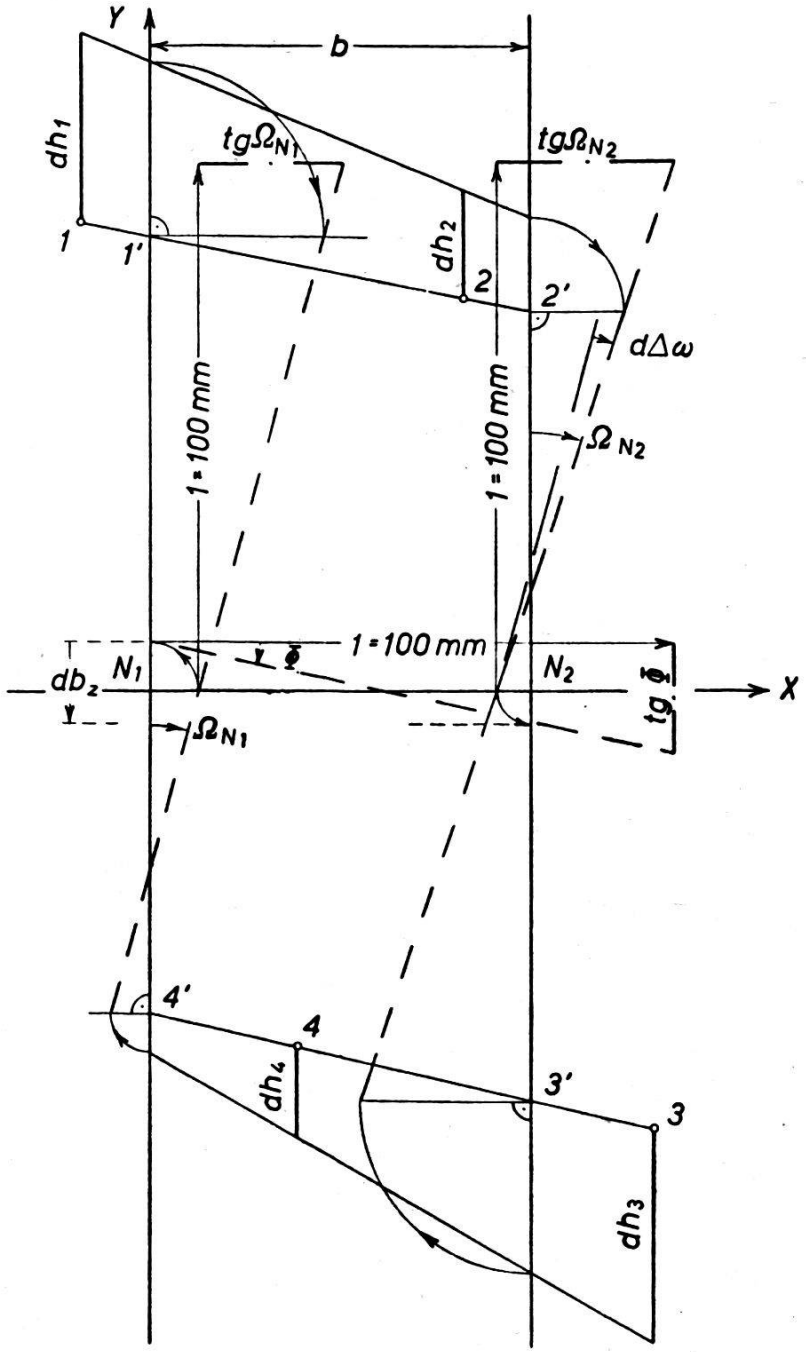

Abb. 1

3 in die Nadirquerprofile zu versetzen. Dadurch ermittelbare Querneigungen der betreffenden Modellprofile* entsprechen den fehlerhaften Querneigungen der einzelnen Projektoren. Ebenso bestimmt man gra-

* Es wird immer an die fehlerhaften Neigungen des Modells im betreffenden Profil und nicht an die natürliche Modellneigung in dieser Richtung gedacht.

phisch in der Basisprojektion die Längsneigung Φ und b_z-Änderung, damit haben wir:

$$d\omega' = \Omega_{N2} \quad d\omega'' = \Omega_{N1} \quad d\Delta\omega = \Omega_{N2} - \Omega_{N1} \text{ und } db_z \approx b\Phi \tag{8}$$

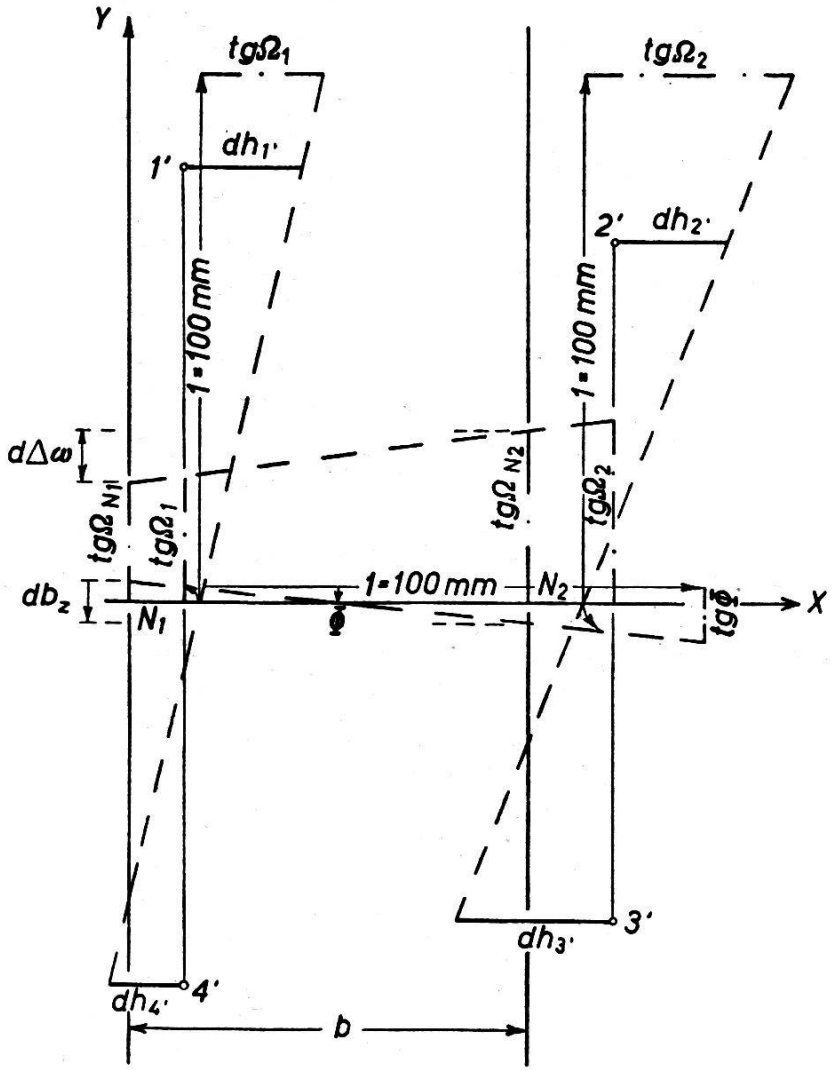

Abb. 2

Diese Konstruktion ist streng richtig unter der Bedingung $y_1 = y_2$ und $y_3 = y_4$, weil von einer hyperbolisch deformierten Fläche (5) nur die Profile y = const und x = const eine Gerade ergeben. Abgesehen von gefährlichen Flächen und gleichzeitig unregelmäßiger Paßpunktverteilung, liefert die Methode immer praktisch strenge Ergebnisse, weil der $d\Delta\omega$-Fehler in der vorher erfolgten gegenseitigen Orientierung auf genügend kleines Maß gebracht wurde.

Wesentlich ist bei der Poivilliersschen Konstruktion, daß die Paßpunkte paarweise auf dieselbe Abszisse gebracht werden, wo eine weitere lineare Interpolation ohne Bedenken vorgenommen werden kann. Um gleich die Querneigungen der einzelnen Projektoren zu gewinnen, nimmt

Poivilliers für diese Abszissen die Werte 0 und b. Obwohl diese Werte i.a. nicht die günstigsten Interpolationsfehler ergeben, ist diese Auswahl für diese Aufgabe vollkommen zulässig. Wenn aber noch die Bestimmung des Konvergenzfehlers hinzukommt, wird die Aufgabe – besonders bei flachem Gelände – viel heikler, und es ist dann eine fehlertheoretisch günstigere Abszissenauswahl ratsam. Es sei deshalb schon jetzt bei dieser Gelegenheit die Konstruktion 2 vorausgeschickt (Abb. 2), von welcher die Konstruktion 1 nur einen Sonderfall darstellt.

Aus demselben Grunde und gleichzeitig zur Abschätzung bzw. Nachkorrektur in ungünstigen Fällen mögen zunächst die begangenen Interpolationsfehler besprochen werden.

2. *Der Interpolationsfehler bei der hyperbolischen Modellverbiegung*

Abgesehen von den ausgezeichneten Richtungen $x \equiv$ const und $y \equiv$ const, ergeben die Vertikalprofile der sattelförmig deformierten Mo-

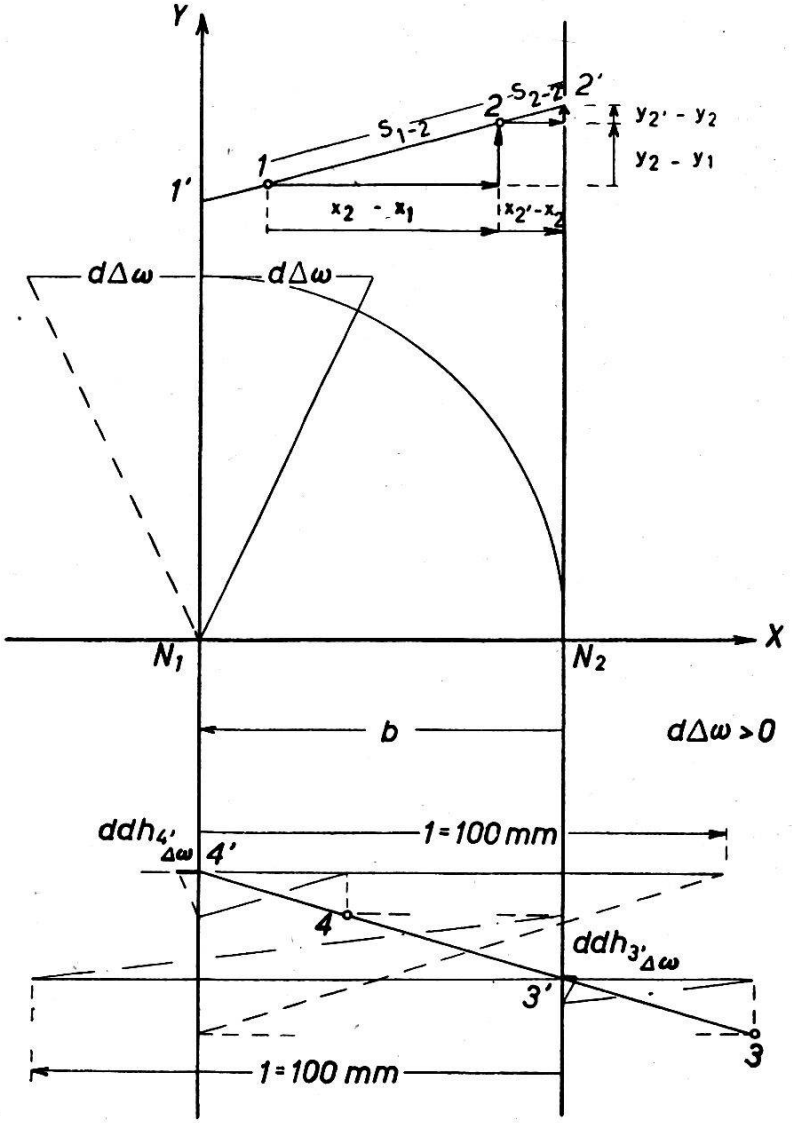

Abb. 1a

dellfläche eine Kurve 2. Ordnung. Bei zylindrischer Verbiegung ist das für alle Profile $x \equiv$ const der Fall. Wir können von vorneherein sagen, daß eine lineare Interpolation am fehlerhaftesten in der Mitte der Paßpunktverbindung ist, und daß eine Extrapolation eine quadratisch anwachsende Verfälschung mit sich bringt.

Z. B. beim Übergang vom Paßpunkt 1 zum Paßpunkt 2 (Abb. 1a) kommt ein Höhenfehlerzuwachs von

$$(x_2 - x_1)\,\frac{y_1}{b} \cdot d\Delta\omega + (y_2 - y_1)\,\frac{x_2}{b}\,d\Delta\omega \tag{9}$$

auf der Strecke s_{1-2} zustande. Mit dieser Steigung wird der Höhenfehlerzuwachs in 2′ in bezug auf 2 interpoliert. Der wahre Zuwachs beträgt aber

$$(x_2' - x_2)\,\frac{y_2}{b}\,d\Delta\omega + (y_2' - y_2)\,\frac{x_2'}{b}\,d\Delta\omega \tag{9a}$$

Zum interpolierten Wert im Beipunkt 2′ müssen wir also folgenden Interpolationsfehler hinzufügen:

$$\begin{aligned} ddh_2'\Delta\omega &= \frac{d\Delta\omega}{b}\Big\{[(x_2' - x_2)\,y_2 + (y_2' - y_2)\,x_2'] - \\ &\qquad - [(x_2 - x_1)\,y_1 + (y_2 - y_1)\,x_2]\,\frac{s_2'-{}_2}{s_2-{}_1}\Big\} = \\ &= \frac{d\Delta\omega}{b}\Big\{[(x_2' - x_2)\,y_2 + (y_2' - y_2)\,x_2'] - \\ &\qquad - \left[(x_2 - x_1)\,y_1\,\frac{x_2' - x_2}{x_2 - x_1} + (y_2 - y_1)\,x_2\,\frac{y_2' - y_2}{y_2 - y_1}\right]\Big\} = \\ &= \frac{d\Delta\omega}{b}\Big\{(x_2' - x_2)\,(y_2 - y_1) + (y_2' - y_2)\,(x_2' - x_2)\Big\} = \\ &= \frac{d\Delta\omega}{b}\,(x_2' - x_2)\,(y_2' - y_1) \end{aligned} \tag{10}$$

Die graphische Ermittlung dieses Ausdruckes ist auf der Abb. 1a (Konstruktion 1a) für die Beipunkte 3′ und 4′ dargestellt. Es werden zuerst die beiden eingeklammerten Ausdrücke von (10) graphisch multipliziert und dann das Produkt noch mit $d\Delta\omega : b$. Für die Vorzeichenbestimmung kann eine mnemotechnische Regel behilflich sein. Wenn wir z. B. $d\Delta\omega > 0$ annehmen, so ergeben die Abschnitte an den durch die Bei-

punkte gezogenen y-Parallaxen das Vorzeichen nach folgendem Schema (Abb. 1a'):

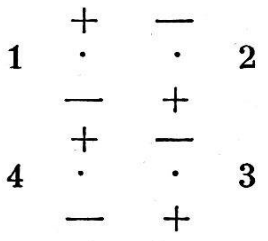

Abb. 1a'

Wenden wir für die Konstruktion 1a dieselben Maßstäbe wie für die Konstruktion 1 an, so erhalten wir die Interpolationsfehler der Beipunkte im Maßstab der Höhenfehler.

Angesichts der kleinen Beträge der Interpolationsfehler können wir uns einen größeren Maßstab leisten, indem wir ein Vielfaches von $d\Delta\omega$ auftragen.

Die ddh werden als zusätzliche Höhenfehler behandelt, und der weitere Verlauf der Konstruktion nach der Ermittlung ddh kommt der Konstruktion 2 gleich, so daß er auf Abb. 1a unterlassen werden konnte.

Die erhaltenen Korrektionsgrößen $d\Phi$, $d\Omega_{N1}$, $d\Omega_{N2}$ sind den aus der Vorkonstruktion 1 erhaltenen Werten hinzuzufügen. Die anzubringenden Winkelverbesserungen betragen:

$$\begin{aligned} v_{\varphi'} &= v_{\varphi''} = -\Phi - d\Phi \\ v_{\omega'} &= -\Omega_{N2} - d\Omega_{N2} \\ v_{\omega''} &= -\Omega_{N1} - d\Omega_{N1} \end{aligned} \tag{11}$$

Das Heranziehen der Korrekturkonstruktion 1a erscheint nur zweckmäßig, wenn die Konstruktion 1 bei recht ungleichen Ordinatenwerten im oberen oder unteren Paßpunktpaar verhältnismäßig große $d\Delta\omega$-Fehler ergibt.

Es stellt sich jetzt die Frage, wie in ungünstigen Fällen die Abszissen der Beipunkte $x_{1'} = x_{4'}$ bzw. $x_{2'} = x_{3'}$ zu wählen sind, damit sich die Einflüsse der Interpolationsfehler (10) gegenseitig kompensieren. In diesem Sinn unterscheiden sich die Forderungen für $d\Delta\omega$ und Φ. Um einen strengen Wert von $d\Delta\omega$ gleich mit der Konstruktion 2 zu bekommen, soll

$$ddh_{1'} = ddh_{4'} \text{ und } ddh_{2'} = ddh_{3'} \tag{12}$$

während die Bedingung für einen strengen Wert von Φ lautet:

$$ddh_{1'} + (ddh_{4'} - ddh_{1'}) \frac{y_{1'}}{y_{1'} - y_{4'}} = ddh_{2'} + (ddh_{3'} - ddh_{2'}) \frac{y_{2'}}{y_{2'} - y_{3'}} \tag{12a}$$

Das Auflösen dieser Bedingungen kompliziert das Problem, ohne aber allgemein anwendbare Werte zu liefern. Solange der $d\Delta\omega$-Fehler klein bleibt, kann man das Verfahren vereinfachen, indem man nach Poivilliers die Nadirquerprofile wählt. **((Fortsetzung folgt)**