Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 52 (1954)

Heft: 8

Artikel: Die translative und die projektive Methode der astronomischen Geodäsie [Schluss]

Autor: Ledersteger, K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-210958

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die translative und die projektive Methode der astronomischen Geodäsie

Von K. Ledersteger, Wien

(Schluß)

Somit haben es vor allem zwei Punkte ermöglicht, daß die auf dem translativen Prinzip beruhende astronomisch-geodätische Netzausgleichung trotz dem Ausgange von der „Netzausbreitung" dennoch nicht bloß auf eine, sondern sogar auf die Gesamtheit aller widerspruchsfreien Projektionen der Geoidpunkte führt. Fürs erste werden die beobachteten Richtungen und gemessenen Grundlinien streng nach dem Projektionsprinzip reduziert, so daß die auftretenden *Laplace*schen Widersprüche außer durch die Beobachtungsfehler lediglich durch die Azimutverschwenkungen $d_V a$ bedingt sind, die aus der Verschiebung des geodätisch fehlerfreien Netzes resultieren; sodann wird durch die individuellen Längenkorrektionen der geodätischen Linien die Maßstabglättung rückgängig gemacht, die bei der Netzausbreitung zwangsläufig mit den Basisgleichungen verbunden ist.

4. *Die projektive Methode*

Wir wenden uns der „projektiven" Methode zu. Genau so wie die translative Methode von projektiven Gedanken durchdrungen ist, kann umgekehrt die projektive Methode nicht ganz des translativen Prinzipes entraten. Schon die Ausmerzung der astronomischen Fehler im Ursprung bedeutet ja bei einmal vorgegebener gegenseitiger Lage von Geoid und Referenzellipsoid eine differentielle Verschiebung des Netzes um die astronomischen Verbesserungen $\delta\varphi_0$, $\delta\lambda_0$, $\delta\alpha_0$. Ferner ist die Projektion überhaupt nicht unvermittelt durchführbar. Man muß vielmehr abermals trachten, die Richtungen und Grundlinien dem Prinzip der Projektion entsprechend möglichst exakt auf das Ellipsoid zu reduzieren und die hierzu nötigen Geoidhöhen z auf dem Wege des astronomischen, des astronomisch-gravimetrischen und des trigonometrischen Nivellements in Verbindung mit den Meereshöhen zu gewinnen. Anders ausgedrückt: auch die projektive Methode kommt um die übliche Netzausgleichung nicht ganz herum, und daher ist die wiederholt zu lesende scharfe Kritik an der Netzausbreitung nicht ganz gerechtfertigt.

Das wesentliche Merkmal der projektiven Methode besteht darin, daß sofort eine ganz spezielle Projektion angestrebt wird, aus der alle übrigen und im besondern das naturtreue Netz mittels eigener, projektiver Lotabweichungsgleichungen hervorgehen. Mithin kann das Prinzip der astronomisch-geodätischen Netzausgleichung beibehalten, jedoch die Rechnung beträchtlich abgekürzt werden. Von vornherein scheidet der Ellipsoidübergang aus. War ferner bei der Erstberechnung die relative Lotabweichung im Fundamentalpunkt Null, so kann für das geodätisch fehlerfreie Netz daselbst $\xi_0 = \eta_0 = 0$ gefordert werden, womit gleichzeitig die zugehörige Projektion eindeutig gegeben ist. Schließlich können die *Laplace*schen Bedingungen sofort in die Ausgleichung einbezogen

werden. Während die Winkel-, Seiten- und Basisgleichungen die geometrische Möglichkeit des Netzes garantieren, besteht der geometrische Sinn der Azimutbedingungen darin, daß das Netz in eine reine Projektion verwandelt wird. Um dies zu erreichen, dürfen aber die astronomischen Fehler nicht ignoriert werden; man darf daher das *Laplace*sche Azimut

$$\alpha_b' - (\lambda' - \lambda) \sin \varphi = \bar{\alpha} \tag{18}$$

nicht als fehlerfreie Größe in die Ausgleichung einführen.

Um auf diese Weise sofort ein möglichst naturtreues Netz und damit eine wahrhaft absolute Orientierung in allen Teilen eines kontinentalen Netzes zu erhalten, sind folgende Gesichtspunkte zu beachten:

1. müssen die beobachteten Richtungen der Triangulierung ebenso wie die astronomischen Azimute nach *Vening Meinesz* gemäß (4) auf das Geoid reduziert werden, solange man die Lotkrümmung nicht berücksichtigen kann. Damit fällt die von *Helmert* geforderte Reduktion des ellipsoidischen Azimutes auf das ellipsoidische Zenit vollständig aus. Hierin darf ein Vorteil der Projektion der Geoidpunkte gegenüber der Projektion der Oberflächenpunkte erblickt werden. Denn die ellipsoidische Reduktion vom Geoid auf das mittlere Erdellipsoid darf als zu geringfügig unterbleiben;

2. müssen die gemessenen Grundlinien nicht bloß auf das Geoid, sondern mit Hilfe der Geoidundulationen, die nach der Stokesschen Formel ermittelt wurden, weiter auf das Normalsphäroid der Erde reduziert werden. Für die Auswahl der Grundlinien ist bei der meist vorhandenen ausreichenden Dichte in erster Linie die Netzgestalt, sonst aber der Verlauf der Geoidundulationen bestimmend;

3. soll von vornherein das mittlere Erdellipsoid als Referenzfläche dienen. Für die Achse dieses Ellipsoides hat eine neue astronomisch-gravimetrische Methode[3], getrennt aus dem Lotabweichungsmaterial des westlichen Europa bis $\lambda = 30^\circ$ öst. Gr. und der USA, in fast vollständiger Übereinstimmung den Wert $a = 6378284$ m ergeben, während *Krassowskij*[4] (1942) aus dem bisher reichhaltigsten und vor allem dank der Einbeziehung der modernen russischen Dreiecksketten großräumigsten Material auf Grund teils gravimetrisch, teils isostatisch verbesserter Lotabweichungen $a = 6378295$ m gefunden hat. Dieser Wert muß übrigens noch um die mittlere Geoidhebung des Gesamtraumes – schätzungsweise 5 bis 10 m – verkleinert werden. Für die Abplattung gilt derzeit 1 : 297 als der beste Wert; eine Überprüfung auf Grund eines möglichst homogenen, gleichmäßig über die ganze Erde verteilten Schwerematerialeß läßt eher einen etwas größeren als einen kleineren Wert erwarten;

4. ist die Kenntnis der absoluten Lotabweichung im Fundamentalpunkt erforderlich, um das Netz sofort in die absolute Lage zu bringen und die gewünschte Naturtreue zu erzielen;

[3] K. *Ledersteger:* Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoides und der absoluten Lage der Landestriangulationen, Sonderheft 12 der Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen, Wien 1951.

[4] A. A. *Isotow:* Die Form und die Ausmaße der Erde nach gegenwärtigen Angaben, Moskau, ZNIIGAK, 1950.

5. müssen womöglich alle Dreieckspunkte Lotabweichungspunkte sein, um die Zielpunktreduktion nach (4) mit der nötigen Sicherheit durchführen zu können. Die Zahl der *Laplace*schen Punkte wird von der Netzgestalt und dem Genauigkeitsverhältnis der astronomischen und geodätischen Messungen abhängen;

6. dürfen die *Laplace*schen Azimute, das sind die wegen der Lotabweichung in Länge korrigierten astronomischen Azimute, nicht als fehlerfreie Größen in die Ausgleichung eingeführt werden. Besondere Bedeutung kommt den Verbesserungen der astronomischen Beobachtungen im Fundamentalpunkt zu.

Demgegenüber müssen alle früheren Bemühungen, die auf eine Approximation der absoluten Lage und Orientierung mittels des Minimalsystems der Lotabweichungen abzielten, als überholt gelten.

Oben wurde noch der allgemeinere Fall einer beliebigen, durch $\xi_0 = \eta_0$ definierten Projektion auf ein beliebiges Referenzellipsoid ins Auge gefaßt. Aus dieser speziellen Projektion erhält man jede gewünschte andere und im besondern natürlich wieder das naturtreue Netz mit Hilfe der projektiven Lotabweichungsgleichungen. Diese, von *Vening Meinesz*[5] 1944 und 1950 aufgestellten Gleichungen erfassen die Koordinaten- und Höhenänderungen der Projektionen $\overline{P}^x$ der Geoidpunkte bei einer Verschiebung des Referenzellipsoides im Erdkörper, verbunden mit einem Ellipsoidübergang. Sie geben die Änderung der Lotabweichungskomponenten und der Geoidhöhen in den Punkten P_k in Funktion der Änderung der Lotabweichung und Geoidhöhe im Fundamentalpunkt P_0. Sie seien wieder sphärisch vereinfacht angesetzt:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta\xi_k &= (\cos\varphi_0 \cos\varphi_k + \sin\varphi_0 \sin\varphi_k \cos l)\,\xi_0 - \eta_0 \sin\varphi_k \sin l \\
&\quad - (\sin\varphi_0 \cos\varphi_k - \cos\varphi_0 \sin\varphi_k \cos l)\left(\frac{\Delta z_0}{a} + \Delta\beta\right) - \\
&\quad - 2\cos\varphi_k (\sin\varphi_k - \sin\varphi_0)\, d\mathfrak{a}; \\
\Delta\eta_k &= \xi_0 \sin\varphi_0 \sin l + \eta_0 \cos l + \frac{\Delta z_0}{a} \cos\varphi_0 \sin l + \\
&\quad + \cos\varphi_0 \sin l\, \Delta\beta; \\
\frac{\Delta z_k}{a} &= -(\cos\varphi_0 \sin\varphi_k - \sin\varphi_0 \cos\varphi_k \cos l)\,\xi_0 - \eta_0 \cos\varphi_k \sin l \\
&\quad + \frac{\Delta z_0}{a} \cos\psi - (1 - \cos\psi)\,\Delta\beta + (\sin\varphi_k - \sin\varphi_0)^2\, d\mathfrak{a}, \\
\text{mit} \quad & \Delta\beta = \frac{da}{a} + \sin^2\varphi_0\, d\mathfrak{a} \\
& \cos\psi = \sin\varphi_0 \sin\varphi_k + \cos\varphi_0 \cos\varphi_k \cos l.
\end{aligned}\right\} \quad (19)$$

[5] F. A. *Vening Meinesz:* New formulas for systems of deflections of the plumb-line and Laplace's theorem, und: Changes of deflections of the plumb-line brought about by a change of the reference-ellipsoid, beide in: Bulletin Géodésique Nr. 15, 1950.

Bemerkenswert ist, daß in diesen Gleichungen wegen der theoretischen Fehlerfreiheit der Projektion nur *eine* η-Komponente auftritt, während dafür im translativen System (14) die Δz-Gleichung ausfällt. Hierin kommt nochmals klar zum Ausdruck, daß die translative Methode auf der Verschiebung des Netzes auf dem Referenzellipsoid, die projektive Methode hingegen auf der Verschiebung des Referenzellipsoides relativ zum Geoid beruht.

Übrigens wurde die Δz-Gleichung bereits 1934 von *Krassowskij*[6] entwickelt und seiner Definition des bestanschließenden Ellipsoides zugrunde gelegt. Geht dieses bei der translativen Methode aus der Verschiebung des in sich geschlossenen Netzes in die „Minimallage" hervor, verbunden mit einem der Minimumforderung für die restlichen Lotabweichungen entsprechenden Ellipsoidübergang, so fordert *Krassowskij* für das bestanschließende Ellipsoid eine minimale Quadratsumme für die restlichen Geoidhöhen z. Das Referenzellipsoid wird hier also bei gleichzeitiger Variation seiner Parameter durch eine Parallelverschiebung im Erdkörper dem Geoid möglichst gut angepaßt. Ausgehend von den ursprünglichen Geoidhöhen z erhält man mittels der dritten Gleichung (19) vermöge

$$\delta z_k = z_k + \Delta z_k \tag{20a}$$

neue Geoidhöhen, für die die Forderung[7]

$$\sum_k (\delta z_k)^2 = \min \tag{20b}$$

erhoben wird. Damit ergibt sich das bestanschließende Ellipsoid durch vermittelnde Ausgleichung der Fehlergleichungen

$$\left.\begin{aligned} \delta z_k = z_k &- a\,(\cos\varphi_0 \sin\varphi_k - \sin\varphi_0 \cos\varphi_k \cos l)\,\xi_0 - \\ &- \eta_0\, a \cos\varphi_k \sin l + \Delta z_0 \cos\psi - a\,(1 - \cos\psi)\,\Delta\beta \\ &+ a\,(\sin\varphi_k - \sin\varphi_0)^2\, d\alpha \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

mit den fünf Unbekannten ξ_0, η_0, Δz_0, $\Delta\beta$ und $d\alpha$, zusammen mit der durch die drei ersten Unbekannten definierten „Minimalprojektion', die an Stelle der Minimallage der translativen Methode tritt.

Damit ist auch die projektive Methode in ihren wesentlichen Grundzügen umschrieben. Man erkennt, daß sich die beiden Methoden der astronomischen Geodäsie keineswegs so schroff gegenüberstehen, wie es bei dem Vergleich der beiden Systeme (14) und (19) der translativen und projektiven Lotabweichungsgleichungen den Anschein hat. Dies liegt vor allem darin, daß die astronomisch-geodätische Netzausgleichung fast zwangsläufig auf eine gewisse Durchdringung translativer und projek-

---

[6] Th. N. *Krassowskij:* Überlegungen über die Bestimmung eines für die geodätischen Arbeiten in der UdSSR geeigneten Ellipsoides, Verhandlungen der 7. Tagung der Baltischen Geodätischen Kommission 1934, Helsinki, 1935.

[7] Diese Definition hat übrigens bereits *Helmert*, H. G. I., Seite 564, als die korrektere bezeichnet!

tiver Gesichtspunkte führt, weil die *Laplace*schen Bedingungen theoretisch nur für die Projektion Gültigkeit haben und weil der Unterschied zwischen Netzausbreitung und Projektion nicht allein in der Reduktion der Grundlinien auf das Geoid oder das Referenzellipsoid gelegen ist, sondern zumindest ebenso in der Außerachtlassung oder Mitnahme der Azimutbedingungen. Die oben aufgestellten Richtlinien für die moderne astronomisch-geodätische Netzausgleichung und die möglichst rasche Gewinnung des naturtreuen und absolut orientierten Netzes können daher ebensogut als das Endziel der translativen wie der projektiven Methode aufgefaßt werden.

Die Arrondierung und die Güterzusammenlegung im Kanton Waadt[1]

Blaise Petitpierre, Vorsteher des Meliorationsamtes des Kantons Waadt

Die Anträge auf Güterzusammenlegungen haben im Kanton Waadt in den Nachkriegsjahren stark zugenommen. Der Grund hierfür ist in erster Linie darin zu suchen, daß die ungünstigen Besitzverhältnisse eine Bewirtschaftung von Grund und Boden nach neuzeitlichen Gesichtspunkten behindern. Insbesondere wird der Maschineneinsatz sehr nachteilig beeinflußt. Das wirtschaftliche Arbeiten mit Maschinen setzt entsprechend große und möglichst günstig geformte Betriebsflächen voraus. In vielen Gemeinden unseres Kantons fehlen noch diese Voraussetzungen, weil der ländliche Grundbesitz mehr oder weniger stark in einzelne kleine Parzellen aufgesplittert ist. Sollen diese Mängel beseitigt werden, so kann dies nur durch eine Güterzusammenlegung geschehen, die von Grund auf die Besitzverhältnisse neu und zweckmäßig ordnet.

Es ist deshalb nicht verwunderlich, daß die Flurbereinigung für die Landwirtschaft zu einem der wichtigsten Probleme geworden ist, und zwar zu einem Problem, das auf rasche Lösung drängt. Um dieser Forderung einigermaßen nachkommen zu können, sollte die Güterzusammenlegungstätigkeit wesentlich gesteigert werden. Dies ist aber aus technischen und finanziellen Gründen nicht möglich. Selbst wenn diese Hindernisse wegfallen würden, so ist das Güterzusammenlegungsverfahren bei der hierfür benötigten Frist nicht imstande, die rasche Abhilfe zu bringen, welche von der Entwicklung in der Landwirtschaft verlangt wird.

Es müssen also neue Wege beschritten werden, die eine wirksame Abhilfe versprechen.

---

[1] Der hier veröffentlichte Aufsatz entspricht im allgemeinen dem vom Verfasser am 13. März 1954 in Bern gehaltenen Vortrag. Einige Ausdrücke und Abschnitte, die sich unseren Verhältnissen anpassen, sind der Ansprache von Herrn Oberregierungsrat Zapf im bayrischen Staatsministerium für Ernährung, Landwirtschaft und Forste am 6. August 1953 in München entnommen.