

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 52 (1954)

Heft: 2

Artikel: Ein Versuch zur Erklärung der Anhäufung negativer Dreiecksschlussfehler in der schwedischen Dreiecksmessung erster Ordnung

Autor: Pettersson, L.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-210929>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie

Revue technique Suisse des Mensurations, du Génie rural et de Photogrammétrie

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik; Schweiz. Kulturingenieurverein; Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Editeurs: Société suisse des Mensurations et Améliorations foncières; Société suisse des ingénieurs du Génie rural; Société suisse de Photogrammétrie

Nr. 2 • LII. Jahrgang

Erscheint monatlich

9. Februar 1954

Ein Versuch zur Erklärung der Anhäufung negativer Dreiecksschlußfehler in der schwedischen Dreiecksmessung erster Ordnung

Von Staatsgeodät L. Pettersson

Negative Dreiecksschlußfehler sind scheinbar häufiger als positive. Dies kann auf einen Fehler beruhen, der im folgenden Mitschleppung genannt wird. Die Mitschleppung entsteht dadurch, daß die Drehung des Fernrohres des Theodolites um die Vertikalachse eine kleine Drehung des Instrumentenbockes oder des unteren, festen Teiles des Theodolites verursacht.

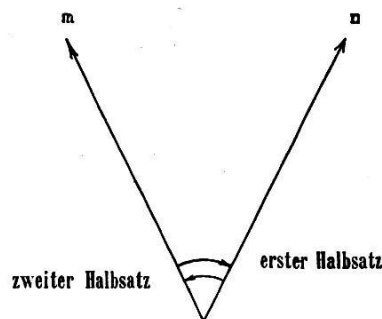


Abb. 1

Mißt man einen Winkel $m \cdot n$, siehe Abb. 1, wird erst die Richtung m eingestellt und die Skala abgelesen. Dann wird von Osten nach Westen gegen n gedreht. Findet Mitschleppung statt, wird jetzt ein zu kleiner Wert auf der Skala abgelesen und das Ergebnis der Winkelmessung $m \cdot n$ wird zu klein in diesem Halbsatz. Nach Umlegung stellt man erst gegen n ein und liest die Skala ab, dreht dann von Westen nach Osten gegen m . Bei Mitschleppung wird nun für die Richtung m ein zu hoher Wert auf der Skala abgelesen, und auch in diesem Halbsatz wird also der Winkel $m \cdot n$ zu klein.

Im folgenden wird untersucht werden, ob man aus der schwedischen Dreiecksmessung erster Ordnung die Wirkung der Mitschleppung ablesen kann.

Bildet man das Mittel aller Dreiecksschlußfehler, erhält man

$$\frac{[w]}{n} = -0''.30 \pm 0''.16$$

w = Dreiecksschlußfehler

n = 368, die Anzahl der Dreiecke

Da die Abweichung vom Mittel, welches null sein soll, ungefähr der doppelte mittlere Fehler ist, kann man annehmen, daß ein konstanter Anteil in die Dreiecksschlußfehler eingeht. Der negative Wert $-0''.30$ bedeutet, daß jeder Dreieckswinkel im Mittel $0''.10$ zu klein ist. Das kann also die Folge der Mitschleppung sein.

Die Messungen sind mit zwei verschiedenen Instrumententypen ausgeführt worden, nämlich: A) Hildebrand und Wanschaff, B) Wild. Sie werden hier Instrument A bzw. B genannt. Im folgenden werden die Berechnungen für die beiden Instrumententypen getrennt ausgeführt.

Für das oben berechnete Mittel erhält man

$$\text{Instr. A: } \frac{[w]}{n} = -0''.27 \pm 0''.23 \quad n = 185$$

$$\text{Instr. B: } \frac{[w]}{n} = -0''.33 \pm 0''.23 \quad n = 183$$

Es wird nun angenommen, daß die Verbesserung der Mitschleppung zu einem in einem Satz gemessenen Winkel folgendermaßen geschrieben werden kann.

$$\Delta\alpha = a + b\alpha \quad (1)$$

wo

$\Delta\alpha$ = die Verbesserung in Zentesimalsekunden ausgedrückt

α = der gemessene Winkel in Hundertstel der Zentesimalgrade

$$= \frac{\alpha^c}{100^c}$$

a und b sind Konstanten, die bestimmt werden sollen. Sie müssen größer als null sein. Eigentlich würde man sie für jede Station bestimmen, aber wegen ihrer Kleinheit muß man sich begnügen, sie für größere Gruppen zu berechnen, in erster Linie für die Instrumente A bzw. B.

1. Bestimmung der Konstanten a und b aus den Dreiecksschlußfehlern.

Um zu sehen, wie die Konstanten a und b in den Dreiecksschlußfehlern eingehen, muß man zu den Stationsausgleichungen gehen. Die schwedischen Dreiecksmessungen erster Ordnung sind fast ausschließlich als Winkelmessungen in allen Kombinationen mit Richtungsgewicht 18 oder 20, beruhend auf der Anzahl der Sichten, ausgeführt worden.

Wenn die folgenden Bezeichnungen eingeführt werden:

$\overline{m \cdot n}$ = ein auf der Station ausgeglichener Winkel

$[m \cdot n]$ = die Summe der Winkel, die den auf der Station ausgeglichenen Winkel bilden

s = die Anzahl der Sichten auf der Station

sieht man leicht, daß nachstehende Beziehung gelten muß.

$$\overline{m \cdot n} = \frac{1}{S} [m \cdot n] + \frac{2}{S} \cdot a + b \cdot \frac{m \cdot n^c}{100^c} \quad (2)$$

Z. B. hat man bei 4 Sichten

$$\overline{1.2} = \frac{1}{4} (1.2 + 1.2 + 1.3 - 2.3 + 1.4 - 2.4) + \frac{2}{4} a + b \cdot \frac{1.2^c}{100^c}$$

Aus jedem Dreieck erhält man nun eine Fehlergleichung durch Addierung von 3 Gleichungen (2)

$$\left[\frac{2}{S} \right] a + 2b = -w + v \quad (3)$$

wo

$\left[\frac{2}{S} \right]$ die Summe von $\frac{2}{S}$ in den drei Ecken des Dreieckes ist.

Leider stehen die Koeffizienten von a und b in einem fast konstanten Verhältnis zueinander. Deshalb können a und b nicht gleichzeitig bestimmt werden. Man muß sich begnügen, den Wert einer Kombination $a + kb$ zu berechnen. Aus Gründen, die später erörtert werden, muß man für den Beobachter V. Johansson anstatt (2) andere Ausdrücke setzen, die unter gewissen vereinfachenden Annahmen lauten:

$$\left. \begin{aligned} \overline{m \cdot n} &= \frac{1}{S} [m \cdot n] - 0.67 b & S = 3 \\ \overline{m \cdot n} &= \frac{1}{S} [m \cdot n] + 0.10 a - 0.17 b & S = 4 \\ \overline{m \cdot n} &= \frac{1}{S} [m \cdot n] - 0.17 b & S = 5 \\ \overline{m \cdot n} &= \frac{1}{S} [m \cdot n] + 0.11 a + 0.22 b & S = 6 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Das Gegenstück zu (3) erhält man durch Addierung der Gleichungen (4).

Die Tabellen 1 und 2 geben das Ergebnis. Die Berechnungen sind für die verschiedenen Beobachter ausgeführt worden. In den Tabellen sind die folgenden Abkürzungen angewandt worden.

A = *L. Asplund* *F* = *E. Fagerholm* *R* = *G. A. Rune*
An = *F. Andersson* *H* = *V. Hernlund* *W* = *B. Wideland*
Au = *B. Aurell* *Jo* = *V. Johansson* *U* = *Beobachter, die je weniger als 10 Punkte gemessen haben, sind zusammengekommen*
D = *V. Dunér* *Ju* = *I. Jung*

Tabelle 1. $a + kb$ und a für die Instrumente *A*

| Beob- achter | Bestimmung aus Dreiecks- schlußfehlern | | | Bestimmung aus Winkel- kombinationen | |
|-----------------|---|----------|----------------------|---|----------------------|
| | Anz. <i>w</i> | <i>k</i> | $a + k \cdot b$ | Anzahl Stat. | <i>a</i> |
| <i>Au</i> | 32 | 1.54 | $-0''.13 \pm 0''.42$ | 30 | $-0''.55 \pm 0''.36$ |
| <i>D</i> | 12 | 1.48 | $+0''.08 \pm 0''.84$ | 12 | $-0''.03 \pm 0''.63$ |
| <i>F</i> | 15 | 1.46 | $+0''.10 \pm 0''.51$ | 16 | $-0''.04 \pm 0''.25$ |
| <i>H</i> | 27 | 1.47 | $+0''.71 \pm 0''.53$ | 23 | $+0''.49 \pm 0''.30$ |
| <i>Ju</i> | 24 | 1.42 | $+0''.23 \pm 0''.39$ | 22 | $+0''.46 \pm 0''.37$ |
| <i>R</i> | 52 | 1.38 | $+0''.26 \pm 0''.28$ | 53 | $-0''.16 \pm 0''.24$ |
| <i>W</i> | 17 | 1.57 | $+0''.15 \pm 0''.50$ | 16 | $+0''.21 \pm 0''.44$ |
| <i>U</i> | 6 | 1.37 | $+0''.16 \pm 0''.98$ | 5 | $+0''.04 \pm 0''.52$ |
| Alle | 185 | 1.45 | $+0''.22 \pm 0''.16$ | 177 | $-0''.01 \pm 0''.13$ |

Tabelle 2. $a + kb$, a und b für die Instrumente *B*

| Beob- achter | Bestimmung aus Dreiecks- schlußfehlern | | | Bestimmung aus Winkel- kombinationen | | |
|-----------------|---|----------|----------------------|---|----------------------|----------------------|
| | Anz. <i>w</i> | <i>k</i> | $a + k \cdot b$ | Anz. Stat. | <i>a</i> | <i>b</i> |
| <i>A</i> | 29 | 1.46 | $+0''.33 \pm 0''.41$ | 26 | $+0''.67 \pm 0''.26$ | $+0''.24 \pm 0''.15$ |
| <i>An</i> | 21 | 1.36 | $+0''.75 \pm 0''.46$ | 20 | $+0''.74 \pm 0''.51$ | |
| <i>D</i> | 30 | 1.37 | $-0''.17 \pm 0''.47$ | 22 | $+0''.81 \pm 0''.42$ | |
| <i>Jo</i> | 51 | -0.16 | $+0''.78 \pm 0''.97$ | 49 | $+0''.86 \pm 1''.48$ | |
| <i>R</i> | 13 | 1.25 | $+0''.13 \pm 0''.60$ | 13 | $+0''.63 \pm 0''.43$ | |
| <i>W</i> | 19 | 1.24 | $+0''.41 \pm 0''.45$ | 20 | $+1''.38 \pm 0''.41$ | |
| <i>U</i> | 13 | 1.50 | $+0''.99 \pm 0''.66$ | 16 | $+0''.22 \pm 0''.42$ | |
| Alle | 176 | 1.32 | $+0''.34 \pm 0''.18$ | 166 | $+0''.74 \pm 0''.15$ | $+0''.23 \pm 0''.14$ |

Aus den Tabellen 1 und 2 geht die Mitschleppung ziemlich deutlich hervor. Sie scheint größer für die Instrumente *B* zu sein, was ja zu erwarten ist, da diese bedeutend leichter sind als die älteren Instrumente. Die mittleren Fehler für die verschiedenen Beobachtergruppen sind groß. Es

ist demnach erstaunlich, daß nur 2 von den 15 Gruppen für den Ausdruck $a + kb$ negative Werte ergeben.

2. Bestimmung der Konstanten a und b aus gewissen Winkelkombinationen

Ein auf der Station ausgeglichener Winkel besteht aus einer Kombination von gemessenen Winkeln. Man kann sie auch anders kombinieren.

Man betrachte die folgenden Summen:

$$\begin{array}{lcl}
 [m \cdot n]_{k_3} = 1.2 + 2.3 - 1.3 & 3 & \\
 [m \cdot n]_{k_4} = 1.2 + 2.3 + 3.4 - 1.4 & 4 & \\
 [m \cdot n]_{k_5} = 1.2 + 1.3 - 1.4 - 1.5 + 2.3 + 2.4 - 2.5 + & 5 & \\
 \quad + 3.4 + 3.5 + 4.5 & & \\
 [m \cdot n]_{k_6} = 1.2 + 1.3 - 1.5 - 1.6 + 2.3 + 2.4 - 2.6 + & 6 & \\
 \quad + 3.4 + 3.5 + 4.5 + 4.6 + 5.6 & & \\
 [m \cdot n]_{k_7} = 1.2 + 1.3 + 1.4 - 1.5 - 1.6 - 1.7 + 2.3 + & 7 & \\
 \quad + 2.4 + 2.5 - 2.6 - 2.7 + 3.4 + 3.5 + 3.6 - & & \\
 \quad - 3.7 + 4.5 + 4.6 + 4.7 + 5.6 + 5.7 + 6.7 & & \\
 [m \cdot n]_{k_8} = 1.2 + 1.3 + 1.4 - 1.6 - 1.7 - 1.8 + 2.3 + & 8 & \\
 \quad + 2.4 + 2.5 - 2.7 - 2.8 + 3.4 + 3.5 + 3.6 - & & \\
 \quad - 3.8 + 4.5 + 4.6 + 4.7 + 5.6 + 5.7 + 5.8 + & & \\
 \quad + 6.7 + 6.8 + 7.8 & &
 \end{array} \quad (5)$$

Man sieht leicht, daß jede von diesen Summen null sein soll. Führt man nun in (5) den Ausdruck (1) ein, so erhält man folgende Fehlergleichungen

$$\begin{array}{lcl}
 a = -[m \cdot n]_{k_3} + v & 0.4 & \\
 a = -\frac{1}{2} [m \cdot n]_{k_4} + v & 1.0 & \\
 a = -\frac{1}{4} [m \cdot n]_{k_5} + v & 1.3 & \\
 a = -\frac{1}{6} [m \cdot n]_{k_6} + v & 1.8 & \\
 a = -\frac{1}{9} [m \cdot n]_{k_7} + v & 2.3 & \\
 a = -\frac{1}{12} [m \cdot n]_{k_8} + v & 3.6 &
 \end{array} \quad (6)$$

(Schluß folgt)