Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 51 (1953)

Heft: 10

Artikel: Généralisation de la méthode dite du centre de gravité en aérophotogrammétrie

Autor: Ansermet, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-210102

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Böden zu erhalten. Hier werden die Drainwassermengen durch selbstregistrierende Limnigraphen gemessen. Zum genauen Vergleich mit den Niederschlägen ist im Versuchsgebiet selbst ein Pluviograph aufgestellt. Wöchentliche Ablesungen mit dem neuesten Ohm-Meter aus den USA an drei Feuchte-Meß-Stationen geben uns Aufschluß über den jeweiligen Wassergehalt der entwässerten Parzellen.

Die bisherigen Pflugarbeiten haben gezeigt, daß der holländische Dekkerpflug für unsere zähen Böden zu schwach ist; die kräftigeren englischen und französischen Pflüge dürften sich für unsere Verhältnisse besser eignen. Verdienstvoll wäre es, wenn sich ein schweizerisches Industrieunternehmen dieser Angelegenheit annehmen würde, um einen starken, tiefgesetzten Pflug mit größerem Radstand zu schaffen, der auch bei stärkeren Terrainneigungen verwendet werden könnte. Ferner sollten in solchen Gebieten Versuche mit einer Seilwinde zur Durchführung kommen.

Wenn auch die Verwendung des Molepfluges für Neuanlagen nur beschränkt sein wird, so ist diese bestimmt angezeigt zur Verbesserung schlecht wirkender Normaldrainagen. Denn das Einschalten von Zwischendrains würde in fetten Böden nur geringe Besserung bringen, dagegen hohe Kosten verursachen. Auch in jenen Fällen, wo durch die Feldbearbeitung mit schweren Maschinen unter dem Humus ein verdichteter Horizont entsteht, der das Niederschlagswasser zu Tümpeln aufstaut, bildet die Bearbeitung eines solchen Feldes mit dem Molepflug oder dem Untergrundslockerer die einfachste und billigste Lösung. Das gleiche Verfahren führt zum Ziel, wenn unmittelbar unter dem Humus eine dichte Schicht von nicht zu großer Mächtigkeit auf durchlässigem Untergrund lagert.

Abgesehen von diesen praktischen, vereinfachten und verbilligenden Maßnahmen der Moledrainage hat diese die alten Anschauungen über Drainagewirkung, Wasser- und Lufthaushalt usw. weitgehend verändert und neue Erkenntnisse eröffnet.

Généralisation de la méthode dite du centre de gravité en aérophotogrammétrie

Par A. Ansermet

Un problème actuel dans le domaine de l'aérophotogrammétrie est le rattachement au sol d'un lever aérien restitué par voie instrumentale. On sait en quoi il consiste: le praticien se trouve en présence de deux systèmes de points déterminés l'un $P_1, P_2 \ldots P_n$ géodésiquement et l'autre $P'_1, P'_2 \ldots P'_n$ par restitution. Théoriquement une similitude parfaite devrait exister entre ces deux systèmes ou figures spatiales; pratiquement ce n'est jamais rigoureusement le cas, ce qui rend le calcul complexe. Il faut éliminer autant que possible les discordances qui se révèlent. A cet effet on amène tout d'abord en coïncidence les centres de gravité G et G' des deux groupes de points ([1] p. 2). Puis on peut choisir comme nouvelle

origine O des coordonnées, tant géodésiques qu'instrumentales, ce centre de gravité commun. Il en résulte une simplification notable dans les calculs. Au lieu de s'en tenir à ces translations d'axes, il est indiqué de faire subir à ceux-ci, préalablement à toute compensation, des rotations qui procurent de nouvelles simplifications.

Avant d'aborder le problème général dans l'espace rappelons ce qui se passe avec des systèmes plans ([1], [3]). Désignons par (x_i, y_i), où $i = 1,2 \ldots n$, les coordonnées des points d'un système, celui restitué par ex.

on a: $$[x] = [y] = O$$

et, de plus, si les axes Ox et Oy coïncident avec ceux de l'ellipse centrale d'inertie du système (x_i, y_i): $[xy] = o$.

En réalisant certaines conditions de symétrie dans la répartition des points la détermination des axes principaux d'inertie est pratiquement aisée.

Forme générale: Si les système est spatial (x_i, y_i, z_i), et en attribuant des poids $p_1, p_2, \ldots p_n$ aux divers points, on a à la fois:

$$[px] = [py] = [pz] = O$$
$$[pxy] = [pyz] = [pzx] = O \quad \text{(moments centrifuges)}$$

quand les axes Ox, Oy, Oz coïncident avec les axes principaux d'inertie en O. Ces considérations préliminaires seront à la base de certaines solutions préconisées.

Mode de calcul avec 4 inconnues. Cette solution n'est pas nouvelle; elle comporte la détermination de 4 inconnues (m, ξ, η, ζ) ou plutôt 4 corrections:

1° une variation d'échelle dm

2° trois rotations d_ξ, d_η, d_ζ (axes Ox, Oy, Oz).

Au préalable on a déterminé des valeurs provisoires de ces inconnues ce qui fait que les deux systèmes de points diffèrent peu l'un de l'autre; il suffit d'apporter aux inconnues de petites corrections, assimilables à des différentielles. On applique par analogie le principe des moindres carrés pour réduire autant que possible les discordances et rendre le problème déterminé. Il faut distinguer 3 groupes de n équations d'erreur chacun ([4] p. 13); les V_{xi}, V_{yi} et V_{zi} étant des résidus on a:

$$(1) \quad \begin{cases} l_i + V_{xi} = x_i dm + z_i d_\eta - y_i d_\zeta & \text{(poids } p_i) \\ l'_i + V_{yi} = y_i dm - z_i d_\xi + x_i d_\zeta & \text{(poids } p_i) \\ l''_i + V_{zi} = z_i dm + y_i d_\xi - x_i d_\eta & \text{(poids } p_i) \end{cases}$$

où les l_i, l'_i et l''_i sont les termes absolus. Les coefficients des inconnues peuvent être arrondis comme il est d'usage. En choisissant l'origine et orientant les axes comme on l'a préconisé ci-dessus les calculs deviennent très simples; les coefficients non-quadratiques des équations normales sont nuls. Les poids P_m, P_ξ, P_η, et P_ζ des quatre inconnues sont:

$$P_m = [p(xx + yy + zz)]$$
$$P_\xi = [p(yy + zz)], \qquad P_\eta = [p(xx + zz)], \qquad P_\zeta = [p(xx + yy)]$$

Ce sont des moments d'inertie du système de points par rapport à l'origine et aux trois axes de coordonnées; cette interprétation est très explicite. Elle montre comment ces poids varient.

Contrôle: Désignons par P_k les poids des quantités $(l_i + v_{xi})$, $(l'_i + v_{yi})$ et $(l''_i + v_{zi})$ où $k = 1, 2 \ldots 3n$. On vérifie sans peine que:

$$[p : P_k] = 4 = u \qquad (u \text{ inconnues})$$

Solution générale: les équations initiales ont la forme connue

$$(2) \quad \begin{cases} X_i = m(x_i \cos \alpha_1 + y_i \cos \alpha_2 + z_i \cos \alpha_3) \\ Y_i = m(x_i \cos \beta_1 + y_i \cos \beta_2 + z_i \cos \beta_3) \\ Z_i = m(x_i \cos \gamma_1 + y_i \cos \gamma_2 + z_i \cos \gamma_3) \end{cases} \quad (3\,n \text{ équations})$$

où X_i, Y_i et Z_i expriment les coordonnées géodésiques et x_i, y_i, z_i les coordonnées instrumentales. Il y a dix inconnues: le rapport de similitude m (échelle) et neuf cosinus directeurs liés par six conditions:

$$(3) \quad \begin{cases} A. & \cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 = 1 \\ B. & \cos^2 \beta_1 + \cos^2 \beta_2 + \cos^2 \beta_3 = 1 \\ C. & \cos^2 \gamma_1 + \cos^2 \gamma_2 + \cos^2 \gamma_3 = 1 \\ D. & \cos \alpha_1 \cos \beta_1 + \cos \alpha_2 \cos \beta_2 + \cos \alpha_3 \cos \beta_3 = 0 \\ E. & \cos \beta_1 \cos \gamma_1 + \cos \beta_2 \cos \gamma_2 + \cos \beta_3 \cos \gamma_3 = 0 \\ F. & \cos \gamma_1 \cos \alpha_1 + \cos \gamma_2 \cos \alpha_2 + \cos \gamma_3 \cos \alpha_3 = 0 \end{cases}$$

L'origine 0 coïncide avec les centres de gravité G et G' confondus. Admettons en outre l'égalité des poids ($p_i = 1$) pour simplifier les développements. Ici encore on a recours à une solution provisoire c.-à.-d. à des valeurs approchées des inconnues, auxquelles on ajoute des accroissements (dm pour l'inconnue m). Il faut distinguer deux modes de calcul au moins:

a) *Calcul direct.*

Il comporte la détermination simultanée des dix inconnues. On voit de suite que les coefficients non-quadratiques des équations normales ne peuvent pas être rendus tous nuls. Cela résulte de la forme des coefficients de dm dans les équations d'erreur.

b) *Calcul indirect.*

L'examen des équations primitives (2) montre qu'on peut avoir recours, avec avantage, à des inconnues auxiliaires $(m \cos \alpha_1)$, $(m \cos \alpha_2)$ $\ldots$ $(m \cos \gamma_3)$, au nombre de neuf; posons:

$$m \cos \alpha_1 = (a_1) + da_1,\ m \cos \alpha_2 = (a_2) + da_2 \ldots m \cos \gamma_3 = (c_3) + dc_3$$

où les parenthèses expriment qu'il s'agit de valeurs provisoires. En d'autres termes il y a neuf inconnues auxiliaires; les équations d'erreur ont alors la forme ci-dessous, où les f_i, f'_i et f''_i sont les termes absolus, les résidus étant toujours désignés par v_{xi}, v_{yi} et v_{zi}

$$
(4)\quad \begin{cases} f_i + v_{xi} = x_i da_1 + y_i da_2 + z_i da_3 \\ f'_i + v_{yi} = \qquad\qquad\qquad\qquad x_i db_1 + y_i db_2 + z_i db_3 \\ f''_i + v_{zi} = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad x_i dc_1 + y_i dc_2 + z_i dc_3 \end{cases}
$$

Ces équations se déduisent du système (2). Les équations normales se décomposent en trois groupes, symétriques quant à leur structure, où les coefficients quadratiques sont seuls différents de zéro ensuite des hypothèses faites. Pour le moment il est fait *abstraction des conditions.* Les coefficients de poids des neuf inconnues ont les valeurs suivantes ([2] I):

$$
(5)\quad \begin{cases} Q_{11} = Q_{44} = Q_{77} = 1:[xx] \\ Q_{22} = Q_{55} = Q_{88} = 1:[yy] \\ Q_{33} = Q_{66} = Q_{99} = 1:[zz] \end{cases}
$$

2e stade des calculs. Les équations (3) deviennent:

$$
(6)\quad \begin{cases} A.\ (m\cos\alpha_1)^2 + (m\cos\alpha_2)^2 + (m\cos\alpha_3)^2 = m^2 \\ B.\ (m\cos\beta_1)^2 + (m\cos\beta_2)^2 + (m\cos\beta_3)^2 = m^2 \\ C.\ (m\cos\gamma_1)^2 + (m\cos\gamma_2)^2 + (m\cos\gamma_3)^2 = m^2 \\ D.\ (m\cos\alpha_1)(m\cos\beta_1) + (m\cos\alpha_2)(m\cos\beta_2) + (m\cos\alpha_3)(m\cos\beta_3) = 0 \\ E.\ (m\cos\beta_1)(m\cos\gamma_1) + (m\cos\beta_2)(m\cos\gamma_2) + (m\cos\beta_3)(m\cos\gamma_3) = 0 \\ F.\ (m\cos\alpha_1)(m\cos\gamma_1) + (m\cos\alpha_2)(m\cos\gamma_2) + (m\cos\alpha_3)(m\cos\gamma_3) = 0 \end{cases}
$$

Le groupe de neuf corrections da_1, da_2 ... dc_3 à apporter aux valeurs provisoires (a_1), (a_2), ... (c_3) ne fournit pas encore des valeurs définitives des inconnues, compatibles avec les équations de condition. Il faut calculer des surcorrections, s'ajoutant aux précédentes valeurs. De plus on doit éliminer le terme m^2 en soustrayant les trois premières équations (6) deux à deux. On a formé ici les différences:

$$
A - B = 0,\ A - C = 0
$$

On aboutit finalement à cinq équations de condition, linéaires par rapport aux surcorrections da'_1, da'_2 ... dc'_3.

$$
(7)\quad \begin{cases} (a_1)da'_1 + (a_2)da'_2 + (a_3)da'_3 - (b_1)db'_1 - (b_2)db'_2 - (b_3)db'_3 = W_1 \\ (a_1)da'_1 + (a_2)da'_2 + (a_3)da'_3 - (c_1)dc'_1 - (c_2)dc'_2 - (c_3)dc'_3 = W_2 \\ (b_1)da'_1 + (b_2)da'_2 + (b_3)da'_3 + (a_1)db'_1 + (a_2)db'_2 + (a_3)db'_3 = W_3 \\ (c_1)db'_1 + (c_2)db'_2 + (c_3)db'_3 + (b_1)dc'_1 + (b_2)dc'_2 + (b_3)dc'_3 = W_4 \\ (c_1)da'_1 + (c_2)da'_2 + (c_3)da'_3 + (a_1)dc'_1 + (a_2)dc'_2 + (a_3)dc'_3 = W_5 \end{cases}
$$

Les termes absolus W_1, W_2 ... W_5 expriment des discordances, calculées en tenant compte des premières corrections da_1, da_2 ... dc_3. Cette forme de compensation est bien connue; le second stade des calculs exige la formation et la résolution de cinq équations normales (6 équations si on n'avait pas éliminé m provisoirement). En dernier lieu il faut tout de même déterminer l'échelle m. Ce procédé de calcul fut appliqué dans un

cas concret (voir [4]), mais sous une forme un peu différente. Les calculs sont assez laborieux surtout quand le nombre de points de rattachement est relativement élevé.

En résumé la méthode dite du centre de gravité se justifie surtout pour les systèmes de points à deux dimensions et quand la similitude entre les deux systèmes (géodésique et instrumental) n'est pas trop précaire. La généralisation et l'extension à l'espace de ce mode de calcul (Haufenmethode) est plus complexe. Si les points de rattachement sont peu nombreux, répartis assez *symétriquement*, on peut déterminer les axes principaux d'inertie et calculer les 3 rotations et la variation d'échelle nécessaires, ainsi qu'on l'a exposé ci-dessus.

Il est fait abstraction, dans ce qui précède, de certaines corrections éventuelles (sphéricité, etc.) dont il est aisé de tenir compte.

Le problème n'est ici qu'effleuré; il est susceptible encore de bien des développements.

Littérature

[1] Bachmann W. K., L'aéropolygonation (Publication EPUL, 1950).
[2] Baeschlin C. F., Ausgleichungsrechnung und Landesvermessung I, II (Zürich).
[3] Hallert B., Herstellung photogrammetrischer Pläne (Thèse, Stockholm).
[4] Kuny W., Festpunktlose räumliche Triangulation (K. Wittwer, Stuttgart).
[5] Ansermet A., Adaptation de réseaux trigonométriques (RSM. 1938).

Ein Beispiel großzügiger Landesplanung in den USA

Bn. Der Staat Tennessee von ca. 140000 km² Grundfläche, der zwischen dem 34. und dem 37. Breitengrad liegt und in seiner ganzen Länge vom Tennesseefluß, einem Nebenfluß des Ohio, durchflossen wird, wurde durch einen beispiellosen Raubbau in der Forst- wie Landwirtschaft in wenigen Jahrzehnten von einem der fruchtbarsten Gebiete der Vereinigten Staaten von Nordamerika in Ödland umgewandelt. Einstmals, etwa um das Jahr 1860, war das Tal des Tennessee von mächtigen Urwäldern und saftigen Wiesen umsäumt, in denen die eingeborenen Indianer und die wenigen weißen Farmer Jagd und Viehzucht betrieben.

Der im Jahre 1870 einsetzende Zuwachs landhungriger weißer Siedler veränderte das Landschaftsbild zusehends. Die schönen Wälder fielen im Kahlschlag, auf den entblößten Flächen wurde Getreide, Mais und Baumwolle in extensiver Nutzung gepflanzt, das heißt, man überließ den bearbeiteten Boden, sobald die Erträge etwas nachließen, seinem Schicksal und rodete ständig weiter. Nach den fruchtbaren Niederungen wurden schließlich auch die Hänge und Kuppen ausgebeutet. Die Entdeckung von Kupfervorkommen und anderer Mineralien zog weitere rücksichtslose Weiße an, die die fruchtbare Erde noch vollends aufwühlten und unter mächtigen Schutthalden begruben. Ein feuchtes Klima mit starken Regenfällen förderte die einsetzende Verwüstung und die starke Erosion