

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 51 (1953)

Heft: 2

Artikel: Einschalten von Zwischenpunkten in Bogen

Autor: Schramm, Gerhard

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-210066>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

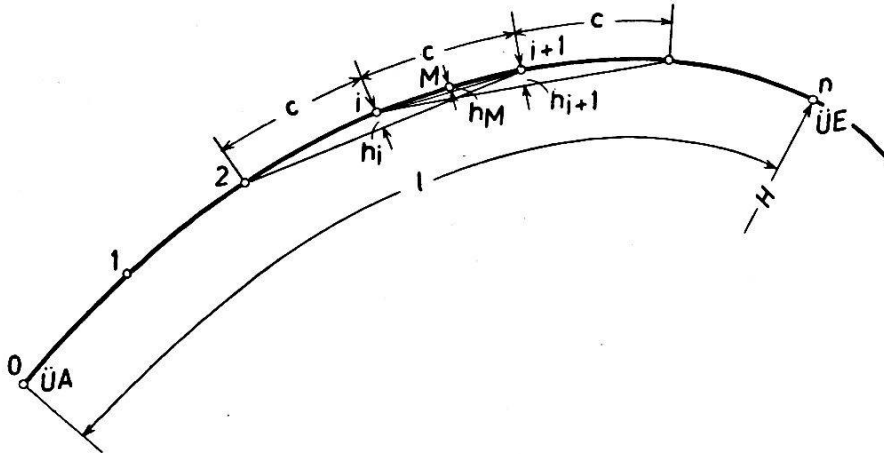
Download PDF: 23.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Einschalten von Zwischenpunkten in Bogen

Von Dr. Ing. habil. Gerhard Schramm, Offenbach (Main)

In dem Aufsatz „Eine Zweiachtelmethode für die Punktverdichtung in Kurvenfolgen beim Straßenbau“ (Heft 1 dieser Zeitschrift) hat Kasper ein einfaches und allgemein anwendbares Verfahren zum Zwischenschalten von Punkten in Bogen entwickelt. Als Ergänzung zu dieser Arbeit seien im folgenden eine besonders einfache Ableitung des Verfahrens aus bekannten Pfeilhöhengleichungen und eine anschauliche Deutung der entwickelten Gleichung gegeben.



Wenn ein Übergangsbogen (Klotoids) in n gleiche Teile je von der Länge c geteilt ist (Bild) und man die Teilpunkte bei $\dot{U}A$, mit Null beginnend, fortlaufend benummert und den Krümmungshalbmesser bei n mit H bezeichnet, so gilt bekanntlich für die Pfeilhöhe für die Sehnenlänge $s = 2 \cdot c$ an einem beliebigen Teilpunkt i :

$$h_i = \frac{c^2}{2 \cdot H} \cdot \frac{i}{n} \cdot 1 \quad (1)$$

Hiernach ist die Pfeilhöhe verhältnismäßig dem Bruchteil der Übergangsbogenlänge, welcher dem Punkt i entspricht $\left(\frac{i}{n}\right)$, und unabhängig davon verhältnismäßig dem Quadrat des Punktabstandes c oder dem Quadrat der Sehnenlänge $s (= 2 \cdot c)$.

Die Pfeilhöhe am darauffolgenden Punkt $i + 1$ ist gemäß dieser Gleichung:

$$h_{i+1} = \frac{c^2}{2 \cdot H} \cdot \frac{i+1}{n} = \frac{c^2}{2 \cdot H} \cdot \frac{i}{n} + \frac{c^2}{2 \cdot H \cdot n} \quad (2)$$

¹ Siehe z. B. Schramm „Bogengestaltung und Bogenabsteckung“ (S. 144), Bielefeld 1949 (Erich-Schmidt-Verlag).

Gesucht ist die Pfeilhöhe h_M am Punkt M in der Mitte zwischen den Punkten i und $i + 1$, und zwar für die Sehnenlänge $s = c$ (statt $2c$). Um sie zu berechnen, denken wir uns den Übergangsbogen in die doppelte Anzahl ($2n$) gleicher Teile geteilt. Der Punkt i erhält dann die Nummer $2i$, der Punkt M die Nummer $2i + 1$, der Punkt n die Nummer $2n$ und der Punktabstand ist $\frac{c}{2}$ statt c . Setzen wir diese Werte für i , n und c in Gl. 1 ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} h_M &= \frac{1}{2 \cdot H} \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2 \cdot \frac{2i + 1}{2n} = \frac{1}{8} \cdot \left[\frac{c^2}{H} \cdot \frac{i}{n} + \frac{c^2}{2 \cdot H \cdot n} \right] \\ &= \frac{1}{8} \cdot \left[\left(\frac{c^2}{2 \cdot H} \cdot \frac{i}{n} \right) + \left(\frac{c^2}{2 \cdot H} \cdot \frac{i}{n} + \frac{c^2}{2 \cdot H \cdot n} \right) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Die beiden Ausdrücke in den runden Klammern sind aber gemäß den Gl. 1 und 2 gleich h_i , bzw. h_{i+1} ; d. h. es ist

$$\boxed{h_M = \frac{1}{8} \cdot [h_i + h_{i+1}]} \quad (4)$$

was zu beweisen war.

In dem erwähnten Aufsatz ist diese Beziehung folgendermaßen geschrieben:

$$h_M = \frac{h_i}{8} + \frac{h_{i+1}}{8}. \quad (5)$$

Die praktische Auswertung nach dieser Gleichung erfordert 3 Rechnungen, nämlich zwei Teilungen und eine Zusammenzählung. Für die Auswertung nach der Gl. 4 genügen dagegen 2 Rechnungen, nämlich eine Zusammenzählung und eine Teilung. Die Schreibweise nach Gl. 4 dürfte daher aus praktischen Gründen vorzuziehen sein. Anstelle der „Zweiachtelmethode“ schlagen wir vor die kürzere Benennung „Achtelverfahren“.

Um die durch die Gln. 4 und 5 ausgedrückte Beziehung noch weiterhin zu deuten und zu veranschaulichen, schreiben wir sie in der folgenden Form:

$$h_M = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{h_i}{4} + \frac{h_{i+1}}{4} \right). \quad (6)$$

Hierin stellen die beiden Glieder in der Klammer nichts anderes dar als die Pfeilhöhen an den Punkten i und $i + 1$, gemessen nicht an der Sehne $s = 2c$, sondern an der Sehne von der halben Länge $s = c$ (Punktabstand $\frac{c}{2}$). Denn gemäß Gl. 1 sind die Pfeilhöhen in der Klammer

toide – ebenso wie in Kreisbogen – dem Quadrat von c verhältnisgleich. Nennen wir diese Pfeilhöhen h'_i und h'_{i+1} , so lautet die Gl. 6:

$$h_M = \frac{1}{2} \cdot (h'_i + h'_{i+1}), \quad (7)$$

d. h. die Pfeilhöhe an einem Punkt M in der Mitte zwischen zwei Übergangsbogenpunkten ist gleich dem arithmetischen Mittel der Pfeilhöhen an den beiden Punkten. Dies ist aber auf Grund des geradlinigen Krümmungsverlaufs der Klotoide ohne weiteres einleuchtend und nach Gl. 1 klar. Die Punktabstände sind dabei beliebig und unabhängig von der Sehnenlänge s , was auch aus Gl. 1 hervorgeht. Da man die Pfeilhöhen h' an der Sehne von der Länge c nicht messen kann, weil die Zwischenpunkte fehlen (sie sollen ja erst eingeschaltet werden), mißt man statt dessen die Sehnen h an der Sehne von der Länge $s = 2c$. Diese Pfeilhöhen h muß man zunächst auf die Sehnenlänge $s = c$ umrechnen, indem man sie durch 4 teilt. Sodann liefert die Bildung des arithmetischen Mittels ohne weiteres die Gln. 5 bis 7, deren eigentliche Bedeutung hierdurch ins rechte Licht gerückt ist.

Das Güterregulierungsverfahren in Württemberg und Bayern

Von Dr. Jörg Ursprung

Vorbemerkung: Dem Verfasser war im Mai 1951 die Möglichkeit geboten, unter kundiger Führung eine Studienreise durch Württemberg und Bayern zu unternehmen. Die Reise war von den zuständigen deutschen Stellen sehr gut vorbereitet. Die Teilnehmer hatten Gelegenheit, die rechtliche und technische Seite des süddeutschen Güterregulierungswesens gründlich anhand gut ausgewählter Beispiele zu studieren. Wertvolle Anregungen konnten mit nach Hause genommen werden.

Im folgenden Aufsatz sollen die wesentlichsten Punkte des württembergischen und des bayrischen Güterregulierungsverfahrens beleuchtet werden. Der Verfasser benützt diese Gelegenheit, den Organisatoren der Studienreise, nämlich den zuständigen Beamten des württembergischen und bayrischen Güterregulierungswesens, den besten Dank für das Gebotene auszusprechen.

I.

Die rechtlichen Grundlagen für die Bodenverbesserungen sind in Württemberg und Bayern verschieden. Während in Württemberg das Reichsumlegungsgesetz vom 26. Juni 1936 und die Reichsumlegungsordnung vom 16. Juni 1937 (RUO) mit den beiden Verordnungen vom 27. April 1938 und 14. Februar 1940 wenigstens in den wesentlichsten Punkten zur Anwendung kommen, griff Bayern auf das Flurbereinigungs-