

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 51 (1953)

**Heft:** 1

**Artikel:** Zur praktischen Handhabung des graphischen Verfahrens zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen [Schluss]

**Autor:** Krames, Josef

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-210057>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Zur praktischen Handhabung des graphischen Verfahrens zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen

Von Josef Krames, Wien

(Mitteilung aus dem Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen in Wien)

(Schluß)

## IV. Die Berechnung der restlichen Orientierungsunbekannten

erfolgt nach den bereits veröffentlichten Formeln<sup>2</sup>, die nur für die numerische Auswertung zweckmäßig umzuformen sind, wie dies das Tabellenschema weiter unten beispielsweise erkennen lässt. Die *Endstellung* der Projektoren wird schließlich erhalten, wenn anstatt der Skalenwerte der Ausgangsstellung (*A W*) die um die gefundenen Orientierungselemente geänderten *Endwerte* (*EW*) eingestellt werden<sup>6</sup>. Die aus den beschriebenen Operationen abgeleiteten *Vorzeichen* der Orientierungsgrößen sind dabei unverändert oder entgegengesetzt zur Anwendung zu bringen, je nachdem der jeweils beigelegte Kreis ein + oder ein — enthält. Bei  $d\omega$ , wo der Hinweis auf den *A 7* (*A 5*) oder *C 8* (*C 5*) fehlt, gilt das Vorzeichen für beide Instrumente. Am *Autographen Wild A 6* gelten dieselben Vorzeichen wie beim *A 5* oder *A 7* für unabhängige Bildpaare.

Die numerische Auswertung und das Einstellen der Endwerte kann nach entsprechender Einübung in etwa 20 bis 30 Minuten bewerkstelligt werden.

## V. Ergänzungen

a) Falls  $\Delta\omega = 0$ , also  $d\omega^o = d\omega^b$  ist, und nur in diesem Fall, liegen „geometrisch mögliche“ Parallaxen<sup>7</sup> vor. Hier kann folgende *Genauigkeitskontrolle*<sup>8</sup> vorgenommen werden. Die gefundenen Orientierungselemente  $d\omega, d\varphi, \dots$  werden ein zweites Mal vorzeichenrichtig den Skalenwerten zugezählt (Kontrollstellung). Sodann müssen alle ursprünglich gemessenen Parallaxen  $p_i$  mit entgegengesetzten Vorzeichen neuerdings in Er-

<sup>6</sup> Um die Endeinstellung der Orientierungswinkel auch am *Stereoplanigraphen C 5* genauer zu erhalten, kann man die Meßmarke auf einen markanten Punkt **P** in der Nähe des betreffenden Nadirpunktes einstellen und den Basiswagen in der Y- bzw. X-Richtung um die Strecke  $D_y = z d\omega, D_x = z d\varphi$  bzw.  $d_y = bd\kappa$  verschieben.

Diese Strecken sind u. a. dem bekannten *Horsky-Diagramm* rasch zu entnehmen. Die Winkeleinstellung der Projektoren ist hierauf derart zu ändern, daß die Meßmarke wieder mit dem Punkt **P** koinzidiert.

<sup>7</sup> Siehe die in Fußnote 2 zitierte Arbeit, Nr. 1 sowie *J. Krames, Zur Geometrie des Restparallaxen*, erscheint demnächst in einem Sonderheft der Österr. Zeitschrift f. Verm.

<sup>8</sup> Neben den in Fußnote 1 angeführten Arbeiten siehe auch *J. Krames, About a New Graphic Method of Orienting a Pair of Aerial Photographs*, Photogrammetric Engineering, 16 (1950), S. 556–569, section 7.

Tabelle:

Auswertung der graphischen Konstruktionen für die Elemente der gegenseitigen Orientierung von unabhängigen Bildpaaren

Bild № { links: rechts: Brennweite $f$ - Bildordinate $a$ - ±		$b$ -	Parallaxe samt Vorzeichen für Berechnung bei Messung links: $p_i - b_{y1} - b_{y1}'$		Messung rechts: $p_i - b_{y2} - b_{y2}'$	
Lenker- stellung	links : $z_i = -Z + \Delta z + K$	$\Delta y'$ -	$\Delta z'$ -	rechts: $\Delta y'' =$		$\Delta z'' =$
		Ables. $b_y$	$p_i -$	$z_i = -Z + \Delta z + K$	Ables. $b_y$	$p_i -$
hinten:	3	,	,	0	4	,
lotrecht:	1	,	,	0,00	2	,
vorne:	5	,	,	0	6	,
$u_3$ +	,	$u_4$ +	,	$P_3 + P_5 = 0$	Für Vorzeichen $P_4 + P_6 = 0$	
$u_5$ +	,	$u_6$ +	,	$\eta^o -$	$H^o z_1 - \frac{u}{3}$	$Y^o -$
$u^-$	,	$V^-$	,	$\eta^b -$	$H^b z_2 - \frac{v}{3}$	$Y^b -$
$u_3^-$	,	$\frac{v}{3} =$	,	$R\eta^b -$	$Rh^b =$	$^* A7(A5): K=0$
$R = +0$ ,	$T = +0$ ,	$T\eta^o -$	,	$Th^o =$		$C8(C5): K=300$

$\text{arc } d\omega^o = \frac{P_3 + P_5}{U} = 0$	$d\omega^o =$	$\epsilon$	$F = \frac{d\omega^o}{b} = 0$
$\text{arc } d\omega^b = \frac{P_4 + P_6}{V} = 0$	$d\omega^b =$	$\epsilon$	$G = \frac{d\omega^b}{b} = 0$
$^{**}) \text{ arc } \Delta\omega = 0$	$\Delta\omega =$	$\epsilon$	$H = \frac{\Delta\omega}{b} = 0$
$R d\omega^o =$	$\epsilon$	$+G Y^b + =$	$\epsilon$
$T d\omega^b =$	$\epsilon$	$+H R\eta^b + =$	$\epsilon$
$(-) d\omega_1 - d\omega_2 =$	$\epsilon$	$A7: + d\varphi_1 =$	$\epsilon$
$AW$	$g$	$C8: - AW$	$g$
$EW$	$g$	$EW$	$g$
$^{**}) \Delta\omega = d\omega^o - d\omega^b$	$+F Y^o + =$	$\epsilon$	$+F z_1 + = \epsilon$
Kontrolle: $F - G = H$		$-H T\eta^o - =$	$-H Th^o - = \epsilon$
$A7: + d\varphi_2 =$		$\epsilon$	$A7: - d\varphi_2 = \epsilon$
$C8: - AW$		$EW$	$g$
$EW$		$g$	$\epsilon$

scheinung treten. Zeigen sich hingegen (im Durchschnitt) die  $k$ -fachen Werte der ursprünglichen Parallaxen, dann ist die Kontrollstellung mit den  $\frac{2k}{1-k}$ -fachen Werten der Größen  $d\omega$ ,  $d\varphi$ , ... zu korrigieren.

b) Liegen einmal die drei Modellpunkte **1, 3, 5** (oder **2, 4, 6**) auf einem „gefährlichen Kreis“, dann ist  $u = 0$  (bzw.  $v = 0$ ), und es fallen in

den Formeln für die Orientierungsunbekannten alle Glieder weg, in denen  $d\omega^o$  (bzw.  $d\omega^b$ ) vorkommt<sup>2</sup>.

c) Bei stärkerer Abweichung der Aufnahmefläche von der Richtung der X-Bewegungen des Gerätes, wie dies bei Aerotriangulationen öfters vorkommt, ist das oben beschriebene Verfahren noch wie folgt zu ergänzen: Bezeichnet  $\Delta y = \Delta y' - \Delta y''$  den Unterschied zwischen den  $b_y$ -Einstellungen des linken und rechten Projektors, so gilt für den Winkel  $\alpha$  zwischen der Aufnahmefläche und der X-Richtung:

$$\operatorname{tg} \alpha = \pm \frac{\Delta y}{b}$$

wobei  $\alpha$  positiv zu zählen ist, wenn das linke Lenkerkardan (bzw. der linke Lenkspiegel) vor dem rechten liegt ( $b_y' > b_y''$ ). Um diesen Winkel

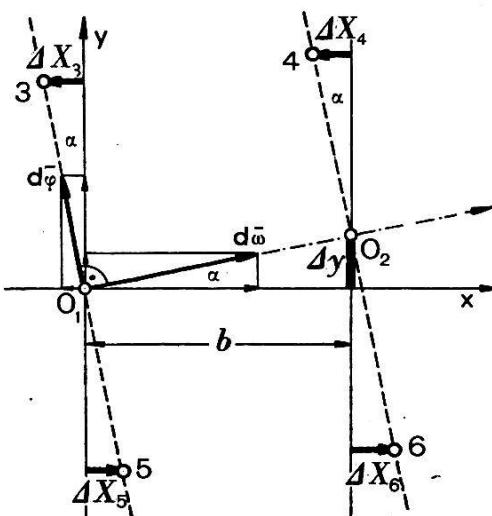


Abb. 5

$\alpha$  weichen auch die Normalebenen zur Aufnahmefläche von der Y-Richtung des Gerätes ab (vgl. Abb. 5). Die Orientierungspunkte **3**, **4**, **5**, **6** erhalten daher die theoretisch richtige Lage, wenn man beim Einstellen dieser Punkte mit Hilfe der Maske (siehe oben **I**, **d**) den Basiswagen (zusätzlich zur Y-Bewegung) in der X-Richtung jeweils um den Betrag (vgl. Abb. 5):

$$\Delta X_i = \pm \frac{z_i}{f} \alpha \sin \alpha = \frac{a \Delta y}{f \sqrt{b^2 + \Delta y^2}} z_i \approx \pm \frac{a \Delta y}{b f} z_i \quad (i = 3, 4, 5, 6) \quad (*)$$

verschiebt. Wäre beispielsweise  $f = 210$  mm,  $b = 120$  mm,  $a = 70$  mm und  $\Delta y = 10$  mm, dann ergibt sich  $\Delta X_i = 0,0276 z_i$ , so daß für den Orientierungspunkt **3**, falls etwa  $z_3 = -330$  mm ist, die Verschiebung  $\Delta X_3 = 9,1$  mm beträgt. In der Praxis wird man die vier Werte von  $\Delta X_i$  einem leicht herstellbaren Diagramm entnehmen.

Aus den in den geänderten Punktlagen gemessenen Parallaxen sind hierauf die Orientierungsgrößen wie oben beschrieben zu ermitteln, wobei

aber (weil die beiden Projektionszentren  $\mathbf{O}_1, \mathbf{O}_2$  jetzt die Entfernung  $b: \cos \alpha$  besitzen) die erhaltenen Werte von  $d\varphi$  und  $d\kappa$  mit  $\cos \alpha$  zu multiplizieren sind. Beim Einstellen der auf diese Weise gefundenen Größen  $d\bar{\omega}, d\bar{\varphi}, d\bar{\kappa}, d\bar{b}_y, d\bar{b}_z$  muß noch beachtet werden, daß am Gerät die Achsen der  $\omega$ - und  $\varphi$ -Drehungen gegen die Aufnahmefläche unter dem Winkel  $\alpha$ , bzw.  $100^\circ + \alpha$  geneigt sind. Um diese Drehungen einwandfrei auszuführen, hat man

$$\left. \begin{aligned} d\omega &= d\bar{\omega} \cos \alpha - d\bar{\varphi} \sin \alpha \\ d\varphi &= d\bar{\omega} \sin \alpha + d\bar{\varphi} \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (**)$$

zu berechnen und die so geänderten Werte einzudrehen. Denn die Drehungen um genügend kleine Winkel können bekanntlich als (auf den Drehachsen befindliche) Vektoren dargestellt und wie solche in Komponenten zerlegt und aus diesen zusammengesetzt werden (s. Abb. 5). Schließlich sind noch  $db_y = d\bar{b}_y \cos \alpha$  und die übrigen Orientierungselemente unverändert einzustellen.

Bei den ausgeführten praktischen Versuchsarbeiten zeigte sich übrigens, daß die oben angegebenen X-Verschiebungen (\*) in der Regel vernachlässigt werden können, besonders wenn alle navigatorischen Hilfsmittel, die dem Vermessungsflugzeug heute zur Verfügung stehen, sorgfältig bedient wurden. Die Größe  $\Delta y$  und der Winkel  $\alpha$  bleiben sodann innerhalb gewisser enger Grenzen. Überdies dürfen wir annehmen, daß die in der näheren Umgebung eines Orientierungspunktes beobachteten Parallaxen sich untereinander wie „geometrische Parallaxen“ verhalten. Daraus folgt aber, daß die kleinen X-Verschiebungen (\*) auf die Bestimmung der Orientierungselemente von kaum feststellbarem Einfluß sind. Örtliche Parallaxenfehler dürfen dabei allerdings nicht vorliegen.

*Somit können bei den heute in der Praxis vorkommenden Winkeln  $\alpha$  zwischen der Aufnahmefläche und der X-Richtung des Maschinensystems die sechs Orientierungspunkte wie oben beschrieben innerhalb der Normalen ebenen  $x = 0, x = b$  zur X-Richtung angenommen werden. Von den daran ermittelten Orientierungselementen hat man jedoch  $d\varphi_i$  und  $d\kappa_i$  mit  $\cos \alpha$  zu multiplizieren, ferner sind vor dem Einstellen dieser Größen die Formeln (\*\*) anzuwenden.*

Ein allfällig auftretender Unterschied  $\Delta z = \Delta z' - \Delta z''$  der  $b_z$ -Ablesungen an den beiden Projektoren ließe sich auf analoge Weise berücksichtigen. Wir wollen jedoch hierauf nicht näher eingehen, weil  $\Delta z$  in der Regel so klein ist, daß diese Größe bei unserem Verfahren außer Betracht bleiben kann.

## VI. Versuchsergebnisse

Das in Rede stehende graphische Verfahren hat sich im Laufe der durchgeführten praktischen Erprobung gut bewährt. Durch kleinere mechanische Ergänzungen der benutzten Geräte und besonders durch die nach und nach erzielte Vereinfachung der Arbeitsvorgänge konnte der erforderliche Zeitaufwand weit herabgesetzt werden. So gelang es nach

einiger Einübung der Auswerter, bei Verwendung eines *Autographen Wild A 6* die gegenseitige Orientierung eines Bildpaars samt allen Vorbereitungen und Nebenarbeiten in eineinviertel Stunden fertigzustellen.

Der praktische Nutzen des Verfahrens trat aber besonders augenfällig bei den Aerotriangulationen in Erscheinung. Im Gegensatz zur optisch-mechanischen Orientierung der Bildpaare eines Streifens, bei der jedesmal eine gefühlsmäßige Annäherung an die günstigste Lösung gesucht werden muß, ergibt sich bei unserem Verfahren die *gegenseitige Orientierung jedes einzelnen Bildpaars im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate* und damit eine *gesetzmäßige Verteilung der Orientierungsfehler über den ganzen Verlauf des Bildstreifens*. Dies bestätigen vor allem die Streifen-diagramme, wie solche im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen in Wien anschließend an die Aerotriangulationen für die Zwecke des graphischen Ausgleiches angefertigt werden.

Schließlich sei hervorgehoben, daß mit dem gegenständlichen Verfahren eine beträchtliche Verbesserung der nach dem Ausgleichen verbleibenden *Höhenfehler* erzielbar ist. Denn bei diesem Verfahren sind gerade die für die Höhenbestimmung ausschlaggebenden Längsneigungen  $d\varphi$  wesentlich genauer zu ermitteln, als sie auf optisch-mechanischem Weg erfaßt werden könnten.

## **Eine Zweiachtelmethode für die Punktverdichtung in Kurvenfolgen beim Straßenbau**

*Von H. Kasper, Heerbrugg*

Beim Ausbau von Anschlußstellen und scharfen Kurven an Autostraßen, die hauptsächlich aus Klotoidenfolgen und engen Kreisbögen bestehen und in Gerade oder flachere Kreisbögen übergehen, werden die Straßenränder vor dem Aufbringen der Straßendecke durch Vermessungsfachleute meist *gleichabständig* verpflockt. Dies geschieht jedoch nie so dicht, daß der Pflasterer des Straßenrandes nicht noch Zwischenpunkte einschalten müßte, um eine stetige, knickfreie Randlinie zu erzielen.

Sein Verfahren für die Punktverdichtung muß aus begreiflichen Gründen so einfach sein, daß er es stets rein mechanisch ohne besondere Überlegungen überall anwenden kann.

Solange man nur mit Kreisbögen trassierte, kam der Pflasterer mit der bekannten *Viertelmethode* aus. Wenn man nach dieser in einem Kreisbogen gemäß Abb. 1 einen Neupunkt  $P$  zwischen den Punkten  $P_1$  und  $P_2$  abzusetzen hat, mißt man die Pfeilhöhe  $F$  des Bogens in  $P_2$  von der Sehne  $\overline{P_1 P_3}$ . Dann trägt man  $F/4$  vom Halbierungspunkt der Sehne  $\overline{P_1 P_2}$  senkrecht zu dieser ab und erhält den gewünschten Zwischenpunkt 1.

Dieses einfache Verfahren versagt jedoch, wenn es sich um Klotoi-denbögen und Klotoidenfolgen mit schärferem Richtungswechsel handelt, die nicht mehr durch Kreisbogenstücke ersetzt werden dürfen.